PER MARIA PER TERRAS
NEW YORK
ACADEMY
OF
SCIENCES
1818

Library

ATTI

DELLA

5.06(45.1) T

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

R. ACCADEMIA DEL SCIENZE

VOLUME TRENTESIMOSESTO

1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

PROPRIETÀ LETTERARIA

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

ELENCO

DEGLI

ACCADEMICI RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI STRANIERI E CORRISPONDENTI

AL 18 NOVEMBRE 1900.

PRESIDENTE

CARLE (Giuseppe), Senatore del Regno, Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza e Professore di Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione ✻, Comm. ☒.

VICE-PRESIDENTE

COSSA (Alfonso), Dottore in Medicina, Direttore della Regia Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Professore di Chimica docimastica nella medesima Scuola e di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio ordinario non residente dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Socio della Reale Accademia di Agricoltura di Torino e Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, Socio onorario dell'Accademia Olimpica di Vicenza, Socio corrispondente della Società di scienze naturali di Cherbourg, Socio effettivo della Società Imperiale Mineralogica di Pietroburgo, Comm. ✻, ☒, e dell'O. d'Is. Catt. di Sp.

Tesoriere

D'Ovidio (Enrico), Dottore in Matematica, Professore ordinario di Algebra e Geometria analitica, incaricato di Analisi superiore e Preside della Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali nella R. Università di Torino; Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, onorario della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio dell'Accademia Pontaniana, delle Società matematiche di Parigi e Praga, ecc., Uffiz. ✻, Comm. ☙.

CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Bizzozero (Giulio), Senatore del Regno, Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio Straniero dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum,* Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore di Sanità, ecc., Comm. ✻ e Gr. Uffiz. ☙.

Segretario

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania e dell'Accademia Pontaniana, Uffiz. ✻, ☙.

ACCADEMICI RESIDENTI

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro Corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Reale Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro effettivo della Società Imperiale dei Naturalisti di Mosca, Socio Straniero della *British Ornithological Union*, Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, Socio Straniero dell'*American Ornithologist's Union*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, Membro ordinario della Società Ornitologica tedesca, Uffiz. ✠, Cav. dell'O. di S. Giacomo del merito scientifico, letterario ed artistico (Portogallo).

Cossa (Alfonso), *predetto.*

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano a. r. e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Gr. Uffiz. ✠; Comm. ✠, dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

D'Ovidio (Enrico), *predetto.*

Bizzozero (Giulio), *predetto.*

Naccari (Andrea), *predetto.*

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), della R. Accademia di

Medicina di Torino, Uno dei XL della Società italiana delle Scienze, L. L. D. dell'Università di Worcester, Socio onorario della R. Accademia medica di Roma, dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, della R. Accademia medica di Genova, Socio dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina Germanica Naturae Curiosorum*, della Società Reale di Scienze mediche e naturali di Bruxelles, della Società fisico-medica di Erlangen, Socio straniero della R. Accademia delle Scienze di Svezia, Socio corrispondente della Società Reale di Napoli, Socio corrispondente della Società di Biologia di Parigi, ecc. ecc., ✻, Comm. ☞.

Spezia (Giorgio), Ingegnere, Professore di Mineralogia e Direttore del Museo mineralogico della Regia Università di Torino, ☞.

Camerano (Lorenzo), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Anatomia comparata e di Zoologia e Direttore dei Musei relativi nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Membro della Società Zoologica di Francia, Membro corrispondente della Società Scientifica del Cile, della Società Spagnuola di Storia naturale e della Società Zoologica di Londra.

Segre (Corrado), Dottore in Matematica, Professore di Geometria superiore nella R. Università di Torino, Corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, ☞.

Peano (Giuseppe), Dottore in Matematica, Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di Torino, Socio della " *Sociedad Cientifica* " del Messico, Socio del Circolo Matematico di Palermo ☞.

Volterra (Vito), Dottore in Fisica, Professore di Fisica matematica e di Meccanica celeste nella R. Università di Roma,

Vicepresidente della Società Italiana di Fisica, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Accademico corrispondente della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, Socio corrispondente dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali di Catania, ☞.

Jadanza (Nicodemo), Dottore in Matematica, Professore di Geodesia teoretica nella R. Università di Torino e di Geometria pratica nella R. Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio dell'Accademia Pontaniana di Napoli e della Società degli Ingegneri Civili di Lisbona, Uff. ☞.

Foà (Pio), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Anatomia Patologica nella R. Università di Torino, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Comm. ☞.

Guareschi (Icilio), Dottore in Scienze Naturali, Professore e Direttore dell'Istituto di Chimica Farmaceutica e Tossicologica nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio della R. Accademia dei Fisiocritici di Siena, Membro della Società Chimica di Berlino, ecc., ☞.

Guidi (Camillo), Ingegnere, Professore di Statica grafica e scienza delle costruzioni nella R. Scuola di Applicazione per gl'Ingegneri in Torino, ☞.

Fileti (Michele), Dottore in Chimica, Professore ordinario di Chimica generale e Rettore della R. Università di Torino, ☞.

Parona (Carlo Fabrizio), Dottore in Scienze naturali, Professore e Direttore del Museo di Geologia della R. Università di Torino, Socio residente della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti e Corrispondente dell'I. R. Istituto Geologico di Vienna.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei e della Società Reale di Napoli, Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Berlino, di Vienna e di Pietroburgo, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze di Baviera, della Società Reale di Londra, della Società Reale di Edimburgo e della Società letteraria e filosofica di Manchester, Socio onorario della Società chimica tedesca, di Londra e Americana, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ▭, ✠.

Schiaparelli (Giovanni), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroburgo, di Stockolma, di Upsala, di Cracovia, della Società de' Naturalisti di Mosca, della Società Reale e della Società astronomica di Londra, e di altre Società scientifiche nazionali e straniere, Gr. Cord. ▭, Comm. ❋; ✠.

Siacci (Francesco), Senatore del Regno, Colonnello d'Artiglieria nella Riserva, Professore onorario della R. Università di Torino, Professore ordinario di Meccanica razionale ed Incaricato della Meccanica superiore nella R. Università di Napoli, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, e dell'Accademia Pontaniana, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Uff. ❋, Comm. ▭.

Cremona (Luigi), Senatore del Regno, Professore di Matematica superiore nella R. Università di Roma, Direttore della Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione, Presidente della Società Italiana delle Scienze (detta dei XL), Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio del R. Istituto Lombardo, del R. Istituto d'Incoraggiamento di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, delle Società Reali di Londra, di Edimburgo, di Gottinga, di Praga, di Liegi e di Copenaghen, delle Società matematiche di Londra, di Praga e di Parigi, delle Reali Accademie di Napoli, di Dublino, di Amsterdam e di Monaco, Membro onorario dell'Insigne Accademia romana di Belle Arti detta di San Luca, della Società Fisico-medica di Erlangen, della Società Filosofica di Cambridge e dell'Associazione britannica pel progresso delle Scienze, Membro Straniero della Società delle Scienze di Harlem, Socio Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze), dell'Imperiale Accademia di Vienna, delle Reali Accademie di Berlino, del Belgio e di Lisbona, e dell'Accademia Pontaniana in Napoli, Dottore (LL. D.) dell'Università di Edimburgo, Dottore (D. Sc.) dell'Università di Dublino, Professore emerito nell'Università di Bologna, Gr. Uffiz. ✻, Gr. Cord. ☸, Cav. e Cons. ☸.

Fergola (Emanuele), Professore di Astronomia nella R. Università di Napoli, Socio ordinario residente della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli, Membro della Società italiana dei XL, Socio della R. Accademia dei Lincei, e dell'Accademia Pontaniana, Presidente del R. Istituto d'incoraggiamento alle Scienze naturali, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto, Comm. ✻, ☸.

Felici (Riccardo), Professore Emerito della R. Università di Pisa, Socio ordinario della Società italiana delle Scienze detta dei XL e della R. Accademia dei Lincei, Presidente onorario della Società di Fisica Italiana, Socio Corrispondente della Società Fisico-medica di Würzburg, Socio onorario della Società Fisica di Londra, del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in Milano, della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti, della R. Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, ✻, Gr. Uff. ☸, ☸.

Bianchi (Luigi), Professore di Geometria analitica nella R. Università di Pisa, Socio ordinario della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana delle Scienze, detta dei XL; Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli, dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna e del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in Milano, ❋, ☒.

Dini (Ulisse), Senatore del Regno, Professore di Analisi Superiore nella R. Università di Pisa, Direttore della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, Socio della R. Accademia dei Lincei e della Società Italiana detta dei XL, Corrispondente della R. Società delle Scienze di Gottinga e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, Uff. ❋, Cav. ☒.

Golgi (Camillo), Senatore del Regno, membro del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei di Roma, Dottore in Scienze *ad honorem* dell'Università di Cambridge, uno dei XL della Società italiana delle Scienze, Membro della Società per la medicina interna di Berlino, Membro onorario della Imp. Accademia Medica di Pietroburgo, della Società di Psichiatria e Neurologia di Vienna, Socio corrispondente onorario della *Neurological Society* di Londra, Membro corrispondente della *Société de Biologie* di Parigi, Membro dell'*Academia Caesarea Leopoldino-Carolina*, Socio della R. Società delle Scienze di Gottinga e delle Società Fisico-Mediche di Würzburg, di Erlangen, di Gand, Membro della Società Anatomica, Socio nazionale della R. Accademia delle Scienze di Bologna, Socio corrispondente dell'Accademia di medicina di Torino, Socio onorario della R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, Socio corrispondente dell'Accademia Medico-Fisica Fiorentina, della R. Accademia delle Scienze mediche di Palermo, della Società Medico-Chirurgica di Bologna, Socio onorario della R. Accademia Medica di Roma, Socio onorario della R. Accademia Medico-chirurgica di Genova, Socio corrispondente dell'Accademia Fisiocritica di Siena, dell'Accademia Medico-Chirurgica di Perugia, della *Societas medicorum Svecana* di Stoccolma, Membro onorario dell'*American Neuro-*

logical Association di New York, Socio onorario della *Royal microscopical Society* di Londra, Membro corrispondente della R. Accademia di medicina del Belgio, Membro onorario della Società freniatrica italiana e dell'Associazione Medico-Lombarda, Socio onorario del Comizio agrario di Pavia, Professore ordinario di Patologia generale e di Istologia nella R. Università di Pavia, Cav. ❋, Comm. ⊛.

ACCADEMICI STRANIERI

Hermite (Carlo), Professore nella Facoltà di Scienze, Parigi.

Kelvin (Guglielmo Thomson, Lord), Professore nell'Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), Professore nell'Università di Heidelberg.

Virchow (Rodolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Koelliker (Alberto von), Professore nell'Università di Würzburg.

Klein (Felice), Professore nell'Università di Gottinga.

Haeckel (Ernesto), Professore nella Università di Jena.

Berthelot (Marcellino), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto, Parigi.

Stokes (Giorgio Gabriele), Professore nell'Università di Cambridge (Inghilterra).

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICHE PURE

TARDY (Placido), Professore emerito della R. Università di Genova . . . . . *Firenze*

CANTOR (Maurizio), Professore nell'Università di . . . . . *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore nella Università di . . . . . *Berlino*

BERTINI (Eugenio), Professore nella Regia Università di . . . . . *Pisa*

DARBOUX (G. Gastone), dell'Istituto di Francia *Parigi*

POINCARÉ (G. Enrico), dell'Istituto di Francia *Parigi*

NOETHER (Massimiliano), Professore nell'Università di . . . . . *Erlangen*

JORDAN (Camillo), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto . . . . . *Parigi*

MITTAG-LEFFLER (Gustavo), Professore a . *Stoccolma*

PICARD (Emilio), Professore alla Sorbonne, Membro dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

CESÀRO (Ernesto), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Castelnuovo (Guido), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Veronese (Giuseppe), Professore nella Regia Università di . . . . . *Padova*

SEZIONE

DI MATEMATICHE APPLICATE, ASTRONOMIA E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

Tacchini (Pietro), Direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano . . . . . *Roma*

Fasella (Felice) . . . . . *Torino*

Zeuner (Gustavo), Prof. nel Politecnico di *Dresda*

Ewing (Giovanni Alfredo), Professore nell'Università di . . . . . *Cambridge*

Lorenzoni (Giuseppe), Professore nella Regia Università di . . . . . *Padova*

Celoria (Giovanni), Astronomo all'Osservatorio di . . . . . *Milano*

Helmert (F. Roberto), Direttore del R. Istituto Geodetico di Prussia . . . . . *Potsdam*

Fiorini (Matteo), Professore della R. Università di . . . . . *Bologna*

Favero (Giambattista), Professore nella R. Scuola di Applicazione degli Ingegneri in . *Roma*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

Blaserna (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Roma*

Kohlrausch (Federico), Presidente dell'Istituto Fisico-Tecnico in . . . . . *Charlottenburg*

Cornu (Maria Alfredo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Villari (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Roiti (Antonio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

Righi (Augusto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Bologna*

Lippmann (Gabriele), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Rayleigh (Lord Giovanni Guglielmo), Professore nella " *Royal Institution* " di . . . . *Londra*

Thomson (Giuseppe Giovanni), Professore nell'Università di . . . . . *Cambridge*

Boltzmann (Luigi), Professore nell'Università di . . . . . *Vienna*

Mascart (Eleuterio), Professore nel Collegio di Francia, Membro dell'Istituto . . . . *Parigi*

Pacinotti (Antonio), Professore nella Regia Università di . . . . . *Pisa*

Langley (Samuel Pierpont), Segretario delle *Smithsonian Institution* di . . . . . *Washington*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica applicata nella R. Università di . . . . . *Roma*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

BAEYER (Adolfo von), Professore nell'Università di . . . . . *Monaco* (Baviera)

WILLIAMSON (Alessandro Guglielmo), della R. Società di . . . . . *Londra*

THOMSEN (Giulio), Professore nell'Università di . . . . . *Copenhagen*

LIEBEN (Adolfo), Professore nell'Università di *Vienna*

MENDELEJEFF (Demetrio), Professore nell'Università di. . . . . *Pietroburgo*

HOFF (Giacomo Enrico van't), Professore nell'Università di. . . . . *Berlino*

FISCHER (Emilio), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

RAMSAY (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . . *Londra*

SCHIFF (Ugo), Professore nel R. Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in *Firenze*

MOISSAN (Enrico), Membro dell'Istituto di Francia, Professore nell'Università di . . . *Parigi*

WISLICENUS (Giovanni), Professore nell'Università di . . . . . *Lipsia*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

Strüver (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . . *Roma*

Rosenbusch (Enrico), Professore nell'Università di . . . . . *Heidelberg*

Nordenskiöld (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . . *Stoccolma*

Zirkel (Ferdinando), Professore nell'Università di . . . . . *Lipsia*

Capellini (Giovanni), Professore nella Regia Università di . . . . . *Bologna*

Tschermak (Gustavo), Professore nell'Università di . . . . . *Vienna*

Klein (Carlo), Professore nell'Università di *Berlino*

Geikie (Arcibaldo), Direttore del Museo di Geologia pratica . . . . . *Londra*

Fouqué (Ferdinando Andrea), Professore nel Collegio di Francia, membro dell'Istituto . . *Parigi*

Damour (Agostino Alessio), Professore nella Scuola Nazionale Superiore delle Miniere, Membro dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

Gemmellaro (Gaetano Giorgio), Professore nella R. Università di . . . . . *Palermo*

Groth (Paolo Enrico), Professore nell'Università di . . . . . *Monaco*

Taramelli (Torquato), Professore nella R. Università di . . . . . *Pavia*

Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di . . . . . *Gottinga*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

Ardissone (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

Saccardo (Andrea), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . . *Padova*

Hooker (Giuseppe Dalton), Direttore del Giardino Reale di Kew . . . . . *Londra*

Delpino (Federico), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Pirotta (Romualdo), Professore nella Regia Università di . . . . . *Roma*

Strasburger (Edoardo), Professore nell'Università di . . . . . *Bonn*

Mattirolo (Oreste), Professore di Botanica nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento . . . . . *Firenze*

Goebel (Carlo), Professore nell'Università di *Monaco*

Penzig (Ottone), Professore nell'Università di *Genova*

Schwendener (Simone), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

De Selys Longchamps (Edmondo) . . . *Liegi*

Philippi (Rodolfo Armando) . . . . . *Santiago* (Chili)

Sclater (Filippo Lutley), Segretario della Società Zoologica di . . . . . *Londra*

FATIO (Vittore), Dottore . . . . . *Ginevra*

KOVALEWSKI (Alessandro), Professore nell'Università di . . . . . *Pietroburgo*

LOCARD (Arnould), dell' Accademia delle Scienze di . . . . . *Lione*

CHAUVEAU (G. B. Augusto), Membro dell'Istituto di Francia, Professore alla Scuola di Medicina di . . . . . *Parigi*

FOSTER (Michele), Professore nell' Università di . . . . . *Cambridge*

WALDEYER (Guglielmo), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

GUENTHER (Alberto) . . . . . *Londra*

FLOWER (Guglielmo Enrico), Direttore del Museo di Storia naturale . . . . . *Londra*

ROUX (Guglielmo), Professore nella Università di . . . . . *Monaco* (Baviera)

MINOT (Carlo Sedgwick), Prof. nell' " Harvard Medical School " di . . . . . *Boston Mass.* (S. U. A.)

BOULENGER (Giorgio Alberto), Assistente al Museo di Storia Naturale di . . . . . *Londra*

CLASSE DI SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Socio Corrispondente del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ❋, Uffiz. ☙.

Segretario

Renier (Rodolfo), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Professore di Storia comparata delle Letterature neo-latine nella R. Università di Torino, Socio attivo della R. Commissione dei testi di lingua, Socio corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Marche, della Società storica abruzzese e della Commissione di Storia patria e di Arti belle della Mirandola, Membro della Società storica lombarda e della Società Dantesca italiana, Socio onorario dell'Accademia Etrusca di Cortona, dell'Accademia Cosentina e dell'Accademia Dafnica di Acireale. Uffiz. ❋, ☙.

ACCADEMICI RESIDENTI

Peyron (Bernardino), *predetto.*

Rossi (Francesco), Dottore in Filosofia, Professore d'Egittologia nella R. Università di Torino, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei in Roma, ☙.

Manno (Barone D. Antonio). Membro e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro del Consiglio degli Archivi e dell'Istituto storico italiano, Commissario di S. M. presso la Consulta araldica, Dottore *honoris causa* della R. Università di Tübingen, Gr. Uffiz. ❋ e ✍, Cav. d'on. e devoz. del S. M. O. di Malta.

Bollati di Saint-Pierre (Barone Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Soprintendente agli Archivi Piemontesi e Direttore dell'Archivio di Stato in Torino, Membro del Consiglio d'Amministrazione presso il R. Economato generale delle antiche Provincie, Corrispondente della Consulta araldica, Vice-Presidente della Commissione araldica per il Piemonte, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia e della Società Accademica d'Aosta, Socio corrispondente della Società Ligure di Storia patria, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, della nuova Società per la Storia di Sicilia e della Società di Storia e di Archeologia di Ginevra, Membro onorario della Società di Storia della Svizzera Romanza, dell'Accademia del Chablais, e della Società Savoina di Storia e di Archeologia ecc., Uffiz. ❋, Comm. ✍.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia, Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neo-latine nella R. Università di Torino, ✍.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia e Professore di Archeologia nella R. Università di Torino, Professore di Storia dell'arte militare nell'Accademia Militare, R. Ispettore per gli scavi e le scoperte di antichità nel Circondario di Torino, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Membro e Segretario della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Socio Corrispondente straniero onorario della Società Nazionale degli Antiquarii della Francia, Socio corrispondente della R. Depu-

tazione di Storia patria per le Provincie di Romagna e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, fregiato della Medaglia del merito civile di 1ª cl. della Repubblica di S. Marino, ✻, ⊞.

Carle (Giuseppe), *predetto.*

Cognetti De Martiis (Salvatore), Professore ordinario di Economia politica nella R. Università di Torino, Incaricato per l'Economia e Legislazione industriale nel Museo Industriale Italiano, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia dei Georgofili e della Società Reale di Napoli (Accademia di Scienze morali e politiche), ✻, Comm. ⊞.

Graf (Arturo), Professore di Letteratura italiana nella R. Università di Torino, Membro della Società romana di Storia patria, Uffiz. ✻ e ⊞.

Boselli (Paolo), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza della R. Università di Genova, già Professore nella R. Università di Roma, Professore Onorario della R. Università di Bologna, Vice-Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente dell'Accademia dei Georgofili, Presidente della Società di Storia patria di Savona, Socio onorario della Società Ligure di Storia Patria, Socio onorario dell'Accademia di Massa, Socio della R. Accad. di Agricoltura, Deputato al Parlamento nazionale, Presidente del Consiglio provinciale di Torino, Gr. Cord. ✻ e ⊞, Gr. Cord. dell'Aquila Rossa di Prussia, dell'Ordine di Alberto di Sassonia, dell'Ord. di Bertoldo I di Zähringen (Baden), e dell'Ordine del Sole Levante del Giappone, Gr. Uffiz. O. di Leopoldo del Belgio, Uffiz. della Cor. di Pr., della L. d'O. di Francia, e C. O. della Concezione del Portogallo.

Cipolla (Conte Carlo), Dottore in Filosofia, Professore di Storia moderna nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, Socio effettivo della R. Deputazione Veneta di Storia patria, Socio Nazionale della R. Accademia

dei Lincei, Socio Corrispondente dell'Accademia delle Scienze di Monaco (Baviera), e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Uffiz. ☒.

Brusa (Emilio), Dottore in Leggi, Professore di Diritto e Procedura Penale nella R. Università di Torino, Membro della Commissione per la Statistica giudiziaria e della Commissione per la riforma del Codice di procedura penale, Socio Corrispondente dell'Accademia di Legislazione di Tolosa (Francia), ed effettivo dell'Istituto di Diritto internazionale, Socio Onorario della Società dei Giuristi Svizzeri e Corrispondente della R. Accademia di Giurisprudenza e Legislazione di Madrid, di quella di Barcellona, della Società Generale delle Prigioni di Francia, di quella di Spagna, della R. Accademia Peloritana, della R. Accademia di Scienze Morali e Politiche di Napoli, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e di altre, Comm. ☒ e dell'Ordine di San Stanislao di Russia, *Officier d'Académie* della Repubblica francese, ✻.

Allievo (Giuseppe), Dottore in Filosofia, Professore di Pedagogia e Antropologia nella R. Università di Torino, Socio Onorario della R. Accademia delle Scienze di Palermo, dell'Accademia di S. Anselmo di Aosta, dell'Accademia Dafnica di Acireale, della Regia Imperiale Accademia degli Agiati di Rovereto, dell'Arcadia, dell'Accademia degli Zelanti di Acireale e dell'Accademia cattolica panormitana, Comm. ☒, ✻.

Renier (Rodolfo), *predetto.*

Pizzi (Nobile Italo), Dottore in Lettere, Professore nel Persiano e Sanscrito nella R. Università di Torino, Socio corrispondente della Società Colombaria di Firenze, Dottore onorario della Università di Lovanio, Socio corrispondente dell'Ateneo Veneto, ✻, ☒.

Chironi (Giampietro), Dottore in Leggi, Professore di Diritto Civile nella R. Università di Torino.

Savio (Sacerdote Fedele), Professore, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia.

ACCADEMICI NAZIONALI NON RESIDENTI

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Senatore del Regno, Presidente della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le Antiche Provincie e Lombardia, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, Membro dell'Istituto Storico Italiano, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, e della Savoia, Socio Corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, ecc. ecc., Gr. Uffiz. ❋ e ⊞, Cav. e Cons. ⊞, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Spagna, ecc.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella Regia Università di Torino, ❋.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore emerito, Presidente di Sezione della Corte di Cassazione di Roma, Socio Corrispondente della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accad. delle Scienze del Belgio, di quella di Palermo, della Società Generale delle Carceri di Parigi, Consigliere del Contenzioso Diplomatico e dell'Ordine dei Ss. Maurizio e Lazzaro e della Corona d'Italia, Comm. ❋, e Gr. Croce ⊞, Cav. ⊞, Comm. dell'Ord. di Carlo III di Spagna, Gr. Uffiz. dell'Ord. di Sant'Olaf di Norvegia, Gr. Cord. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Villari (Pasquale), Senatore del Regno, Vice Presidente del Consiglio superiore della Pubblica Istruzione, Presidente dell'Istituto storico di Roma, Professore di Storia moderna e Presidente della Sezione di Filosofia e Lettere nell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio residente della R. Accademia della Crusca, Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia di Napoli, della R. Accademia dei Georgofili, Presidente della R. Deputazione di Storia Patria per la Toscana, l'Umbria e le Marche, Socio di quella per le provincie di Romagna, Socio Straordinario della R. Accademia di Baviera, Socio Straniero dell'Accademia di Scienze di Gottinga, della R. Accademia Ungherese, Dott. On. in Legge della Università di Edimburgo, di Halle, Dott. On. in

Filosofia dell'Università di Budapest, Professore emerito della R. Università di Pisa, Gr. Uffiz. ❋ e ⊞, Cav. ⊞, Cav. del Merito di Prussia, ecc.

Comparetti (Domenico), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Pisa e dell'Istituto di Studi superiori, pratici e di perfezionamento in Firenze, Socio Nazionale della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo e del R. Istituto Veneto, Membro della Società Reale pei testi di lingua, Socio straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) e corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco, di Vienna, di Copenhagen, Uff. ❋, Comm. ⊞, Cav. ⊞.

D'Ancona (Alessandro), Professore di Letteratura italiana nella R. Università e Direttore della Scuola normale superiore in Pisa, Membro della Deputazione di Storia patria per la Toscana, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, Socio della R. Accademia di Copenhagen; Socio corrispondente dell'Accademia della Crusca, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto e della R. Accademia di Lucca, Gr. Uff. ❋, Uff. ⊞.

Ascoli (Graziadio), Senatore del Regno, Socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, della Società Reale di Napoli e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Membro straniero dell'Istituto di Francia e della Società Reale svedese di Scienze e Lettere in Gotemburgo, Accademico della Crusca, Membro d'onore dell'Accademia delle Scienze di Vienna, Membro corrispondente delle Accademie delle Scienze di Belgrado, Berlino, Budapest, Copenaga, Pietroburgo, della Società orientale americana ecc.; Socio onorario delle Accademie delle Scienze d'Irlanda e di Rumania, della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Padova, della Società asiatica italiana, dell'Ateneo di Brescia, dell'Accademia di Udine, del Circolo filologico di Milano, della Lega nazionale per l'unità di cultura tra i Rumeni e dell'Associazione Americana per le lingue moderne; Dottore in filosofia per diploma d'onore dell'Università di Wirzburgo, Pro-

fessore ordinario di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella R. Accademia scientifico-letteraria di Milano; Cav. dell'Ord. Civile di Savoia, Gr. Cord. ✠, Comm. della Legion d'Onore.

ACCADEMICI STRANIERI

Mommsen (Teodoro), Professore nella Regia Università di Berlino.

Meyer (Paolo), Professore nel Collegio di Francia, Direttore dell' " *École des Chartes* ", Parigi.

Paris (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Böhtlingk (Ottone), Professore nell'Università di Lipsia.

Tobler (Adolfo), Professore nell'Università di Berlino.

Maspero (Gastone), Professore nel Collegio di Francia, Parigi.

Wallon (Enrico Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Brugmann (Carlo), Professore nell'Università di Lipsia.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI SCIENZE FILOSOFICHE

Rendu (Eugenio) . . . . . *Brécourt*

Bonatelli (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . . *Padova*

Pinloche (Augusto), Professore nel Liceo Carlomagno di . . . . . *Parigi*

Tocco (Felice), Professore nel R. Istituto di Studi Superiori pratici e di perfezionamento di *Firenze*

Cantoni (Carlo), Professore nella R. Università di . . . . . *Pavia*

Chiappelli (Alessandro), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

SEZIONE

DI SCIENZE GIURIDICHE E SOCIALI

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Vicenza*

Rodriguez de Berlanga (Manuel) . . . *Malaga*

Schupfer (Francesco), Professore nella Regia Università di . . . . . *Roma*

Gabba (Carlo Francesco), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Buonamici (Francesco), Professore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Dareste (Rodolfo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

SEZIONE
DI SCIENZE STORICHE

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria . . . *Cherasco*

Perrens (Francesco), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Birch (Walter de Gray), del Museo Britannico di . . . . . *Londra*

Chevalier (Canonico Ulisse) . . . . . *Romans*

Duchesne (Luigi), Direttore della Scuola Francese in. . . . . *Roma*

Bryce (Giacomo) . . . . . *Londra*

Patetta (Federico), Professore nella R. Università di . . . . . *Siena*

SEZIONE
DI ARCHEOLOGIA

Palma di Cesnola (Conte Luigi), Direttore del Museo Metropolitano di Arti a . . . . *New-York*

Lattes (Elia), Membro del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere . . . . . *Milano*

Poggi (Vittorio), Bibliotecario e Archivista civico a . . . . . *Savona*

PLEYTE (Guglielmo), Conservatore del Museo Egizio a . . . . . *Leida*

PALMA DI CESNOLA (Cav. Alessandro), Membro della Società degli Antiquarii di Londra . . . *Firenze*

MOWAT (Roberto), Membro della Società degli Antiquari di Francia . . . . . *Parigi*

NADAILLAC (Marchese I. F. Alberto de) . *Parigi*

BRIZIO (Eduardo), Professore nell'Università di . . . . . *Bologna*

BARNABEI (Felice), Direttore del Museo Nazionale Romano . . . . . *Roma*

GATTI (Giuseppe) . . . . . *Roma*

SEZIONE
DI GEOGRAFIA ED ETNOGRAFIA

PIGORINI (Luigi), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

DALLA VEDOVA (Giuseppe), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

SEZIONE
DI LINGUISTICA E FILOLOGIA ORIENTALE

KREHL (Ludolfo), Professore nell'Università di . . . . . *Dresda*

SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . . *Calcutta*

WEBER (Alberto), Professore nell'Università di . . . . . *Berlino*

KERBAKER (Michele), Professore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

Marre (Aristide) . . . . . *Vaucresson* (Francia)

Oppert (Giulio), Professore nel Collegio di Francia . . . . . *Parigi*

Guidi (Ignazio), Professore nella R. Università di . . . . . *Roma*

Amelineau (Emilio), Professore nella " *École des Hautes Études* „ di . . . . . *Parigi*

Foerster (Wendelin), Professore nell'Università di . . . . . *Bonn*

SEZIONE

DI FILOLOGIA, STORIA LETTERARIA E BIBLIOGRAFIA

Bréal (Michele), Professore nel Collegio di Francia . . . . . *Parigi*

Nigra (S. E. Conte Costantino), Ambasciatore d'Italia a . . . . . *Vienna*

Rajna (Pio), Professore nell'Istituto di Studi superiori pratici e di perfezionamento in . . *Firenze*

Del Lungo (Isidoro), Socio residente della R. Accademia della Crusca . . . . . *Firenze*

MUTAZIONI

AVVENUTE

nel Corpo Accademico dal 19 Novembre 1899
al 18 Novembre 1900.

ELEZIONI

SOCI

Renier (Rodolfo), eletto alla carica triennale di Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 26 novembre 1899 a compimento del triennio incominciato dal Socio Cesare Nani, scadente il 20 luglio 1900 e approvato con R. Decreto del 7 dicembre 1899.

Stokes (Giorgio Gabriele), Professore della Università di Cambridge (Inghilterra), eletto Socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali nell'adunanza del 14 gennaio 1900 e approvato con R. Decreto del 28 gennaio 1900.

Schiff (Ugo), Professore nel R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Chimica generale ed applicata) nell' adunanza del 28 gennaio 1900.

Moissan (Enrico), Professore nell' Università di Parigi, Membro dell'Istituto di Francia, id. id.

Vislicenus (Giovanni), Professore nell'Università di Lipsia, id. id.

Taramelli (Torquato), Professore nella R. Università di Pavia, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di mineralogia, Geologia e Paleontologia) nell'adunanza del 28 gennaio 1900.

Liebisch (Teodoro), Professore nell'Università di Gottinga, id. id..

Minot (Carlo Sedgwik), Professore nell' " Harvard Medical School „ di Boston, Stati Uniti d'America, eletto Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata) nell'adunanza del 28 gennaio 1900.

Boulenger (Giorgio Alberto), Assistente al " Brithis Museum of Natural History „ di Londra, id. id.

Langley (Samuele Pierpont), Segretario della " Smithsonian Institution of Washington „, eletto Socio corrispondente della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Fisica generale e sperimentale), nell'adunanza dell'11 febbraio 1900.

Peyron (Bernardino), eletto alla carica di Direttore della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 18 marzo 1900, a compimento del triennio incominciato dal Socio barone Gaudenzio Claretta, scadente il 3 marzo 1901, e approvato con R. Decreto 29 marzo 1900.

Rossi (Francesco), nominato delegato della Classe di scienze morali, storiche e filologiche presso il Consiglio di Amministrazione dell'Accademia nell'adunanza del 6 maggio 1900.

Chironi (Giampietro), eletto Socio nazionale residente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 20 maggio 1900 ed approvato con R. Decreto 31 maggio 1900.

Savio (Fedele), id. id.

Renier (Rodolfo), rieletto alla carica triennale di Segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche nell'adunanza del 24 giugno 1900 con R. Decreto 15 luglio 1900, per un triennio a cominciare dal 20 luglio 1900.

MORTI

29 Dicembre 1899.

Rammelsberg (Carlo Federico), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Mineralogia, Geologia e Paleontologia).

17 Febbraio 1900.

Claretta (Gaudenzio), Socio nazionale residente e Direttore della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

18 Febbraio 1900.

Beltrami (Eugenio), Socio nazionale non residente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

3 Marzo 1900.

Capasso (Bartolomeo), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di Scienze storiche).

3 Marzo 1900.

Serpa Pimentel (Antonio di), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

3 Aprile 1900.

Bertrand (Giuseppe Luigi), Socio straniero della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

20-21 Aprile 1900.

Edwards (Alfonso Milne), Socio corrispondente della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali (Sezione di Zoologia, Anatomia e fisiologia comparata).

2 Maggio 1900.

Marinelli (Giovanni), Socio corrispondente della Classe di scienze morali, storiche e filologiche (Sezione di geografia ed etnografia).

28 Ottobre 1900.

Müller (Massimiliano), Socio straniero della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

PUBBLICAZIONI RICEVUTE DALL'ACCADEMIA

Dal 17 Giugno al 18 Novembre 1900.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

NB. Le pubblicazioni notate con * si hanno in cambio; quelle notate con ** si comprano; e le altre senza asterisco si ricevono in dono.

** **Abhandlungen** der k. Preussischen geologischen Landesanstalt. N. F., Heft 10, 32 und Atl. Berlin, 1900; 8°.

* **Abhandlungen** der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse. N. F., Bd. I, No. 4. Berlin, 1900; 4°.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. XXVI, N. 3. Leipzig, 1900; 8°.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. bayerischen Akademie der Wissenschaften, Bd. XX, 2; XXI, 1. München, 1900; 4°.

* **American** Chemical Journal. Vol. XXI, No. 6; XXII, Nos. 1-6; XXIII, Nos. 1-3. Baltimore, 1899-900; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **American** Journal of Mathem. Vol. XXI, Nos. 3, 4; XXII, Nos. 1. Baltimore, 1899-900; 4°.

* **Analele** Academiei Romane. 1889-1898. Indice alfabetic al cuprinsului volumelor XI-XX din Ser. II. T. XXI, 1898-1899 Seria II. Memoriile Sectiunii istorice. XXII, 1899-1900. Partea administrativă si desbaterile. Bucureşci, 1900; 4°.

* **Analele** Institutului Meteorologic al României. Tomul XIV, Anul 1898, Bucureşci, 1900; 4°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entr. 6ª, t. XLIX; 1ª, 2ª, L. Buenos Aires, 1900; 8°.

* **Anales** de la Oficina Meteorológica Argentina. T. XII, 2ª parte. Buenos Aires, 1898; 4°.

* **Anales** de la Academia de Ciencias de la Habana. Entrega Nos. 400-402. 405-407 (1898); 422-427 (1899-1900). Habana; 8°.

* **Anales** del Museo Nacional de Montevideo, t. III, fasc. 14, 15. 1900; 4°.

* **Annales** de la Société Entomologique de Belgique. T. 43me. Bruxelles, 1899; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XXVI, 4e livr., XXVII, 1e e 2e livrs. Liège, 1899-1900; 8°.
* **Annales** de la Société royale Malacologique de Belgique. T. XXXI et XXXIII et Bulletins des séances, année 1899. Bruxelles, 1899; 8°.
* **Annales** de l'Université de Lyon; Nouvelle série, I, Sciences; Médecine, fasc. 3e. Lyon, 1900; 8°.
* **Annales** des Mines. 9me série, t. XVII, livrs. 2-6; XVIII, 7e. Paris, 1900; 8°.
* **Annales** de la Faculté des Sciences de Toulouse. Deuxième série, T. I, 4e fasc. (1899); II, 1r fasc. (1900). Toulouse; 4°.
* **Annuaire** de l'Observatoire Royal de Belgique, 1898-1900; 16°.
* **Archives** du Musée Teyler, série II, vol. VII, 1e partie. Haarlem, 1900; 8°.
* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. IV, 1e livr. La Haye, 1900; 8°.
* **Archives** (Nouvelles) du Muséum d'histoire naturelle. IVe sér., t. 1r, fasc. 1r et 2d. Paris, 1899; 4°.
* **Archivos** do Museu Nacional do Rio de Janeiro. Vol. X (1897-1899). Rio de Janeiro, 1899; 4°.

Astronomical Observations and Researches Made at Dusink, the Observatory of Trinity College, Dublin. Minth part. Dublin, 1900; 4°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4a serie, vol. XXIII, disp. 1a, 2a, 1900; 8°.
* **Atti** della R. Accademia Peloritana. Anno XIV, 1899-900. Messina, 1900; 8°.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo, 1900, gennaio-giugno. Palermo; 8°.

Atti della R. Accademia di scienze, lettere e belle arti di Palermo. 3a ser., a. 1899, vol. V, 1900; 4°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LIII, sess. 5a-7a. Roma, 1900; 4°.
* **Beiträge** zur geologischen Karte der Schweiz...; N. F. 9 Lieferung. Bern, 1900; 4° (*dalla Commissione Geologica della Società Elvetica di Scienze naturali*).
* **Berichte** der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg I. B., XI Bd., Heft 2. 1900; 8°.
* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissensch. zu Leipzig. Mathem.-phys. Classe, 1900, III, IV. Leipzig; 8°.
* **Bihang** till Kongl. Svenska- Ventenskaps- Akademiens Handlingar. Bd. 25. Afdelning I-IV. Stockholm, 1900; 8°.

Boletim mensal do Observatorio do Rio de Janeiro. Janeiro, Abril, 1900; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geologico d'Italia. Anno 1900, n. 1, 2. Roma, 8°.
* **British-Museum** (Natural History):

  A Monograph of Christams Islands, 1 vol. 8°, 1900.

  Catalogue of the Lepidoptera Phalaene in the British Museum. Vol. II (Text a. Plates), 1900; 8°.

  Catalogue of the Fossil Bryozoa. Vol. I, 1899; 8°.
* **Buletinul** Lunar Observaţiunilor Meteorologice din România. An. VIII, 1899. Bucureşci, 1900; 4°.

* **Bulletin** of the Johns Hopkins Hospital, vol. X, Nos. 98-105; XI, No. 106. Baltimore, 1899-900; 4°.

* **Bulletin** de la Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. Tom. XII, fasc. 2; XIII, 1; XIV, 1 (1898-1900). Bruxelles; 8°.

* **Bulletin** de la Société Belge de Microscopie. XXVe an. 1898-1899. Bruxelles; 8°.

* **Bulletin** de l'Institut national Genevois. Travaux des cinq sections, t. XXXV. Genève, 1900; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1898, n. 2-4; 1899, n. 1. Moscou, 1898-99; 8°.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'Ouest de la France. T. IX, 4me trim. 1899. Nantes; 8°.

* **Bulletin** de la Société Neuchâteloise des sciences naturelles. T. XXVI (1897-98). Neuchâtel, 1898; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2nd Ser. VI, No. 10; VII, No. 1. Lancaster, Pa., and New-York, 1900; 8°.

* **Bulletin** de la Société géologique de France. 3e série, T. XXVI (1898); N. 1; XXVII (1899), N. 5; XXVIII (1900), N. 1-2. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société Mathématique de France. T. XXVIII, fasc. 2°. Paris, 1900; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1899, N°s 6, 8 (1899); 1-4 (1900). Paris; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 1899-900. N. 1. 1900; 8°.

* **Bulletin** de la Société Zoologique de France pour l'année 1899. T. XXIV. Paris; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. V^e^ sér., T. X, n. 5; XI, 1-5, XII, 1. St-Pétersbourg, 1899-900; 8°.

Bulletin No. 13. U. S. Department of Agriculture; Division of Biological Survey. Washington, 1900; 8°.

Bullettino della Reale Accad. di scienze, lettere e belle arti di Palermo. Anni 1894-1898. Palermo, 1899; 4°.

* **Bulletins** du Comité géologique de St-Pétersbourg, 1896. T. XVII, N. 6-10 (1898); XVIII, 1, 2 (1899). St-Pétersbourg; 8°.

* **Calendar** 2559-60 (1899-900). Imperial University of Japan. Tōkyō, 2560 (1900); 8°.

* **Catalogo** della Biblioteca dell'Ufficio Geologico del R. Corpo delle Miniere. 3° Supplemento (1898-99). Roma, 1900; 8°.

* **Catalogue** des Thèses et Écrits académiques. T. IIIe (fasc. 11-15). Années scolaires 1894-99; Quinzième fasc., Année scolaire 1898-99. Paris, 1899; 4° (*dalla Bibliothèque de l'Université de Paris*).

* **Česká Akademie Císaře Františka Josefa** pro vědy, Slovesnost a Umění. Rozpravy. Třída II (Mathematiko-Přírodnická). Ročník, VIII (1899); 8°. Věstník. Ročník, VIII (1899); 8°.

Cinquantenaire de la Société de Biologie. Volume Jubilaire publiée par la Société. Paris, 1900; 8° (*dono della Società Biologica di Parigi*),

Commemorazione (Solenne) del Prof. Eugenio Beltrami, Senatore del Regno. 24 Giugno 1900. Cremona, 1900; 8° (*dono del Sindaco di Cremona*).

* **Comptes-rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Avril-Juillet, 1900; 8°.

Comunicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires. Tomo I, n. 6. Buenos Aires, 1900, 8° (*dal Direttore del Museo Dr. Prof.* C. Berg).

Conferenza internazionale per la Carta fotografica del Cielo. Catania, 1900; 4° (*dal Prof.* A. Riccò).

Congreso Científico (Primera reunión del) Latino Americano por iniciativa de la Sociedad Científica Argentina. III. Trabajos de la 2ª sección (Ciencias Físico-Químicas y Naturales). Buenos Aires, 1899; 8° (*dalla Sociedad Científica Argentina*).

* **Die** Köngl. Ungarische Geologische Anstalt. Budapest, 1900; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und Thuringischen Staaten. Lief. 69, Grad. 44, Nos. 1-3, 7-9, 49, 55; Lief. 80, Grad. 45, Nos. 4-6, 10-11, Lief. 91, Grad. 55, Nos. 4, 10, 27, 33. Berlin, 1900. Testo e Atl.

Exposition universelle de 1900. Principauté de Monaco. Les Campagnes scientifique de S. A. S. le Prince Albert Ir de Monaco par le Dr. Jules Richard. Monaco, 1900; 8° (*dono di S. A. S. il Principe Alberto*).

* **Field Columbian** Museum. Botanical Ser., Vol. II, No. 1; Geological Ser., Vol. I, No. 7; Report Ser., Vol. I, No. 5. Chicago, 1899-900; 8°.

Frammenti concernenti la Geofisica dei pressi di Roma. N. 10. Spoleto, 1900; 8° (*dono del Prof.* G. Folgheraiter).

* **Földtani** Közlöny havi Folyóirat kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXX, 1-4. Füzet. Budapest, 1900; 8°.

* **Forhandlinger** i Videnskabs-selskabet i Christiania Aar 1899, No. 2-4. Christiania, 1900; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1899, Bd. LV. 1 Abth. Braunschweig, 1900; 8°.

* **General-Register** der Jahrgänge 1882-1891 Jahresberichtes der Kgl. Ungarischen Geologischen Anstalt. Budapest, 1899; 8°.

* **General Report** on the work carried on by the Geological Survey of India for the period from ist April 1899 to the 3ist March 1900. Calcutta, 1900; 8°.

* **Giornale** della R. Accad. di Medicina. A. LXIII, n. 5-8. Torino, 1900; 8°.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 29, Jahrg. 1898, Heft 1, 2. Berlin, 1900; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahr. 1899, XLIX, Bd., 4 Heft; L, 1 Heft. Wien; 8°.

* **Jahreshefte** des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. 56 Jahrgang. Stuttgart, 1900; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizinisch-naturwiss. Gesellschaft zu Jena. N. F., Bd. XXVI, Heft 3 u. 4; XXVII, Heft 1-4. Jena, 1900; 8°.

* **Index** of the Scientific Proceedings and Transaction of the R. Dublin Society from 1877 to 1898 inclusive. Proceeding Vols. I-VIII. Transactions Vols. I-VI. Dublin, 1899; 8°.

* **Johns Hopkins** Hospital: Reports. Vol. VIII, Nos. 5-9. Baltimore, 1899; 8°.
* **John Hopkins** University Circulars. Vol. XVIII, No. 142. Baltimore, 1899; 4°.
* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXVIII, Part II, Natural science, No. 4; LXIX, P. II, No. 1. Calcutta, 1900; 8°.
* **Journal** of the Chemical Society. Vol. 77 e 78. August-November, 1900. London; 8°.
* **Journal** of the Linnean Society. Botany. Vol. XXVI, No. 240; Zoology, vol. XXVIII, No. 179. London, 1900; 8°.
* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1900, part. 4, 5. London; 8°.
* **Journal** and **Proceedings** of the R. Society of New South Wales. Vol. XXXIII, 1899. Sydney, 1900; 8°.
* **Journal** of the College of Science Imperial University of Tōkyō Japan. Vol. XII, part 4; XIII, 1, 2. Tōkiō, 1900; 4°.
* **Kansas** (The) University Quarterly. Vol. VI, 4; VIII, 1897, 1899; ser. A: Science and mathem. Lavrance, 8°.
* **List** (A) of the Fellows and honorary, foreign, and corresponding Members and Medallist of the Zoological Society of London. London, 1900; 8°.
* **Mémoires** de la Société Entomologique de Belgique. VII. Bruxelles, 1900; 8°.
* **Mémoires** de la Société Royale des Sciences de Liège. 3me série, t. II. Bruxelles, 1900; 8°.
* **Mémoires** de l'Académie des sciences et lettres de Montpellier: Section des sciences, 2e sér., t. II, n. 6. Section de Médecine, 2e série, t. 1r, n. 7. Montpellier, 1899; 8°.
* **Mémoires** (Nouveaux) de la Société impériale des Naturalistes de Moscou; T. XV, 7; XVI, 1, 2. Moscou, 1898-99; 4°.
* **Mémoires** de la Société zoologique de France pour l'année 1899. Tome XII. Paris, 1899; 8°.
* **Mémoires** du Comité Géologique de Russie. Vol. VIII, N. 4; XII, N. 3. St-Pétersbourg, 1898, 1899; 4°.
* **Memoirs** of the Royal Society of South Australia. Vol. I, Part II. Adelaide, 1900; 4°.
* **Memoirs** of Geological Survey of India. Palaeontologica Indica, Ser. XV, vol. III, Part 1. Calcutta, 1899; 4°.
* **Memoirs** of the Geological Survey of India. Vol. XXIX, XXX, Part 1. Calcutta, 1899-900; 8°.
* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate „. T. XIV (1899-900), Nos. 1-6. Mexico; 8°.
* **Memorie** della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. Serie V, tomo VII, fasc. 1°, 2°, 1899-900; 4°.
* **Memorie** descrittive della carta geologica d'Italia. Vol. X. I vulcani dell'Italia Centrale e i loro prodotti. Parte I: Vulcano Laziale. Roma, 1900; 8° (*dal R. Ufficio Geologico*).
* **Memorie** dell'Accademia di Verona. Vol. LXXIV, serie III, fasc. 3; LXXV. fasc. 1, 2. Verona, 1899-900; 8°.

* **Minnesota** Botanical Studies. Second Series, Part IV, August 15, 1900. Minneapolis, Minn., 1900; 8° (*Geological and Natural History Survey of Minnesota*).

* **Missouri** Botanical Garden. 11° annual Report. St. Louis, Mo., 1900; 8°.

* **Mittheilungen** aus der Zoologischen Station zu Neapel. 14 Bd., 1 und 2 Heft. Berlin, 1900; 8°.

* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der kön. ungar. geologischen Anstalt XII Bd., 1 Heft; XIII, 3 Heft. Budapest, 1900; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LX, Nos. 8-10. London, 1900; 8°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1900, Heft 1, 2. Göttingen; 8°.

* **Natuurkundig** Tijdschrift voor Nederlandsch-Indië utigegeven door de k. Natuurkundige vereeniging in Nederland.-Indië. Deel LIX. Tiende serie Deel III. Batavia, 1900; 8°.

* **Neujahrsblatt** herausgegeben von der Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1900; 102 Stück. Zürich; 4°.

* **Nova Acta** Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Seriei tertiae, vol. XVIII, fasc. 2, 1900; 4°.

North American Fauna. N° 18, 19. Washington, 1900; 8° (*dall'U. S. Department of Agriculture, Divis. of Biological Survey*).

* **Ofversigt** af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, XL, 1897-98. Helsingfors, 1898; 8°.

Omaggio all'astronomo G. V. Shiaparelli. 30 giugno 1860-30 giugno 1900. Milano, 1900; 4° (*dono del Prof.* G. Celoria).

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XXXV, Nos 10-22. Boston, 1899-900; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. Nos II-VIII (1900). Calcutta; 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. X, P. 6ª, 1900.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third series, vol. V, No. 5. Dublin, 1900; 8°.

* **Proceedings** (The Scientific) of the R. Dublin Society. Vol. IX (N. S.), 1899, Part 1. Dublin, 1899; 8°.

* **Proceedings** (The Economic) of the R. Dublin Society. Vol. I, 1899. Part I. Dublin, 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXI, sess. 1897-98, 1898-99. Edinburgh, 1900; 8°.

Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Session of 1896-97; 2ª series, vol. III, part. 1ª. Halifax N. S., 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXVI. Nos. 431-434; LXVII, Nos. 435-437. London, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1900. Part II, III. London, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXVIII. No. 160; XXXIX, 161. Philadelphia, 1899; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1899, Part III; 1900, Part I. Philadelphia; 8°.

* **Proceedings** of the Rochester Academy of Science. Vol. 3. Rochester N. Y., 1900; 8°.

Proceedings of the American Association for the advancement of Science for the forty-seventh Meeting and fiftieh Anniversary held at Columbus, Ohio. August, 1899. Vol. 47. Salem, 1898; 8°.

* **Proceedings** of the Canadian Institute. New Series. Nd. 9, vol. II, part 3. Toronto, 1900; 8°.

Peabody Institute, of the city of Baltimore. Thirty-third Annual Report. June 1, 1900. Baltimore; 8°.

* **Pubblicazioni** del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. Sezione di Medicina e Chirurgia e Scuola di Farmacia. Firenze, 1876-1900; 25 fasc. 8°. Sezione di scienze fisiche e naturali. Firenze, 1877-1899; 34 fasc. 8°.

Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano. N. XXXIX. Determinazione della differenza di longitudine tra Napoli e Milano. Milano, 1900; 4°.

Publicationen für die Internationale Erdmessung. Astronomische Arbeiten des k. k. Gradmessungs-Bureau. XI Bd., Längenbestimmungen. Wien, 1899; 4°.

* **Quarterly** Journal of the Geological Society. Vol. LVI, Part. 3. No. 223 1900; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXIII, London, fasc. 14-16. Milano, 1900; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XIV, fasc. V. Palermo, 1900; 8°.

* **Rendiconto** delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna. N. S. vol. IV (1899-900), fasc. 1, 2. 1900; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. VI, fasc. 5°-7°. Napoli, 1900; 8°.

* **Reports** from the Laboratory of the R. College of Physicians Edinburgh. Vol. IV-VI. Edinburgh, 1892, 1897; 3 vol. 8°.

Report on the Kodaikanal and Madras Observatories for 1899-1900; 4°.

Report (Nineteenth Annual) of the United States Geological Survey to the Secretary of the Interior 1897-98. Ch. D. Walcott Director. Part III, V, and atlas. Washington, 1899; 3 vol. 4°.

Report (Twentieth Annual) of the United States Geological Survey to the Secretary of the Interior 1898-99. Ch. D. Walcott Director. Part I. Washington, 1899: 1 vol. 4°.

Report by E. L. Corthell delegate of the United States (Representing the State Department) to the Seventh international Congress of Navigation, held at Brussels Belgium, July, 1898. Washington, 1900; 8°.

Resoconto clinico statistico della sezione chirurgica dell'ospedale infantile Regina Margherita in Torino diretta dal Dott. A. Nota. Sessennio dal 1° gennaio 1894 al 31 dicembre 1899. Torino, 1900; 8°.

Résultats des Campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I, Prince Souverain de Monaco; fasc. XIII-XVI. Monaco, 1898; 4° (*dono di S. A. M.re il Principe Alberto I di Monaco*).

* **Revista** do Museu Nacional do Rio de Janeiro. Vol. I. Rio de Janeiro, 1896; 4°.

* **Royal Society**. Reports to the Malaria Committee, 1899-1900. London, 1900; 8°. — Further Reports to the Malaria Committee, 1900. London, 1900; 8°.

** **Scientia**, N. 9, 10, 1900. La célérité des ébranlements de l'éther par L. Décombe. Les Rayons cathodiques par P. Villard. Paris; 8°.

* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 3 Mai 1900, N. XXIII; 26 Juli 1900, N. XXXVIII. Berlin; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1900. Heft II. München, 1900; 8°.

* **Sitzungsberichte** der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg, 1900, No. 1; 8°.

* **Skrifter** udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania 1899, No. 1, 5, 8, 9. I Mathematisk naturvidenskabelig Klasse. Kristiania, 1900; 8°.

Spelunca. Bulletin de la Société de Spéléologie. 4e année, T. V, n. 21, 22. Paris, 1900; 8°.

Studi e **Ricerche** istituite nel Laboratorio di chimica agraria della R. Università di Pisa. Fasc. 16. Anno 1899. Pisa, 1900; 8° (*dono del Direttore del Laboratorio*).

* **Thätigkeit** (Die) der Physikalisch-technischen Reichsanstalt in der Zeit vom Februar 1899 bis Februar 1900. Berlin; 4° (*dall'Istituto Fisico-Tecnico in Charlottenburg*).

* **Transactions** of the R. Society of South Australia. Vol. XXIV, Part 1a. Adelaide, 1900; 8°.

Transaction (The Scientific) of the R. Dublin Society. Vol. VII (Ser. II), Nos 3-7. Dublin, 1899-900; 4°.

* **Transactions** of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXXIX, part 2-4; 1897-98, 1898-99. Edinburgh, 1900; 4°.

* **Transactions** of the American Mathematical Society. Vol. I, No. 2, 3, 1900. Lancaster, Pa., and New York, 1900; 4°.

* **Transactions** of the Linnean Society of London. Botany, vol. V, p. 11, 12. — Zoology, vol. VII, 9-11. London, 1899-900; 4°.

Transactions of the Manchester Geological Society. Vol. XXVI, Part XIV-XIX. 1900: 8°.

* **Transactions** of the Canadian Institute. Vol. VI, P. 1 and 2. Toronto, 1899; 8°.

Tufts College Studies, No. 6. Tufts College, Mass., 1898; 8°.

* **University of California.**

Agricultural experiment Station E. W. Ihlgard Director, Bulletin, Nos. 122, 123, 125, 126. Berkeley, 1899; 8°.

Announcement concerning the College of Commerce. Berkeley, 1898; 8°.

Annual Report of the Secretary to the Board of Regents etc. for the Year ending June 30, 1899. Sacramento, 1899; 8°.

Bulletin of the Department of Geology. Vol. II, Nos. 5, 6. Berkeley, 1899; 8°.

Library Bulletin N. 13. Bibliographical references in Ethnology. By Thomas Bailey. Berkeley, 1899; 8°.

The University Chronich, an official Record; Vol. II. Nos. 1-6. Berkeley, 1899; 8°.

University of California Studies. Vol. I, Nos. 3-4. Berkeley, 1899; 8°.

Univ. of California. Bulletins. Issued Quarterly. N. S. Vol. I. Nos. 1, 2. Berkeley, 1899; 8°.

* **University** (The) Geological Survey of Kansas. Vol. I-V [del IV la sola 1ª parte]. Topeka, 1896-99; 8°.

— Annual Bulletin on Mineral Resources of Kansas, for 1897, 1898. Lawrence, Kan., 1898-99; 2 vol. 8°.

* **Verhandlungen** der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. 12, Heft 3. Basel, 1900; 8°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 2, Nr. 10-13. 1900; 8°.

* **Verhandlungen** Physik.-medic. Gesellschaft zu Würzburg, N. F. XXXIII Bd. Nr. 4; XXXIV, Nr. 1. Würzburg, 1899-1900; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt Sitzung. Nos. 6-10, 1900. Wien; 8°.

Veröffentlichung des K. preussischen geodätischen Institutes. N. F., No. 2-4. Berlin, 1900; 4°.

* **Vierteljahrsschrift** der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich. 44 Bd., 1 u. 4 Heft; 45, 1 u. 2 Heft. Zurich, 1898; 8°.

* **Wisconsin** Geological and Natural history Survey. Bulletin No. 4. Economic Series No. 2. Madison, 1898; 8°.

* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ. Т. XXXII, n. 4, 5, 6 (Journal de la Société physico-chimique russe). 1900; 8°.

* **Zweihundertjahrfeier** (Die) k. preussischen Akademie der Wissenschaften am 19. und 20. Marz 1900; 4° (*dono della R. Accademia delle Scienze di Berlino*).

Bailey (T. P.), University of California. Ethnology: Standpoint, method, tentative results. Berkeley, 1899; 8° (*dall'A.*).

Bashforth (F.). A second supplement to revised accunt of the experiments made with the Bashforth Chronograph to find the resistance of the air to the motion of projectiles etc... Cambridge, 1900; 8° (*Id.*).

Basta (E.). La causa del diluvio. Pistoia, 1900; 8° (*Id.*).

Cantor (M.). Vorlesungen der Geschichte der Mathematik. Leipzig, 1900; 8° (*Id.*).

Celoria (G.) e **Rajna** (M.). Eclisse solare del 28 maggio 1900. Comunicazioni. Milano, 1900; 8° (*dal Dott.* M. Rajna).

Cohn (F.). Ableitung der Declinationen und Eigenbewegungen der Sterne fur den Internationalen Breitendienst. Berlin, 1900; 4° (*dal Centralbureau der Internationalen Erdmessung*).

Eder (J. M.). System der Sensitometrie photographischer Platten. Catania, 1900; 4° (*dal Prof.* A. Riccò).

Fiorini (M.). Qualche cenno sopra Girolamo Fracastoro. Firenze, 1900; 8° (*dall'A.*).

Galilei (G.). Le opere. Vol. X. Firenze, 1900; 4° (*dal Ministero dell'Istruzione Pubblica*).

** **Gauss** (C. F.). Werke. Bd. VIII. Leipzig, 1900; 4°.

Gautier (R.). Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice pendant l'année 1898. Genève, 1900; 8° (*dall'A.*).

Girolamo Guidoni. — 11 luglio 1870-11 luglio 1900. Spezia, 1900; 8° (*dono della Società " Girolamo Guidoni „ per la diffusione e l' insegnamento delle scienze naturali*).

Goebel (K.). Organographie der Pflanzen insbesondere der Archegoniaten und Samenplazen. II. Teil, 2 Heft. München, 1900; 8°.

Gordon (A. de), El azucar como alimento del Hombre. Habana, 1899; 8° (*Id.*).

— La legislacion Sanitaria escolar en los principales Estados de Europa. Habana, 1900; 8° (*dall'A.*).

Harlé (Ed.). Notes sur la Garonne. Toulouse, 1899; 8° (*dall'A.*).

— Cailloux pyrenéens du cours inférieur de la Garonne. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

— Restes d'Élan de la Plagnotte (Ariège). Paris, 1900; 8° (*Id.*).

— Cailloux à facettes des environs de Bourdeaux. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

Jadanza (N.). Tavole tacheometriche sessagesimali. Torino, 1900; 4°.

Maltese (F.). Profilassi omicida. Napoli, 1900; 8° (*dall'A.*).

Neagoe (J.). Studiŭ asupra pelagrei. Bucuresci, 1900; 8° (*dall'Accad. Română*).

Nicolis (E.). Marmi, pietre e terre coloranti della provincia di Verona. Verona, 1900; 8° (*dall'Accad. d'Agric., scienze e lettere*).

Orff (K. v.). Ueber die Hülfsmittel, Methoden und Risultate der Internationalen Erdmessung. München, 1899; 4° (*dalla R. Accad. delle Scienze di Monaco di Baviera*).

Perez (G. B.). La provincia di Verona e i suoi vini. Cenni, informazioni, analisi. Verona, 1900; 8° (*dall'Accad. di Agric., scienze e lettere*).

Pirotta (R.) e **Chiovenda** (E.). Illustrazione di alcuni erbarii antichi romani. Genova, 1900; 8° (*dono del Socio corrispondente* R. Pirotta).

Rajna (M.). Anno 1891. Nascere e tramontare della luna a Milano; 2 carte s. n. 8° (*dall'A.*).

— La riunione della R. Commissione Geodetica italiana in Milano (26, 27 e 28 giugno 1900). Milano, 1900; 2 carte 4° (*Id.*).

— Articoli generali del calendario per l'anno comune 1901. Milano, 1900, 2 carte f.° (*Id.*).

Retzius (A.). Briefe von Johannes Müller. Von dem Jahre 1830 bis 1857. Stockholm, 1900; 4° (*dono de l'Acad R. des Sciences*).

Riccò (A.). Eclisse totale di Sole del 28 maggio 1900. — Relazione preliminare. Catania, 8° (*dall'A.*).

Riccò (A.). Occultazione di Saturno del 13 giugno 1900. Relazione. Catania, 1900; 4° (*dall'A.*).

Sars (G. O.). An account of the Crustacea of Norway. Vol. III. Cumacea. Part V et VIII. Bergen, 1900; 8° (*dal Museo di Bergen, Norvegia*).

Sala (L.). Considerazioni e teoremi sulla funzione proporzionalità nel calcolo così elementare come differenziale ed integrale. Milano, 1898; 8° (*dall'A.*).

— Lettura sulla proporzionalità in ragione inversa tra le derivate e gli integrali particolari della serie di Taylor ecc... Milano, 1900; 8° (*Id.*).

Tommasina (T.). Sur quelques effets photochimiques produits par le fil radiateur des ondes hertziennes. Paris, 1900; 4° (*Id.*).

Trouvé (G.). Comment d'exposant enthousiaste on arrive à ne plus exposer. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il codice Atlantico; fasc. XIX, XX. Milano, 1900; 8°.

Zeuner (G.). Technische Thermodynamik Zweite Auflage der " Grundzüge der Mechanischen Wärmetheorie „. Leipzig, 1900; 8° (*Id*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 24 Giugno al 25 Novembre 1900.

---

* **Abhandlungen** der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Historisch-philologische Klasse. N. F., Bd. III, No. 3; IV, No. 1, 2. Berlin, 1900; 4°.

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XX, N. 2. Leipzig, 1900; 8°.

* **Accademia** (R.) Peloritana. CCCL Anniversario della Università di Messina (Contributo storico). Messina, 1900; 4°.

* **American** Journal of Philology. Vol. XX, Nos. 1-4. Baltimore, 1899; 8° (*dall'Università John Hopkins di Baltimora*).

* **Analecta** Bollandiana. T. XIX, fasc. I. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. XIV, livr. I. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Annales** de l'Université de Lyon: Nouvelle Série; II. Droit, Lettres. Fasc. 3°. Lyon, 1900; 8°.

* **Annales** du Musée Guimet. Bibliothèque d'études. T. 11°.
T. XXVI, 4° partie: Recueil de talismans Laotiens.
Revue de l'Histoire des Religions. Tome XL, No. 3; XLI, 1, 2. Paris, 1899-900: 8°.

* **Annales** du Midi. Revue de la France méridionale, Nos. 45, 46 (1900). Toulouse; 8° (*dall'Università di Tolosa*).

Annali di Statistica. Atti della Commissione per la statistica giudiziaria civile e penale. Sessione di luglio e di dicembre 1899. Roma, 1900, 2 volumi; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Annali di Statistica. — Statistica industriale. Fasc. VI, A. Notizie sulle condizioni industriali delle provincie di Ancona, Forlì e Venezia. Ser. IV, n. 6 *bis*, 24 *bis*, 5 *bis*. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

Annuaire statistique de la ville de Buenos-Ayres. IXe année, 1899. Buenos Ayres, 1900; 8° (*dalla Direzione Gen. di Statistica municipale*).

* **Annuaire** de la Société d'Archéol. de Bruxelles, 1900, t. XIe. Bruxelles, 8°.

Annuario statistico italiano 1900. Roma, 1900; 8° (*dono del Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Atti** della Società Ligure di Storia patria. Vol. XXX. Genova, 1900; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia di Scienze morali e politiche della Società Reale di Napoli; vol. 31°. Napoli, 1900; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, Serie V, vol. VIII. Notizie degli Scavi: aprile-luglio 1900. Roma; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Rendiconto dell'Adunanza solenne del 10 giugno 1900; 4°.

Atti della Commissione istituita con decreto 3 ottobre 1898 dal Ministro di Grazia e Giustizia e dei Culti con l'incarico di studiare e proporre le modificazioni da introdurre nel vigente Codice di procedura penale. Vol. I-II. Roma; 1900; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; t. LIX, disp. 8^a^, 9^a^. Venezia, 1900; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. (Philolog.-Hist. Classe), 1900, IV-VII; 8°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften Litteratur. Bd. VI, Liefg. 1-6 (1896-99). Leipzig, 1900; 4°.

* **Biblioteca Apostolica Vaticana.**

Codices manuscripti Palatini Graeci etc. recensuit et digessit H. Stevenson Senior. Romae, 1885. 1 vol. 4°.

Codices manuscripti Graeci Reginae Svecorum et Pii PP. II etc. recensuit et digessit H. Stevenson Senior. Romae, 1888. 1 vol. 4°.

Codices manuscripti Graeci Ottoboniani etc... recensuerunt E. Feron et F. Battaglini. Romae, 1893. 1 vol. 4°.

Codices Urbinates Graeci etc... recensuit C. Stornajolo. Accedit index vetus Bibliot. Urbinatis nunc primum editus. Romae 1895. 1 vol. 4°.

Codices Palatini Latini etc... recensuit et digessit H. Stevenson Junior recognovit J. B. De Rossi, praeeunte eiusdem dissertatione de origine, historia et indicibus scrinii et bibliothecae Sedis Apost. Tomo I. Romae, 1886; 4°.

I Codici Capponiani ecc. descritti da G. Salvo-Cozzo. Roma, 1897, 1 vol. 4°.

Inventario dei libri stampati palatino-vaticani ebraici e latini edito da E. Stevenson giuniore. Vol. I, parte 1^a^ e 2^a^; idem tedeschi vol. II, parte 1^a^ e 2^a^. Romae, 1886-1891. 4 vol. 4°.

Monumenta Papyracea Latina etc... recensuit et digessit H. Marucchi. Accedit de Aula Vaticana papyrorum epistola I. Cozza-Luzi. Romae 1895. 1 fasc. 4°.

Monumenta Ægyptia etc... recensuit et degessit H. Marucchi. Romae 1891. 1 fasc. 4°.

Il grande Papiro egizio contenente il Libro di uscire dalla vita. Descritto e illustrato da O. Marucchi. Roma, 1888. 1 vol. 4°.

Al Sommo Pontefice Leone XIII; omaggio giubilare della Biblioteca Vaticana. Roma, 1888. 1 vol. fol°.

Nel Giubileo Episcopale di Leone XIII; omaggio della Biblioteca Vaticana; XIX febbraio anno M.DCCC.XCIII. 1 vol. 8°.

Leonis X Pontificis Maximi Regesta. Fasc. IV-VIII. Friburgi Brisgoviae, 1886-1891; 4°.

Regestum Clementis Papae V etc. Cura et Studio Monachorum Ordinis S. Benedicti. Romae, 1885-1892. 8 vol. in-fol°.

Regesta Honorii Papae III etc. edidit Sac. P. Presutti. Romae, 1888-1895. 2 vol. fol°.

Tatiani Evangeliorum harmoniae arabice. Nunc primum ex duplice codice edidit et translatione latina donavit P. A. Ciasca. Romae, 1888. 1 vol. 4°.

Opere giuridiche e storiche del prof. Ilario Alibrandi raccolte e pubblicate a cura dell'Accademia di Conferenze storico-giuridiche. Vol. I. Roma 1896; 4°.

* **Bibliotheca** Hagiographica latina antiquae et mediae aetatis ediderunt Socii Bollandiani. Fasc. IV, Kebius-Nathalanus. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, Nos. 964-970. Calcutta, 1900; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXVII. 1900. Trimestre secundum. Lipsiae, 1900; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXVII, cuad. 1-5. Madrid, 1900; 8°.

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Anno VI, fasc. 2°, 3°. Perugia, 1900; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XVI, gennaio-marzo 1900. Roma; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. 18e année, N. 32; 19e, N. 33. Gap, 1899-900; 8°.

* **Bulletin** of the New York Public Library Astor Lonox and Tilden Foundations. Vol. IV. No. 6-10, 1900; 8°.

* **Česká Akademie Císaře Františka Josefa** pro vědy, slovesnost a Umění.

Almanach. Ročnik X (1900); 8°.

Bibliographie Cěské historie.

Historický Archiv. Číslo 16, 1899; 8°.

Rozpravy. Třída I (Pro vědy filosofické právní a historické). Ročníck VII. Číslo 1, 2; 1899; Třída III (Předoloženo dne Dubna 1898), Ročník VII, Číslo 1.

Sbírka pramenův ku ponznání literárního života v Čechách, na Moravě a v Slezsku. Skupina I. Řada 1, Číslo 2, 1899; 8°. Praze, 1899-900. Prokop Diviš. Sepsal Prof. Fr. Nušl.

Consiglio Provinciale di Torino. Seduta 13 agosto 1900. Commemorazione di S. M. il Re Umberto I. Ciriè, 1900; 4°.

* **Géographie** (La), Bulletin de la Société de Géographie. N. 7-10. 1900. Paris; 8°.

* **Giornale** storico e letterario della Liguria diretto da Achille Neri e da Ubaldo Mazzini, Anno I (1900), fasc. 7-10. Spezia; 8°.

* **Historiae** patriae Monumenta. Vol. XIX. Aug. Taurinorum, 1900; f°.

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790.

Isère. Archives civiles. Sér. B (suite). T. III.

Nord. Archives civiles, Sér. B. Chambre des comptes de Lille.

Orne. Archives ecclesiastiques, Ser. H. T. III (Abbayes de Femmes). Grenoble, Lille, Alençon, 1899; 4° (*Dono del Governo della Republica Francese*).

* **Johns Hopkins University Studies** in Historical and Political Science. Ser. XVII, Nos. 1-12; Ser. XVIII, Nos. 1-5. Baltimore, 1899-900; 8°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. XLIX. Part I. History, Literature etc. No. 1. 1900. Calcutta; 8°.

* **Istituto** di esercitazioni nelle scienze Giuridico-Politiche (R. Università di Torino).

I. Vicende delle pubbliche libertà in Piemonte dai primi tempi di Casa Savoia ad Emanuele Filiberto, del Dott. Carlo Montalcini. Torino, 1884; 8°.

II. Studio critico sulla protezione del lavoro delle donne e dei fanciulli nelle manifatture, di G. Marazzi e E. Baer. Torino, 1884; 8°.

III. La Germania di G. Cornelio Tacito. Saggio storico-giuridico di Carlo Lessona. Torino, 1884; 8°.

IV. L'Europa nel secolo decimosesto e l'Europa d'oggidì. Raffronti di Virgilio Rossi. Torino, 1886; 8°.

V. La *Sylva Nuptialis* di Gio. Nevizzano Giureconsulto astigiano del secolo XVI. Contributo alla Storia del diritto italiano di Carlo Lessona. Torino, 1886; 8°.

VI. L'*actio spolii*. Studio storico-giuridico di Francesco Ruffini. Torino, 1889; 8°.

VII. Stato e previdenza pubblica. Considerazioni dell'avv. Guido Capitani. Torino, 1887; 8°.

VIII. Le Ordalie. Studio di Storia del diritto e scienza del Diritto comparato di Federico Patetta. Torino, 1890; 8°.

IX. Sulle origini e sul fondamento della famiglia. Studio filosofico-storico-giuridico, del Dott. Giovanni Bobbio. Torino, 1891; 8°.

X. La rivocazione della sentenza nella procedura civile di Raffaele Cognetti de Martiis. Torino, 1900; 8°.

XI. La responsabilità senza colpa come principio di diritto positivo e di diritto condendo di Mario Ricca-Barberis. Torino, 1900; 8°.

* **Jugoslavenska Akademija** Znanosti i Umjetnosti. Ljetopis. Godinu 1899. Monumenta historico-juridica Slavorum meridionalium. Vol. VII, 2 Rad, Knjiga 142. Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena. Svezak V., 1. Polovina. Zagrebu, 1900; 16°, 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des sciences et lettres de Montpellier; Section des lettres. 2ème série, t. III, n. 1. Montpellier, 1897; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere; Classe di scienze storiche e morali. Vol. XXI, fasc. 3°. Milano, 1900; 4°.

Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno 1899. Roma, 1900; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).

Movimento della navigazione del 1899. Roma, 1900; 4° (*dal Ministero delle Finanze, Direzione generale delle Gabelle*).

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse. 1900, Heft 1. Geschäftliche Mittheilungen, 1900, Heft 1, 2. Göttingen, 1900; 8°.

Notizie storiche, bibliografiche e statistiche sulle Biblioteche Estense e Universitaria di Modena e della Università di Sassari nel 1898. Roma, 1900; 3 fasc. 8° (*dalla Società editrice Dante Alighieri*).

* **Notulen** van den Algemeene en Directievergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenscappen. Deel XXXVII. Afl. 4-5; XXXVIII, 1. Batavia, 1900; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N. 131. Gotha, 1900; 8°.

Principii adottati dalla Commissione ministeriale incaricata di studiare e proporre le modificazioni da introdurre nel vigente Codice di procedura penale (*dono di S. E.* E. Gianturco *Ministro di Grazia, Giustizia e dei Culti*).

Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages. Nos. 3, 4. Tokyo, 1900; 8°.

* **Raccolta** degli Atti Parlamentari della 3ª sessione della Legislazione 20ª (1899-900). Disegni di Legge e Relazioni, Vol. I-V, dal N. 1-201. Documenti, Vol. unico, dal N. I al N. XIX. Discussioni, Vol. I-III, dal 14 novembre 1899 al 15 maggio 1900 e Manuale ad uso dei Deputati al Parlamento Nazionale per la XXI Legislazione (1900). 9 vol. in-4° e 1 in-8°.

** **Raccolta** ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. Vol. I (1900), pp. 1-639; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche della Società R. di Napoli. Anno 38°. Napoli, 1900; 8°.

Ricordo offerto dai discepoli ad Antonio Zocco-Rosa nella ricorrenza del II lustro di fondazione dello Istituto di Storia del diritto romano della R. Università di Catania. Catania, 1900; 8° (*dall'Istituto suddetto*).

* **Rivista Ligure** di scienze, lettere ed arti. Organo della Società di letture e conversazioni scientifiche. Anno XXII, fasc. III-IV. Genova, 1900; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München 1900. Heft II; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° giugno al 31 luglio 1899. Roma, 1898-99; 8° (*dal Min. delle Finanze*).

Statistica giudiziaria civile e commerciale per l'anno 1896. Parte II. Statistica notarile. Roma, 1900; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica dei ricoverati in Ospedali pubblici e privati ed in altri Istituti di assistenza nell'anno 1898. Roma, 1900; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Statistica delle Elezioni Generali politiche 3 e 10 giugno 1900. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XLII, Aflev. 2-5. Batavia, 1900; 8°.

Transactions and **Proceedings** of the American Philological Association. 1899. Vol. XXX. Boston, Mass.; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of Literature. 2. Series, vol. XXI, part IV. London, 1900; 8°.

CCCL Anniversario della Università di Messina. Messina, 1900: 1 vol. f°.

* **Tridentum.** Rivista mensile di studi scientifici. Anno III, fasc. III, VI. Trento, 1900; 8°.

Universale (L'). Organo filosofico della dimostrazione dell'Ente ecc... Periodico bimensile diretto da A. Pennisi-Mauro. Acireale, 1900; 8° (*dono del Direttore*).

* **Université** catholique de Louvain:

Annuaire: 1900.

Thèses de la Faculté de Théologie: 735-754.

Thèses de la Faculté de Philosophie: 26.

Thèses de l'Institut S. Thomas: 1.

Programme des cours de l'année académique 1899-900.

Université catholique de Louvain. Bibliographie. Louvain, 1900.

L'Université de Louvain. Coup d'œil sur son histoire et ses institutions, 1425-1900. Bruxelles, 1900.

E. Carton de Wiart. Les grandes compagnies coloniales anglaises au XIXe siècle. Paris, 1899.

A. Rutten. La population belge depuis 1830. T. I. Louvain, 1899.

Ch. Gillès de Pélichy. Le régime du travail dans les principaux ports de mer de l'Europe. Louvain, 1899.

E. Vliebergh. Le crédit foncier en Allemagne, en France et en Italie. Louvain, 1899.

M. Halewyck. Le régime légal de la presse en Angleterre. Louvain, 1899.

V. Collin. Le Maroc et les intérêts belges. Louvain, 1900.

* **Verhandelingen** van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel LI, Stuck 2e, 3e. Batavia, 1900; 8°.

* **Vjestnik** kr. Hrvatsko-Slavonsko-Dalmatinskog Zemaljskog Arkiva. Godina II. Svezak 3, 4. Zagreb, 1900; 8°.

* *Dalla Biblioteca dell'Università di Upsala:*

Alin (O. J.). Ett bidrag till Hans Järtas biografi. Inbjudningsskrift. Upsala, 1899; 8°.

Almén (T. A.). Om anktion såsom medel att altåvägabringa aftal. Upsala, 1900; 8°.

Årsskrift, Upsala Universitets. 1899. Upsala [1898-99].

Björkman (E.). Scandinavian loan-woords in middle english. Halle a. S., 1900; 8°. (Studien zur englischen Philologie hrsg. v. L. Morsbach. 7).

Falk (J. F.). Étude sociale sur les chansons de geste. Nyköping, 1899; 8°.

Föreläsningar och öfningar vid Kongl. Universitets i Upsala höst-terminen 1899. Upsala, 1899; 8°.

— — vär-terminen 1900. Upsala, 1900; 8°.

Fryxell (K. A.). Om svenska biskopsval under medeltiden. Upsala, 1900; 8°.

Göransson (N. J.). Utkast till en undersökning af religionen med hänsyn till moralen. Sköfde, 1899; 8°.

Gemmel (C. H.). Om rättegångskostnadsersättning i civila mål. Norrköping, 1899; 8°.

Herlenius (E.). Erik-Jansismens historia. Akademisk afhandling af Emil Herlenius. Jönköping, 1900; 8°.

Landström (G. A.). Locke och Kant. Ett bidrag till utredningen af transscendentalfilosofiens historiska förutsättningar och betydelse. Upsala, 1900; 8°.

Liljeblad (J. F.). De assimilatione syntactica apud Thucydidem quæstiones. 1. Ad genera, numeros, casus pertinentes. Upsaliæ, 1900; 8°.

Matrikel, Uppsala universitets, på uppdrag af Universitets Rektor utgifven af Aksel, Anderson. 1. 1595-1632. Inbjudmingskrift. Upsala, 1900; 8°.

Nordlund (K.). Den svenska, reformationstidens allmänna statsrättaliga idéer i deras samband med den politiska utvecklingen. Stockholm, 1900; 8°.

Öhlander (C.). Om den svenska kyrkoreformationen uti Ingermanland. Ett bidrag till svenska kyrkans historia åren 1617-1704. Upsala, 1900; 8°.

Reinholdsson (O. E.). Sur les pléonasmes syntaxiques de l'ancien français. Stockholm, 1900; 8°.

Rohnström (J. O.). Étude sur Jehah Bodel. Upsala, 1900; 8°.

Schmidt (K. F.). Studies in the language of Pecock. Upsala, 1900; 8°.

Sjögren (H.). De particulis copulativis apud Plautum et Terentium quaestiones selectae. Upsaliae, 1900; 8°.

Walles (J.). Studier öfver den judiska församlingens uppkomst under det persiska världsrikets tid. Upsala, 1900; 8°.

Cara (A.). Collezione numismatica dell'Avv. Cav. Uff. Giuseppe Orrù, catalogata. Cagliari, 1900; 8° (*dall'A.*).

Chaucer Memorial lectures, 1900. Read before the Royal Society of Literature. Edited, with an introduction. By Percy W. Ames, secretary R. S. L. London, 1900; 8°.

Corridore (F.). Storia documentata della Marina Sarda dal dominio spagnuolo al savoino (1470-1720). Bologna, 1900; 8° (*dall'A.*).

Dalla Vedova (G.). Cenni sulla prima spedizione Bòttego nella Somalia. Genova, 1895 (*dall'A. Socio corrispondente*).

— Sui lavori per un glossario geografico dell'Italia del Medio Evo. Roma, 1895; 8° (*Id.*).

— La spedizione Donaldson-Smith attraverso la penisola dei Somali. Roma, 1896; 8° (*Id.*).

— Etnografia dell'Africa Orientale del Dott. F. Paulitschke. Roma, 1897; 8° (*Id.*).

— I recenti lutti della Società Geografica Italiana. Roma, 1898; 8° (*Id.*).

— Il conte L. Palma di Cesnola e il Museo metropolitano di Nuova York. Roma, 1899; 8° (*Id.*).

— Giovanni Marinelli. Commemorazione. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

— La salita sul monte di S. Elia nell'Alaska. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

Dalla Vedova (G.), **De Agostini** (G.) e **Viezzoli** (F.). Il VII Congresso geografico internazionale a Berlino. Relazione. Roma, 1900; 8° (*dal Socio corrispondente* Dalla Vedova).

De Conti (G.). Giornale storico di Casale dall'anno 1785 al 1810, con prefazione e note del Dr. Giuseppe Giorcelli. Alessandria, 1900; 4° (*Dono del Dr.* G. Giorcelli).

Di Sarlo (F.). Metafisica, scienza e moralità. Studi di filosofia morale. Roma, 1898; 8° (*dall'A. per il premio di filosofia di fondazione Gautieri*).

— Studi sulla filosofia contemporanea. Prolegomeni la " Filosofia scientifica „. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

* **Erbiceanu** (C.). Viéta și activitatea literara a Protosinghelului Naum Rîmnicénu — Réspuns de D. A. Sturdza — 17 Martie 1900. (Discursurile de receptiune ale Membrilor Academieĭ Române). Bucuresci, 1900; 4° (*dall'Accademia Română*).

Ercolini (T.). Per la stele latina arcaica del Sole Vesta trovata nel foro romano. Gravina, 1900; 8° (*dall'A.*).

Gor (N.). Considerazioni preparatorie ad uno studio dei processi di formazione dei vocaboli. Fasc. I, II. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

* **Jorga** (N.). Studiĭ istorice asupra Chilieĭ și Cetătiĭ-Albe. Edit. Academieĭ Române. Bucuresci, 1900; 8° (*dall'Accademia Română*).

Kellogg (M.). University of California Statement for 1898-99. Berkelty, 1899; 8° (*dall'A.*).

Lais (J.). Sur une prerogative du calendrier grégorien. Paris, 1900; 4° (*Id.*).

Lichtenberger (R. von). Das Antike Grabporträt besonders bei den Etruskern & Römern. Strassburg, 1900; 8° (*dalla Bibliot. der Gross. Tech. Hochschule zu Karlsruhe*).

Lupez (G. Licata). Geloo. Novella Acragantina. Girgenti, 1900; 8° (*dall'A.*).

Nadaillac (A. de). Les Chinois. Paris, 1900; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*)

* **Popea** (N.). Archiepiscopal și Metropolitul Andreiŭ Baron de Saguna, — Réspuns de D. A. Sturdza. 13 Martie 1900 (Discurrile de receptiune ale membrilor Academieĭ Române). Bucuresci, 1900; 4° (*dall'Accademia Română*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. LV, fasc. 237-240. Venezia, 1900; 4°.

Schoeler (H. v.). Probleme Kritische Studien über den Monismus. Leipzig, 1900; 8° (*dall'A.*).

Tagore (S. M.). Abhra or a few notes on talc, compiled and translated into inglish from Various Sanskrit Works. Calcutta, 1899; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

— Our indian Horse: or a few notes on the animal, compiled and translated from the ancient medical and other Works of the Hindus. Calcutta, 1899; 16° (*Id.*).

Tivaroni (C.). Storia critica del risorgimento italiano. — L'Italia prima della rivoluzione francese; 1 vol. 8°. — L'Italia durante il dominio francese; 3° vol. 8°. — L'Italia durante il dominio austriaco; 2 vol. 8°. — L'Italia degli italiani; 3 vol. 8°. Torino, 1888-1897.

Vincenti (J.). Prononciation et phonographie. Turin, 1900; 8° (*dall'A.*).

Zittel (K. a. v.). Rückblick auf die Gründung und Entwickelung der k. bayer. Akad. der Wissenschaften im 19 Jahrhundert. München; 1899; 4°.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 18 Novembre al 2 Dicembre 1900.

* **Abhandlungen** der naturhistorischen Gesellschaft zu Nürnberg. XIII Bd., 1900; 8°.

* **Accademia** di scienze e di lettere in Christiania. Schrifter I. Mathematisk-naturw. Klasse, 1900, Nos. 1-4. Christiania; 8°.

* **Atti** della fondazione scientifica Cagnola dalla sua istituzione in poi. Vol. 17°. Milano, 1900; 8° (*dal R. Istituto Lombardo*).

* **Atti** della Società Italiana di scienze naturali, vol. XXXIX, fasc. 2°. Milano, 1900; 8°.

* **Bergens** Museum Aarbog for 1900, 1ste hefte. Bergen, 1900; 4°.

* **Bulletin** of the Lloyd Library of Botany, Pharmacy and materia medica. N. 1. 1900. Cincinnati, Ohio; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2nd Ser., Vol. VII, No. 2. Lancaster, Pa., and New-York. 1900; 8°.

* **Glasnik** hrvatskoga naravoslovnoga Društva. Godina XII, Broj 1-3. Zagreb. 1900; 8° (*dalla Società di storia naturale Croata*).

* **Journal** of Morphology. Edited by C. O. Whitman, ...with the co-operation of Ed. Ph. Allis. Vol. XVI; XVII, No. 1. Boston, 1899-900; 8°.

* **Journal** of the Linnean Society. Botany, vol. XXXIV, No. 241. Zoology, vol. XXVIII, No. 180. London, 1899; 8°.

* **List** of the Geological Society of London. November 1st, 1900; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. XIX, fasc. 1°. Milano, 1900; 4°.

* **Philosophical** Transactions of the Royal Society of London, 1899-900. Ser. A, vols. 192, 193, 194; ser. B, vols. 191, 192. London; 4°.

Preisschriften gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. Nr. XIV der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Section. 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. LXVII. No. 438. London, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 16°. Nos. 227, 228. London, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Linnean Society of London. From November 1899 to June 1900. London, 1900; 8°.

* **Proceedings** and **Transactions** of the R. Society of Canada. Second Ser., vol. V. Ottawa, 1899; 8°.

* **Quarterly** Journal of the Geological Society. Vol. LVI, Part. 4, No. 224. London, 1900; 8°.

Raccolta Voltiana edita per cura della Società Storica Comense e del Comitato esecutivo per le onoranze a Volta. Como, 1899; 8° (*dono della Società Storica Comense*).

* **The Royal** Society. 30th. November 1899; 4° (Elenco dei Soci).

* **Transactions** of the American Mathematical Society. Vol. I, No. 4. January, 1900. Lancaster, Pa., and New York, 1900; 4°.

* *Dalla Biblioteca dell'Università di Upsala:*

Forsström (S. G.). Om temperaturens och ljusets inverkan på svafvelsilfrets elektriska ledningsförmåga. Upsala, 1900; 8°.

Fransén (A. E.). Om en generalisation af Dirichlets problem. Upsala, 1899; 8°.

Hedenius (P. A. I.). Studier öfver albuminuri i dess lindrigaste kliniska form. Upsala, 1900; 8°.

Pettersson (A.). Experimentelle Untersuchungen über das Conserviren von Fisch und Fleisch mit Salzen. München, 1900; 8°.

Sandström (G. J.). En studie öfver multiplikatorsfunktionerna och deras integraler. Upsala, 1899; 4°.

Schéele (C. G. A. von). Om praseodym och några af dess föreningar. Upsala, 1900; 8°.

Thunberg (T. L.). Undersökningar öfver de köld-, värme- och smärtperci-pierande nervändarnes relativa djupläge i huden samt öfver köldnervändarnes förhällande till värmeretmedel. Upsala, 1900; 8°.

Angeloni (L.). Il R. Istituto sperimentale per le coltivazioni dei tabacchi. Monografia. Napoli, 1900; 4° (*dalla Direzione dell'Istituto*).

Baldacci (L.) e **Franchi** (S.). Studio geologico della galleria del Colle di Tenda (Linea Cuneo-Ventimiglia). Roma, 1900; 8° (*dono dell'Ing.* S. Franchi).

Delgado (J. F. N.) e **Chossat** (P.). Carta geologica de Portugal. Escala $^1/_{500000}$. 2 fol. mass. (*dalla Direzione dei lavori geologici del Portogallo*).

Franchi (S.). Nuove località con fossili mesozoici nella zona delle pietre verdi presso il Colle del Piccolo S. Bernardo. Roma, 1900 (*dall'A.*).

— Sopra alcuni giacimenti di rocce giadeitiche nelle Alpi occidentali e nell'Appennino ligure. Roma, 1900 (*Id.*).

— Analisi microscopica di alcuni esemplari di trachite. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

Helmert (F.). Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen mit Rücksicht auf Lothkrümmung. Berlin, 1900; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Lerch (M.). Remarque sur la série de Fourier. Paris, 1900; 8° (*dall'A.*).

Morandi (L.). Normales para el clima de Montevideo. Montevideo, 1900. 4° (*Id.*).

Mosso (A.). La paura. 6ª ediz. (*dall'A. Socio residente*).

Pirotta (R.) e **Longo** (B.). Osservazioni e ricerche sulle *Cynomoriaceae* Eich. con considerazioni sul percorso del tubo pollinico nelle Angiosperme inferiori. Roma, 1900; 4° (*dal Socio corrispondente* R. Pirotta).

** **Reichenow** (A.). Die Vögel Afrikas. I. Bd., I. Häfte. Neudamm, 1900; 8°.

Rogers (H. R.). The Secrets of the Sun. Buffalo, N. Y., 1900; 8° (*dall'A.*).

Rosenbusch (H.). Elemente der Gesteinslehre. Zweite Auflage. Stuttgart, 1901; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Taramelli (T.). Osservazioni stratigrafiche a proposito delle fonti di S. Pellegrino in provincia di Bergamo. Roma, 1900; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 25 Novembre al 9 Dicembre 1900.

---

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. XIX, No. 1, 2. Leipzig, 1900; 8°.

Annuario dell'Accademia militare per l'anno scolastico 1900-1901. Torino, 1900; 16°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filol., vol. VII. Notizie degli Scavi; agosto, 1900; 4°.

* **Géographie** (La). Bulletin de la Société de Géographie. N. 11, 15 nov. Paris, 1900; 8°.

** **Minerva.** Jahrbuch der gelehrten Welt. Zehnter Jahrgang, 1900-1901. Strassburg, 1901; 16°.

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XXI, 1°, 2°. Roma, 1900; 4° (*dall'Accademia di Conferenze storico-giuridiche*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XLII, Aflev. 6. Batavia, 1900; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of Literature, 2d series. Vol. XXII, Part II. London, 1900; 8°.

* **Verhandelingen** van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel LI, Stuck 4e. Batavia, 1900; 8°.

Allievo (G.). La pedagogia italiana antica e contemporanea. Studio storico. Torino, 1901; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Giorcelli (G.). Il processo dei Giacobini casalesi. Arresti, prigionia e liberazione per la battaglia di Marengo. Alessandria, 1900; 4° (*dall'A.*).

Manno (A.). Il lavoro quadragenario del barone Gaudenzio Claretta. Torino, 1900; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Nadaillac (de). Le crâne de Calaveras. Louvain, 1900; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

— Les élections anglaises. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

* **Sarfatti** (M.). Contributo allo studio della responsabilità professionale del medico. Roma, 1900; 8° (*dall'Istituto di scienze giuridico-politiche nella R. Univ. di Torino*).

Savignoni (L.). Lavori eseguiti in Creta dalla Missione archeologica italiana dal 9 novembre al 13 dicembre 1899. Relazione. Roma, 1900; 8° (*dal prof.* L. Pigorini *Presidente della Scuola di Archeologia italiana*).

Tordi (D.). Il codice delle rime di Vittoria Colonna marchesa di Pescara appartenuto a Margherita d'Angoulême regina di Navarra. Pistoia, 1900; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 2 al 16 Dicembre 1900.

---

* **Abhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. XVI. Heft 1. Wien, 1900; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III, t. L. Buenos Aires, 1900; 8°

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XVIII, livr. 8me (1900). Paris; 8°.

* **Annales** de l'Observatoire Physique Central Nicolas. Année 1898. Ie et IIe partie. St-Pétersbourg, 1899; 4°.

Annuario per l'anno 1900-1901 della Scuola di Applicazione di Artiglieria e Genio. Torino, 1900; 8° (*dono del Comando della Scuola*).

* **Atti** della Società Toscana di Scienze naturali. Memorie. Vol. XVII. Processi verbali. Vol. XII, adunanza del 1° luglio 1900. Pisa, 1900; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissensch. zu Leipzig. Mathem.-Physische Classe, 1900, V. Leipzig, 8°.

* **Bulletin** de la Société Mathématique de France. T. XXVIII, fasc. 4. Paris, 1900; 8°.

Comunicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires. Tomo I, n. 7. Buenos Aires, 1900; 8° (*dal Direttore del Museo Dr. Prof.* C. Berg).

* **Journal** of the Chemical Society. Vol. 77 e 78. December, 1900. London; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N. 132. Gotha, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Irish Academy. Third Ser., vol. VI, No. 1. Dublin, 1900.

* **Recueil** de Monographie Stratigraphiques sur le Système Crétacique du Portugal par Paul Choffat. Deuxième étude. Le crétacique supérieur au Nord du Tage. Lisbonne, 1900; 4° (*Direction des services géologiques du Portugal*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXIII, fasc. 17. Milano, 1900; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt Bericht. N. 11 u. 12. 1900. Wien; 8°.

** **Grimaux** (E.) et **Gerhardt** (Ch.). Charles Gerhardt, sa vie, son œuvre, sa correspondance (1816-1856). Documents d'histoire de la chimie. Paris, 1900; 8°.

Mosso (A.). La respirazione nelle gallerie e l'azione dell'ossido di carbonio. Analisi e studi ecc. Milano, 1900; 8° (*dono del R. Ispettorato Generale delle Strade ferrate*).

Sclopis (V.) e **Bonacossa** (A.). Monografia sulle Miniere di Brosso (circondario d'Ivrea). Torino, 1900; 8° (*dagli AA.*).

Stiattesi (R.). Spoglio delle Osservazioni sismiche dal 1° novembre 1899 al 31 ottobre 1900, fatte all'Osservatorio di Quarto-Castello (Firenze). Mugello, 1900; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 9 al 23 Dicembre 1900.

---

* **Atti** e **Rendiconti** dell'Accademia di scienze, lettere e arti dei Zelanti di Acireale. Nuova serie, vol. X. Acireale, 1900; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LIX, disp. 10ª. Venezia, 1900; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig (Philol.-hist. Classe), 1900, VIII. Leipzig; 8°.

* **Publications** de l'École de Lettres d'Alger. Bulletin de Correspondance Africaine. Histoire de la conquête de l'Abyssinie (XVIe siècle) etc....., traduction françaises et notes par R. Basset. Fasc. IV, V.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der k. b. Akad. der Wissenschaften zu München. 1900, Heft III. München; 8°.

* **Tridentum.** Rivista mensile di studi scientifici. Anno III, fasc. VII-VIII. Trento, 1900; 8°.

Boselli (P.). Commemorazione di Re Umberto I, detta il 30 settembre 1900 in Bari per invito del Municipio. Trani, 1900; 8° (*dall'A.*).

Carlsen (J.), **Olrik** (H.) e **Starcke** (C. N.). Le Danemark. État actuel de sa civilisation et de son organisation sociale. Copenhague, 1900 (*dagli AA.*).

Hurmuzaki (L. de). Fragmente din istoria românilor. T. III. Bucuresci, 1900; 8° (*dall'Accademia Rumena*).

Savio (F.). Studi storici sul marchese Guglielmo III di Monferrato ed i suoi figli con documenti inediti. Torino, 1885: 8° (*dono del socio residente prof.* F. Savio).

— Sulle origini della Abazia di S. Michele della Chiusa detta la Sacra di S. Michele. Torino, 1888; 8° (*Id.*).

— Gli antichi Vescovi di Torino. Torino, 1889; 8° (*Id.*).

— Le famiglie Della Rovere e Tana parenti di S. Luigi Gonzaga. Pisa, 1890; 8° (*Id.*).

— I conti di Ventimiglia nei secoli XI, XII e XIII. Genova, 1894; 8° (*Id.*).

— Le tre famiglie Orsini di Monterotondo, di Marino e di Monoppello. Perugia 1896; 8° (*Id.*).

— Simeotto Orsini e gli Orsini di Castel S. Angelo. Perugia, 1895; 8° (*Id.*).

— La légende des SS. Faustin et Jovite. Bruxelles, 1896; 8° (*Id.*).

— Il Monastero di S. Teofredo di Cervere ed il culto di S. Teofredo in Piemonte. Torino, 1896; 8° (*Id.*).

— L'Abazia di S. Marziano di Tortona nel periodo medioevale. Alessandria, 1896; 4° (*Id.*).

— Gli Annibali di Roma. Roma, 1896; 4° (*Id.*).

— Rinaldi Orsini di Tagliacozzo, signore d'Orvieto e gli Orsini di Tagliacozzo, di Licenza e di Campodifiore. Perugia, 1897; 8° (*Id.*).

— La leggenda dei Santi Nazario e Celso. Milano, 1897; 4° (*Id.*).

— L'elezione di Martino IV e Carlo d'Angiò. Torino, 1898; 8° (*Id.*).

— Compte-rendu du quatrième Congrès scientifique international des Catholiques tenu à Fribourg (Suisse) du 16 au 20 août 1897. Fribourg (Suisse), 1898; 8° (*Id.*).

— Gli antichi Vescovi d'Italia dalle origini al 1300 descritti per regioni. Torino, 1899; 8° (*Id.*).

— Indice del Moriondo (Monumenta Aquensia) disposto per ordine cronologico. Alessandria, 1900; 4° (*Id.*).

— Vita di S. Giovanni Vincenzo arcivescovo di Ravenna ed eremita ecc. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 16 al 30 Dicembre 1900.

* **Abhandlungen** (Wissenschaftliche) der physikalisch-technischen Reichsanstalt. Bd. III. Berlin, 1900; 4°.

* **Abhandlungen** der mathem.-physischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XXVI, N. 4. Leipzig, 1900; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega 4, t. L. Buenos Aires, 1900; 8°.

* **Anales** del Museo Nacional de Montevideo, t. II, fasc. 16, 1900; 4°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XVIII, livrs. 9. Paris, 1900; 8°.

* **Beiträge** zur geologischen Karte der Schweiz. N. F. X. Lieferung. Bern, 1900; 4°.

* **Bericht** über die Feier des 50-Jahrigen Jubiläums der k. k. Geologischen Reichsanstalt. Wien, 1900; 4°.

* **Bidrag** till Kännedom af Finlands Natur och Folck. Utgifina Finska Vetenskaps- Societen, n. 59, 60. Helsingfors, 1898; 8°.

* **Bulletin** de la Société Mathématique de France. T. XXVIII, fasc. III. Paris, 1900; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 9e série, t. II, n. 2; 1899-1900; 8°.

* **Földtani** Közlöny havi Folyóirat kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXX, 5-7 Füzet. Budapest, 1900; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1900, part 6. London; 8°.

* **Memorie** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. XIX, fasc. 2°. Milano, 1900; 4°.

* **Mittheilungen** aus der medicinischen Facultät der k. japanischen Universität zu Tokio. Bd. 7. Tōkio, 1900; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LXI, No. 1. London, 1900; 8°.

* **Ofversigt** af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, XLII, 1899-1900. Helsingfors, 1900.

Opiniones nonnullae de Silloge Algarum omnium hucusque cognitarum a Prof. Dr. J. B. De Toni edita. Patavii, 1898; 8° (*dal Prof. G. B. De Toni*).

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 16°. No. 229. London, 1900; 8°.

Processo verbale delle sedute della Commissione Geodetica italiana tenute in Milano nei giorni 5 e 6 settembre 1895 e nei giorni 26, 27 e 28 giugno 1900. Firenze, 1900; 4°.

* **Wissenschaftliche** Meersuntersuchungen herausg. von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F. Vierter Band. Abt. Helgoland. Heft 1, 2. Kiel und Leipzig, 1900; 4°.

Colomba (L.). Ricerche microscopiche e chimiche su alcune quarziti dei dintorni di Oulx e su alcune roccie associate. Roma, 1900; 8° (*dall'A.*).

— Sul deposito d'una fumarola silicea alla Fossa delle Rocche rosse (Lipari). Roma, 1900; 8° (*Id.*).

De-Toni (G. B.). Silloge Algarum omnium hucusque cognitarum. Patavii, 1889-1900. 4 tomi in 8 vol. (*Id.*).

Giglio-Tos (E.). Les problèmes de la vie. Ire Partie. La substance vivante et la cytodierèse. Turin, 1900 (*dall'A. per il premio Bressa*).

Knoch (A.). Die Tertiärbildungen des Beckens der siebenbürgischen Landestheile. II. Neogene Abth. Budapest, 1900; 8° (*dall' " Ung. Geologis. Gesellschaft „*).

Martinelli (G.). Divisibilità pei numeri primi e non primi. Napoli, 1899 (*dall'A. per il premio Bressa*).

Moreno y Anda, A. Gomez. El Clima de la república Mexicana en el año de 1896. Año II. Mexico, 1900; 16° (*dalla Direzione dell'Osservatorio astronomico nazionale*).

Racca (V.). Il sindacato del ferro in Italia. Torino, 1899; 8°.

** **Reichenbach** (L.) et (H. G.). Icones florae Germanicae et Helveticae simul terrarum adjacentium ergo Mediae Europae. Tomo 22. Decas 23. Lipsiae, 1900; 4°.

Righi (A.). Les ondes hertziennes. Paris, 1900; 8° (*dall'A.*).

Rodriguez (A.). Sulla pressione atmosferica e sue relazioni con le fasi e posizioni della luna con un'appendice sui valori d'insolazione raccolti alla Specola Vaticana durante 6 anni. Roma, 1900; 4° (*Id.*).

Stache (G.). Zur Erinnerung an die Jubiläums-Feier der k. k. Geologischen-Reichsanstalt deren hochgeehrten Gönnern, Freund u. Corrispondenten. Wien, 1900; 4° (*Id.*).

Tommasina (Th.). Sur l'étude des orages lointains par l'électro-radiophone. Paris, 1900; 4° (*Id.*).

Wilde (H.). Correspondence. The Albert Medal, 1900, and on the invention of the Dynamo-electric Machine. Manchester, 1900; 4° (*dal sig. H. Wilde*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 23 Dicembre 1900 al 6 Gennaio 1901.

* **Abhandlungen** der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Historisch-Philologische Klasse. N. F., Bd. IV, N. 3. Göttingen, 1900; 4°.

Abhandlungen der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. II Bd., 1-7 Heft. Wien, 1900; 8°.

** **Allgemeine** Deutsche Biographie. Bd. XLVI, Lfg. 227 u. 228. Leipzig, 1900; 8°.

** **Antologia** (Nuova). Rivista di Scienze, Lettere ed Arti. Roma, 1900; 8°.
** **Archivio** storico italiano. Firenze, 1900; 8°.
* **Archivio** storico lombardo. Milano, 1900; 8°.
* **Archivio** storico pugliese. Bari, 1900; 8°.
* **Ateneo** veneto. — Rivista mensile di scienze, lettere ed arti, 1900. Venezia; 8°.
** **Berliner** philologische Wochenschrift; 1900; 8°.
** **Bibliografia** italiana. Bollettino delle pubblicazioni italiane ricevute per diritto di stampa. Milano, 1900; 8°.
** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur. Bd. VI, Lief. 7, 8. Leipzig, 1900; 4°.
** **Bibliotheca** philologica classica. Vol. XXVII, trimestre tertium, 1900. Lipsiae; 8°.
** **Bibliothèque** de l'École des Chartes; Revue d'érudition consacrée spécialement à l'étude du moyen âge, etc. Paris, 1900; 8°.
** **Bibliothèque** universelle et Revue suisse. Lausanne, 1900; 8°.
* **Boletín** de la Real Academia de la Historia. T. XXXVII, cuad. VI, 1900. Madrid; 8°.
** **Bollettino** ufficiale del Ministero dell'Istr. pubbl. Roma, 1900; 8°.
Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XVII, dall'aprile a tutto settembre 1900. Roma, 1900; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).
* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. N. 4, 5. Copenhague, 1900; 8°.
* **Bullettino** di Archeologia e Storia dalmata. Spalato, 1900; 8°.
** **Bullettino** (Nuovo) di Archeologia Cristiana. Roma, 1900; 8°.
* **Consiglio** Comunale di Torino. Atti verbali delle adunanze dal 22 giugno al 28 dicembre 1900. Torino; 4°.
Corpus antiquissimorum poetarum Poloniae latinorum usque ad Ioannem Cochanovium. Vol. V. Petri Royzii Maurei carmina continens. Cracoviae, 1900; 8° (*dall'Accademia delle Scienze di Cracovia*).
** Ἐφεμερὶς ἀρχαιολογικὴ Ἐν Ἀθηναῖς. 1900; 4°.
* **Gazzetta Ufficiale** del Regno. Roma, 1900; 4°.
* **Géographie** (La). Bulletin de la Société de Géographie. N. 12, 15 décembre 1900. Paris; 8°.
** **Giornale** della libreria, della tipografia e delle arti e industrie affini. Milano; 1900; 8°.
** **Giornale storico** della Letteratura italiana. Torino, 1900; 8°.
* **Heidelberger Jahrbücher** (Neue). Heidelberg, 1900; 8°.
* **Historische** Zeitschrift. München, 1899; 8°.
** **Journal Asiatique,** ou Recueil de Mémoires, d'Extraits et de Notices relatifs à l'histoire, à la philosophie, aux langues et à la littérature des peuples orientaux. Paris, 1900; 8°.
** **Journal** des Savants. Paris, 1900; 8°.
* **Mémoires** et **Documents** publiés par la Société Savoisienne d'histoire et d'archéologie. T. XXXIX; Chambéry, 1900; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark. 6e sér. Section des lettres, t. V, n. 1. Copenhague, 1900; 4°.

** **Monumenta Germaniae historica.** Diplomatum regum et imperatorum Germaniae. T. III. Pars prior. Henrici II et Arduini Diplomata. — Scriptorum qui vernacula lingua usi sunt. T. III. Pars II. Hannoverae et Lipsiae, 1900; 2 vol. 4°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthe's Geographischer Anstalt. Gotha, 1900; 8°.

* **Rendiconti** della R. Accademia dei Lincei — Classe di Scienze morali, storiche e filologiche. Roma, 1900; 8°.

** **Revue** archéologique. Paris, 1900; 8°.

* **Revue** de l'Université de Bruxelles. 1900; 8°.

** **Revue** des deux Mondes. Paris, 1900; 8°.

* **Revue** géographique internationale. Paris, 1900; 4°.

** **Revue** numismatique. Paris, 1900; 8°.

** **Revue** politique et litteraire, revue bleue. Paris, 1900; 4°.

** **Rivista** di filologia e d'istruzione classica. Torino, 1900; 8°.

* **Rivista** internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie. Roma, 1900; 8°.

* **Rivista** italiana di Sociologia. Roma, 1900; 8°.

** **Rivista storica** italiana; pubblicazione bimestrale. Torino, 1900; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XVII, quad. 7-12. Valle di Pompei, 1900; 8°.

* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydziat Filologiczny. Ser. II, t. XIII, XV. Krakowie, 1900; 8°.

** **Séances** et Travaux de l'Académie des Sciences morales et politiques. Compte rendu. Paris, 1900; 8°.

Spedizione (La) di S. A. R. il Principe Luigi Amedeo di Savoia, Duca degli Abruzzi al polo nord. Trattenimento poetico dato dai sigg. Alunni dell'Istituto Sociale in Torino. Torino, 1900; 8° (*dono del Socio* F. Savio).

* **Stampa** (La). Gazzetta Piemontese. Torino, 1900; fol.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° settembre al 30 novembre 1900. Roma, 1900; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

Statistica della emigrazione italiana avvenuta negli anni 1898 e 1899, confronti coll'emigrazione di altri Stati d'Europa. Leggi e Regolamenti di alcuni Stati d'Europa e d'America e colonie d'Australia sull'emigrazione e sulla immigrazione. Roma, 1900; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

** **Ardigò** (R.). L'unità della Coscienza. Padova, 1898; 8°.

Karlowicz (J.). Slownik Gwar Polskich. T. I; A do E; Krakow, 1900; 8° (*dall'Accad. delle Scienze di Cracovia*).

Orano (G.). Il patibolo e l'ergastolo di fronte all'errore giudiziario. Roma, 1900; 8° (*dall'A.*).

Pernier (L.). Lavori eseguiti a Festos dalla Missione archeologica italiana dal 2 giugno al 16 settembre 1900. Relazione. Roma, 1900; 8° (*dal Prof. L. Pigorini, Presidente della Scuola Archeologica italiana*).

Ruffini (F.). La libertà religiosa. Vol. I. Storia dell'idea. Torino, 1901; 8° (*dall'A.*).

Ruiz (G. A.). Storia costituzionale del Regno d'Italia (1848-1898). Firenze, 1898; 8° (*dall'A. per il premio di Storia di Fondazione Gautieri*).

** **Sanuto** (M.). I Diarii. T. LVI, fasc. 241-242; LVII, fasc. 243-245. Venezia, 1900; 4°.

Tijatek (J.). Mistrz Jakób z Paradyza. T. 1, 2. Krakowie, 1900; 8° (*dall'Accademia delle Scienze di Cracovia*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 30 Dicembre 1900 al 13 Gennaio 1901.

* **Acta** mathematica. Zeitschrift herausg. von G. Mittag-Leffler. 1900. Stockholm; 4°.

* **Anales** de la Oficina Meteorologica Argentina por su Director G. G. Davis. T. XIII. Clima de Còrdoba. Buenos Aires, 1900; 4°.

** **Annalen** der Physik und Chemie. 1900. Leipzig; 8°.

** **Annales** de Chimie et de Physique. 1900. Paris; 8°.

* **Annals** and Magazine of Natural History. 1900. London; 8°.

** **Annals** of Mathematics, second series, 1900. Charlottesville; 4°.

** **Annuaire** pour l'an 1901, publié par le Bureau des Longitudes. Paris; 18°.

** **Archiv** für Entwickelungsmechanik der Organismen. 1900. Leipzig; 8°.

** **Archives** des Sciences physiques et naturelles, etc. Genève, 1900; 8°.

** **Archives** italiennes de Biologie... sous la direction de A. Mosso. 1900. Turin; 8°.

** **Archivio** per le Scienze mediche, diretto da G. Bizzozero, 1900. Torino; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Rendiconti della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Serie V^a^. 1900. Roma; 8°.

** **Beiblätter** zu den Annalen der Physik und Chemie. 1900. Leipzig; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathem.-Phys. Classe. 1900, VI. Leipzig; 8°.

* **Bibliotheca mathematica**; Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausg. von G. Eneström. 1900. Stockholm; 8°.

Boletín mensual del Observatorio Meteorológico Central de Mexico; Diciembre 1899; Enero-Junio, 1900. Mexico; 4°.

* **Bollettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania, 1900, fasc. 54°. Catania, 1900; 8°.

Bollettino statistico mensile della Città di Milano. Anno XVI, giugno-dicembre 1900; 4°.

Bollettino quindicinale della Società degli Agricoltori italiani. 1900; n. 10-24. Roma; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, v. XX, n. 1-6. Torino, 1900.

* **Bollettino** del Club Alpino Italiano pel 1898. Vol. XXXIII. N. 66. Torino, 1899; 8°.

* **Bollettino** demografico della Città di Torino. Anno XXIX, n. 19. 1900; 4°.

* **Buletinul** Societatii de Sciinte din Bucuresci-Romania. Anul IX. No. 4. Bucuresci, 1900; 8°.

Bulletin mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. XIVᵉ année (1900), n. 5-10; 4°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2nd Ser., Vol. VII, No 3. Lancaster, Pa., and New York, 1900; 8°.

** **Bulletins** de la Société anatomique de Paris, etc., 1900. Paris; 8°.

** **Centralblatt** für Mineralogie, Geologie und Paleontologie in Verbindung mit den neuen Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paleontologie. 1900. Stuttgart; 8°.

* **Cimento** (Il nuovo). 1900. Pisa; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Octobre, 1900; 8°.

* **Comptes-rendus** hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. 1900. Paris; 8°.

* **Denkschriften** der medicinisch-naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Jena; Bd. IV. Lief. III. Jena, 1901; 4°.

* **Elettricista** (L'). Rivista mensile di elettrotecnica. 1900. Roma; 4°.

* **Gazzetta** chimica italiana. 1900. Roma; 8°.

Gazzetta delle Campagne, ecc. Direttore Enrico Barbero. 1900. Torino; 4°.

* **Giornale** del Genio civile. 1900. Roma; 8°.

* **Giornale** scientifico di Palermo. 1900. Palermo; 4°.

* **Jahrbuch** über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 29. Heft 3. Berlin, 1900; 8°.

* **Jahrbuch** des Norvegischen meteorologischen Instituts für 1899. Christiania, 1900; 4°.

** **Jahrbuch** (Neues) für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, etc. 1900. Stuttgart; 8°.

* **Jornal** des sciencias Mathematicas e Astronomicas. Publicado pelo Dr. F. Gomes Teixeira. 1900. Coimbra; 8°.

** **Journal** für die reine u. angewandte Mathematik. 1900. Berlin; 4°.

* **Journal** of Comparative Neurology. Granville. 1900. Ohio; 8°.

* **Journal** of Physical Chemistry. 1900. Ithaca N. Y.; 8°.

* **Journal** of the Chemical Society. Vol. 79 & 80. January. 1900. London; 8°.

* **Journal** (The American) of Science. Editor Edward S. Dana. 1900. New-Haven; 8°.

** **Journal** de Conchyliologie, comprenant l'étude des mollusques vivants et fossiles. 1900. Paris; 8°.

** **Journal** de Mathématiques pures et appliquées. 1900. Paris; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIX, disp. 4ª-8ª. Roma, 1900; 4°.
* **Monatshefte** für Mathematik und Physik. 1900. Wien; 8°.
Morphologisches Jahrbuch. Herausg. v. C. Gegenbaur. 1900. Leipzig; 8°.
** **Nature**, a Weekly illustrated Journal of Science. 1900. London; 8°.
** **Philosophische Studien**. 1900. Leipzig; 8°.
* **Physical Review**; a journal of experimental and theoretical physics..... Published for Cornell University. 1900. New York; 8°.
** **Quarterly Journal** of pure and applied Mathematics. 1900. London; 8°.
** **Revue** générale des sciences pures et appliquées. 1900. Paris; 8°.
** **Revue** scientifique. 1900. Paris; 4°.
* **Revue** sémestrielle des publications mathématiques. 1900. Amsterdam; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Serie II. Vol. XXXIII, fasc. 18, 19. Milano, 1900; 8°.
Rendiconto dell'Ufficio d'Igiene della Città di Torino per l'anno 1900. Nⁱ 5-12 (anno XXIX); 4°.
* **Rivista** di Artiglieria e Genio. 1900. Roma; 8°.
* **Rivista** mensile del Club Alpino italiano. 1900, n. 6-12. Torino; 8°.
Rivista di Topografia e Catasto pubblicata per cura di N. Jadanza. 1900. Torino; 8° (*dono del socio Jadanza*).
* **Royal-Society**. Reports to the Malaria Committee. Thire Series. London, 1900; 8°.
* **Rozprawy** Akademii Umiejętności wydział Matematyczno-Przyrodniczy. Ser. II, t. XV, XVII. Krakowie, 1899-1900; 8°.
** **Science**. 1900. New-York; 8°.
* **Science Abstracts**. Physics and Electrical Engineering. 1900. London; 8°.
* **Sperimentale** (Lo). Archivio di Biologia. 1900. Firenze; 8°.
* **Stazioni** sperimentali agrarie italiane. Vol. XXXIII, fasc. 4, 5. Modena, 1900; 8°.
** **Verhandlungen** der deutschen physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 2, Nʳ 14-17. 1900; 8°.
* **Zeitschrift** für mathematischen und naturwissenschaftl. Unterricht, herausg. v. J. C. Hoffmann. 1900. Leipzig; 8°.
** **Zeitschrift** für physikalische Chemie. 1900. Leipzig; 8°.
** **Zoologischer Anzeiger**, herausg. von Prof. J. Victor Carus in Leipzig. 1899; 8°.
* Журналъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ. Т. XXXII, n. 8. 1900; 8°.

Crepas (E.). L'insegnamento scientifico nelle Scuole Complementari e Normali. Milano, 1900; 8° (*dall'A.*).
Sars (G. O.). An account of the Crustacea of Norway. Vol. III. Cumacea. Part IX & X. Bergen, 1900; 8° (*dal Museo di Bergen, Norvegia*).
Weinek (L.). Die Tychonischen Instrumente auf der Prager Sternwarte. Prag, 1901; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 6 al 20 Gennaio 1901.

Annuario della R. Università degli studi di Torino 1900-1901. Torino, 1900; 8°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur. Bd. VI, Liefg. 9. Leipzig, 1900; 4°.

* **Bulletin** of the New York Public Library Astor Lenox and Tilden Foundations. Vol. IV. N. 12. 1900. New York, 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. A. XXI, fasc. 6°. Roma, 1900; 8°.

* **Giornale** storico e letterario della Liguria. Anno I, fasc. 11-12. Spezia, 1900; 8°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par la Société Savoisienne d'histoire et d'archéologie. T. XXXVI. Chambéry, 1897; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle Leggi e dei Decreti del Regno d'Italia. 1900. Vol. II; 8°.

* **Rivista** ligure di scienze, lettere ed arti. An. XXII, fasc. VI. Genova, 1900; 8°.

* **Tridentum**. Rivista mensile di studi scientifici. Ann. III, fasc. 11°. Trento, 1900; 8°.

* *Dall'Università di Giessen:*

Curschmann (I.). Zur Inversion der römischen Eigennamen. I. Cicero bis Livius. Büdingen, 1900; 8°.

Deubner (L.). De Incubatione Capitula duo. Gissae, 1899; 8°.

Eger (K.). Die Entwicklung der religiös-ethischen Gedanken Luthers bis zur Schrift: " Von der Freiheit eines Christenmenschen „, 1520. Giessen, 1900; 8°.

Eger (O.). Vertretung beim Eigentumserwerb an beweglichen Sachen. Darmstadt, 1900; 8°.

Grünewald (H.). Welche Aufgabe erwächst der Staatsforstverwaltung mit Rücksicht auf die Beschaffenheit der Mehrzahl der im Kleinbesitz befindlichen Privatwaldungen des hessischen Odenwaldes? Jugenheim, 1899; 8°.

Gundermann (G.). Die Zahlzeichen. Giessen, 1899; 4°.

Hetzel (W.). Die Untersuchungshaft nach deutschem, österreichischem, französischem, und englischem Rechte. Breslau, 1899; 8°.

Hoffmann (E. E.). Das Gefängniswesen in Hessen. Mannheim, 1899; 8°.

Jäger (K.). Luthers religiöses Interesse an seiner Lehre von der Realpräsenz. Giessen, 1900; 8°.

Krug (P.). Die besonderen Umstände der Teilnehmer. Breslau, 1899; 8°.

Liebing (P. P.). Miete und Pacht nach gemeinem Recht und bürgerlichem Gesetzbuch. 1900; 8°.

Löhlein (H.). Leistungen und Aufgaben der geburtshülflichen Institute im Dienst der Humanität. Giessen, 1899; 8°.

Mensendieck (O.). Charakterentwickelung und ethisch-theologische Anschauungen des Verfassers von Piers the Plowmann. London, 1900; 8°.

Personalbestand der Grossherzoglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Sommerhalbjahr 1899/1900; 1900; 8°.

Schmidt (C.). Quaestiones de musicis scriptoribus romanis imprimis de Cassiodoro et Isidoro. Darmstadii, 1899; 8°.

Seyferth (E.). Inwiefern sind die Strafgesetze eines deutschen Einzelstaates ausserhalb desselben anwendbar? Altenburg, 1900; 8°.

Vorlesungsverzeichniss der Grossherzglich Hessischen Ludwigs-Universität zu Giessen. Winterhalbjahr 1899/1900, 1900/1901; 8°.

Bargilli (G.). Giovanni Francesco Fiammelli e i suoi quesiti militari. Roma, 1900; 8° (*dall'A.*).

Billia (L. M.). Accenni all'idea dell'educazione in Platone ed Aristotele. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

— L'Essere e la conoscenza. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

— Sulle dottrine psicofisiche di Niccolò Malebranche. Berlino, 1900; 8° (*Id.*).

Gerini (G. B.). Gli scrittori pedagogici italiani del secolo XVIII. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 13 al 27 Gennaio 1901.

* **Anales** de la Academia de Ciencias. T. 37, Ent. N. 429 y 430. Habana, 1900; 8°.

* **Annales** de la Société géologique de Belgique. T. XXVII, 3me livraison. Liège, 1900; 8°.

* **Atti** e **Memorie** dell'Accademia d'agricoltura, scienze, lettere, arti e commercio di Verona. Ser. 4a, vol. I, fasc. 1. Verona, 1908; 8°.

* **Bollettino** dei Musei di Zoologia ed Anatomia comparata della R. Università di Genova. N. 90-97. Genova, 1900; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geologico d'Italia. Anno 1900, n. 3. Roma, 1900; 8°.

* **Bulletin** mensuel du magnétisme terrestre de l'Observatoire Royal de Bruxelles. IIe année, avril-novembre. Bruxelles, 1900; 8 fasc. 16°.

* **Bulletin** de la Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. Tom. XIV, fasc. 2, 3. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXXVI; No. 1, XXXVII, 1, 2. Cambridge, Mass., 1900; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathématique de Kasan. 2me série, t. VIII, n. 4; IX, 1, 2. 1898; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. Ve Série. T. IX, Nos. 2-5; X, 1-4; 1898-1899; 4°.

* **Bulletins** du Comité géologique de St-Pétersbourg, 1898; t. XVIII, 3-10. St-Pétersbourg, 1899-1900; 8°.

Chicago (The) **Academy** of Sciences.
Bulletin No. III Part I of the Natural history Survey. Chicago, 1898; 8°.

Colorado College Studies. Vol. VIII. Colorado Springs. Cols. 1899; 8°.

* **Documents** et **Rapports** de la Société Paléontologique et Archéologique de l'Arrondissement judiciaire de Charleroi. T. XXIV. Charleroi, 1900; 8°.

** **Erläuterungen** zur geologischen Specialkarte von Preussen und den Thuringischen Staaten. Lief. 86. Gradabt. 33, Nos. 21, 22, 27, 28; Lief. 90, Gradabth. 29, Nos. 45, 51, 55-57. Berlin 1900. Testo, in-8° e Atl. in-f°.

Geologic Atlas of the United States. Fol. 38-58. Washington, 1897-99, 21 fasc. in fol. (*dal Department U. S. Geological Survey*).

* **Giornale** della R. Accademia di Medicina. A. LXII, n. 9-12. Torino, 1900; 8°.

* **Kansas** (The) University Quarterly (Vol. IX, No. 1). Series A. Science and Mathematics. Lawcance, kan. 1900; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie Imp. des sciences de St-Pétersbourg, VIIe Sér. T. XLII, Nos. 13, 14. 1895; 1897; 4°.

* **Mémoires** de l'Académie Imp. des Sciences de St-Pétersbourg. Classe physico-mathématique. VIIIe série, vol. VI, Nos. 11-13; VII, 1-4; VIII, 1-4. St-Pétersbourg, 1898-1899; 4°.

* **Mémoires** du Comité Géologique de Russie. T. VII, Nos. 3, 4; IX, 5; XV, 3. St-Pétersbourg, 1899; 4°.

* **Nieuw Archief** voor Wiskunde. Tweede Reeks. Deel V. 1. Stuk. Amsterdam, 1901; 8°.

* **Prace** matematyczno-fizyczne. T. XI. Warszawa, 1900; 8° (*dalla Società di scienze matematiche e fisiche*).

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XXXV. Nos. 23-27. Boston, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 16°. No. 230. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the R. Society. Vol. LXVII, No. 439, 440. London, 1901; 8°.

Rapports présentés au Congrès International de Physique réuni à Paris en 1900 sous les auspices de la Société Française de Physique rassemblés et publiés par Ch. Ed. Guillaume et J. Poincaré, Secrétaires généraux du Congrès. 3 vols. 8°. Paris, 1900; 8° (*dono del Comitato ordinatore del Congresso*).

* **Rendiconti** del Circolo Matematico di Palermo. Tomo XIV, fasc. VI (1900). Palermo; 8°.

* **Report** (Annual) of the Assistant in charge of the Museum of comparative Zoology at Harvard College to the President and Fellows of Harvard College for 1899-1900. Cambridge, U. S. A. 1901; 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey showing the progress of the Work from July 1, 1897, to June 30, 1898. Washington, 1898; 4°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XV, part 5. 1900; 4°.

Wiskundige Opgaven met de Oplossingen, door de leden van het Wiskundig Genootschap, VIII Deel. 3de Stuk. Amsterdam, 1900; 8°.

* *Dall'Università di Giessen:*

Bauer (F.). Der puerperale Uterus des Frettchens. Wiesbaden, 1900; 8°.

Berberich (E.). Eine Epidemie von acutem Erythem bei Kindern in der Umgebung von Giessen. Giessen, 1899; 8°.

Best (F.). Ueber die regressiven Ernährungsstörungen im Auge bei bandförmiger Hornhauttrübung. Hamburg u. Leipzig, 1900; 8°.

Brunner (O.). Untersuchung der electrolytischen Oxydation fetter Alkohole. Giessen, 1899; 8°.

Clemm (W. N.). Das Piorkowskische Verfahren zum Nachweise von Typhusbazillen mittels Harngelatine. Giessen, 1900; 8°.

Dawson (H. M.). Ein Beitrag zur Erklärung der Bildung der oceanischen Salzablagerungen insbesondere des Stassfurter Salzlagers. Der Einfluss des Druckes auf die Bildung von Tachhydrit. Giessen, 1899; 8°.

Eidmann (W.). Ein Beitrag zur Erkenntniss des Verhaltens chemischer Verbindungen in nichtwässrigen Lösungen. Giessen, 1899; 8°.

Eschweiler (P.). Zur Casuistik des Empyems der Stirnhöhlen. Giessen, 1899; 8°.

Fischer (F.). Zur Elektrolyse der Schwefelsäure mit Bleianoden. Giessen, 1900; 8°.

Flechsenhaar (A.). Ueber Multiplizität von Gleichungen. Giessen, 1899; 8°.

Friedberger (E.). Ueber den Säuregrad und Pepsingehalt des Harns bei Erkrankungen des Magens. Giessen, 1899; 8°.

Friedberger (O.). Ueber die elektrochemische Reduktion einiger Chlornitrotoluole. Giessen, 1900; 8°.

Gehrhardt (H.). Bericht über 52 Myopieoperationen. Giessen, 1899; 8°.

Greimer (K.). Ueber giftig wirkende Alkaloide einiger Boragineen. Giessen, 1900; 8°.

Grundmann (E.). Ueber Doppelbildungen bei Sauropsiden. Wiesbaden, 1900; 8°.

Hegar (K.). Embryom oder Dermoid des Beckenbindegewebes? Giessen, 1899; 8°.

Henneberg (B.). Die erste Entwickelung der Mammarorgane bei der Ratte. Wiesbaden, 1899; 8°.

Kirchmann (J.). Wie weit lässt sich der Eiweisszerfall durch Leimzufuhr einschränken? München, 1900; 8°.

Klewitz (K.). Zur Casuistik der primären Fibromyome des Beckenbindegewebes. Giessen, 1899; 8°.

Koch (A.). Ueber die elektrolytische Reduktion von Nitrophtalsäuren u. Nitrodiphenylen. Giessen, 1900; 8°.

Koch (R.). Die Condensation von Salicylsäure mit Formaldeyd und Chloral. Giessen, 1899; 8°.

Lange (E.). Untersuchungen über Zungeranddrüsen und Unterzunge bei Mensch und Ungulaten. Berlin, 1900; 8°.

Lejeune (W.). Das Hofgut Georgenhausen. Eine Studie als Beitrag zur Agrikultur im Grossherzogtum Hessen. Giessen, 1900; 8°.

Löhlein (M.). Ueber Kugelthromben des Herzens. Giessen, 1900; 8°.

Mäusert (A.). Zur Casuistik der Vena cava superior sinistra und der einen Spitzenlappen der rechten Lunge abschnürenden Anomalie der Vena azygos. Giessen, 1899; 8°.

Minrath (J.). Bericht über 337 Fälle von Enucleatio und über 78 Fälle von Exenteratio bulbi. Giessen, 1900; 8°.

Mueller (H.). Ueber die behaarten Rachenpolypen. Giessen, 1899; 8°.

Pelz (R.). Der Kaiserschnitt in der Giessener Frauenklinik. Giessen, 1900; 8°.

Pfaff (E.). Die spontane Darmruptur bei Neugeborenen. Giessen, 1899; 8°.

Pfanhauser (W.). Ueber das elektrochemische Verhalten des Nickelammonsulfates. Giessen, 1900; 4°.

Prümm (J.). Beiträge zur Pathologie und Therapie der Chorioretinitis disseminata. Giessen, 1900; 8°.

Riegel (A.). Ueber die Myome der Harnblase. Giessen, 1899; 8°.

Riese (G.). Zur Casuistik der subcutanen Nierenverletzungen. Mainz, 1900; 8°.

Saame (O.). Ueber die elektrochemische Reduction der Nitrobenzonitrile. Giessen, 1900; 8°.

Schaefer (G.). Reaktion, Leitfähigkeit und Gefrierpunktserniedrigung des normalen menschlichen Harns. Schotten; 8°.

Schneider (H.). Ueber den bilateralen Nierendefekt. Giessen, 1899; 8°.

Schönewald (O.). Zur Casuistik der Thrombose der Vena centralis retinae. Giessen, 1900; 8°.

Seybold (C.). Ueber das Melanom. Giessen, 1899; 8°.

Slama (F.). I. Ueber Halogenderivate des Anthragallols. II. Darstellung eines Oxystyrogallols. Wien, 1899; 8°.

Strerath (F.). Ein Beitrag zur Vaccine- Blepharitis. Giessen, 1900; 8°.

Szakáll (J.). Ueber den Bau des Urogenitalsystems der Krokodile. Budapest, 1899; 8°.

Thiel (A.). Umkehrbare Elektroden zweiter Art mit gemischten Depolarisatoren. Leipzig, 1900; 8°.

Weiss (E.). Ueber die Geburten junger Erstgebärender. Giessen, 1900; 8°.

Wreschner (A.). Eine experimentelle Studie über die Association in einem Falle von Idiotie. Berlin, 1900; 8°.

Wucher (O.). Ueber die Anordnung der Blutgefässe bei Doppelbildungen des Hühnchens. Wiesbaden, 1900; 8°.

Zimmermann (P.). Beiträge zur Elektrolyse fettsaurer Salze. 8°.

Mattirolo (O.). Sulla Mannite contenuta nelle Tuberacee. Firenze, 1899; 8° (*dall'A. Socio corrispondente dell'Accademia*).

— Il laboratorio per l'anatomia e fisiologia dei vegetali annesso all'Orto Botanico — Relazione. Firenze, 1899; 8° (*Id.*).

— Come si avrebbe una Bibliografia botanica italiana; un bullettino annuale delle novità floristiche e bibliografiche; e come si potrebbe completare la Iconoteca dei botanici italiani - Lettera al Prof. A. Saccardo. Firenze, 1899; 8° (*Id.*).

— Sull'influenza che l'estirpazione dei fiori esercita sui tubercoli radicali delle piante leguminose. Genova, 1900; 8° (*Id.*).

— Gli ipogei di Sardegna e di Sicilia. Genova, 1900; 8° (*Id.*).

— Il Calendario di Flora per Firenze secondo il ms. dell'anno 1592 di Frate Agostino Del Riccio. Firenze, 1900; 8° (*Id.*).

— Il Museo e l'Orto Botanico di Firenze durante il triennio accademico 1898-900. Relazione. Firenze, 1900; 8° (*Id.*).

Peano (G.). Formulaire de Mathématique; Éd. de l'an 1901. Turin, 1901, 8° (*dono dell'A. Socio dell'Accademia*).

Puccini (E.). Il concetto dell'infinitesimo nello studio della matematica elementare. Pistoia, 1901; 8° (*dall'A.*).

Ruffini (F. P.). Della ipocicloide tricuspide. Bologna, 1900; 8° (*Id.*).

Salvadori (T.). Elenco degli scritti. Torino, 1900; 4° (*dall'A. Socio dell'Accademia*).

Tietze (F.). La simmetria del cranio negli alienati. Venezia, 1900; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 20 Gennaio al 3 Febbraio 1901.

---

* **Abhandlungen** der philologisch-historischen Classe der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XX, N. 3. Leipzig, 1901; 8°.

* **Accademia** R. delle scienze di Amsterdam.
Verhandlingen Letterkunde. Nieuwe Reek. Dl. II, N. 3; 1899; 8°.
Verslagen en Mededeelingen Letterkunde. 4° Reek. Dl. III; 1899; 8°.
Jaarbock 1900; 8°.
Prijsvers. Sosii Fratres Bibliopolae, accedunt septem carmina laudata. 1900; 8°.

* **Analecta** Bollandiana. T. XIX, fasc. 2°. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Annales** de la Société d'Archéologie de Bruxelles. T. XIV, livs. 2. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Annuario** della Società Reale di Napoli, 1901; 8°.

* **Atti** dell'Accademia Pontaniana. Vol. XXX. Napoli, 1900; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. morali, stor. e filolog., ser. V, vol. VIII. Notizie degli Scavi: settembre 1900. Roma; 4°.

Cinquantenaire de M. H. Wallon 1850-1890. Académie des Inscriptions et Belles-Lettres. Séance du 23 novembre 1900. Paris; 8° (*dono del signor Wallon Socio straniero dell'Accademia*).

* **Géographie** (La). Bulletin de la Société de Géographie. An. 1901. N. 1. Paris: 8°.

* **Miscellanea** di Storia italiana. Serie III, T. V. Torino, 1900; 8° (*dalla Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia*).

Norvège (La). Ouvrage officiel publié à l'occasion de l'Exposition Universelle de Paris 1900. Kristiania, 1900; 8° (*dalla Biblioteca dell'Università Reale di Norvegia*).

* *Dall'Università di Basilea:*

Beaujon (G.). L'École Symboliste, contribution à l'histoire de la poésie lyrique française contemporaine. Basel, 1900; 4°.

Bericht über das Gymnasium in Basel. Schuljahr 1899-1900. Basel, 1900; 4°.

Catalogue des écrits académiques Suisses 1899-1900. Basel, 1900; 8°.

Fehr (B.). Die formelhaften Elemente in den alten englischen Balladen. Zossen b. Berlin, 1900; 8°.

Frey (G. A.). Die Wasserfallenbahn, eine volkswirtschaftliche Untersuchung. Basel, 1899; 4°.

Gasser (G. E.). L'autorità letteraria di M. P. Bembo e la prosa italiana del Cinquecento. Sciaffusa, 1899; 8°.

Jenny (E.). Goethes altdeutsche Lektüre. Basel, 1900; 8°.

Leesen (H. v.). Beitrag zur Gebäude-Statistik der Stadt Basel. Basel, 1899; 4°.

Lindner (A.). Die Basler Galluspforte und andere romanische Bildwerke der Schweiz. Strassburg; 1899; 8°.

Mangold (F.). Die Basler Mittwoch- und Samstag-Zeitung 1682-1796. Basel, 1900; 8°.

Müller (R.). Abriss der Lautlehre des nordhumbrischen Liber Vitae. Berlin, 1900; 8°.

Personal-Verzeichnis der Universität Basel für das Wintersemester u. Sommersemester 1900. 1899/1900.

Plüss (T.). Aberglaube und Religion in Sophokles' Elektra. Basel, 1900; 4°.

Schultz (E.). Reformation und Gegenreformation in den Freien-Aemtern. Zürich, 1899; 8°.

Teichmann (A.). Eine Rede gegen die Bischöfe. Basel, 1899; 4°.

Verzeichniss der Vorlesungen an der Universität Basel im Sommer-Semester 1900, Winter-Semester 1900/01. Basel, 1900; 4°.

Ferrero (E.). L'Arc d'Auguste à Suse. Turin, 1901; f° (*dono della Società di Archeologia e Belle Arti per la provincia di Torino*).

Pagano (G.). Le forme di Governo e la loro evoluzione popolare. Palermo, 1900; 2 vol. 8° (*dall'A.*).

Santini (P.). Studi sull'antica costituzione del Comune di Firenze. Contado e politica esteriore del sec. XII. Firenze, 1901 (*dall'A. per il premio di Storia Gautieri*).

Spaventa (B.). Scritti filosofici raccolti e pubblicati con note e con un discorso sulla vita e sulle opere dell'autore da Giovanni Gentile ecc. Napoli, 1901; 8° (*dal prof. G. Gentile*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 27 Gennaio al 10 Febbraio 1901.

---

* **Accademia** Reale delle Scienze di Amsterdam: Verhandelingen. Afd. Natuurkunde 1e Sectie Dl. VII, N. 1-5; 2e Sectie Dl. VII, N. 1-3. Verslagen. Afd. Natuurkunde Année 1899/1900 Dl. VIII; Proceedings (Section of Science). Vol. II; 8°.

* **American** Mathematical Society. Annual Register. January, 1901. New-York, 1901; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega 5ª y 6ª, T. L. Buenos Aires, 1900; 8°.

* **Anales** del Museo nacional de Chile. Entr. 14ª. Santiago de Chile. 1900; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. V. La Haye, 1900; 8°.

* **Atti** dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. An. LXXVII, 1900; ser. 4ª, vol. XIII. Catania, 1900; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. T. LX, disp. 1ª. Venezia, 1901; 8°.

* **Buletinul** Societăţii de Sciinţe din Bucuresci-Romania. Anul IX. No. 5. Bucuresci, 1900; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2nd Ser. Vol. VII, No. 4. Lancaster, Pa., and New-York, 1901; 8°.

Bulletin No. 14. U. S. Department of Agriculture. Division of Biological Survey. Washington, 1900; 8°.

* **Cambridge** Philosophical Society. List of Fellows, Associates and honorary Members. January 1901.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1898. Bd. LV, 2, 3 Abth. Braunschweig, 1900; 8°.

* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahr. 1900, L Bd., 2 Heft. Wien; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft. herausg. von der medizinisch-naturwiss. Gesellschaft zu Jena; Vol. XXVIII, Heft I-III. Jena, 1901; 8°.

* **Journal** of the Chemical Society. Vol. 79 e 80. February 1901. London; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Appendix to Vol. LX; LXI No. 2. London, 1900; 8°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Geschäftliche Mittheilungen. 1900. Heft 2. Göttingen; 8°.

* **Nachrichten** von der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse, 1900, Heft 3. Göttingen; 8°.

* **Observations** météorologiques suédoises publiées par l'Acad. R. des Sciences de Suède. Vol. 37 (1895). Stockholm, 1900; 4°.

* **Proceedings** of the Cambridge Philosophical Society; Vol. X, part VII; XI, part 1. Cambridge, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 17°. No. 231. London, 1901; 8°.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. XVI, Part I. London, 1900; 8°.

Pro-Guidoni. Risposta al Dott. P. Vinassa De Regny. Spezia, 1901; 8° (*Dono della Direzione della Società Girolamo Guidoni di Spezia*).

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXIII, fasc. XX. Milano, 1900; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche (Ser. 3ª, vol. VI, fasc. 8° a 12°. Napoli, 1900; 8°.

Report of the Superintendent of the U. S. Naval Observatory for the Fiscal Year ending June 30, 1900. Washington; 8°.

* **Sitzungsberichte** der K. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 18 October XXXIX (20 December). LIII. Berlin, 1900; 8°.

* **Transactions** of the Royal Scottish Society of Arts. Vol. XV, part 2ª. Edinburgh, 1900; 8°.

* **Verhandlungen** des naturhistorisch-medizinischen Verein zu Heidelberg. N. F., VI Bd., 4 Heft; 1900; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt Sitzung. N. 13-16. 1900. Wien; 8°.

* *Dall'Università di Basilea:*

Abt (O.). Ueber Extremitätenfrakturen intra partum. Basel, 1900; 8°.

Bangerter (A.). Beitrag zur Lehre von der Placenta praevia. Basel, 1900; 8°.

Baum (J.). Ueber Zellteilungen in Pilzhyphen. Fulda, 1900; 8°.

Bertram (W.). Untersuchung des Orthodinitrodiphenylmethan und des Orthodiamidobenzophenon. Bonn, 1900; 8°.

Braun (K.). Beiträge zur Anatomie der Adansonia Digitata L. Basel, 1900; 8°.

Brunner (J.). Beiträge zur Kenntnis des Cinchonins. Heidelberg, 1900; 8°.

Bührer (C.). Untersuchungen über die Wirksamkeit einiger toxischer Fluid-Extrakte. Basel, 1900; 8°.

Burckhardt (G.). Faunistische und systematische Studien über das Zooplankton der grösseren Seen der Schweiz und ihrer Grenzgebiete. Genève, 1900; 8°.

Burnett (T. R.). Ueber die Bestimmung der Halogensalze nebeneinander. Basel, 1900; 8°.

Devas (E. W.). Zur Kenntnis des p-Chlorphenylhydroxylamins β-Phenylhydroxylamins und p-Bromphenylhydroxylamins. Zürich, 1900; 8°.

Dietschy (R.). Ueber einige Nitro- und Nitroso-Abkömmlinge aus der Benzolreihe. Basel, 1900; 8°.

Enzenauer (J.). Ueber die Einwirkung aromatischer Basen auf die drei isomeren Dibrombrenzweinsäuren. Basel, 1900; 8°.

Feubel (A.). Zur Kenntnis der Azimide. Wiesbaden, 1900; 8°.

Frutiger (A.). Ueber die functionelle Bedeutung der fenestra rotunda. Wiesbaden, 1900; 8°.

Fussenegger (E.). Ueber Chinotoxin. München, 1900; 8°.

Garfunkl (H.). Ueber hydrierte Azine. Basel, 1900; 8°.

Hagenbach (R.). Beiträge zur Kenntnis der Safraninfarbstoffe. Basel, 1900; 8°.

Hauck (F. F.). Beitrag zur Entwicklungsgeschichte des Schweizerischen Alkoholmonopols. Bern, 1899; 8°.

Heer (J.). Ueber das Hörvermögen ohne Steigbügel. Wiesbaden, 1900; 8°.

Hellwig (K.). Ueber einige komplexe Silbersalze. Göttingen, 1900; 8°.

Helwig (W.). Beiträge zur Kenntniss der Azoniumverbindungen. Mannheim, 1899; 8°.

Hockenjos (E.). Beitrag zu den cerebralen Affectionen bei Keuchhusten. Leipzig, 1900; 8°.

Hoffmann (K. R.). Beitrag zur operativen Behandlung der Choledochussteine. Basel, 1900; 8°.

Holtschmidt (W.). Ueber das Verhalten der Dibromide des Stilben und des Tolan. Leipzig-Reudnitz, 1899; 8°.

Hosslin (R.). Ueber Jchthyodin. Ein Beitrag zur Kenntnis des Ichthyols. Basel, 1900; 4°.

Hyde (E.). Ueber p-Nitrophenylhydrazin. Zürich, 1899; 8°.

Jann (A.). Beitrag zu den Knochenfracturen bei Kindern. Leipzig, 1899; 8°.

Josopait (A.). Ueber die photosynthetische Assimilationsthätigkeit einiger chlorophyllfreien Chromatophoren. Basel, 1900; 8°.

Katz (E.). Ueber das aetherische Oel der Pappelknospen. Basel, 1899; 8°.

Knapp (P.). Ueber Heilung von Linsenwunden beim Frosch. Basel, 1900; 8°.

Kunze (J.). Ueber die Einwirkung von schwefliger Säure und Kupferpulver auf Nitrodiazobenzole und Azodiazobenzol resp. Toluol.- Ueber die Bildung von Binitrokresolen bei der Nitration des Reintoluols. Freiburg i. B., 1899; 8.

Lieck (H.). Ueber einige Derivate des Mesityloxyds. Aachen, 1900; 8°.

Meyer (C. F.). Ueber den Einfluss des Lichtes im Hohenklima auf die Zusammensetzung des Blutes. Basel, 1900; 8°.

Moest (M.). Ueber die elektrische Leitfähigkeit von Oxychinonen und Salzen derselben. München, 1899; 8°.

Mühlstein (A.). Ueber orthosubstituierte Alkylaniline. Zürich, 1899; 8°.

Petri (W.). Konstitution der Iso-Purpursäure. Basel, 1900; 8°.

Respinger (W.). Untersuchungen über die angebliche Kontagiosität des Erysipels. Tübingen, 1900; 8°.

Rossbach (J.). Einwirkung von Ammoniak auf Dibromtriacetonamin. Dusseldorf, 1899; 8°.

Schalk (B.). Zur Kenntnis einiger Derivate des Amidonaphtols 1. 2 und Amidonaphtols 2.1. Basel, 1900; 8°.

Schiess (E.). Ueber einige neue Formazylverbindungen. Basel, 1900; 8°.

Schulze (W.). Morphologie und Anatomie der Convallaria majalis L. Bonn, 1899; 8°.

Ter-Sarkissjan (L.). Zur Kenntnis des m-Tolylhydroxylamins und β-Phenylhydroxylamins. Zürich, 1899; 8°.

Thiele (E.). Ueber Kondensationprodukte von aromatischen Diaminen mit Mandelsäurenitril und Milchsäurenitril. Basel, 1900; 8°.

Trautwein (H.). Untersuchungen über die Explosionsgrenzen brennbarer Gase und Dämpfe. München, 1900; 8°.

Uellenberg (E.). I. Beitrag zur Chemie des Kobalts und Nickels. II. Ueber 1-Phenyl-4-Methyl-5-Pyrazolon. Elberfeld, 1900; 8°.

Volz (W.). Beitrag zur Kenntnis eniger Vogelcestoden. Berlin, 1900; 8°.

Van Dam (W.). Ueber die Einwirkung von Kaliumhypobromit in alkalischer Lösung auf die Amide der aromatischen Oxysäuren. Haag, 1899; 8°.

Wasserzug (D.). Zur Kenntnis der Acetophenonderivate. Basel, 1900; 8°.

Weissenberger (A.). Diphterieserumtherapie und Intubation im Kinderspital in Basel. Basel, 1899; 8°.

Wolffhügel (K.). Beitrag zur Kenntnis der Vogelhelminten. Freiburg i. Br., 1900; 8°.

Wölfflin (E.). Die Beeinflussung der chirurgischen Tuberkulose durch das Hochgebirge mit spezieller Berucksichtigung des Engadins. Basel, 1899; 8°.

Zembrzuski (K. v.). I. Ueber Derivate des Acetophenons. II. Ueber unsymmetrische disubstituierte Hydrazine. Basel, 1900; 8°.

Zielke (A.). Ueber einige Derivate des Dioxynaphtalins 2:7. Riga, 1900; 8°.

Zumstein (H.). Zur Morphologie und Physiologie der Euglena gracilis Klebs. Leipzig, 1899; 8°.

* *Dalla 'Bibliothek der Grossh. Technischen Hochschule zu Karlsruhe':*

Bericht über die Feier der Einweihung der Neubauten und der Aula am 17., 18. und 19 Mai 1899. Karlsruhe; 8°.

Bericht über die Feier der Jahrhundert-Wende und die Verlehung des Promotionsrechtes am 10. Januar 1900. Karlsruhe; 8°.

Brauer (E. A.). Betrachtungen über die Maschine und den Maschinenbau. Karlsruhe, 1899; 8°.

Fader (A.). Ueber Condensationsveruche mit Anthranilsäureester. München, 1899; 8°.

Programm der Grossherzoglich badischen Technischen Hochschule zu Karlsruhe für das Studienjahr 1900-1901. Karlsruhe, 1900; 8°.

Rozynski (J.). Ueber das m-Jodacetophenon und dessen Ueberführung in m-Jodmandelsäure. Karlsruhe, 1899; 8°.

Arcidiacono (S.). Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti nell'anno 1899. Modena, 1900; 8° (*dall'A.*).

Mascari (A.). Osservazioni dell'eclisse parziale di sole del 28 maggio 1900 fatte all'Osservatorio astronomico di Catania. Catania, 1901, 4° (*Id.*).

Riccò (A.). Occultazione di Saturno del 13 giugno 1900 osservata nell'Osservatorio di Catania. Catania, 1900; 4° (*Id.*).

Riccò (A.) e **Franco** (L.). Stabilità del suolo all'Osservatorio Etneo. Catania, 1900; 4° (*dagli Aut.*).

Slaby (A.). Abgestimmte und mehrfache Funkentelegraphie. Berlin, 1901; 8° (*dall'A.*).

Tacchini (P.) e **Riccò** (A.). Osservazioni dell'eclisse totale di sole del 28 maggio 1900. Catania, 1900; 4° (*dagli A.*).

Vauthier (L. L.). Brèves observations sur l'étude de M. Lokhtine " Le mécanisme du lit fluvial ". Paris, 1898; 8° (*dall'A.*).

— Barrage a encombrement et barrage en lit evasé sans encombrement. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

— Note sur une meilleure utilisation des cours d'eau naturels comme voies navigables à l'aide de réservoirs d'étiage. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 3 al 17 Febbraio 1901.

---

* **Annali** dell'Università di Perugia. Pubblicazioni periodiche della Facoltà di Giurisprudenza. N. S. Vol. IX, fasc. 4°. Perugia, 1899; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. VIII. Parte 2ª. Notizie degli Scavi: Ottobre, 1900. Roma; 4°.

* **Boletín** de la Real Academia de la Historia. Tomo XXXVIII. Cuad. 1°. Madrid, 1901; 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto romano. An. IV, fasc. 1, 2; X, fasc. 5; XI, fasc. 3-5. Roma, 1891, 1899; 8°.

Calendario del Santuario di Pompei per l'anno 1901. Valle di Pompei; 16°.

Comisión N. del censo. Primer resumen del censo levantado el 1° de Marzo de 1900 en los departamentos de campaña. Nacionalidad y sexo de las personas censadas. Montevideo, 1900; 8° (*dal Governo della Repubblica dell'Uruguay*).

* **Transactions** of the Royal Society of Literature. 2. Series, vol. XXII, part II. London, 1900; 8°.

* **Tridentum** rivista mensile di studi scientifici. An. III, fasc. 10°, 1900. Trento; 8°.

* **Vjestnik** kr. hrvatsko-slavonsko-dalmatinskog Zemaljskog Arkiva. Godina III. Svezak 1. Zagreb, 1901; 8°.

* **Vocabolario** degli Accademici della Crusca. 5ª impressione. Vol. IX, fasc. 1°. Firenze, 1900; 4°.

Agostini (A.). Pietro Carnesecchi e il movimento Valdesiano. Firenze, 1900; 8° (*dall'A. per il premio di Storia 1898-1900 di fondazione Gautieri*).

Bonanni (G.). Il parlamento della città di Ortona e i conflitti di preminenza per la nomina del primo sindaco (1671-1742). Casalbordino, 1900; 8° (*dall'A.*).

Fontanarosa (V.). Domenico Cirillo botanico, medico, scrittore e martire politico del sec. XVIII. Napoli, 1899; 8° (*dall'A. per il premio di Storia 1898-1900 di fondazione Gautieri*).

Gabotto (F.). Storia di Cuneo, dalle origini ai giorni nostri. Cuneo, 1899; 8° (*Id.*).

— L'abazia ed il comune di Pinerolo e la riscossa Sabauda in Piemonte. Pinerolo, 1899; 8° (*Id.*).

— Cartario di Pinerolo, fino all'anno 1300. Pinerolo, 1900; 8° (*Id.*).

— Un Millennio di Storia Eporediese (356-1357). Pinerolo, 1900; 8° (*Id.*).

— Le carte dell'Archivio vescovile d'Ivrea fino al 1313. Pinerolo, 1900; 2 vol. 8° (*Id.*).

Orsi (P.). L'Italia moderna. Storia degli ultimi 150 anni fino all'assunzione al Trono di Vittorio Emanuele III. Milano, 1901; 8° (*Id.*).

Petrocchi (L.). Massa marittima. Arte e Storia. Firenze, 1900; 8° (*Id.*).

Rodolico (N.). Dal Comune alla Signoria. Saggio sul Governo di Taddeo Pepoli in Bologna. Bologna, 1898; 8° (*Id.*).

— Il Popolo minuto. Note di Storia fiorentina (1343-1378). Bologna, 1899; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 10 al 24 Febbraio 1901.

Anales del Museo Nacional de Montevideo. T. II, fasc. 17°; III, fasc. 18°. Montevideo, 1900, 1901; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sächsischen Gesellschaft der Wissensch. zu Leipzig. Mathem.-phys. Classe. 1900, VIII. Leipzig, 1900; 8°.

Boletín del Observatorio Astronómico Nacional de Tacubaya. Tom. II, n. 6. Mexico, 1900; 4°.

Boletín demográfico argentino. Año I, Octubre 1900, n. IV. Buenos Aires, 1900; (*dal Ministero dell'Interno della Repubblica Argentina*).

* **Bollettino** della Società dei naturalisti in Napoli. Ser. I, vol. XIV, 1900. Napoli, 1901; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie, novembre, 1900; 8°.

Inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi nel R. Istituto tecnico Superiore di Milano. XIII dicembre MDCCCC. Milano; 8° (*dono del Comitato*).

Memorie del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. XVIII, fasc. XI. Milano, 1900; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LXI, No. 3. London, 1901, 8°.

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 17°. No. 232. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXVI, No. 441. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Canadian Institute. N. S., No. 10, vol. II, part 4. Toronto, 1901; 8°.

* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LVII, Part 1. No. 225. London, 1901; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXIV, fasc. 1°-3°. Milano, 1901; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accad. di Scienze fisiche e matematiche. Ser. 3ª, vol. VII, fasc. 1°. Napoli, 1901; 8°.

* **Transaction** of the American Mathematical Society. Vol. II, No. 1. Lancaster, Pa., and New York, 1901; 4°.

* Журнадъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ. Т. XXXII, n. 9. 1900; 8°.

* *Dall'Università di Erlangen:*

Bandel (R.). Ansichten u. Aussprüche des Hippokrates über die Ernährung von Gesunden u. Kranken u. über die Verdaulichkeit verschiedener Nahrungsmittel. Erlangen, 1899; 8°.

Bartz (O.). Ueber die einzelnen Nahtmethoden zum Schlusse der Bauchwunde nach Laparotomie. Landau, 1899; 8°.

Bedenck (J.). 63 in der Erlanger chir. Klinik beobachtete Fälle von Lippencarcinom aus den Jahren 1893-97 (incl.). Erlangen, 1899; 8°.

Benker (K.). Beitrag zur Kenntnis der sterischen Hinderung chemischer Reaktionen. Erlangen, 1899; 8°.

Benner (H.). Bestimmung der Coefficienten welche bei der Berechnung der Integrale $\int \frac{x^n dx}{\sqrt{1+ax+bx^2}}$ und $\int \frac{x^n dx}{\sqrt{1+ax+bx^2+cx^3}}$. Boston, 1899; 8°.

Berckhemer (R.). Ueber N-alkylierte Chinolone. Erlangen, 1900; 8°.

Berg (E.). Studien über den Dimorphismus von Ranunculus Ficaria. Ludwigsburg, 1899; 8°.

Best (F.). Beitrag zur Kenntniss der α- und β-Naphtyldithiocarbazinsäure sowie der o-Anisyldithiocarbazinsäure und ihrer Condensationsprodukte. Erlangen, 1899; 8°.

Bouda (F.). Ueber zwei Fälle von eigentümlicher angeborener Anomalie der Leberlappung. Erlangen, 1899; 8°.

Braeunig (A. F. K.). Beitrag zur Kenntniss des Glutinpeptons. Dresden, 1898; 8°.

Braun (K.). Ueber Veränderungen im Gewebe entlaubter Stengel und Zweige. 1899; 8°.

Bruhn (G. A.). Beiträge zur Kenntnis der Rosinduline u. der Isorosinduline. Erlangen, 1899; 8°.

Cassel (J.). Die drei isomeren Chlorphenylsulfaminsäuren u. ihre Umwandlungsprodukte. Erlangen, 1900; 8°.

Diruf (A.). Ein Beitrag zu den kongenitalen Difformitäten. Erlangen, 1900; 8°.

Doering (O.). Die regulatorische Bildung von Diastase durch Pilze. Erlangen, 1900; 8°.

Dorsch (B.). Ueber primäre Lymphdrüsen-Tuberculose. Erlangen, 1899; 8°.

Elterlein (A. v.). Eduard Suess u. seine Stellung zur Goldfeinheitsfrage. Erlangen, 1898; 8°.

Engelhardt (F.). Ein casuistischer Beitrag zur Behandlung der Lageanomalien der Linse des menschlichen Auges. Erlangen, 1900; 8°.

Eyring (H.). Ueber die Behandlung des vorgeschrittenen Carcinoma uteri mit dem ferrum candens. Erlangen, 1899; 8°.

Fickler (A.). Studien zur Pathologie u. pathologischen Anatomie der Ruckenmarkscompression bei Wirbelcaries. Leipzig, 1899; 8°.

Gerke (O.). Ueber Assimilation im blauen u. violetten Spektrum. Cassel, 1900; 8°.

Gerlach (A.). Zur Anatomie des Cavum laryngis des Menschen. Viesbaden, 1900; 8°.

Gleuck (K.). Ein Fall von multiplem primärem Carcinom des Magens. Erlangen, 1900; 8°.

Gloz (A.). Ueber N-Alkyl-Akridone u. über eigentümliche Verbindungen von Basen u. Phenolen mit Phenylacridinchlormethylat. Erlangen, 1899; 8°.

Gmeinder (H.). Ueber einen Fall von Polyneuritis alcoholica. Erlangen, 1900; 8°.

Grunert (O.). Die Scaphopoden und Gastropoden der deutschen Trias. Erlangen, 1898; 8°.

Hahn (F.). Ein Fall von Gallertkrebs des Magens u. der Speiseröhre. Erlangen, 1899; 8°.

Hartmann (L.). Beiträge zur Constitution der Ortho-Amido-azoverbindungen. Erlangen, 1899; 8°.

Hauck (L.). Untersuchungen zur normalen u. pathologischen Histologie der quergestreiften Musculatur. Leipzig, 1900; 8°.

Heintzel (K.). Contagiöse Pflanzenkrankheiten ohne Microben unter besonderer Berücksichtigung der Mosaikkrankheit der Tabaksblätter. Erlangen, 1900; 8°.

Herrmann (R.). Ueber das fette Oel des Quittensamens. Münster i. W., 1899; 8°.

Herzberg (G.). Untersuchungen über hitzebeständige Keime im Faeces. Berlin, 1899; 8°.

Hirschweh (H.). Aldehydbildung in grünen Blättern bei verschiedener Belichtung. Berlin, 1899; 8°.

Honcamp (F.). Beiträge zur Atmung und Wärmeentwicklung der Schimmelpilze mit Berücksichtigung der Pflanzenatmung im allgemeinen. Erfurt, 1899; 8°.

Hornung (W.). Die Diluvial- u. Alluvialablagerungen des Regnitzthales nördlich Erlangen nebst einigen Betrachtungen der orographischen u. hydrographischen Verhältnisse des Niederschlagsgebietes der Regnitz. Halle A. S., 1899; 8°.

Iftner (P.). Ueber einen Fall von excessiver Herzhypertrophie. Erlangen, 1900; 8°.

Itzig (H.). Ueber einige complexe Salze der Wein- und Aepfelsäure von hoher specifischer Drehung. Berlin, 1899; 8°.

Jaeger (R.). Ueber die Einwirkung von Phosphorpentachlorid auf N-alkylierte Pyridone u. Chinolone. München, 1899; 8°.

Jto (K.). Ueber den Einfluss von Muskelanstrengungen auf die Körpertemperatur. Erlangen, 1899; 8°.

Kamphausen (W.). Untersuchungen über Diphenylisodithiobiazolon. Erlangen, 1900; 8°.

Karges (J.). Ueber einen Fall von angeborener Pulmonalstenose mit embolischer Hemiplegie. Erlangen, 1899; 8°.

Kauffmann (C.). Ueber Einwirkung der Anästhetica auf das Protoplasma und dessen biologisch-physiologischen Eigenschaften. Erlangen, 1899; 8°.

Klinkhardt (V.). Beiträge zur Morphologie u. Morphogenie des männlichen Genitalapparates der Rhopaloceren. Leipzig, 1900; 8°.

Klitzsch (P.). Zur Kenntnis des Chinolins. Rostock, 1899; 8°.

Kochs (J.). Ueber die Gattung Thea L. u. den chinesischen Thee. Leipzig, 1900; 8°.

Koelsch (F. X.). Klinische Beiträge zur Lehre von der Aktinomykose des Menschen. Erlangen, 1900; 8°.

Koerner (J. A.). Beitrag zur Kenntnis der elsässer Thone. Strassburg, 1900; 8°.

König (J.). Ein Beitrag zur Kenntnis der Phosphornekrose. Erlangen, 1900; 8°.

Lang (O.). Ueber Produkte der alkalischen Hydrolyse des Blutalbumins. Berlin, 1899; 8°.

Leidel (L.). Ueber die Einwirkung von Phosphorpentabromid auf N.-alkylierte Pyridone u. Chinoline. Erlangen, 1899; 8°.

Linnemann (F.). Beiträge zur Kenntnis der Indulinderivate. Erlangen, 1899; 8°.

Lorleberg (O.). Hygienisch-medizinische Betrachtungen über bäuerliche Verhältnisse in Thüringen. Erlangen, 1899; 8°.

Mayer (F.). Ein Beitrag zur Lehre von den intraocularen Cysten: haemorrhagische Cyste des Corpus Ciliare mit Ausgang in spontane Heilung. München, 1899; 8°.

Mayer (O.). Experimentelle Untersuchungen über das Vorkommen von Tuberkelbazillen im Blute und der Samenflüssigkeit von an Impftu-

berkulose leidenden Tieren besonders bei lokalisierter Tuberkulose. Erlangen, 1900; 8°.

Michaëlis (G.). Bau u. Entwicklung des männlichen Begattungsapparates der Honigbiene. Leipzig, 1900; 8°.

Michelsen (P.). Ueber die Gewichtsverhältnisse der syphilitischen Placenten zu den Kindern. Erlangen, 1900; 8°.

Münter (O.). Congenitale Luxation des Radiusköpfchens mit Vererbung. Würzburg, 1899; 8°.

Murach (F.). Ueber Produkte der alkalischen Hydrolyse des Blutalbumins. Konigsberg i. Pr., 1900; 8°.

Naegelsbach (W.). Ueber die während der letzten 12 Jahre in der Erlanger chirurgischen Klinik zur Behandlung gelangten Oberkiefertumoren. Erlangen, 1899; 8°.

Nicolai (K. H.). Bakteriologische Studien über Wurzeln und Samen von Hedysarum coronarium. Erlangen, 1900; 8°.

Paltzer (G.). Ueber o-Nitrobenzyl-p-Amidoazobenzol u. seine Derivate. Erlangen, 1900; 8°.

Plaut (H.). Ueber Blasendiphterie mit Exfoliation der inneren Schichten. Berlin, 1899; 8°.

Rammelberg (K.). Gehalt der Orchideenknollen zu verschiedenen Jahreszeiten. Erlangen, 1899; 8°.

Salzmann (C.). Ein bemerkenswerter Fall von Cataracta arida siliquata. Erlangen, 1900; 8°.

Schulz (O.). Beiträge zur Physiologie der Schilddrüse. Erlangen, 1900; 8°.

Seibert (F.). Lotze als Anthropologe. Wiesbaden, 1900; 8°.

Sieber (F.). Ueber die durch Syphilis u. Tuberkulose erzeugten Schädelzerstörungen. Erlangen, 1900; 8°.

Sieberth (O.). Die Mikroorganismen der kranken Zahnpulpa. Erlangen, 1900; 8°.

Sommer (R.). Ueber Condensationen von p-Amidophenolen mit Ketonen und über Abkömmlinge des Anhydroformaldehydanisidins. München, 1900; 8°.

Stadlinger (H.). Ueber die Bildung von Pseudophit in granitischen Gesteinen mit besonderer Berücksichtigung der geologischen Verhältnisse des Strehlerberges bei Markt-Redwitz in Fichtelgebirge. Erlangen, 1900; 8°.

Steppes (F.). Ueber p- und o-Toluidoessigsäure und α-p- und α-o-Toluidopropionsäure. Hannover, 1899; 8°.

Stickler (L.). Ueber den microscopischen Bau der Faltenzähne von Eryops megacephalus Cope. Stuttgart, 1899; 4.

Strehl (K.). Theorie der allgemeinen mikroskopischen Abbildung. Erlangen, 1900; 8°.

Sybel (E.). Casuistischer Beitrag zur Syphilis der Extremitäten. Jena, 1900; 8°.

Teudt (H.). Ueber die Aenderung der spezifischen Wärmen wässeriger Salzlösungen mit der Temperatur. Erlangen, 1900; 8°.

Trenkner (E.). Beitrag zur Histologie u. Aetiologie des " blutenden Septumpolypen „. Erlangen, 1900; 8°.

Tübben (L.). Der Stringocephalenkalk von Philippstein u. die in Verbindung mit ihm auftretenden Erzlagerstätten. Erlangen, 1899; 8°.

Werner (H.). Der Vegetarismus im Gegensatze zur modernen Ernährungstheorie. Erlangen, 1899; 8°.

Wolterstorff (W.). Das Untercarbon von Magdeburg-Neustadt u. seine Fauna. Berlin, 1899; 8°.

Wynen (T.). Beiträge zur Kenntnis organischer Sulfamin- und Sulfosäuren. Erlangen, 1900; 8°.

Birkenmajer (L. A.). Mikolaj Kopernik. Krakowie, 1900; 4° (*dall'Accademia delle Scienze di Cracovia*).

Macchiati (L.). Nota preventiva di biologia sul fiore del *Castagno indiano*. Firenze, 1900; 8°. (*dall'A.*).

— Intorno alla funzione difensiva degli afidi. Firenze, 1900; 8° (*Id.*).

— Noterelle di biologia fiorale. Firenze, 1900; 8° (*Id.*).

Oddone (E.). Ricerche strumentali in sismometria con apparati non pendolari. Modena, 1900; 8° (*Id.*).

Righi (A.). Sur les ondes électromagnétiques d'un ion vibrant. Harlem, 1900; 8°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 17 Febbraio al 3 Marzo 1901.

---

* **Analecta** Bollandiana. T. XIX, fasc. 3. Bruxelles, 1900; 8°.

Annales du Musée Guimet. Revue de l'histoire des religions. XXIe année, T. XLI, No. 3; XLII, No. 3. Paris, 1900; 8°.

* **Berichte** über die Verhandlungen der k. Sachsis. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Philol.-historisc. Classe. 1900, IX. Leipzig; 8°.

* **Bulletin** de la Société d'Études des Hautes-Alpes. IIe série, Nos. 34, 35, 2e et 3e trimestre 1900. Gap; 8°.

* **Géographie** (La). Bulletin de la Société de Géographie. N. 2, 15 février. Paris. 1901; 8°.

Inventaire sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790. *Gard*. Archives civiles. Sér. E, T. II°. Notaires (Suite).
Loire. Archives civiles. Sér. E, suppl., T. I^r^, Arrondiss. de Montbrison.
Marne. Archives Ecclésiastiques. Sér. G. Clergé séculier, T. IV. Nimes, Saint-Étienne, Châlons, 1900, 1899, 1900; 4°.

Inventaire sommaire des Archives Communales antérieures à 1790; Départ. du Nord. Ville d'Halluin; Ville de Gravelines. Lille, 1900; 4° (*dono del Governo della Repubblica francese*).

* **Mémoires** de l'Académie de Stanislas. 5me série, t. XVII. Nancy, 1900; 8°.

* **Petit Guide** illustrée du Musée Guimet, 4me recension. Paris, 1900; 16°.

Relazione sull'Amministrazione delle Gabelle per l'esercizio 1899-900. Roma, 1901; 4° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Ricordi** sul primo centenario della nascita di Leonardo Vigo. Acireale, 1901; 8° (*dall'Accademia degli Zelanti di Acireale*).

Corridore (F.). Vittorio Emanuele I e i suoi piani di guerra (1809). Torino, 1900; 8° (*dall'A.*).

— Per una missione segreta del Re di Sicilia, del Ministro di Spagna e di quello d'Inghilterra. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

Corridore (F.). L'Italia in attesa dell'ultimatum del Congresso di Vienna (1814-1815). Torino, 1900; 8° (*Id.*).

— La politica della Santa Sede rispetto alla questione polacca e al blocco continentale. Torino, 1900; 8° (*Id.*).

— Documenti per la difesa marittima della Sardegna nel secolo XVI. Torino, 1901; 8° (*Id.*).

Jannaccone (P.). Il costo di produzione. Torino, 1901; 8° (*Id.*).

Manfroni (C.). Storia documentata della Marina sarda dal dominio spagnuolo al savoino di F. Corridore (1479-1720). Bologna, 1900. Cagliari, 1901; 8° (*dal sig. F. Corridore*).

Nobili-Vitelleschi (F.). Morale induttiva. Roma, 1882-1893; 4 vol. in-8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali

Dal 24 Febbraio al 10 Marzo 1901.

* **Annales** de la Société belge de microscopie. T. XXV. Bruxelles. 1899; 8°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XVIII, livr. 11e e 12e, 1900. Paris; 8°.

* **Annales** de la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse. 2me sér. T. 2°, Ann. 1900, 2me fasc. Toulouse; 4°.

* **Archives** du Musée Teyler, série II, vol. VII, 2me partie. Haarlem, 1900; 8°.

* **Archives** (Nouvelles) du Museum d'histoire naturelle. 4me série, t. II, fasc. 1. Paris, 1900; 4°.

* **Atti** della Società Italiana di scienze naturali, vol. XXXIX, fasc. 3°-4°. Milano, 1901; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LIV, (1900-1901), sess. 1a. Roma, 1901; 4°.

* **Bergens** Museum Aarbog for 1900 Afhandlinger og Aarsberetning udgivne af Bergens Museum. Bergen, 1901; 8°.

* **Bergens** Museum, Aarsberetning for 1900. Beretninger afgivne til generalforsamlingen den 25de februar, 1901. Bergen; 8°.

* **Bulletin** de la Société Physico-Mathématique de Kasan. 2me série, t. IX, Nos. 3-4; t. X, n. 1. 1899-1900; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2nd. Ser. Vol. VII, No. 5. Lancaster, Pa. and New York, 1901; 8°.

* **Bulletin** de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Ann. 1899. Nos. 2-4. Moscou, 1900; 4°.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles da l'Ouest de la France. T. X, 1r-2e trimestre 1900. Nantes; 8°.

* **Bulletin** du Muséum d'histoire naturelle. Année 1900, Nos. 5, 6. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société Géologique de France. 3e sér., t. XXVIII. Nos. 3-6. Paris, 1900; 8°.

* **Journal** of the Chemical Society. Vol. 79 e 80. March 1901. London; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1901, part 1. London; 8°.

* **Mémoires** de l'Académie Impériale des sciences de St-Pétersbourg. T. VIII, Nos. 6-10; IX, 1-9; X, 1, 2. St-Pétersbourg, 1899-1900; 4°.

North American Fauna. N° 16. Results of a biological Survey of Mount Shasta Califoruia by C. H. Merriam. Washington, 1899 (*dall'U. S. Department of Agriculture*).

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 17, Nos. 233. London, 1901; 8°.

Report of the Seventieth Meeting of the British Association for the advancement of Science, held at Bradford in September 1900. London, 1900; 8°.

* **Transactions** of the R. Society of South Australia. Vol. XXIV, Part 2a. Adelaide, 1900; 8°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XVI, part 1. 1901; 4°.

** **Verhandlungen** der physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Jahrg. 3. n. 1. 1901; 8°.

Bertini (E.). Sui sistemi lineari di grado zero. Roma, 1901, 4 pp.; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Cantor (M.). Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. III. Zweite Auflage. 2. Abth. Abschnitt XVII (1700-1726). Leipzig, 1901; 8° (*dall'A.*).

Guidi (C.). Le costruzioni in *Béton* armato. Conferenze tenute nel maggio 1900. Torino, 1901; 4° (*dall'A. Socio residente*).

Mayer (A.). "Forschung „. Medizinisch-naturwissenschaftliche Abhandlung. Augsburg, 1900; 2 fasc. in-8° (*dall'A. per il XIII premio Bressa*).

— Gedanken über systematische Hungerkuren. Augsburg, 1900; 8° (*Id.*).

Tchebychef (P. L.). Œuvres. Publiées par les soins de MM. A. Markoff et N. Sonin. Tome 1r. St-Pétersbourg, 1899; 4° (*dono dell'Imp. Accademia delle Scienze*).

Théry (E.). De l'Accaparement. Paris, 1900; 8° (*dall'A. per il XIII premio Bressa*).

** **Vinci** (Leonardo da). Il codice Atlantico, fasc. XXI. Milano, 1901; f°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 3 al 17 Marzo 1901.

* **Atti** della R. Accademia di scienze morali e politiche della Società Reale di Napoli. Vol. 32°. Napoli, 1901; 8°.

* **Atti** e **Memorie** della R. Accademia di Scienze, lettere ed arti in Padova (1899-900), N. S., vol. XVI. Padova, 1900; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei; Serie V. Classe di Scienze morali, storiche e filol.; vol. VII. Notizie degli Scavi: Novembre 1900. Roma; 4°.

* **Boletín** de la Real Academia de la historia; t. XXXVIII, cuad. 2. Madrid, 1901; 8°.

* **Giornale** storico e letterario della Liguria. Anno II, 1901. Fasc. 1-2. Spezia, 1901; 8°.

Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1900. XLIII. Bd. Wien, 1900; 8°.

* **Notulen** van den Algemeene en Directievergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXVII. Afl. 4-5; XXXVIII, 1. Batavia, 1900; 8°.

** **Petermanns** Mittheilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N. 133. Gotha, 1900; 8°.

* **Rendiconto** delle Tornate e dei Lavori dell'Accademia di Scienze morali e politiche della Società R. di Napoli. Anno 39°. Napoli, 1900; 8°.

* **Rivista** ligure di scienze ed arti. An. XXIII, fasc. 1. Genova, 1901; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° gennaio al 31 dicembre 1900. Roma, 1901; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Studi** e Documenti di storia e diritto. Anno XXI, fasc. 4°. Roma, 1900; 4° (*dall'Accademia di Conferenze storico-giuridiche*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XLIII, Aflev. 1-4. Batavia, 1900; 8°.

* *Dall'Università di Erlangen:*

Appuhn (A.). Das Trivium und Quadrivium in Theorie und Prais. Erlangen, 1900; 8°.

Auerbach (P.). Dispositives Recht insbesondere des B. G.-B. Frankfurt a. M., 1900; 8°.

Aug (J.). Die Verjährung der Strafverfolgung. Strassburg, 1900; 8°.

Bach (M.). Die ausserehelliche Beiwohnung und die daraus entspringenden Rechtsverhältnisse nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Nürnberg, 1899; 8°.

Bartman (V.). Geht das Eigentum an Geld, welches in fremde Hände gerät, schon durch Ausgeben seitens des fremden Besitzers, oder erst durch Vermischung mit fremdem Gelde verloren? Köln, 1899; 8°.

Bauerschmidt (H.). Ergebnisse einer Vergleichung zwischen Ciceros Schriften " De oratore „ und " Orator „. Erlangen, 1900; 8°.

Becker (C.). Kennen und Kennen-Müssen als gleich- oder nicht gleichwirkende Thatbestände im burgerlichen Gesetzbuch. Bergheim (Erft.), 1899; 8°.

Becker (E.). Sicherung des Gläubigers durch constitutum possessorium. Düren, 1899; 8°.

Bethge (J.). Zur Technik Molières. Berlin, 1899; 8°.

Bienhold (H.). Ueber die Grenzen der subjektiven Rechtskraft nach der neuen Civilprozessordung und dem bürgerlichen Gesetzbuche. Hannover, 1899; 8°.

Bittel (F.). Ueber das Flussschifffahrtsrecht der Donaumündungen mit besonderer Berücksichtigung der Rechtsverhältnisse der europäischen Donaukommision. Mainz, 1899; 8°.

Bitterauf (H.). Observationes Manilianae. Straubingae, 1899; 8°.

Braun (O.). I. Vorsätzliche und fahrlässige Verletzungen Unbeteiligter bei Notwehrhandlungen. II. Die Putativnotwehr. Berlin, 1900; 8°.

Brockdorff (F. v.). Deutsche Handelspolitik im XIX. Jahrhundert insbesondere seit 1879. Erlangen, 1899; 8°.

Büsgen (W.). Das Wesen der Vollmacht unter Berücksichtigung des neuen bürgerlichen Rechts. München, 1900; 8°.

Christians (F. W.). Ueber die sogenannte " relative Nichtigkeit der Rechtsgeschäfte „. Erlangen, 1899; 8°.

Contzen (L.). Die strafrechtliche Behandlung des blinden Passagiers. Hildesheim, 1899; 8°.

Deerberg (F.). Kann es nach dem Strafgesetzbuche des deutschen Reiches eine strafbare Anstiftung oder Hülfeleistung zu Handlungen geben, welche von Personen unter zwölf Jahren begangen werden? Oberhausen Rheinl, 1899; 8°.

Depène (H.). Casus und vis major in Verbindung mit der Fräge: Welche Verhältnisse treten beim Frachtgeschäft ein, wenn die Ware durch Zufall untergeht? Berlin, 1899; 8°.

Dieckerhoff (E.). Welche von den praktisch bedeutsamen gemeinrechtlichen Folgen des Unterschiedes zwischen Bedingung und Befristung treffen noch zu für das B. G. B.? Bonn, 1899; 8°.

Döpfner (J.). Das Wesen der universitates facti und iuris ihre Bedeutung im praktischen Rechte. Mannheim, 1899; 8°.

Dungern (O. C. v.). Die staatsrechtliche Stellung der ehemaligen Reichsburg Friedberg in der Wetterau. Frankfurt a. M., 1899; 8°.

Eger (L.). Der Einfluss der Verschuldung beim Strafrechtlichen Notstand. Berlin, 1899; 8°.

Ferri (M.). Die Begründung der Kulturstaatstheorie (Rechts- oder Culturstaat?). Erlangen, 1899; 8°.

Fischer (F.). Ueber technische Metaphern im Griechischen mit besonderer Berücksichtigung des Seewesens und der Baukunst. Straubing, 1900; 8°.

Fränkel (E.). Dar Darlehen und die irreguläre Hinterlegung. Berlin, 1899; 8°.

Fritsch (A.). Das negative Vertragsinteresse. Trier, 1900; 8°.

Goerger (F.) Inwieweit haftet der Mandant für Schaden des Mandatars? Bonn, 1899; 8°.

Graefe (M.). Das Intestaterbrecht der armen Witwe im gemeinen Recht verglichen mit dem Intestaterbrecht der Ehefrau am Vermögen des Ehemannes im bürgerlichen Gesetzbuch für das deutsche Reich. Bonn, 1899; 8°.

Grimm (L.). Betrachtungen über die Verteilung der Staatsfunktionen zwischen dem Deutschen Reiche und den deutschen Einzelstaaten. Landau, 1900; 8°.

Groll (T.). Die bayerische Viehversicherung in systematischer Darstellung. Landshut, 1899; 8°.

Haack (F.). Friedrich Herlin sein Leben und seine Werke. Strassburg, 1900; 8°.

Hadenfeldt (H.). Die Mobiliarversteigerung nach gemeinem Recht unter Berücksichtigung der Partikularrechte. Kiel, 1899; 8°.

Haenle (F. G. L.). Einfluss des bürgerlichen Gesetzbuchs auf die Strafrechtliche Behandlung des Notstands, sowie philosophische Fragen des Notstandsrechts. Traunstein, 1899; 8°.

Heinemann (B.). Das Handelsregister nach dem neuen Handelsgesetzbuche. Breslau, 1900; 8°.

Heinlein (L.). Hegesipps Rede περὶ Ἀλοννήσου verglichen mit den demosthenischen Reden. Würzburg, 1900; 8°.

Heintz (N.). Vergleichende Studien über die Rechtsverhältnisse der procuristen, handlungsbewollmächtigten und handlungsgehülfen unter Berücksichtigung des neuen Handelsgesetzbuches vom 10 Mai 1897 und des bürgerlichen Gesetzbuches vom 18 August 1896. Berneck, 1899; 8°.

Heydenreich (G.). De Quintiliani institutionis oratoriae libro X, de Dionysii Halicarnassensis de imitatione libro II, de canone, qui dicitur Alexandrino, quaestiones. Erlangae, MCM; 8°.

Hiller (B.). Abälard als Ethiker. Erlangen, 1900; 8°.

Holl (J.). Die Verträge zu Gunsten Dritter nach dem deutschen bürgerlichen Gesetzbuche. Köln, 1899; 8°.

Horn (H.). Begriff und rechtliche Natur der Schenkung nach bürgerlichem Gesetzbuche. Erlangen, 1899; 8°.

Hubel (K.). Die Brieffragmente der Cornelia, der Mutter der Gracchen. Erlangen, 1900; 8°.

Hürter (C.). Wirkung des rechtskräftigen Urteils bei Gemeinschaftsverhältnissen. Erlangen, 1899; 8°.

Jaffé (W.). Zur Lehre von den Delikten der Nötigung, Bedrohung und Erpressung (§ 240, 241, 253 St. G. B.) insbesondere in ihrem Verhältnis zu einander. Berlin, 1899; 8°.

Immelen (H.). Das Schuldversprechen nach dem gemeinen Recht und dem bürgerlichen Gesetzbuch. Aachen, 1899; 8°.

Junker (H.). Die Genehmigung im bürgerlichen Gesetzbuch. Olpe, 1899; 8°.

Kahl (G.). Die bürgerliche Anweisung. Hildesheim, 1899; 8°.

Karweil (J.). Die Stellung des vollmachtslosen gewillkürten Stellvertreters und des Geschaftsführers ohne Auftrag sowie des nicht legitimierten gesetzlichen Vertreters nach der Civilprozessordnung vom 30. Januar 1877 unter Berücksichtigung der Novelle vom 17. Mai 1898. Magdeburg-N., 1900; 8°.

Kauzmann (O.). Die Zulässigkeit der Klageänderung. Stuttgart; 8°.

Kintscher (E.). Dos ipso jure impensis necessariis minuitur. Darmstadt, 1899; 8°.

Kipp (T.). Der Parteiwille unter der Herrschaft des deutschen bürgerlichen Gesetzbuchs. Erlangen, 1899; 8°.

Klein (S.). Ueber den Verfall der Konventionalstrafe nach gemeinem Recht, unter Berücksichtigung der modernen Gesetzgebung. Danzig, 1899; 8°.

Klinkhammer (W.). Unterschied zwischen Leistungsbereitschaft und Leistung nach Voraussetzung und Wirkung. Trier, 1899; 8°.

Kotterheidt (H.). Ueberschreitung des vom Auftraggeber gesetzten Grenzpreises bei der Einkaufs- und Verkaufskommission. Bonn, 1900; 8°.

Krahé (W.). Der Besitzschutz nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Köln, 1899; 8°.

Kröger (A.). Leibniz als Pädagoge. Eine Quellenmässige und systematische Darstellung. Leipzig, 1900; 8°.

Lademann (K.). Der dolus eventualis im deutschen Strafrecht. Berlin, 1899; 8°.

Lange (H.). Der Besitzschutz des Pächters. Minden, 1899; 8°.

Lasch (G.). Schleiermacher's Religionsbegriff in seiner Entwickelung von der ersten Auflage der Reden bis zur zweiten Auflage der Glaubenslehre. Erlangen, 1900; 8°.

Lauterbach (O.). Die Handlungsagenten in ihrer rechtlichen Stellung nach dem Handelsgesetzbuche vom 10. Mai 1897. Strassburg, 1899; 8°.

Lieser (E.). Das Lagergeschäft und der Lagerschein (Warrant) nach dem Handelsgesetzbuche vom 10. Mai 1897. Fürth, 1899; 8°.

Leistner (J.). Die Haftung des Verkäufers wegen Mängel der Kaufsache nach dem Rechte des bürgerlichen Gesetzbuches. Nürnberg, 1900; 8°.

Löhe (H.). Das Vertragsangebot nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Fürth, 1899; 8°.

Lorenz (H.). D.r P. J. Möbius als Philosoph. Wiesbaden, 1900; 8°.

Mannes (S.). Ueber den Einfluss des aramäischen auf den Wortschatz der Mišnah an Nominal- und Verbal-Stämmen, zugleich als Vorstudien zu einem Misnâh-Lexicon. Berlin, 1897; 8°.

Merkel (J.). Die Vermögensbeschädigung beim Betrug. Nürnberg, 1900; 8°.

Mertens (P.). Die kulturhistorischen Momente in den Romanen des Chrestien de Troyes. Berlin, 1900; 8°.

Meyer (E.). Die Zusatzpatente des Reichspatentgesetzes. München, 1899; 8°.

Meyer (W.). Die verschiedene Behandlung der teilbaren und unteilbaren Obligationen. Köln, 1899; 8°.

Michaëlis (E.). Der Trödelvertrag. Aschersleben, 1900; 8°.

Michel (F. C.). Die Simultangründung bei der Aktiengesellschaft unter besonderer Berücksichtigung des neuen Handelsgesetzbuches vom 10, Mai 1897. Frankfurt a. M., 1899; 8°.

Mielisch (G.). Quae de affectuum natura et viribus Spinoza (Ethices p. III et IV) docuit, ita exponantur, ut quantum fieri potest, exemplis illustrentur. Halis Saxonum, M.DCCC; 8°.

Mittag (C.). Die Rechtsstellung desjenigen, dem der Niessbraucher die Ausübung des Niessbrauchs übertragen hat, nach gemeinem und preussischem Rechte. Baruth (Mark), 1899; 8°.

Moritz (P.). Lasst sich bei unvollendeten oder nichtigen Verträgen eine Klage auf schadensersatz begründen? Erlangen, 1899; 8°.

Müller (E.). Das Flusswasser steht im Eigentum! und die konsequente Anwendung dieses Satzes auf des Strafrecht. Quedlinburg, 1899; 8°.

— Wie verhält sich Verzicht zur Schenkung? Köln, 1899; 8°.

Müller (L.). Frachtbrief u. Frachtbriefduplikat im deutschen Frachtrecht und internationalen Uebereinkommen über den Eisenbahnfrachtverkehr vom 14. Oktober 1890. Schwetzingen, 1899; 8°.

Müller (Max). Der Streit der Zimmermannswerkzeuge. Erlangen, 1899; 8°.

Münkel (O.). Das Rechtsverhältnis aus § 651 des Bürgerlichen Gesetzbuches für das deutsche Reich. Hannover, 1899; 8°.

Müntzel (H.). Ueber den Ort der Erfüllung von Obligationen nach gemeinem Recht und dem Recht des burgerlichen Gesetzbuchs, unter besonderer Berücksichtigung der Obligationen aus unerlaubten Handlungen. Berlin, 1899; 8°.

Nasse (E.). Die Bedeutung der Eviktion einer verkauften und übergebenen beweglichen Sache nach gemeinem Recht und nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Bonn, 1899; 8°.

Naumann (M.). Der Erbeinsetzungsvertrag in seinen Beziehungen zum Noterbenrechte. Berlin, 1899; 8°.

Nolte (J.). Ergiebt sich aus der Natur des Lebensversicherungsvertrages nach heutigem Rechte ein Anspruch des Versicherten auf die Prämienreserve? Erlangen, 1900; 8°.

Oestreich (B.). Ueber die Einwirkung des Betrugs auf den Vertragsabschluss. Danzig-Langfuhr, 1900; 8°.

Ostermann (H. T.). Die Zahlung einer Schuld durch Wechsel unter Berucksichtigung von Novation, hingabe einer Forderung an Zahlungstatt und zahlungshalber. Erlangen, 1899; 8°.

Otto (C.). Hermann Lotze über das Unbewusste. Labes, 1900; 8°.

Perdelwitz (R.). Die Lehre von der Unsterblichkeit der Seele in ihrer geschichtlichen Entwickelung bis auf Leibnitz. Leipzig, 1900; 8°.

Perkuhn (W.). Rechtslage des testamentarisch eingesetzten Erbschaftsbesitzers und des Erben bezüglich der von Ersterem bezahlten Erbschaftsschulden und Legate nach gemeinem Recht und bürgerlichem Gesetzbuch. Berlin, 1900; 8°.

Petri (L.). Geschichte des Placet nach Zweck und rechtlicher Ausgestaltung. Sorau N. L., 1899; 8°.

Pieper (O.). Die dingliche Wirkung des Vermächtnisses nach römischem und gemeinem Rechte unter besonderer Berucksichtigung der modernen Gesetzgebung. Köln, 1899; 8°.

Pöppinghaus (H.). Die Rechtsstellung des Kommittenten im Konkurse des Kommissionärs nach Handels- und gemeinem Civilrecht. Duisburg, 1899; 8°.

Posselt (M.). Das Seelenleben des Weisen nach späteren Stoikern. Erlangen, 1899; 8°.

Ranzenberger (F. W.). Die Rechte und Pflichten der offenen Handelsgesellschafter aus dem inneren Rechtsverhältnis der Gesellschaft. Weissenburg A. S., 1899; 8°.

Reiser (A.). Begriff und Grenzen der Baupolizei nach württembergischem Rechte. Amberg, 1899; 8°.

Rentel (A.). Das römische und gemeine Schatzrecht unter kurzer Berücksichtigung der neueren Gesetzgebungen in Sonderheit der Bestimmungen des deutschen bürgerlichen Gesetzbuches. Königsberg, 1899; 8°.

Richter (A.). Dominium revocabile ex tunc nach gemeinem Rechte und unter Berücksichtigung des Bürgerlichen Gesetzbuches. Bonn, 1899; 8°.

Riedel (Ch.). Alliteration bei den drei grossen griechischen Tragikern. Erlangen, 1900; 8°.

Rocholl (P.). Die selbständige Einziehung des § 42 R.-St.-G. B. Hannover, 1899; 8°.

Roth (H.). Das Verhältnis der Erpressung zu Nötigung und Raub im Reichsstrafgesetzbuche. Erlangen, 1899; 8°.

Rumler (G.). Die Bedeutung und Wirkung des Ladescheins. Breslau, 1899; 8°.

Schierstädt (R. v.). Die Haftung der Gesellschafter mit ihrem Privatvermögen im Konkurs der offenen Handelsgesellschaft. Halle a. S., 1900; 8°.

Schlecht (A.). Zur Lehre vom qualifizierten Versuche. Berlin, 1899; 8°.

Schmidt (M.). Beiträge zur Ratio iuris im römischen Recht. Altona, 1899; 8°.

Schmidt (W.). Inwieweit ist zur Wirkung der Eigentumstradition Willensübereinstimmung der Parteien über die Person des Erwerbers erforderlich, und wie verhält es sich bezüglich dieser Frage bei der Tradition des Besitzes? Erlangen, 1900; 8°.

Schneider (P.). Die Entwickelung des richterlichen Fragerechts und die Anwendung desselben nach der Reichscivilprozeszordnung. Arnsberg, 1899; 8°.

Schnell (H.). Die meklenburgischen Kirchenordnungen. Güstrow, 1899; 8°.

Schönberg (L.). Vergleich über Strafansprüche resp. Verzicht auf diese, inbesondere den Strafantrag. Frankfurt a. M., 1899; 8°.

Schramm (H.). Die Rechtsverhältnisse der Agenten nach altem und neuem Handelsrecht. Erlangen, 1899; 8°.

Schrödter (H.). Vergleichende Darstellung des Rechtes der Arrha (Draufgabe) nach dem gemeinen Recht und dem bürgerlichen Gesetzbuche. Berlin, 1900; 8°.

Schulenburg (A.). Ueber den Schutz des Besitzes an Sachen nach dem bürgerlichen Gesetzbuch. Dortmund, 1899; 8°.

Schultz (K.). Die Schulden der in Errungenschaftsgemeinschaft lebenden Ehegatten. Duisburg a. Rh., 1900; 8°.

Schumann (O.). Konstruktion und Streitfragen des pignus nominis. Halle a. S., 1899; 8°.

Schunck (J.). Quantum intersit inter dativi possessivi usum Ciceronis et Plauti. Biponti, MCM; 8°.

Siebel (K. A.). Die Unfall-Haftpflicht im Fabrikbetriebe nach dem 1. Januar 1900. Düsseldorf, 1899; 8°.

Silbermann (S.). Die Unterordnung des Staates unter seine Polizei- und Steuergesetzgebung. Bamberg, 1899; 8°.

Silberstein (E.). Conrad Pellicanus. Ein Beitrag zur Geschichte des Studiums der hebräischen Sprache in der ersten Hälfte des XVI. Jahrhunderts. Berlin, 1900; 8°.

Sobbe (A.). Die emtio rei speratae ihr Wesen und ihre Wirkungen. Köln, 1899; 8°.

Steiner (J.). Die Stellvertretung nach den Grundsätzen des Handelsgesetzbuchs. Köln, 1899; 8°.

Steinert (O.). Der Ersatz eines immateriellen Schadens, insbesondere nach dem B. G.-B. Lübben, 1899; 8°.

Stenger (W.). Vergleichende Darstellung des Darlehensgläubigers eines Kaufmanns, des Kommanditisten und des stillen Gesellschafters. Strassburg i. E., 1900; 8°.

Stephan (K. L.). Das Debora-Lied. Leipzig, 1900; 8°.

Tappe (E.). Die s. g. irregulären Personal-Servituten nach gemeinem Recht, unter besonderer Berücksichtigung der bürgerlichen Gesetzbuches für des deutsche Reich. Berlin, 1899; 8°.

Theilemeier (W.). Der Selbsthülfeverkauf nach gemeinem Recht. Essen (Ruhr), 1899; 8°.

Tienes (G. A.). Nietzsche's Stellung zu den Grundfragen der Ethik genetisch dargestellt. Bern, 1899; 8°.

Tödter (H.). Die allgemeinen Bestimmungen des bürgerlichen. Gesetzbuches über den gegenseitigen Vertrag. Erlangen, 1899; 8°.

Torceanu (J. R.). Die Grundlage der Spencer'schen Ethik. Erlangen, 1900; 8°.

Treuenfels (F.). Gemeingebrauch und Sonderrechte an öffentlichen Flüssen nach gemeinem Recht. Breslau, 1899; 8°.

Tröger (G.). Der Sprachgebrauch in der pseudolonginianischen Schrift Περὶ ὕψους und deren Stellung zum Atticismus. Burghausen, 1899; 8°.

Türnau (D.). Rabanus Maurus, der praeceptor Germaniae. München, 1899; 8°.

Türpen (W.). Der Notstand im bürgerlichen Recht insbesondere im bürgerlichen Gesetzbuch. Berlin, 1899; 8°.

Uebersicht des Personal-Standes bei der kgl. bay. Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen nebst dem Verzeichnisse der Studierenden im Winter-Semester 1899-900, u. Sommer-Semester 1900; 8°.

Varnhagen (A.). Ist nach Preussischem Landrecht und nach gemeinem Recht der Rechtsweg zulässig, wenn ein Dritter von einem Armenverband Ersatz der einem Armen gewährten Unterstützung beansprucht? Erlangen, 1899; 8°.

Varnhagen (H.). De fabula scenica immolationem Isaac tractante quae sermone medio-anglico conscripta in codice bromensi asservata est. Erlangen, 1899; 8°.

Verzeichniss der Vorlesungen, welche an der K. Bayerischen Friedrich-Alexanders-Universität Erlangen im Winter-Semester 1899-900; Sommer-Semester 1900; 8°.

Vogel (G.). Mentalreservation und Simulation nach burgerlichem Gesetzbuch (§§ 116, 117) unter Hinweis auf das gemeine Recht. Hagen i. W., 1899; 8°.

Wahl (A.). Das Abhalten vom Mitbieten oder Weiterbieten bei den von öffentlichen Behörden oder Beamten vorgenommenen Versteigerungen nach dem in Preuszen geltenden Strafrechte. Kiel, 1899; 8°.

Wassermann (A.). Die Handlungsagenten nach dem Handelsgesetzbuch vom 10. Mai 1897. Bamberg, 1899; 8°.

Weber (H. P.). Der Verkauf mit lex commissoria und das Reichsgesetz über die Abzahlungsgeschäfte vom 16 Mai 1894. Köln, 1899; 8°.

Weigt (K.). Die politischen und socialen Anschauungen Schopenhauers. Hannover-Linden, 1899; 8°.

Werners (C.). Der handelsrechtliche Deckungskauf. Cöln, 1899; 8°.

Wertheimer (A.). Die Haftung des Schuldners für seine Gehülfen nach dem Rechte der Burgerlichen Gesetzbuches. Frankfurt a. M., 1900; 8°.

Weyermann (R.). Ueber die ausserberufliche Immunität der deutschen Reichstagsabgeordneten gegenüber Strafverfolgung und Verhaftung. Berlin, 1899; 8°.

Wissmüller (C.). Der Geograph Luigi Ferdinando Graf Marsigli (1658-1730). Nürnberg, 1900; 8°.

Windaus (A.). Die Streitfrage über den Dolus generalis und die Verantwortung des Causalzusammenhangs. Berlin, 1899; 8°.

Wiskott (E.). Zur Lehre von der sogenannten aberratio ictus. Bonn, 1899; 8°.

Wittern (K.). Abstimmung in Strafkammern und Fragstellung in Schwurgerichten in den Fällen des § 46 No. 1 und 2 Strafgesetzbuchs. Kiel, 1899; 8°.

Zamory (E.). Ueber die Cession von Rechten aus zweiseitigen Verträgen. Berlin, 1899; 8°.

Zeitler (J.). Strafe ohne Schuld im deutschen Reichsstrafgesetzbuch. Fürth, 1899; 8°.

Zimmermann (H.). Elohim. Eine Studie zur israelitischen Religions- und Litteraturgeschichte nebst Beitrag zur Religionsphilosophie. Kirchhain N.-L., 1900; 8°.

Corazzini (F.). Risposta alla critica fatta all'opera del Contrammiraglio Gavotti " Intorno alle battaglie navali della Repubblica di Genova „. Roma, 1901; 8° (*dall'A.*).

Jarry (E.). Les origines de la domination francaise à Gênes (1392-1402). Paris, 1896; 8° (*Id.*).

** **Meyer** (E.). Geschichte des Alterthums. III Bd. Stuttgart, 1901; 8°.

Salvemini (G.). Magnati e Popolani in Firenze dal 1280 al 1295. Firenze, 1899; 8° (*dall'A. per il Premio di Storia di Fondazione Gautieri*).

Viaggi (C.). Humbert 1er de Savoie, Roi d'Italie: sa vie, ses œuvres. Traduit de l'italien par l'Abbé Fr. M. Didier. Paris, 1901 (*dono del traduttore*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 10 al 24 Marzo 1901.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. XXV Bd., 1 Heft; XXVI, 2 Heft; XXVIII. Frankfurt a. M., 1900; 4°.

* **Abhandlungen** der Mathem.-physikalischen Classe der k. bayer. Akademie der Wissenschaften. XX. Bd., 3. Abth. München, 1900; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Cientifica Argentina. Entr. I y II, t. XLI. Buenos Aires, 1901; 8°.

* **Atti** della Società dei Naturalisti di Modena. Serie IV, vol. II (1900). Modena, 1901; 8°.

* **Atti** del Reale Istituto d'incoragg. di Napoli. 5ª serie, vol. II. 1901; 4°.

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, vol. XII, n. 5-10 (1900). Siena; 8°.

* **Bericht** über die Senckenbergische naturforschende Gesellschaft in Frankfurt am Mein, 1900; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 9e série, t. II, n. 3, 1899-1900. Paris; 8°.

* **Bulletin** de la Société Mathématique de France. T. XXIX, fasc. 1. Paris, 1901; 8°.

* **Bulletin** of the Illinois State Laboratory of Natural history. Vol. V, Art. XI, XII. Urbana, Illn., 1900-1901; 8°.

* **Commentari** dell'Ateneo di Brescia per l'anno 1900. Brescia; 8°.

* **Giornale** della R. Accad. di Medicina. A. LXIV, n. 1, 2. Torino, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the R. Society. Vol. LXVIII, No. 442. London, 1901; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXIV, fasc. 4, 5. Milano, 1901; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1900. Heft IV. München, 1901; 8°.

Transactions of the Connecticut Academy of Art and Sciences. Vol. X, P. 2. New Haven, 1900; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Nos. 17-18, 1900; 1, 1901. Wien; 8°.

* *Dall'Università di Heidelberg:*

Bakscht (A.). Studien über die Aminolyse. Heidelberg, 1900; 8°.

Bärenfänger (C.). Ueber Derivate des p- Tolylaldehydes und Resorcylaldehydes. Heidelberg, 1900; 8°.

Bartsch (W.). Kryoskopische Untersuchungen. Heidelberg, 1899; 8°.

Blach (L.). Ueber isomere Xylitone. Wiesbaden, 1900; 8°.

Bodenstein (M.). Gasreaktionen in der chemischen Kinetik. Leipzig, 1899; 8°.

Boehm (K.). Zur Integration partieller Differentialsysteme. Leipzig, 1900; 8°.

Bourcart (E.). Ueber die Ueberführung des Pyrazolin 3, 4, 5-Tricarbonsäure-Triäthylesters in Pyrazolin 3, 4, 5-Triamin. Heidelberg, 1900; 8°.

Bräuer (R.). Versuche über Anilidbildung und Nitrierung. Heidelberg, 1899; 8°.

Brenner (M.). Ueber das primäre Carcinom des Ductus choledochus. Berlin, 1899; 8°.

Broicher (J.). Ueber Oxydationsprodukte von Phenolen und Phenolbromiden. Heidelberg, 1900; 8°.

Bückel (C.). Ueber die Anlagerung einiger Alkohole an Chinon. Heidelberg, 1900; 8°.

Bürkle (E.). Dynamische Untersuchungen über die Bildung von Amidoazofarbstoffen. Heilbronn; 8°.

Cooper (H. C.). I. Versuche über die Löslichkeit der Carvoxime. II. Zur Kenntnis der Benzhydrylamine. Heidelberg, 1899; 8°.

Curtius (T.). Robert Wilhelm Bunsen ein akademisches Gedenkblatt. Heidelberg, 1900; 4°.

Daecke (S.). Ueber das Tribromderivat- des p- Oxybenzylalkohols und seine Umwandlungsprodukte. Heidelberg, 1899; 8°.

Darapsky (A. J.). Ueber das Hydrazid der Schleimsäure. Heidelberg, 1899; 8°.

Dellschaft (F. H.). Ueber das Hydrazid und Azid der Palmitinsäure. Heidelberg, 1900; 8°.

Diehl (A.). Ueber die Eigenschaften der Schrift bei Gesunden. Leipzig, 1899; 8°.

Draudt (E.). Conjunctivitis und Episkleritis nekroticans. Darmstadt, 1900; 8°.

Drissler (J.). Ein Beitrag zur Lehre der Extrauterinschwangerschaft. Ladenburg; 8°.

Durasewicz (B. v.). Beiträge zur Geschichte der Landwirtschaft Kursachsens im 16 Jahrhundert. Heidelberg, 1900; 8°.

Dürselen (H.). Trennung des Quecksilbers von Kupfer, Cadmium, Arsen, Antimon, Zinn, Eisen oder Aluminium im Bromstrome oder in einer ammoniakalischen Hydrazinhydratlösung. Heidelberg, 1899; 8°.

Ebner (A.). Ueber das Oxydationsprodukt des Pseudocumenoltribromids. Heidelberg, 1899; 8°.

Eggers (F.). Zur Kenntnis der aromatischen Aldehyde. Heidelberg, 1900; 8°.

Engelken (H. G.). Ein Fall von Compression des Brachialplexus durch Senkungsabscess bei Caries des VII. Hals- und I. und II. Brustwirbels, etc. Jena, 1900; 8°.

Erggelet (R. v.). Beiträge zur Kenntnis des as. o- Xylenolpentabromids. Heidelberg, 1899; 8°.

Faber (W.). Ueber Kondensationen acidylierter Malonsäureester mit Benzylidenacetessigester. Magdeburg, 1900; 8°.

Fraenkel (F.). Die Behandlung der Tuberkulose mit Zimmtsäure. Naumburg a. S., 1899; 8°.

Glaser (R.). Die Aether des o- Oxybenzalazins. Heidelberg, 1900; 8°.

Grandhomme (F.). Ueber Tumoren des vorderen Mediastinums und ihre Beziehungen zu der Thymusdrüse. Darmstadt, 1900; 8°.

Haager (E.). Ueber die Reduktion von Metaxylobenzalazin. Heidelberg, 1900; 8°.

Haas (R.). Ueber Trepanation bei Hirntumoren. Tübingen, 1899; 8°.

Hausen (E.). Ueber Morphologie und Anatomie der Aloïneen. Berlin; 8°.

Hefft (O.). Scheinbare Anziehung und Abstossung von Kugeln, die in einer klebrigen Flüssigkeit rotieren. Heidelberg, 1900; 8°.

Heizmann (G.). Ueber Derivate des Tetradecylacetylens. Heidelberg, 1900; 8°.

Hiby (W.). Azionumverbindungen aus Chloramidodiphenylamin. Heidelberg, 1900; 8°.

Hille (H.). Ueber das primäre und sekundäre symmetrische Hydrazid der Propionsäure und Valeriansäure. Heidelberg, 1900; 8°.

Hinterskirch (W.), I. Eintritt von Chlor aus der Seitenkette in den Kern bei der Zersetzung von aromatischen Jodidchloriden. II. Derivate von Dimethoxydiphenyl. Heidelberg, 1899; 8°.

Hirszberg (L.). Ueber elektrische Potentialmessungen bei Spitzenentladungen in Luft von normalem Druck. Heidelberg, 1900; 8°.

Horlacher (T. von). Ein Beitrag zur Synthese von Oxyaldehyden der Naphtalinreihe. Heidelberg, 1899; 8°.

Hormuth (Ph.). Beiträge zur Lehre von den hereditären Sehnervenleiden. Hamburg u. Leipzig, 1900; 8°.

Jansen (J.). Ueber das Hydrazid der Asparaginsäure und der p- Amidobenzoësäure. Heidelberg. 1899; 8°.

Jirmann (F.). Ueber Darstellung hochmolekularer Kohlenwasserstoffe aus Bienenwachs. Heidelberg, 1899; 8°.

Kastner (R.). Ueber Hydrazimethanderivate aus Orthodiketonen. Heidelberg, 1900; 8°.

Kehrer (E.). Das Nebenhorn des doppelten Uterus. Heidelberg, 1899; 8°.

Keppeler (G.). Die Bildung der Oxyazofarbstoffe. Heilbronn a. N.; 8°.

Klages (A.). Ueber den Einfluss von Alkylgruppen auf die Reaktionsfähigkeit substituirter Benzole. Heidelberg, 1900; 8°.

Kraith (A.). Untersuchungen in der Carvonreihe. Heidelberg, 1900; 8°.

Kufferath (A.). Das Hydrazid der (3) Pyrazolonessigsäure. Bonn, 1899; 8°.

Landsberger (S.). Ueber die Darstellung von Triäthyl- p- Toluidin und Triäthyl- m- Hylidin, sowie über einige neue Derivate von Orthophenetedin und Orthoanisidin. Heidelberg, 1900; 8°.

Leimbach (R.). Ueber das Hydrazid der Brenzschleimsäure. Heidelberg, 1900; 8°.

Lickroth (G.). Ueber die Abspaltbarkeit von Substituenten aus dem Benzolkern. Heidelberg, 1900; 8°.

Lochmann (F.). Zur Anatomie und Physiologie der Umbilicalgefässe. Heidelberg, 1900; 8°.

Löwenstein (S.). Ueber die mikrocephalische Idiotie und die von Lannelongue vorgeschlagene chirurgische Behandlung derselben. Tübingen, 1900; 8°.

Ludwig (T.). Ueber einen Fall von amyotrophischer Lateralsclerose. 1900; 8°.

Magnus (R.). Ueber Diurese. Leipzig, 1900; 8°.

Mahler (Fr.). Ueber die in der heidelberger Klinik 1887-1897 behandelten Fälle von Carcinoma Mammae. Tübingen, 1900; 8°.

Merkel (F.). Beiträge zur Kenntnis von Polytrema miniaceum Pallas sp. Leipzig, 1900; 8°.

Müller (M.). I. Ueber die quantitative Bestimmung des Selens und des Tellurs durch Hydroxylamin und Hydrazin. II. Ueber die quantitative Trennung des Arsens von Baryum, Strontium und Calcium im Salzsäurestrome. Heidelberg, 1899; 8°.

Oberländer (O.). Ueber Löslichkeitsprobleme der organischen Chemie. Kaiserslautern, 1899; 8°.

Ollendorff (A.). Ueber die Rolle der Mikroorganismen bei der Entstehung der neuroparalytischen Keratitis. Leipzig. 1900; 8°.

Paderstein (R.). Beitrag zur Casuistik der ophthalmoplegischen Migräne. Leipzig, 1899; 8°.

Perkins (J. R.). Monographie der Gattung Mollinedia. Leipzig, 1900; 8°.

Propfe (A.). Ueber die Reduktion des p- Tolylazin. Heidelberg, 1900; 8°.

Purucker (F. M.). Zur Kenntnis der Synthesen mit Hülfe von Blausäure. Hammelburg, 1900; 8°.

Reichel (J.) Synthetische und analytische Versuche über das Pseudocumenoltribromid und seine Derivate. Heidelberg, 1899; 8°.

Reis (J.). Ueber einfache psychologische Versuche an Gesunden und Geisteskranken. Leipzig, 1899; 8°.

Rodrian (A.). Synthesen mit Hilfe von Blausäure. Heidelberg, 1900; 8°.

Salcher (R.). Studien über die Aminolyse. Wien, 1899; 8°.

Schaible (F.). Physiologische Experimente über das Wachstum und die Keimung einiger Pflanzen unter vermindertem Luftdruck. Stuttgart; 8°.

Schleicher (Fr.). Beiträge zur Kenntnis alkylierter Bernsteinsäuren. Wurzburg, 1900; 8°.

Schneider (G.). Ueber Kondensationen von Formaldehyd mit Acetylaceton. Heidelberg, 1900; 8°.

Schott (P. C.). Der anatomische Bau der Blätter der Gattung Quercus in Beziehung zu ihrer systematischen Gruppierung und ihrer geographischen Verbreitung. Breslau, 1900; 8°.

Schwalbe (E.). Untersuchungen zur Blutgerinnung. Braunschweig, 1900; 8°.

Seldis (R.). Beiträge zur Kenntnis der Undecylensäure. Heidelberg, 1900; 8°.

Sheldon (N. L.). Ueber neue Umwandlungsprodukte des Dibromanhydro- p-oxypseudocumylalkohols. Heidelberg, 1900; 8°.

Sikemeier (E. W.). Zur Diagnostik der retroperitonealen Tumoren. Leiden, 1900; 8°.

Skita (A.). Beiträge zur synthetischen Verwendung des Cyanwasserstoffsesquichlorhydrates. Heidelberg, 1900; 8°.

Steckhan (E.). Zur Kenntnis der Gattermann'schen Aldehydsynthesen. Wiesbaden, 1900; 8°.

Stein (E.). Darmblutungen bei Lebercirrhose. Berlin, 1899; 8°.

Stevens (H. P.). Ueber Tolyl- und Benzyl- Derivate des Furodiazols und Thiodiazols. Heidelberg, 1899; 8°.

Strecker (W.). Versuche über die Einwirkung von Aethylnitrit auf β- Aminokrotonester. Heidelberg, 1900; 8°.

Thyssen (H.). Ueber das Hydrazid der α- Thiophencarbonsäure. Heidelberg, 1899; 8°.

Toh (M. R.). Die Landwirtschaft, insbesondere der Reisbau in Siam. Heidelberg, 1900; 8°.

Traun (F. A.). Zur Kenntnis des Dibrommesitolbromids und seiner Umwandlungsprodukte. Heidelberg, 1899; 8°.

Tritschler (F.). Ueber Derivate höherer ungesättigter Carbonsäuren. Heidelberg, 1900; 8°.

Veldmann (F. H.). Beiträge zur Kenntniss der cerebralen Hemiplegie. Groningen, 1899; 8°.

Wagner (H.). Zur Kasuistik der Pankreas- und abdominalen Fettgewebsnekrose. Tübingen, 1900; 8°.

Weber (H. A.). Ueber die Aufschliessung der Silikate durch Borsäureanhydrid und ueber eine neue Methode zur Bestimmung des Fluors im Kryolith. Heidelberg, 1900; 8°.

Wessely (K.). Experimentelle Untersuchungen über Reizübertragung von einem Auge zum andern. Leipzig, 1900; 8°.

Wilke (W.). Ueber Vakuumdestillation, insbesondere über völlige Reindarstellung der Benzolsulfosäure und einiger anderer Sulfosäuren. Heidelberg, 1900; 8°.

Wolff (W.). Untersuchungen über Bromierungs- und Oxydationsprodukte des as. o- Xylenols. Heidelberg, 1899; 8°.

De Vecchi (B.). Sulla tubercolosi sperimentale delle capsule surrenali. Palermo, 1900; 8° (*dall'A.*).

De Vecchi (B.) e **Guerrini** (G.). Due casi di sarcoma primitivo del fegato. Roma, 1901; 8° (*dagli Autori*).

Guerrini (G.) Delle minute modificazioni di struttura del rene e del fegato nella fatica. Palermo, 1900; 8° (*dall'A.*).

— Delle minute modificazioni di struttura della cellula nervosa corticale nella fatica. Firenze, 1900; 8° (*Id.*).

* **Ranke** (J.). Die akademische Kommission für Erforschung der Urgeschichte und die Organisation der urgeschichtlichen Forschung in Bayern durch König Ludwig I. München, 1900; 4°.

Socolow (S.). Corrélations régulières supplémentaires du système planétaire. Moscou, 1901; 8° (*dall'A.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 17 al 31 Marzo 1901

* **Analecta** Bollandiana. T. XIX. fasc. 4°. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Annales** du Midi. Nos. 47, 48. 1900. Toulouse; 8°.

* **Atti** della Società Ligure di Storia patria. Vol. XXXI, fasc. 1°. Genova, 1901; 8°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur. Bd. VII. Liefg. 1. Leipzig, 1901; 4°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XVII, ottobre-dicembre 1900. Roma, 1900; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Bulletin** de l'Université de Toulouse. Fasc. No. 12 (Mai 1900). Toulouse; 8°.

Campagne del Principe Eugenio di Savoia. Vol. XV, XVI e XVII e Allegati grafici. Torino, 1900; 3 vol. in-8° e 2 Alleg in-f° (*Dono di* S. M. il Re d'Italia).

* **Géographie** (La). Bulletin de la Société de Géographie. N. 3, 15 mars 1901. Paris; 8°.

** **Guida** Commerciale ed Amministrativa di Torino per l'anno 1901. Torino, 1901; 8°.

* **Livret** de l'Université de Toulouse. 1900. Toulouse; 16°.

* **Nachrichten** von der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse, 1900, Heft 3. Göttingen; 8°.

** **Rivista** d'Italia. An. I-III. Roma, 1898-1900, 9 vol.; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Classe der Akad. der Wissenschaften zu München. 1900, Heft IV; 8°.

Tabella indicante i valori delle merci nell'anno 1900 per le statistiche commerciali. Roma, 1901; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* *Dall' Università di Heidelberg.*

Abelsdorff (W.). Beiträge zur Socialstatistik der deutschen Buchdrucker. Hamburg, 1899; 8°.

Anzeige der Vorlesungen welche im Sommer- Halbjahr 1900 und Winter-Halbjahr 1900/1901 auf der Grossh. badischen Ruprecht-Karls Universität zu Heidelberg gehalten werden sollen. Heidelberg, 1900; 8°.

Becker (C. H.). Ibn Ǵauzi's Manâqib 'Omar Ibn 'Abd el 'Azīz besprochen und im Auszuge mitgeteilt. Leipzig, 1899; 8°.

Bernthsen (S.). Der spinozismus in Shelley's Weltanschauung. Heidelberg, 1900; 8°.

Bowman (J. N.). The Protestant Interest in Cromwell's Foreign Relations. Heidelberg, 1900; 8°.

Dürr (K.). Sprachliche Untersuchungen zu den Dialexeis des Maximus von Tyrus. Tübingen, 1899; 8°.

Faymonville (K.). Die Purpurfärberei der verschiedenen Kulturvölker der klassischen Altertums und der frühchristlichen Zeit. Heidelberg, 1900; 8°.

Felten (W.). Forschungen zur Geschichte Ludwigs des Bayern. Neuss, 1900; 4°.

Fuchs (W.). Ueber Hausindustrie und verwandte Betriebsformen auf dem Taunus. Homburg, 1900; 8°.

Gillardon (H.). Shelley's Einwirkung auf Byron. Karlsruhe, 1898; 8°.

Heerwagen (H.). Die Lage der Bauern zur Zeit des Bauernkrieges in den Taubergegenden. Nürnberg, 1899; 8°.

Heinrich (C.). Die komischen Elemente in den Lustspielen von Johann Christian Brandes. Greifswald, 1900; 8°.

Hofmann (H.). Untersuchungen über die Darstellung des Haares in der archaischen griechischen Kunst. Leipzig, 1900; 8°.

Hohenemser (E.). Die Lehre von den kleinen Vorstellungen bei Leibniz. Heidelberg, 1899; 8°.

Jaeckh (E.). Studien zu Kotzebue's Lustspieltechnik. Stuttgart, 1899; 8°.

Kipfmüller (B.). Das ifflandische Lustspiel. Darmstadt, 1899; 8°.

Lebermann (N.). Belisar in der Litteratur der romanischen und germanischen Nationen. Nürnberg, 1899; 8°.

Lieban (G.). König Eduard III von England und die Gräfin von Salisbury. Berlin, 1900; 8°.

Osthoff (H.). Von Suppletivwesen der indogermanischen Sprachen. Heidelberg, 1899; 4°.

Peltzer (A.). Deutsche Mystik und deutsche Kunst. Strassburg, 1899; 8°.

Reinhard (O.). Die württembergische Trikot-Industrie mit spezieller Berücksichtigung der Heimarbeit in den Bezirken Stuttgart (Stadt und Land) und Balingen. Leipzig, 1899; 8°.

Schaefer (W.). Die Feuerrückversicherung. Heidelberg, 1900; 8°.

Schauenburg (G. Frh. v.). Der Holzhandel des badischen Schwarzwaldes zwischen Waldbesitzer und erstem Abnehmer. Berlin, 1899; 8°.

Schweitzer (V.). Christian IV von Danemark und sein Verhältniss zu den niederdeutschen Städten bis zum Jahre 1618. Lübeck, 1899; 8°.

Steinacker (K.). Die Holzbaukunst Goslar. Ursachen ihrer Blüte und ihres Verfalls. Goslar, 1899; 4°.

Tienken (A.). Die Geest und Marsch des Amtes Hagen in ihren wirtschaftlichen Verhältnissen. Merseburg, 1900; 8°.

Tönnies (E.). Leben und Werke des würzburger Bildschnitzers Tilmann Riemenschneider 1468-1531. Strassburg, 1900; 8°.

Totchkoff (D.). Studien über Rauchwarenhandel und Kürschnerei insbesondere in Ochrida (Macedonien). Heidelberg, 1900; 8°.

Uhlemayr (B.). Der Einfluss Lafontaine's auf die englische Fabeldichtung des 18. Jahrhunderts. Nürnberg, 1900; 8°.

Vossler (K.). Poetischen Theorien in der italienischen Frührenaissance. Berlin, 1900; 8°.

Wimmer (K.). Spracheigentümlichkeiten des modernsten Französisch erwiesen an Erckmann-Chatrian. Zweibrücken, 1900; 8°.

Wollaeger (H. W. F.). Studien über Swinburne's poetischen Stil. Heidelberg, 1899; 8°.

* *Dall'Università di Strassburg i. E.*

Emerich (H.). Kauf und Werklieferungsvertrag (§ 651 Bürgerl. Gesetzbuch) nach dem bürgerlichen Gesetzbuch in vergleichender Darstellung. Jena, 1899; 8°.

Haas (F.). Die Sicherstellung durch Uebereignung einer Geldsumme nach deutschem bürgerlichem Recht. Strassburg, 1899; 8°.

Kaufmann (H.). Die Reunionskammer zu Metz. Metz, 1899; 8°.

Lensch (P.). Die Wandlungen in der Verfassung der Zuckerindustrie. Schiltigheim, 1900; 8°.

Mayer (E. C.). Ueber die Annhame von Banknoten an öffentlichen Kassen. München, 1900; 8°.

Neumann (J.). Der Pentateuch- Commentar des Joseph Bechor Schor zum Buche Numeri nach dem Manuscript No. 52 der Kgl. Hof- und Staatsbibliothek in München. Breslau, 1899; 8°.

Neumann (K. J.). Die Grundherrschaft der römischen Republik, die Bauernbefreiung und die Entstehung der servianischen Verfassung. Strassburg, 1900; 8°.

Preuner (E.). Ein delphisches Weihgeschenk. Bonn, 1899; 8°.

Schweitzer (A.). Die Religionsphilosophie Kant's von der Kritik der reinen Vernunft bis zur Religion innerhalb der Grenzen der blossen Vernunft. Freiburg im Breisgau, 1899; 8°.

Wagner (O.). Incerti auctoris epitome rerum gestarum Alexandri Magni. Lipsiae, MCM; 8°.

Walker (W. M.). The development of the Doctrine of Personality in Modern philosophy. Part 1. Ann Arbor. Mich. U. S. A.

Bernardini (G.). Memorie sparse della città di Pescia. Pescia, 1899; 8° (*dall'A. per il premio di Storia di fondazione Gautieri*).

Chiuso (T.). Le Saint-Suaire à Chambéry et à Turin. Traduit de l'italien par l'Abbé F. M. Didier. Bruge, 1900; 8° (*dal Traduttore*).

De-Nardi (P.). Sguardo sintetico alla figura di Vincenzo Gioberti. Forlì, 1901; 8° (*dall'A.*).

Minozzi (A.). Studio sul danno patrimoniale (Danno morale). Milano, 1901; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 24 Marzo al 14 Aprile 1901.

* **Anales** de la Academia de Ciencias. T. 36, Entrega N. 428. Habana, 1900; 8°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XIX, 1r livr. 1901. Paris; 8°.

* **Annals** of the New York Academy of Sciences. Vol. XII, Parts 1a and 2a (1899-1900). New York, 1900; 8°.

Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya para el año de 1900. Año XXI. Mexico, 1901; 16°.

Annuario publicado pelo Observatorio do Rio de Janeiro para o anno de 1900. Rio de Janeiro; 8°.

Articoli generali del calendario per l'anno comune 1902. 1901; 4° (*dal R. Osservatorio astronomico di Brera in Milano*).

* **Atti** della Società toscana di Scienze naturali. Processi verbali. Vol. XII, adunanza del 25 novembre 1900; 27 gennaio 1901. Pisa, 1900-1901; 8°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti; t. LX, disp. 2a, 3a. Venezia, 1901; 8°.

* **Boletín** del Instituto Geológico de México. N. 14. Las Rhyolitas de México. Primera parte. 1900; 4°.

* **Bulletin** de la Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. Tom. XIII, fasc. 2; XIV, fasc. 4. Bruxelles, 1900; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXXVI; Nos. 2-4; XXXVIII, 2, 3. Cambridge, Mass., 1900; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. 1900. No. 6; 1901. Copenhague; 8°.

* **Bulletin** de la Société des Sciences naturelles de l'ouest de la France. T. 10, 3e trimestre 1900. Nantes, 1900; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2nd Ser., Vol. VII, Nos 6. Lancaster, Pa., and New York, 1901; 8°.

Bulletin de la Société Philomatique de Paris. 9me sér., 1899-1900, N. 4; (1900); 8°.

* **Communications** de la Société mathématique de Kharkow. 2e Sér. t. VII, No. 1. Kharkow, 1900; 8°.

* **Comptes-rendus** de l'Académie des Sciences de Cracovie. Décembre. Cracovie, 1900; 8°.

* **Field Columbian** Museum. Botanical Ser., Vol. No. 6; II, No. 2; Zoological Ser., Vol. I, No. 18; III, Nos. 1, 2. Chicago, U. S. A., 1900; 8°.

* **Földtani** Közlöny havi Folyóirat kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat. Vol. XXX, 8-9. Füzet. Budapest, 1900; 8°.

Girolamo Guidoni. — Pro Guidoni. Risposta al Dott. P. Vinassa De Regny. Spezia, 1901; 4°.

* **Journal** of the Chemical Society. Indexes Vols. 77 and 78 (Parts I and II). London, 1900; 8°.

* **Journal** of the Chemical Society. Vol. 79 e 80. Aprile 1901. London; 8°

* **Journal** of the Academy of Natural sciences of Philadelphia. Second series, vol. XI, p. 3. Philadelphia, 1900; 4°.

* **Kansas** (The) University Quarterly. Ser. A. Science and Mathematics. Lawrence, 1900; 8°.

* **Mémoires** de la Société nationale des sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg, t. XXXI. Cherbourg, 1898-1900; 8°.

* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate ". T. XIV (1899-900), Nos. 7 y 10. Mexico, 1900; 8°.

* **Mittheilungen** aus dem Jahrbuche der kön. ungar. geologischen Anstalt. XII Bd., 3-5 Heft. Budapest, 1900-1901; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LXI, Nos. 4. London, 1901; 8°.

* **Nachrichten** von der k. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physik. Klasse. 1900. Heft 4. Göttingen, 1900; 8°.

Osservatorio (R.) astronomico di Brera in Milano. Anno 1902. Nascere e tramontare della Luna a Milano in tempo medio civile dell' Europa centrale. Milano, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. XXXVI, Nos 1-8. Boston, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Royal Society. Vol. LXVIII, No. 443. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia. Vol. XXXIX, No. 162; Memorial Volume I. Philadelphia, 1900; 8°.

* **Proceedings** of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1900. Part II. Philadelphia, 1900; 8°.

Publications of the Earthquake Investigation Committee in Foreign Languages. Nos. 5, 6. Tōkyō, 1901 (*dal Presidente dell'Imp. Comitato*).

Relief Map of Canada and the United States. 1900; in-f° (*dal Geological Survey of Canada*).

* **Rendiconti** del R. Istit. Lombardo di scienze e lettere. Ser. II, Vol. XXXIV, fasc. 6. Milano, 1901; 8°.

* **Report** of the Memorial Meeting held January Sixteenth, Nineteen Hundreed, under the auspices of the *American Philosophical Society* by twenty-six learned Societies in honor of the late Daniel Garrison Brinton; M. D. Philadelphia, 1900; 8°.

* **Royal Society**. Reports to the malaria Committie. Fourth series. The Anatomy and Histology of the Adult Female Mosquito. By S. R. Christophers. London, 1901; 8°.

* **Sitzungsberichte** der mathematisch-physikalischen Classe der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München. 1900. Heft III; 1901, Heft I. München, 1901; 8°.

* **Tridentum**. Rivista mensile di studi scientifici. An. IV. Fasc. 1. Trento, 1901; 8°.

** **Verhandlungen** der deutschen physikalischen Gesellschaft im Jahre 1901 Jahrg. 3, N^r 2, 3. 1901; 8°.

* **Year-Book** of the Royal Society. 1901. No. 5. London; 8°.

* *Dall'Università di Strassburg i. E.:*

Amos (V.). Untersuchungen über die Eintrittspforten und Verbreitungsweise der pyämischen, sephthämischen und pyosephthämischen Allgemeininfectionen auf Grund von Sectionsbefunden. Strassburg, 1900; 8°.

Aufschlager (J. E.). Ueber die Weil'sche Krankheit und die Stellung der Nierenerkrankung unter ihren Symptomen. Strassburg, 1900; 8°.

Bæer (J.). Ueber Vorkommen und Verhalten einiger Zuckerarten im Blut und in pathologischen Flüssigkeiten. Strassburg, 1899; 8°.

Beitter (A.). Pharmacognostisch-chemische Untersuchung der Catha edulis. Strassburg, 1900; 8°.

Bernhard (C.). Ueber Immunisierung durch die Milch typhöser Ammen. Strassburg, 1899; 8°.

Bernhardt (P.). Die Radicaloperation der Leistenbrüche nach Kocher's Verlagerungsmethode auf Grund von Erfahrungen der Strassburger chirurgischen Klinik. Strassburg, 1899; 8°.

Bloch (L.). Ueber habituelle Luxation des Ellenbogens. Strassburg, 1900, 8°.

Bok (O.). Die Breusch. Gebweiler, 1900; 4°.

Darreye (A.). Polare Felder und Kegelschnitte mit gemeinsamen Poldreieck. Strassburg, 1900; 8°.

Deidesheimer (G.). Ueber Resultate der Behandlung der chronischen Ischias durch blutige Dehnung des Nervus ischiadicus. Strassburg, 1899; 8°.

Duhamel (J.). Ueber die Erweiterung der Flexura sigmoïdea coli insbesondere die angeborene Erweiterung. Strassburg, 1899; 8°.

Embden (G.). Anatomische Untersuchung eines Falles von Elephanthiasis fibromatosa. Strassburg, 1899; 8°.

Freund (R.). Ueber die durch Erkrankung der weiblichen Genitalien mechanisch bedingten Veränderungen der Harnorgane. Strassburg, 1900; 8°.

Heldmann (A.). Beschreibung eines im höchsten Grade osteomalacisch veränderten Beckens aus der Sammlung der Strassburger Frauenklinik. Strassburg, 1899; 8°.

Hirt (C.). Ueber peptonisirende Milchbacillen. Strassburg, 1900; 8°.

Hoch (A.). Ueber Inversio uteri nebst Mitteilung eines Falles von Inversio uteri completa complizirt mit Prolapsus uteri totalis geheilt durch Totalextirpation per vaginam. Hagenau, 1899; 8°.

Jacobsthal (W.). Ueber die asymptotische Darstellung der Integrale einer gewissen linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung. Strassburg, 1899; 4°.

Kieffer (J.). Ueber primäre funktionelle Amenorrhoe. Strassburg, 1900; 8°.

Kien (G.). Involutions- und Degenerations-Erscheinungen des Milzbrand-Bacillus bei 42,5° C. Strassburg, 1900; 8°.

Kohler (F. X.). Ueber Geburten nach überstandener Uterus-Ruptur. Strassburg, 1900; 8°.

Leipprand (G.). Kritische Beleuchtung der Behandlung der Nachgeburtsperiode. Strassburg, 1899; 8°.

Lepère (E.). Ueber drei isomere Oxyvalerolactone und ihre Umwandlung in Laevulinsäure. Strassburg, 1900; 8°.

Machol (A.). Die Entstehung von Geschwülsten im Anschluss an Verletzungen. Strassburg, 1900; 8°.

Marx (J.). Beitrag zur Casuistik der Complication von Placenta praevia und Hydramnios. Strassburg, 1900; 8°.

Mosser (A.). Ueber rheumatoïde Purpura. Strassburg, 1899; 8°.

Müller (F.). Ueber Gangrän von Extremitäten bei Neugeborenen. Strassburg, 1899; 8°.

Reeb (M.). Weitere Untersuchungen über die wirksamen Bestandtheile des Goldlacks (Cheiranthus Cheiri L.). Leipzig, 1899; 8°.

Schaller (J.). Chemische und mikroskopische Untersuchung von dolomitischen Gesteinen des lothringischen Muschelkalks. Strassburg, 1900; 8°.

Schambacher (C.). Ueber die Aetiologie der varikösen Venenerkrankung. Leipzig, 1899; 8°.

Schickele (G.). Beiträge zur Morphologie und Entwicklung der normalen und überzähligen Milchdrüsen. Stuttgart, 1900; 8°.

Servé (F.). Zur Beurteilung der neueren Ansichten über die Entstehung der Zwillingsschwangerschaft. Strassburg, 1900; 8°.

Stiftungsfest (Das) der Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg am 1. Mai 1900;
Ziegler (T.). Jahresbericht.
Weber (H.). Ueber die Entwicklung unserer Mechanischen Naturanschauung im 19 Jahrhundert. Strassburg, 1900; 8°.

Tolkiemit (A.). Ueber Anwendung des Kolpeurynter auf Grund von Beobachtungen an der Strassburger-Frauenklinik. Strassburg, 1899; 8°.

Weill (A.). Die geometrische Interpretation der Gleichung fünften Grades auf invarianten-theoretischer Grundlage. Strassburg, 1900; 8°.

Wack (A.). Die Prophylaxe der Tuberculose in der Schule. Strassburg, 1900; 8°.

Wenger (A.). Ein neuer Fall von spontaner Nabelschnurruptur bei normaler Geburt. Strassburg, 1900; 8°.

Westphalen (R. v.). Ueber das Verhalten des Mastdarms während der Geburt. Strassburg, 1900; 8°.

Wirtz (C.). Die Steiner'sche Hypocycloide. Strassburg, 1900; 8°.

Zuppinger (R.). Electromotorische Kräfte von Schwefelmetallen und Acetylen-Gasketten. Zürich, 1900; 8°.

Ambrozovics (B.). Der Gemeinwirthschaftliche Nutzen der Eisenbahnen und dessen Berechung. Wien, 1888; 8° (*dall'A.*).

— Messung der wirthschaftlichen Kraft von Ländern. Das Problem der Quote. Wien, 1888; 8° (*Id.*).

— Der Ungarische Eisenbahn-Zonentarif und meine Theorie. Wien, 1898; 8° (*Id.*).

— Das Verhältniss zwischen Preis und Consumtion beziehentlich Production. Wien, 1898; 8° (*Id.*).

Coninck (Achsner de). La chimie de l'Uranium. Historique comprenant les recherches principales effectuées sur l'uranium et ses composés de 1872 à 1901. Montpellier, 1901; 8° (*Id.*).

Cruls (L.). Methodo para determinar as horas das Occultações de estrellas pela Luna baseado sobre o conhecimento exacto do istante da conjunção apparente dos dous astros. Rio de Janeiro, 1899; 4° (*dall'A. Direttore dell'Osservatorio di Rio de Janeiro*).

Paoli (G. C.). Fisiocosmos o Saggio di una scienza universale della natura delle cose. Vol. III. Sassari, 1900; 8° (*dall'A. per il premio di fondazione Vallauri*).

Roccati (A.). Ricerche mineralogiche sulla sabbia della Grotta del Bandito in Val di Gesso (Cuneo). Roma, 1901; 8° (*Id.*).

Strüver (G.). Azione chimica tra la hauerite e alcuni metalli a temperatura ordinaria e a secco. Roma, 1901; 8° (*dall'A.*).

Tommasina (Th.). Sur un électro-radiophone à sons très intenses et sur la cause qui les produit. Paris, 1901; 4° (*Id.*).

— Conférence: Sur les théories modernes de la physique. Genève, 1901; 8° (*Id.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 31 Marzo al 21 Aprile 1901.

Annali di Statistica. Atti della Commissione per la statistica giudiziaria e notarile. Sessione del luglio 1900. Roma, 1899; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

* **Annuario** della R. Università di Pisa per l'anno accademico 1900-1901. Pisa, 1901; 8°.

* **Annuario** della R. Accademia dei Lincei, 1901. Roma; 16°.

Annuario Accademico della R. Università degli studî di Siena per l'anno 1900-1901. Siena, 1901; 8°.

* **Atti** della R. Accademia della Crusca. Adunanza pubblica del dì 6 gennaio 1901. Firenze; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Classe di Scienze morali, storiche e filolog., ser. V, vol. VIII. Notizie degli Scavi: Dicembre 1900. Roma; 4°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur. Bd. VII, Liefg. 2. Leipzig, 1901; 4°.

* **Bollettino** della Società Umbra di Storia Patria. Vol. VII, fasc. 1°. Perugia, 1901; 8°.

* **Jugoslavenska Akademija** Znanosti i Umjetnosti. Rad, Knjiga 144; Rječnik hrvatskoga ili srpskoga jezika..... Svezak 20. Zbornik za narodni život i običaje južnih Slavena. Svezak V., 2. Polovina. Znanstvena djela za opću naobrazbu. Knjiga I. Bizantija i germanski zapad do smrti cara Justinijana I. (476-565) Napisao Natko Nodilo. Zagrebu, 1900; 8°.

Per il primo centenario di Vincenzo Gioberti. Torino, 1901; 8° (*dal Comitato Generale*).

Popolazione. Movimento dello Stato civile. Anno 1899. Roma, 1901; 8° (*dal Ministero di Agric., Ind. e Comm.*).

Raccolta coordinata degli Atti ufficiali e degli indirizzi e telegrammi di condoglianza per la morte del Re Umberto I. Roma, 1901; 4°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1900. Heft V. München, 1901; 8°.

Statistica giudiziaria civile e commerciale e statistica notarile per l'anno 1898; Parte I. Statistica giudiziaria civile e commerciale. Roma, 1901; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio*).

Statistica giudiziaria penale per l'anno 1898. Roma, 1901; 8° (*dal Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio, Direz. gen. della Statistica*).

Studi glottologici italiani diretti da Giacomo De Gregorio. Torino, 1899-901; 2 vol. 8° (*dono del prof. marchese G. De Gregorio*).

* **Travaux** et **Mémoires** de l'Université de Lille. Tome VII, No. 23; VIII, 24; IX, 25, 26. Lille, 1899-1900; 8°.

* **Université** (L') de Lille en 1900. Lille, 1900; 16°.

Carle (G.). La filosofia del diritto nello Stato moderno. Roma, 1901; 8° (*dall'A. Socio residente*).

— La crisi nella filosofia del diritto. Torino, 1901; 8° (*Id.*).

— Il comparire della sociologia e la filosofia del diritto. Roma, 1901; 8° (*Id.*).

— La sociologia e la filosofia del diritto. Torino, 1901; 8° (*Id.*).

— Il còmpito odierno della filosofia del diritto. Roma, 1901; 8° (*Id.*).

Del Giudice (P.). Gli Statuti inediti del Cilento. Napoli, 1901; 8° (*dall'A.*).

Fumi (L.). Inventario e spoglio dei registri della tesoreria apostolica di Città di Castello dal R. Archivio di Stato in Roma. Perugia, 1900; 8° (*dono della R. Deputazione di Storia patria per l'Umbria*).

La Corte (G.). I Barbaricini di Procopio. Torino, 1901; 8° (*dall'A.*).

Lizio-Bruno (L.). Per l'assassinio del 29 luglio. Canzone. Girgenti, 1900; 8° (*Id.*).

— Per le onoranze a Giuseppe Verdi in Girgenti. Discorso, poemetto ed epigrafi. Girgenti, 1901; 8° (*Id.*).

Mayor (J. E. B.). Franz Heinrich Reusch. Cambridge, 1901; 16° (*dall'A.*).

Pesce (A.). Di Antonio Maineri governatore della Corsica per l'Ufficio di S. Giorgio (1457-1458). Spezia, 1901; 8°.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 14 al 28 Aprile 1901.

* **Abhandlungen** der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften von der Jahren 1886-1891. 1-4. Bd. VII. Folge. 4 vol. in-4°.

* **Annales** de l'Université de Lyon. Nouvelle série. I. Sciences, Medicine. Fasc. 4°. Paris-Lyon, 1901; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli. Serie II, vol. X. Napoli, 1901; 4°.

* **Atti** della Società degli Ingegneri e degli Architetti in Torino. A. XXXIV; 1900. No. 40. Torino; 4°.

* **Bericht** über die mathematischen und naturwissenschaftlichen Publicationen der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften während ihres Hundertjährigen Bestandes. I. II. Heft. Prag, 1901; 8°.

* **Bollettino** del R. Comitato Geolog. d'Italia. Anno 1900, n. 4. Roma; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathematical Society. 2ª ser., vol. VII, No. 7. Lancaster, Pa. and New York. 1901; 8°.

* **Generalregister** zu den Schriften der k. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften 1784-1884. Prag, 1884; 8°.

* **Geschichte** der k. böh. Gesellschaft der Wissenschaften sammt einer kritischen Uebersicht ihrer Publicationen aus dem bereiche der Philosophie, Geschichte und Philologie. I. II. Heft. Prag, 1884-85; 8°.

* **Jahresbericht** der k. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften für das Jahr 1900. Prag, 1901; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society. 1901, Part 2. London, 1901; 8°.

* **Memoirs** of the Geological Survey of India. Vol. XXXIII. Part I. Calcutta, 1901; 8°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LXI, No. 5, Appendix to vol. LXI, No. 1. London, 1901; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Serie II. Vol. XXXIV, fasc. VII. Milano, 1901; 8°.

* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche della Società Reale di Napoli. Serie 3ª, vol. VII, fasc. 2°, 3°. Napoli, 1901; 8°.

Resultados del Observatorio Nacional Argentino. Vol. XVIII. Catálogo de las Zonas de Exploracion. Entrega III, 42° a 52°. Buenos Aires, 1900; 4° (*dono del Governo della Repubblica Argentina*).

* **Sitzungsbericht** der k. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. 1885-1900. Prag, 1886-1901; 11 vol. 8°.

* **Travaux** et **Mémoires** de l'Université de Lille. T. VII, No. 22. Lille, 1900; 8°.

* **Royal Society**. Report to the Malaria Committee. London, 1901; 8°.

** **Verhandlungen** der deutschen physikalischen Gesellschaft im Jahre 1901. Jahrg. 3., Nr. 4, 5. Leipzig, 1901; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt. Sitzung. No. 2, 3, 1901. Wien, 1901; 8°.

Celoria (G.). La stella " Nova Persei „. Comunicazione. Milano, 1901; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Coninck (Œchsner de). Recherches sur le nitrate d'Uranium. Montpellier, 1901; 8° (*dall'A.*).

Demtchinsky (N.). Y sommes-nous? Torbino, 1901; 4° (*Id.*).

Helmert (F. R.). Die dreizehnte Allgemeine Conferenz der International Erdmessung in Paris 1900. Stuttgart, 1901; 8° (*dall'A. Socio corrisp.*).

— Der normale Theil der Schwerkraft im Meeresniveau. Berlin, 1901; 8° (*Id.*).

** **Reichenbach** (L.) et (H. G.) fils. Icones florae germanicae et helveticae simul terrarum adjacentium ergo mediae Europae opus... conditum, nunc continuatum D.re G. Beck de Mannagetta. Tom. 22, Decas 24. Lipsiae et Gerae; 4°.

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche

Dal 21 Aprile al 5 Maggio 1901.

Aberdeen University. Records of Old Aberdeen 1157-1891. Edited by A. M. Munro, vol. I; Roll of Alumni in Arts of the University and King's College of Aberdeen 1596-1860. Edited by P. J. Anderson; Place Names of West Aberdeen. By the late J. Macdonal. Aberdeen, 1900; 3 vol. 8°.

* **Annales** de l'Université de Lyon: N. S. II. Droit, Lettres. Fasc. 4-6. Paris-Lyon, 1900-1901; 3 vol. 8°.

* **Annuario** della R. Università degli studi di Padova per l'anno accademico 1899-1900 e Appendice; 1900-1901. Padova, 1901; 8°.

* **Atti** della Reale Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di scienze morali, storiche e filolog. Vol. IX. Notizie degli scavi; gennaio 1901. Roma; 4°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur, mit Einschluss von Sammelwerken und Zeitungen; VII. Bd., Liefg. 3. I. Supplementband: Bibliographie der deutschen Rezensionen 1900. Liefg. 1. Leipzig, 1901; 4°.

* **Bibliotheca** Indica: A Collection of Oriental Works published by the Asiatic Society of Bengal. New series, Nos. 971-976. 6 fasc. Calcutta, 1900-1901; 8°.

** **Bibliotheca** Philologica Classica. Vol. XXVII, 1900. Trimestre quartum. Lipsiae, 1900; 8°.

* **Boletín** de la Real Academia de la Historia. T. XXXVIII, cuad. IV. Madrid, 1901; 8°.

* **Bulletin** historique du Diocèse de Lyon. 1r année 1-6; 2e ann. 1. Lyon, 1900-1901; 8°.

Città di Torino. Direzione del Dazio. Rendiconto per l'esercizio 1900. Torino, 1901; 4°.

* **Géographie** (La), Bulletin de la Société de Géographie. An. 1901. N. 4. 15 Avril. Paris, 8°.

* **Vjestnik** kr. hrvatsko-slavonsko-dalmatinskog Zemaljskog Arkiva. Godina III. Svezak 2. Zagreb, 1901; 8°.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 28 Aprile al 12 Maggio 1901.

---

* **Annali** del Museo Civico di Genova. Serie 2a, vol. XX, 1899-901 e Indice generale sistematico delle due prime serie (vol. I, 1870 al XL, 1901). Genova, 1901; 8°.

* **Annuario** per l'anno scolastico 1890-91; 1891-92; 1899-900; 1900-1901 del R. Museo Industriale italiano in Torino. Torino, 1901; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. IV, 2e livr. La Haye, 1901; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Serie IV, vol. XIII, n. 1, 2. Siena, 1901; 8°.

* **Bulletin** mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. Vol. XXXII, année 1900. Upsal, 1900-1901.

* **Jahresbericht** der Kgl. Ung. geologischen Anstalt für 1898. Budapest, 1901; 8°.

* **Jenaische** Zeitschrift für Naturwissenschaft herausg. von der medizisch-naturwiss. Gesellschaft zu Jena. N. F., XXVIII Bd., Heft 4. Jena, 1901; 8°.

* **Journal** of the Chemical Society of London. Vols. 79 et 80; May, 1901. London; 8°.

* **Journal** of the Linnean Society. Botany. Vol. XXXV, No. 242. Zoology, vol. XXVIII, No. 181. London, 1901; 8°.

* **List** of Linnean Society of London, 1900-1901. London, 1900; 8°.

Osservazioni meteorologiche eseguite nell'anno 1900, col riassunto composto sulle medesime da E. Pini. Milano, 1900; 4° (*dal R. Osservatorio astronomico di Brera*).

Osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte: 1899, 1900. Napoli, 1900, 1901; 2 fasc. 8°.

* **Proceedings** of the Cambridge philosophical Society; vol. XI, P. 2ª; 1901.

* **Proceedings** of the R. Society of London; vol. LXVIII, No. 444. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1900. Part IV. London, 1901; 8°.

Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano. N. XLI. Milano, 1901; 4°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXIV, fasc. 8. Milano, 1901; 8°.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert I Prince Souverain de Monaco, publiés sous sa direction avec le concours de M. J. Richard. Fasc. XVII, XVIII. Impr. de Monaco, 1900; 2 vol. 4° (*dono di S. A. S. il Principe Alberto I di Monaco*).

Transactions of the Edinburgh Geological Society. Vol. VIII, part I. Edinburgh, 1901; 8°.

* **Transactions** of the American Mathematical Society. Vol. II. No. 2. January, 1901. Lancaster, Pa., and New York, 1900; 4°.

* **Transactions** of the Zoological Society of London. Vol. XV, part 6, 7. London, 1901; 4°.

* **Transactions** of the Manchester Geological Society. Vol. XXVII, part I, II. Manchester, 1901; 8°.

Albert I (S. A. S. le Prince de Monaco). Notes de géographie biologique marine. Communication faite au VIIe Congrès international de Géographie à Berlin en 1899. Berlin, 1900; 8° (*dall'A.*).

Alberti (V.). Riassunti decadici e mensili delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1899. Napoli, 1900; 4° (*dalla Direzione dell'Osservatorio*).

— Valori medii decadici e mensili e riassunto annuale delle osservazioni meteoriche fatte nel R. Osservatorio di Capodimonte nell'anno 1900. Napoli, 1901; 8° (*Id.*).

Harlé (É.). Essai de bibliographie du creusement des rochers par des Colimaçons. Toulouse, 1900; 8° (*dall'A.*).

— Gisements à Saïga dans le sud-ouest de la France. Paris, 1900; 8° (*Id.*).

Oddone (E.). Sul coefficiente medio di trasparenza dell'aria per grandi visuali terrestri. Milano, 1901; 8° (*Id.*).

Rütimeyer (L.). Gesammelte Kleine Schriften allgemeinen Inhalts aus dem Gebiete der Naturwissenschaft nebst einer autobiographischen Skizze. Herausg. von H. G. Stehlin. Basel, 1898; 2 vol. 8° (*dalla Naturforschende Gesellschaft in Basel*).

Strüver (G.). Azione chimica dei solfuri di ferro e del solfo sul rame e sull'argento a temperatura ordinaria e a secco. Roma, 1901; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Tedeschi (V.). Variazioni della declinazione magnetica osservate nella R. Specola di Capodimonte negli anni 1898, 1899, 1900. Napoli, 1899-1901; 3 fasc. 8° (*dalla Direzione dell'Osservatorio*).

Traverso (G. B.). Stazione neolitica di Alba. Parte prima e seconda. Alba, 1898-1901; 8° (*dall'A.*).

Wislicenus (J.). Sir Edward Frankland. 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 5 al 19 Maggio 1901.

---

* **Acta** et **Commentationes** Imp. Universitatis Jurievensis (olim Dorpatensis), vol. VI, N° 3-5; VII, N° 1-5. Juriew (Dorpat) 1898-99; 8°.

* **Annuario** del Ministero della Pubblica Istruzione, 1901. Roma; 8°.

* **Atti** del Reale Istituto d'Incoragg. di Napoli, seguito del vol. 1° della 5ª serie. 1900; 4°.

Atti del Consiglio Provinciale di Torino. Anno 1900. Torino, 1901; 8°.

* **Bulletin** historique du Diocèse de Lyon. 2e An., No. 3. Lyon, 1901; 8°.

* **Giornale** storico e letterario della Liguria. An. II, fasc. 3-4. Spezia, 1901; 8°.

* **Miscellanea** di Storia italiana, pubblicata per cura della R. Deputazione sovra gli studi di storia patria per le antiche provincie e la Lombardia, serie 3ª, t. VI. Torino, 1901; 8°.

* **Rivista** Ligure di scienze, lettere ed arti. Organo della Società di letteratura e conversazioni scientifiche. An. XXIII, fasc. 2°. Genova, 1901; 8°.

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde. Uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XLIII, Aflev. 5. Batavia, 1901; 8°.

* **Transactions** of the Royal Society of Literature, 2d series. Vol. XXII, Part 3ª. London, 1901; 8°.

* **Tridentum**. Rivista mensile di studi scientifici. An. IV, fasc. 2°. Trento, 1901; 8°.

** **Mazzatinti** (G.). Inventari dei manoscritti delle biblioteche d'Italia. Vol. X, fasc. 1-4. Forlì, 1900; 8°.

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 12 al 26 Maggio 1901.

* **Abhandlungen** herausg. von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. XXV Bd., 2 Heft. Frankfurt a. M., 1901; 4°.

* **Accessions-Katalog**. 14, 1899. Stockholm, 1901; 8° (*dall'Accad. R. delle Scienze*).

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XVIII, livr. 12me (1900). Paris; 8°.

* **Annales** de la Faculté des sciences de l'Université de Toulouse. IIe série, t. II, année 1900. Paris-Toulouse; 4°.

* **Annals** of the New York Academy of sciences. Vol. XIII, Part 1. Lancaster, Pa., 1900; 8°.

Astronomische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag in den Jahren 1892-1899 nebst Zeichnungen und Studien der Mondoberfläche nach photographischen Aufnahmen. Auf öffentliche Kosten herausgegeben von Prof. Dr. L. Weinek Director der k. k. Sternwarte in Prag. Prag, 1901; 4°.

Atti del Collegio degli ingegneri e degli architetti in Palermo, 1900, luglio-dicembre. Palermo; 8°.

* **Atti** dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Anno LIV, sess. II e III. Roma, 1901; 4°.

* **Atti** del R. Istituto Veneto di Scienze, Lett. ed Arti. T. LX, disp. 4 e 5. Venezia, 1901; 8°.

* **Bergens Museum**. Meeresfauna von Bergen redigiert von Dr. A. Appéllos. Heft 1. Bergen, 1901; 8°.

Bericht über die Thätigkeit des Centralbureaus der internationalen Erdmessung im Jahre 1900. Berlin, 1901; 4° (*dal sig.* F. R. Helmert *Direttore dell'Istituto Geodetico di Prussia e Socio corrispondente*).

* **Buletinul** Societatii de Sciinte din Bucuresci-Romania. Anul IX. No. 6. Bucuresci, 1901; 8°.

* **Bulletin** de la Société d'études scientifiques d'Angers. XXIXe année, 1899. Angers, 1900; 8°.

* **Bulletin** de la Société Belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. T. XI, fasc. 4 (1897); XV, fasc. I (1901). Bruxelles, 1901; 8°.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXXVI, Nos. 5, 6; XXXVIII, No. 7. Geological Series, vol. V, No. 1. Cambridge, 1900; 8°.

* **Bulletin** of the Scientific Laboratories of Denison University. Vol. XI, Article IX. Granville, Ohio, 1900; 8°.

Bulletin of the Agricultural Experiment Station of Nebraska. Vol. XII, Nos. 60, 64. Lincoln Nebraska, 1899, 1900; 8° (*dall'Univ. di Nebraska*).

* **Bulletin** de la Société Géologique de France. IIIe Série, T. XXVIII, No. 7. Paris, 1900; 8°.
* **Bulletin** on the United States National Museum, n. 47, Part IV. Washington, 1900; 8° (*dalla Smithsonian Institution*).
Centenario della scoperta di Cerere. Catania, 1901; 4° (*dal Direttore del R. Osservatorio di Catania Prof.* A. Riccò).
Comunicaciones del Museo Nacional de Buenos Aires. Tomo I, No. 8. Buenos Aires, 1901; 8° (*dal Direttore del Museo Dr. Prof.* C. Berg).
* **Jahrbuch** der k. k. geologischen Reichsanstalt zu Wien. Jahr. 1900, L Bd., 3 Heft. Wien, 1901; 8°.
* **Leopoldina**. Amtliches Organ der k. Leopoldino-Carolinischen Deutschen Akad. der Naturforscher. XXXV Heft, 1899. Halle; 4°.
Mémoires du Musée Royal d'histoire natur. de Belgique. T. I, ann. 1900; 4°.
* **Memoirs** of Geological Survey of India. Palaentologica Indica. Ser. XV, vol. III, Part 2. Ser. IX, vol. II, Part 2. Calcutta, 1900; 4°.
* **Memoirs** the Geological Survey of India. Vol. XXVIII, Part 2. Calcutta, 1900: 8°.
* **Memoirs** of the New York Academy of Sciences. Vol. II, Part 2, 1900; 4°.
* **Memorias** y Revista de la Sociedad Científica " Antonio Alzate „. T. XIV (1899-1900). N. 11 y 12. Mexico; 8°.
* **Memorie** della Pontificia Accademia dei Nuovi Lincei. Vol. XVII. Roma, 1901; 4°.
* **Nova Acta** Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae Naturae curiosorum. Tomus LXXV, LXXVI. Halle, 1899-1900; 4°.
* **Ofversigt** of Kongl. Vetenskaps Akademiens Förhandlingar. Vol. 57, 1900. Stockholm, 1901; 8°.
* **Proceedings** of the American Philosophical Society held at Philadelphia for promoting asefal Knowledge. Vol. XXXIX, No. 163. Philadelphia, 1900; 8°.
* **Pubblicazioni** del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in Firenze. Sez. sc. fisiche e naturali. R. Osservatorio di Arcetri, fasc. 13-15. Firenze, 1900-1901; 8°.
* **Quarterly** Journal of Geological Society. Vol. LVII, Part 2. No. 226. London, 1901; 8°.
* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Vol. XXXIV, fasc. 10. Milano, 1901; 8°.
* **Rendiconti** del Circolo Matematico di Palermo. Tomo XV, fasc. I e II (1901). Palermo; 8°.
* **Rendiconto** dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli. Serie 3ª, vol. VII, fasc. 4°. Napoli, 1901; 8°.
Report (Thirteenth annual) of the U. S. Agricultural Experiment Station the University of Nebraska. Lincoln Nebraska, U. S. A., 1900; 8°.
* **Report** (Annual) of the Board of Regents of the Smithsonian Institution etc..... June, 30, 1898. Report of the U. S. National Museum. Washington, 1900; 8°.

* **Report** (Annual) of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, showing the operations, expenditures, and condition of the Institution for the Year June 30, 1898. Washington, 1899; 8°.

* **Smithsonian Institution**. United States National Museum. Special bulletin. American Hydroids. Part I. Washington, 1900; 4°.

U. S. Coast and Geodetic Survey. Geodesy. The transcontinental triangulation and the American arc of the parallel. Special publication No. 4. Washington, 1900: 4°.

* **Transactions** of the Academy of Science of St-Louis. Vol. IX, Nos. 6, 8, 9; X, Nos. 7-8. 1899-900; 8°.

* **Verhandlungen** der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. 13, Heft 1. Basel, 1901; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahr. 1901. LI Bd., 1 Heft. Wien; 8°.

* **Verhandlungen** der k. k. geologischen Reichsanstalt Sitzung. N. 4-6, 1901. Wien; 8°.

* **Veröffentlichung** des K. preussischen geodätischen Institutes (Neue Folge, No. 5). Berlin, 1901; 4°.

* **Verzeichnis** der Veröffentlichungen aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (1887 bis 1900). Berlin, 1901; 4°.

* **Wisconsin** Geological and Natural history Survey. Bulletin No. III, Scientific Series No. 2: No. V, Educational Series No. 1: No. VI, Economie Series No. 3. Madison, Wis., 1900; 8°.

* **Журналъ** русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ С. Петербургскомъ Университетѣ. T. XXXI, 9 (1899); XXXII, 7 (1900); XXXIII, 1-3. 1901; 8°.

Boccardi (G.). Di alcuni diagrammi astronomici. Catania, 1901; 4° (*dall'A.*).

Bortolotti (E.). Sulla determinazione dell'ordine di infinito. Modena, 1901; 8° (*Id.*).

Largaiolli (V.). I Pesci del Trentino e nozioni elementari intorno all'organismo, allo sviluppo ed alle funzioni della vita del pesce. Vol. I. Parte generale. Trento, 1901; 8° (*Id.*).

Maluta (G.). Principii di suggestione terapeutica. Padova, 1901; 8° (*Id.*).

Mascari (A.). Sulla frequenza e distribuzione in latitudine delle macchie solari osservate al R. Osservatorio di Catania nel 1899. Catania, 1900; 4° (*Id.*).

Riccò (A.). La nuova stella nella costellazione di Perseo. Catania, 1901; 8° (*Id.*).

— Comunicazione telefonica all'Osservatorio Etneo col filo sulla neve. Catania, 1901; 4° (*Id.*).

Riccò (A.) e **Eredia** (F.). Risultati delle osservazioni meteorologiche del 1900 fatte al R. Osservatorio di Catania. Catania, 1901; 4° (*dagli AA.*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

dal 19 Maggio al 9 Giugno 1901.

* **Abhandlungen** der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Philologisch-historische Klasse. N. F., Bd. IV, No. 5. Berlin, 1901; 4°.

* **Akademie** (K.) **der Wissenschaften** zu Wien. Almanach, XLIX Jahrg. (1899). Archiv für österreichische Geschichte. 77, 78 Bd., 79 Bd. Erste Hälfe (1899-1900). Denkschriften (Philosophisch-historische Classe) 46 Bd. Fontes rerum austriacarum: Œsterreichische Geschichts-Quellen. 49 Bd., 2 Abth. (1896, 1899). Sitzungsberichte (Philosophisch-historische Classe) 141, 142 Bd. (1899-1900). Register zu den Bänden 131 bis 140 (1900).

* **Annales** du Musée Guimet. Revue de l'histoire des religions XXIe ann., T. XLII, Nos. 2, 3. Paris, 1900; 8°.

* **Annales** du Midi. Revue de la France méridionale fondée sous les auspices de l'Université de Toulouse. XIIIe année, N. 49. Toulouse, 1901; 8°.

* **Annali** della R. Scuola Normale superiore di Pisa. Filosofia e Filologia. Vol. XIV. Pisa, 1901; 9°.

Annuario Commerciale del Piemonte per l'anno 1901. Torino, 1901; 1 vol. 8°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften-Litteratur, mit Einschluss von Sammelwerken und Zeitungen; VII. Bd., Liefg. 4, 5. I. Supplementband: Bibliogr. der deutschen Rezensionen 1900. Liefg. 2. Leipzig, 1901; 4°.

* **Boletín** de la Real Academia de la Historia. T. XXXVIII, cuad. III, V. Madrid, 1901; 8°.

* **Bulletin** de la Société des Hautes-Alpes. IIe sér., No. 36, 4e trim. 1900. Gap, 1900; 8°.

* **Bulletin** et **Mémoires** de la Société Nationale des Antiquaires de France. VIe série, t. IX. Mémoires 1898. Paris. 1900; 8°.

* **Bulletin** de la Société Nation. des Antiquaires de France, 1899. Paris; 8°.

* **Bulletin** d'Histoire ecclésiastique et d'Archéologie religieuse des Diocèses de Valence, Gap, Grenoble et Viviers. XXe année, 1900. Romans; 8°.

* **Bulletin** de l'Université de Toulouse. N. 13. Toulouse, 1900; 8°.

* **Bullettino** dell'Istituto di Diritto Romano. Anno XIII. fasc. 1. Roma, 1901; 8°.

Catalogue des thèses et écrits académiques. 16e fasc. Année scolaire 1899-1900; 4° (*dal Ministero dell'Istruzione pubblica di Francia*).

* **Comptes-rendus** de l'Athénée Louisianais. 8e sér., T. I, Livr. 3me. Nouvelle Orléans, 1901; 8°.

* **Cosmos.** Ser. II, vol. XIII, fasc. I. Roma, 1901; 8°.

* **Géographie** (La). Bulletin de la Société de Géographie. Année 1901; 15 mai, III, N. 5. Paris; 8°.

Inventaire-Sommaire des Archives communales antérieures à 1790. Ville de Dijon, T. IV. Dijon, 1900; 4° (*dono del Governo della Repubblica francese*).

Inventaire-Sommaire des Archives Départementales antérieures à 1790:
Charente-Inférieure. Sér. A (21 art.); B (art. 1 à 1005).
Isère. Sér. L (Documents de la période révolutionnaire). T. I.
Loiret. Archives civiles, sér. B, Nos. 1536 à 3025. T. III.
Marne. Archives ecclésiastiques, ser. G. Clergé séculier. T. I.
Meurthe-et-Moselle. T. VIII, série et supplement. T. II. Arrondissement de Luneville.
La Rochelle, Grenoble, Orléans, Reims, Nancy-Versailles, 1900; 5 vol.; 4°.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIX, Part I, No. 2. — 1900 (History, Antiquities, ecc.). Calcutta, 1901; 8°.

* **Mémoires** et **Documents** publiés par l'Académie Chablaisienne fondée à Thonon le 7 décembre 1886. Tome XIII. Thonon-les-Bains, 1399; 8°.

Risultati sommari del 4° censimento generale della popolazione del Regno, eseguito il 9 febbraio 1901. Roma, 1901, 2 c. in-4° (*dalla Direzione Gen. della Statistica*).

* **Rozprawy** Akademii Umiejetnosci wydziat Filologiczny. Ser. II, t. XVI, Historyczno-Filozoficzny. Ser. II, t. XIV. Krakowie, 1900; 2 vol. 8°.

* **Société** d'Archéologie de Bruxelles: Annales, T. XIV, livrs. 3 et 4. Annuaire 1901, t. XIIe. Bruxelles, 1900, 1901; 8°.

* **Travaux** et **Mémoires** de l'Université de Lille. T. X. Mémoires, N. 27. Lille, 1901; 8°.

* **Université** catholique de Louvain:
Annuaire: 1901. — Thèses de la Faculté de Théologie, 1899-1900; Nos. DCCLV-DCCLXVI. Louvain, 1900; 8°. — Programme des Cours de l'année académique 1900-1901. Louvain, 1900; 8°. — Les conditions du travail dans les marchés publics, par Georges Vaes. Louvain, 1900; 8°. — Une région de la Belgique. Le Centre (Hainaut). Monographie sociale par l'abbé Octave Misonne. Tournai, 1900; 8°. — Nos grèves houillères et l'action socialiste..., par le Père G. C. Rutten. Bruxelles, 1900; 8°. — L'administration d'une grande Ville (Londres) par J. E. Neve. London-Gand, 1901; 8°. — Les études d'histoire ecclésiastique par A. Cauchie. Louvain, 1900; 8°. — Les " Precariae verbo regis „ avant les Leptinnes (a. 743) par A. Bondroit. Louvain, 1901; 8°.

* **Urkunder** till Stockholms historia I. Stockholms Stads privilegiebref 1423-1700. Andra häftet. Upsala, 1901; 4° (*dall'Università di Upsala*).

* *Dalla " Bibliotheca Nacional do Rio de Janeiro ":*

Aguiar Lima (J. C. de). Officio dirigido ao Sr. Brigadeiro J. S. de Oliveira nomeado Governador por decreto de 21 de Novembre de 1899. Recife, 1890; 4°.

Almanak administrativo, indicador e noticioso do Estado da Bahia, 1898; 1ro anno. Bahia; 8°.

Annaes da Bibliotheca Nacional do Rio de Janeiro, Vol. XXI, XXII, 1899-900. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Araripe Junior (T. A.). Litteratura brazileira. José de Alencar. 2ª ed. Gregorio De Mattos. Rio de Janeiro, 1894; 2 vol. 8°.

Balanço da receita e despeza da Republica no exercicio de 1893 e Estado das dividas-activa e passiva. Rio de Janeiro, 1898; 4°.

Balanço provisorio da receita e despeza da Republica dos Estados Unidos do Brazil no exercicio de 1897, 1898. Rio de Janeiro, 1900; 4°.

Barbosa Lima (A. J.). Mensagem al Congresso do Estado de Pernambuco em 6 de Março de 1893. Recife, 1893; 8°.

Berrêdo (R. de). Firmes! Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Cobrança do imposto de consumo de cartas de jogar; de vinagre; de conservas; de profumarias; de calcado; de especialidades pharmaceuticas. Rio de Janeiro. 1899; 2 fasc. 8°.

Coisas do mar. Rio de Janeiro, 1896; 8°.

Corrêa d'Araujo (J.). Mensagem apresentado ao Congresso legislativo de 27 de Outubro de 1896; idem em 6 de Março de 1898; idem em 6 de Março de 1899. Recife, Pernambuço, 1896, 1898, 1899; 3 fasc. 4°.

Corrêa da Silva (J. A.). Mensagem apresentado ao Congresso legislativo do Estado em 10 de Agosto de 1891. Recife, 1891; 8°.

De Castro (M.). Versos prohibidos. Rio de Janeiro, 1898; 16°.

De Mello (A. J.). Biographias; de Gervasio Pires Ferreira e Appensos à biographia; de Joaquim Ignacio De Lima; Luiz Alves Pinto, José Correia Picanço; e de José da Natividade Saldanha. Recife, 1895-1896; 5 vol. 8°.

De Oliveira (A.). Versos e rimas. Primeira parte. Rio de Janeiro, 1895; 32°.

Dombre (L. E.). Viagens ao interior da provincia de Pernambuco em 1874 e 1875. Recife, 1893; 8°.

Estatistica dos impostos e taxas de consumo arrecadados pelas repartições federaes no 1° semestre de 1898 etc... Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Exposição da proposta da receita e despeza do exercicio de 1901 apresentada ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil pelo Ministro da Fazenda J. Murtinho no anno de 1900. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Figueiredo Pimentel. Suicida! 2ª ed. Rio de Janeiro, 1895; 8°.

Instrucções para a cobrança e fiscalisação das rendas federaes no Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Lista dos navios de guerra e mercantes brazileiros e de seos signaes distinctivos no codigo internacional. Rio de Janeiro, 1900; 4°.

Manifesto politico. O Dr. Manoel Victorino, Vice Presidente da Republica à Nação. São Paulo, 1898; 8°.

Montoro (R. C.). O Centenario de Camões no Brazil, Portugal em 1580 o Brazil em 1880. 2ª ed. Rio de Janeiro, 1880; 8°.

— Elogio historico do eminente estadista portuguez Marquez de Pombal. Rio de Janeiro, 1882; 8°.

Murat (L.). Ondas II. Rio de Janeiro, 1896; 8°.

Orçamento da receita e despeza da Republica dos Estados Unidos do Brazil para o exercicio de 1899, 1900. Rio de Janeiro, 1898, 1900; 4°.

Pardal Mallet. Pelo divorcio! Rio de Janeiro, 1894; 8°.

Pereira da Silva (L. J.). Floriano Peixoto traços biographicos. Rio de Janeiro, 1894; 8°.

Pereira de Vasconcellos (B.). Carta aos senhores eleitores da provincia de Minas Geraes. 2ª ed. Rio de Janeiro; 8°.

Promptuario alphabetico dos estados, municipios e districtos do Brazil. Anno I. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Raposo (A.). Nevrose mystica. Apreciações sobre a origem do culto prestado ao Coração de Jesus. Rio de Janeiro, 1895; 8°.

Recenseamento do Estado das Alagôas em 31 de Dezembro de 1890. Rio de Janeiro, 1898; 4°.

Relatorio apresentado ao Presidente da Republica dos Estados Unidos do Brazil, pelo Ministro das Relações Exsteriores Dr. O. de Magalhães des 1899, 1900; 2 vol. 8°, pelo Ministro da Fazenda J. Murtinho no anno de 1899 (11° da Repub.) e Annexo relatorio; 3 vol. 8°; 1900 (12° da Repub.) e Annexo relatorio; 2 vol. 8°, pelo Ministro Dr. E. Pessôa Ministro da Justiça e Negocios Interiores de 1899. 1900; 2 vol. 8°, pelo Ministro dos Negocios da Industria, Viação e Obras Publicas S. E. Gonçalves de Lacerda de 1898 (10° da Republ.); 1 vol. 8°. Rio de Janeiro, 1898-1900; 8°.

Relatorio da repartição general do telegraphos do anno de 1898 apresentado ao Ministro da Industria, Viação e Obras Publicas dos Estados Unidos do Brazil pelo Director General A. J. de Oliveira. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Relatorio apresentou ao Governador do Estado de Pernambuco em 25 de Abril de 1890 pelo J. S. de Oliveira. — Idem em 4 de Agosto de 1890 pelo Dr. A. M. da Cunha Cavalcanti. — Idem em 23 de Outubro de 1890 pelo Barão de Lucena. Pernambuco, Recife, 1890; 3 fasc. 4°.

Relatorio do Tribunal de Contas. Exercicio de 1899. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Santos Porto (J. A.). Pela patria e pela republica. O combate naval de 16 de Abril. Reflexões e documentos. Capital Federal, 1895; 8°.

Senna (E.). Notas de um reporter. Rio de Janeiro, 1895; 8°.

Shakspeare (G.). Macbeth tragedia adaptada ao theatro moderno por J. Carcano. Rio de Janeiro, 1871; 8°.

Synopse da receita e despeza da Republica dos Estados Unidos do Brazil no exercicio de 1897, 1898, 1899. Rio de Janeiro, 1898-1899; 4°.

Verissimo (J.). Parà e Amazonas. Questão de limites. Rio de Janeiro, 1899; 8°.

Vianna (A. O. Nobre). Estudos sobre o Parà. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Bonardi (A.). Le origini del comune di Padova. Padova, 1898; 8° (*dall'A.*).

— Il " Liber regiminum Paduae „. Venezia, 1899; 8° (*Id.*).

Calisse (C.). Storia di Civitavecchia. Firenze, 1898; 8° (*Id.*).

De-Nardi (P.). Genesi, esposizione e varia fortuna della formola suprema Giobertiana: *L'ente crea l'esistente*. Forlì, 1901; 8° (*Id.*).

Guidi (I.). Vocabolario amarico-italiano. Roma, 1901; 4° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Mackenzie (W.). Dell'assicurazione contratta sulla vita di un terzo. Genova, 1901; 4° (*Id.*).

Thirlwall (C.). A Sermon preached at the consecration of St. Paul's Church Llanelly on friday, december 13, 1850. London, 1850; 16° (*dall'Editore John E. B. Mayor*).

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

Dal 26 Maggio al 16 Giugno 1901.

---

* **Abhandlungen** der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin (Aus den Jahren 1899 u. 1900). Berlin, 1900; 4°.

** **Abhandlungen** der k. preussischen geologischen Landesanstalt. N. F. Heft. 30. Berlin, 1900; 8°.

* **Acta** Societatis scientiarum Fennicae. T. XXVI, XXVII. Helsingforsiae, 1900; 4°.

* **Akademie** (K.) der Wissenschaften zu Wien: Denkschriften mathematisch-naturwissenschaftliche Classe. LXVI. Bd., III. Theil.; LXVIII. Bd., in-4°. Sitzungsberichte id. id. Classe: Abth. I., CVIII. Bd., 1-10. Heft. (1899); CIX. Bd., 1-6. Heft. (1900); Abth. II. a., CVIII. Bd., 1-10. Heft. (1899); CIX. Bd., 1-7. Heft. (1900); Abth. II b; CVIII. Bd., 1-10. Heft. (1899); CIX. Bd., 1-7. Heft. (1900); Abth. III; CVIII. Bd., 1-10. Heft. (1899); CIX. Bd., 1-7. Heft. (1900). Wien, 1899, 1900; 8°.

* **Anales** de la Sociedad Científica Argentina. Entrega III y IV, t. LI. Buenos Aires, 1901; 4°.

* **Annales** des Mines. 9me série, t. XIX, livr. 2e, 1901. Paris; 8°.

* **Annali** della R. Scuola superiore di agricoltura in Portici. Ser. II, vol. II, fasc. 2°. Portici, 1900; 8°.

* **Annali** della R. Accad. d'Agricoltura di Torino, vol. 43°. Torino, 1901; 8°.

Annuario della R. Scuola Navale superiore di Genova. Anno scolastico 1900-1901. Genova, 1901; 8°.

* **Archives** Néerlandaises des sciences exactes et naturelles, publiées par la Société hollandaise des sciences à Harlem. Sér. II, t. IV, 5 livr. La Haye, 1901; 8°.

* **Atti** della R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze, 4ª serie, vol. XXIII, disp. 3ª-4ª; XXIV, disp. 1ª; 1900-1901; 8°.

* **Atti** della Società Italiana di scienze naturali, vol. XL, fasc. 1°. Milano, 1901; 8°.

* **Atti** della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Vol. XIII, N. 3. Siena, 1901; 8°.

* **Atti** della Società Toscana di Scienze naturali. Processi verbali. Vol. XII, adunanza del 17 marzo e 5 maggio 1901. Pisa; 8°.

Australian Museum. Report of Trustees for the year 1899. Sydney, 1901; 4°.

Boletín demográfico argentino. Año II, Marzo 1901, No. 5. Buenos Aires, 1901; 4° (*dal Ministero dell'Interno della Repubblica Argentina*).

Boletín de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. XVI, entr. 2ª-3ª. Buenos Aires, 1900; 8°.

Boletín mensual del Observatorio Meteorológico Central de Mexico; julio-deciembre 1900, Enero, Febiero, 1901. Mexico; 4°.

Boletín del Observatorio astronómico nacional de Tacubaya. T. II, N. 7. Mexico, 1901; 4°.

* **Bollettino** delle sedute dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania. 1900, fasc. 65°; 1901, fasc. 66, 67. Catania, 1901; 8°.

Bollettino statistico mensile della Città di Milano. Anno XVII, gennaio-maggio 1901; 4°.

Bollettino del Collegio degli Ingegneri ed Architetti di Palermo. Anno I, N. 2. Palermo, 1901; 8°.

Bollettino quindicinale della Società degli Agricoltori italiani. Anno VI (1901), n. 1-12. Roma; 8°.

* **Bollettino** mensuale della Società meteorologica italiana. Serie 2ª, vol. XX, n. 8-10. Torino, 1901.

* **Bollettino** demografico della Città di Torino. Anno XXX, n. 1-5; 1901; e Rendiconto dell'anno 1900 e dei mesi di Gennaio-Maggio 1901; 4°.

* **British Museum** (Natural History). A Hand-List of the Genera and Species of Birds. Vol. II: The Jurassic Flora; Part I: The Yorkshire Coast. Catalogue of the African Plants collected by Dr. Fr. Welwitsch in 1853-61. Dicotyledons Part IV, vol. II, Part II Cryptogamia. London, 1901; 8°.

Bulletin mensuel de Statistique Municipale de la ville de Buenos-Ayres. XIVᵉ année (1900), 11, 12; XVᵉ année (1901), 1-4.

* **Bulletin** of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. XXVIII. Geological Series, Vol. V, No. 4. Cambridge Mass., 1901; 8°.

* **Bulletin** de l'Académie Royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague, 1901, Nos. 2, 3; 8°.

* **Bulletin** international de l'Académie des Sciences de Cracovie. Classe des sciences mathématiques et naturelles. Nos. 1-3; 1901; 8°.

* **Bulletin** of the American Mathemat. Society. 2nd Ser., vol. VII, No. 8, 9. Lancaster, Pa., and New York, 1901; 8°.

* **Bulletin** de la Société Mathématique de France. T. XXIX, fasc. 2°. Paris, 1901; 8°.

** **Einführung** in das Verstandniss der geologisch-agronomischen Specialkarten des Norddeutsche Flachlandes. Berlin, 1901; 8°.

* **Földtani** Közlöny. Havi Folyóirat kiadja a Magyarhoni Földtani Társulat... T. XXX, 10-12 Füzet; XXXI, 1-4. Budapest, 1900, 1901; 8°.

** **Fortschritte** der Physik im Jahre 1900, LXVI. Bd. 1, 3. Abth. Braunschweig, 1901; 8°.

* **Geological** Literature added to the Geological Society's Library during the Year ended December 31 st. 1900. London, 1900; 8°.

* **Giornale** della R. Accad. di Medicina. A. LXVI, n. 3-5. Torino, 1901; 8°.

* **Glasnik** hrvatskoga naravoslovnoga Društva. Godina XII, Broj 4-6. Zagreb, 1900; 8° (*dalla Società di storia naturale Croata*).

Jahresbericht der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft. Leipzig, 1901; 8°.

* **Johns Hopkins** University Circulars. Vol. XX, No. 150.

* **Journal** of the Asiatic Society of Bengal. Vol. LXIX, Part II, No. 2-3. 1900, Natural science. Anthropology and Cognate Subjects. Vol. LXX, P. III, No. 1 (1901). Calcutta, 1898; 8°.

* **Journal** of the Chemical Society of London. Vols. 79 & 80. June, July 1901. London; 8°.

* **Journal** of the R. Microscopical Society, 1901, part 3. London; 8°.

* **Journal** of the College of sciences, Imp. University of Tōkiō, Japan. Vol. XV, part 1ª, 2ª. Tōkiō, 1901; 8°.

Istituto Geografico militare: Superficie del Regno d'Italia valutata nel 1884. 3ª Append. Isola di Sardegna. Firenze, 1901; 4°. — Sui recenti lavori dell'Istituto Geografico militare. Relazione al IV Congresso geografico italiano. — Sull'Etna. Firenze, 1901; 8°, 3 fasc.

* **Mémoires** de l'Acad. Roy. des Sciences et des Lettres de Danemark, 6me sér. Sect. des Sciences, t. X, n. 2. Copenhague, 1901; 4°.

* **Mémoires** de l'Academie des Sciences de l'Institut de France. T. 45me. Deuxième série. Paris, 1899; 4°.

* **Memorie** della R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Modena. Ser. III, vol. II. Modena, 1900; 4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani. Vol. XXIX, disp. 9ª-12ª (1900); XXX, 1-5 (1901). Roma, 1901; 4°.

* **Mittheilungen** aus der medicinischen Facultät der Kaisr.-Japanischen Universität zu Tōkiō. Bd. V, No. I. Tōkiō, Japan, 1901; 4°.

* **Monthly Notices** of the Royal Astronomical Society. Vol. LXI, No. 6, 7. London, 1901; 8°.

* **Nova Acta** R. Societatis Scientiarum upsaliensis. Ser. 3ª, Vol. XIX, 1901. Upsaliae; 4°.

* **Observations** faites à l'Observatoire météorologique de l'Université Impériale de Mouscou. Septembre-décembre 1899; 1900; janvier-février 1901. 18 fasc.; 8°.

** **Petermanns** Mitteilungen aus Justus Perthes' Geographischer Anstalt. Ergänzungsheft N^r 134. Gotha, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Asiatic Society of Bengal. Nos. IX-XII (1900); I, II (1901). Calcutta; 8°.

* **Proceedings** of the R. Society. Vol. LXVIII, No. 445, 446. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Chemical Society of London. Vol. 17. Nos. 234-240. London, 1901; 8°.

* **Proceedings** of the Zoological Society of London for the year 1901. Vol. I, Part I. London; 8°.

* **Rendiconti** del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. Vol. XXXIV, fasc. 10°-12. Milano, 1901; 8°.

* **Rendiconti** del Circolo matematico di Palermo. Tom. XV, fasc. 3, 4. Palermo, 1901; 8°.

* **Results** of Astronomical and Meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory, Oxford, in the years 1892-1899, vol. XLVIII. Oxford, 1896; 8°.

* **Rivista** mensile del Club alpino italiano. Vol. XX, n. 1-6. Torino, 1901; 8°.

* **Schriften** der physikalisch-œkonomischen Gesellschaft zu Königsberg in Pr., XLI Jahrg., 1900. Königsberg; 4°.

* **Sitzungsberichte** der k. Preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. I (10 Januar 1901); XXII (25 April 1901). Berlin, 1901; 8°.

* **Sitzungsberichte** der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. 1900. No. 1-3; 8°.

Stazioni (Le) sperimentali agrarie italiane. Vol. XXXIV, fasc. 1-4, 6. Modena, 1901; 8°.

Thätigkeit (Die) der physik-technischen Reichsanstalt, im Jahre 1900. Berlin, 1901; 8° (*dall'Istituto Fisico-Tecnico in Charlottenburg*).

Transactions of the Manchester Geological Society. Vol. XXVII. Part III-V 1900-1901; Manchester, 1901; 8°.

** **Verhandlungen** der deutschen physikalischen Gesellschaft im Jahre 1901. Jahrg. 3, Nrs. 6, 7. Leipzig; 8°.

** **Verhandlungen** der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. 47, 48 Bd., LI, 2-3 Heft. Wien, 1897, 1898, 1901; 8°.

* **Verhandlungen** der physikal.-medicin. Gesellschaft zu Würzburg, N. F. XXXIV Bd. Nr. 2-6. Würzburg, 1901; 8°.

* **Wissenschaftliche** Meersuntersuchungen herausg. von der Kommission zur wissenschaftlichen Untersuchungen der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F., IV. Bd., Abt. Helgoland, Heft 2; V. Bd., Heft 2. Abt. Kiel. Kiel und Leipzig, 1900, 1901; 4°.

* Журнадъ русскаго физико-химическаго Общества при Императорскомъ. С. Петербургскомъ Университетѣ. Т. XXXIII, n. 4, 5. 1901; 8°.

* *Dalla " Bibliotheca Nacional do Rio de Janeiro ":*

Annuario medico brazileiro. XII anno. 1897. Capital Federal, 1898; 8°.

Calheiros da Graça (F.). Estados sobre a barra da Laguna. Rio de Janeiro, 1883; 8°.

— Preferencia do porto da Laguna sobre a enseada de Imbituba. Rio de Janeiro, 1883; 8°.

— O porto de Tamandaré. Rio de Janeiro, 1895; 8°.

— Memoria sobre a determinação da linhas magneticas do Brazil. Rio de Janeiro, 1895; 8°.

— A bahia de Jacuaganga. Relatorio da Commissão Hydrographica. Rio de Janeiro, 1896; 8°.

Calheiros da Graça (F.) e **Indio do Brazil** (A.). Primeiros trabalhos da Commissão de Longitudes. Posições astronomicas de Cabo Frio e Santos. Rio de Janeiro, 1888; 8°.

Carta geral da illuminação da costa da republica dos Estados Unidos do Brazil. Rio de Janeiro, 3 fol.

Estrada de Ferro Central do Brazil. Relatorio do anno de 1897 apresentado ao Dr. S. E. Gonçalves de Lacerda Ministro e Secretario de Estado dos Negocios da Industria, Viação e Obras Publicas pelo Eug. F. Pereira Passos. Rio de Janeiro, 1898; 4°.

Illuminacão da costa, portos, barras, rios e lagoas navegaveis. Seeção de Pharóes da repartição da cartn maritima. Rio de Janeiro, 1899; 8°.

Kiappe da Costa Rubim (R. F.). Guia pratico do Pharoleiro. Rio de Janeiro, 1899; 8°.

— Instrucções concernentes ao pessoal e serviço geral dos pharóes. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

Monteiro de Souza (I. P.). Novo tratamento da febbre amarella. Rio de Janeiro, 1899; 16°.

Plano hydrographico da barra e porto da Victoria. Rio de Janeiro; 1 fol.

Planta do porto de Tamandari, 1 fol.; da barra de S. Christovão fóz do Rio Vaza Barris, 1 fol. Paris.

Planta hydrographica da bahia de Jacuacanga de Estado do Rio de Janeiro, 1 fol.; da barra e porto de Aracajù, 1 fol.; do porto de Jtacurupa (Bahia de Sepetiba), 1 fol.; da costa e bancos do Gurupy desde a ilha do Bacangaate e da Sumaca comprehendo o Rio Gurupy entre Città de Vizeu e sua fóz, 3 fol. Paris.

Regulamento da repartição da carta maritima do Brazil approvado pelo decreto N. 1347 de 7 de Abril de 1893. Rio de Janeiro, 1899; 8°.

Relatorio da repartiçao geral do telegraphos do anno 1897; dos Estados Unidos do Brasil. Rio de Janeiro, 1898; 8°.

Silvado (A. B.). Istrucções meteorologicas da Republica dos Estados Unidos do Brazil. Rio de Janeiro, 1900; 8°.

** **Barbillon** (L.). Production et emploi des courants alternatifs. Chatres, 1901; 8°.

Brioschi (F.). Opere matematiche. Pubblicate per cura del Comitato per le Onoranze a Francesco Brioschi. T. I. Milano, 1901; 4°.

Colomba (L.). Sopra alcune lave alterate di Vulcanello. Roma, 1901; 8°.

Giacosa (P.). Magistri Salernitani nondum editi. Catalogo ragionato della Esposizione di Storia della medicina aperta in Torino nel 1898. Torino, 1901: 1 vol. 8° e Atl. in-4° (*dono del Ministero della Pubblica Istruzione*).

** **Hadamard** (J.). La série de Taylor et son prolongement analytique. Chatres, 1901; 8°.

Lucchini (Z.). Appunti di Ortofrenia. Monza, 1901; 8° (*dall'A.*).

Oudemans (J. A. C.). Die Triangulation von Java. 6 und Letzte Abth. Aaag, 1900; 4° (In Namen der Niederländischen Regierung).

** **Reichenow** (A.). Die Vögel Afrikas. I. Bol. II Hälfte. Neudamm, 1901; 8°.

Schuyten (M. C.). Paedologisch Jaarbock. Tweede Jaargang. Leipzig, 1901, 8° (*dall'A.*).

Siacci (F.). Sulla velocità minima. Roma, 1901; 8° (*dall'A. Socio nazionale non residente*).

— Sulla integrazione di una equazione differenziale e sulla equazione di Riccati. Napoli, 1901; 8° (*Id.*).

— Sur un problème de d'Alembert. Paris, 1901; 4°.

Sperino (G.). L'encefalo dell'anatomico Carlo Giacomini. Torino, 1900; 8°.

** **Vinci** (L. da). Il Codice atlantico. Fasc. XXII. Milano, 1901; f°.

Zenner (G.). Technische Thermodynamik. Zweite Auflage. II. Bd. Die Lehre von den Dämpfen. Leipzig, 1901; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

Dal 9 al 23 Giugno 1901.

---

* **Atti** della R. Accademia dei Lincei. Serie V. Classe di Sc. mor., stor. e filologiche. Vol. IX. Parte 2ª. Notizie degli Scavi; febbraio 1901; Roma, 1901; 4°.

** **Bibliographie** der deutschen Zeitschriften Litteratur, mit Einschluss von Sammelwerken und Zeitungen. Bd. VII, Liefg. 6, 7; Supplementband, 1900. Liefg. 3.

** **Bibliotheca** philologica classica. Vol. XXVIII, 1901. Trimestre primum. Lipsiae; 8°.

* **Boletin** de la Real Academia de la Historia. T. XXXVIII, Cuader. VI. Madrid, 1901; 8°.

Bollettino della Società pavese di Storia patria. An. I, fasc. 1; Pavia, 1901; 8°.

Bollettino di Legislazione e Statistica doganale e commerciale. Anno XVIII, gennaio-marzo 1901. Roma; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Bulletin** international de l'Académie des Sciences de Cracovie. Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. N. 1-3, 1901; 8°.

* **Bulletin** hispanique. Faculté de lettres de l'Université de Bordeaux. Tomo III, N. 3. Bordeaux, 1901; 8°.

* **Bulletin** of the New York Public Library Astor Lenox and Tilden foundations. Vol. V. Nr. 1-6; 1901. New York; 8°.

* **Consiglio** Comunale di Torino. Sessione straordinaria. Sedute dal 4 febbraio al 21 giugno 1901; dal N° I-XXIV. Torino; 4°.

* **Faculté** des Lettres de l'Université de Bordeaux:

Annales, 1ère Série, t. I (1879)-V (1883); 2e Sér., t. VI (1884)-XVII (1894); 3e Sér., Revue des Universités du Midi, t. I (1895)-IV (1898); 4e Sér., Revue des Études, t. I (1899)-III (1901), Nos. 1-2. Tables des années I-XX (1879-1899). Bulletin hispanique, t. I (1899), Nos. 3 et 4-III (1901), Nos. 1-2. Revue des Lettres françaises et étrangères, t. I (1899), II (1900); Bulletin italien, t. I (1901), Nos. 1-2, qui contiennent la Revue des Lettres françaises. Bibliothèque des Universités du Midi. 4e fasc.; 8°.

* **Géographie** (La), Bulletin de la Société de Géographie. An. 1901, 15 Juin, III, N. 6. Paris; 8°.

* **Giornale** storico e letterario della Liguria. An. II, fasc. 5-6; Spezia, 1901; 8°.

* **Indice** generale per ordine alfabetico di autori e di materie dei lavori letti alla R. Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova e pubblicate sui suoi Atti dal 1779 a tutto 1899-900. Padova, 1901; 8°.

* **Institut de France.** Corpus Inscriptionum semiticarum. Pars quarta, inscriptiones Himyariticas et Sabaeas continens; T. I, fasc. 3. Parisiis, 1900; 1 fasc. et Atl. in-4°. Mémoires de l'Académie des sciences morales et politiques, T. XXII. Paris, 1900; 4°.

** **Jahresberichte** der Geschichtswissenschaft im Auftrage der historischen Gesellschaft zu Berlin. XXII. Jahrgang 1899. Berlin, 1901; 8°.

* **Notulen** van de algemeene en directievergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XXXVIII, 1900. Aflev. 3. Batavia, 1900; 8°.

** **Raccolta** ufficiale delle leggi e dei decreti del Regno d'Italia. 1900; 8°.

* **Report** of the R. Society of Literat., and List of Fellows. 1901. London; 8°.

Rosario (Il) e la Nuova Pompei. Anno XVIII, quad. 1-3. Valle di Pompei, 1901; 8°.

* **Sitzungsberichte** der philosophisch-philologischen und der historischen Klasse der k. b. Akademie der Wissenschaften zu München, 1901. Heft I. München, 1901; 8°.

Statistica del commercio speciale di importazione e di esportazione, dal 1° gennaio al 31 maggio 1901. Roma, 4 fasc.; 8° (*dal Ministero delle Finanze*).

* **Tijdschrift** voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen etc.; Deel XLII, Aflev. 2-5. Batavia, 1900; 8°.

* **Tridentum.** Rivista mensile di studi scientifici. Anno IV, fasc. 3, 4. Trento, 1901; 8°.

Archer de Lima. Pour la paix et pour l'humanité. Lisboa, 1898; 8° (*dall'A.*).

Bigoni (G.). Una fonte per la storia del regno di Sicilia. Il Carmen di Pietro da Eboli. Genova, 1901 (*Id.*).

Brusa (Franco). Il concetto di causa nei negozi giuridici. Torino, 1901; 8° (*dall'A.*).

Buonamici (F.). Sull'indice [Syntagma] degli autori e dei libri che servirono alla compilazione delle Pandette. Pisa, 1901; 4° (*dall'A. Socio corrispondente*).

Corridore (F.). Un censimento sardo di tre secoli fa studiato secondo l'odierna distribuzione territoriale. Cagliari, 1901; 8° (*dall'A.*).

Poggi (V.). Miscellanea di storia e di archeologia. Spezia, 1900; 8° (*dall'A. Socio corrispondente*).

— Catalogo descrittivo della Pinacoteca Civica di Savona. Savona, 1901; 8° (*Id.*).

** **Rossi** (A.). Francesco Guicciardini e il Governo fiorentino dal 1527 al 1540. Bologna, 1896-1899; 8°.

Rossi (F.). Grammatica Egizia nelle tre scritture Geroglifica, Demotica e Copta. Torino, 1901; 8° (*dall'A. Socio residente*).

Schipa (M.). Un passo dubbio di Ennodio. Napoli, 1901; 8° (*dall'A.*).

Siciliano (G.). Il marchese di Torre Arsa e la rivoluzione siciliana del 1848. Milano-Palermo, 1899; 8° (*Id.*).

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

CLASSI UNITE

Adunanza del 18 Novembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Naccari, Mosso, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Boselli, Cipolla, Brusa e Renier Segretario.

È letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza a Classi Unite del 24 giugno 1900.

Il Presidente rammenta all'Accademia la morte atroce di S. M. il Re Umberto I, seguìta durante le ferie, e fa dar lettura dal Segretario dei telegrammi di condoglianza inviati in nome dell'Accademia al Ministro della Real Casa di S. M. il Re ed a S. E. la Marchesa di Villamarina, dama d'onore di S. M. la Regina madre. Sono pure letti i telegrammi giunti in risposta.

Il Segretario dà quindi lettura del seguente indirizzo che l'Ufficio di Presidenza dell'Accademia compilò e spedì d'urgenza

a S. M. il Re Vittorio Emanuele III nell'occasione della sua assunzione al trono. Di questo indirizzo viene chiesta l'inserzione negli *Atti*, che è concessa dal Presidente:

SIRE,

Tragica è l'ora, in che la Maestà Vostra, trafitta nei suoi sentimenti di figlio e di cittadino, ascende sul trono avito. Ma a lenire la ferita che al cuore di Vostra Maestà inflisse la più nefanda ed insana efferatezza, valga il compianto della Nazione, che unanime deplora la cruda dipartita dell'Augusto Vostro Genitore e nel nome Vostro si afferma plaudente.

In alto i cuori!

L'Accademia Reale delle Scienze di Torino, che deve la sua fondazione alla illuminata generosità della Vostra Casa, e dalla protezione costante degli Antenati Vostri riconosce il proprio incremento, non può che partecipare con animo grato e devoto alle vicende della Vostra Famiglia, liete o tristi. E questo senso di partecipazione cordiale l'Accademia nostra ora manifesta al suo Re nell'occasione solenne in cui Egli assume il supremo reggimento dello Stato.

SIRE,

Alle idealità più nobili ed alte fu educato il Vostro intelletto: la mente Vostra si piegò spontanea agli studî più severi.

Non ingrato, quindi, Vi tornerà l'omaggio di questo nostro Sodalizio, che alle scienze ed alle lettere dà opera ormai secolare.

Da questo Sodalizio a Voi sale il voto sincero d'ogni prosperità: da questo Sodalizio scientifico Vi giunge l'augurio che il Regno Vostro sia Regno di pace, nel quale il sapere si diffonda illuminando di luce vera le menti, nel quale il popolo si educhi sempre più e sempre meglio a riconoscere ed a valutare il gran tesoro delle libertà conseguite, nel cui retto uso si vengano temprando i caratteri ad onestà, a fermezza, a coscienza dei bisogni moderni.

SIRE,

Dio sia con Voi; pel bene della Casa Vostra e di questa Italia, che auspicata da tanti generosi, cementata col sangue

di tanti prodi, trionfalmente costituita sotto il dominio glorioso del Vostro Avo, lealmente mantenuta nelle sue istituzioni libere dal Magnanimo Padre Vostro, guarda fidente alla Croce Sabauda acciò la guidi a quel progresso morale, intellettuale e civile, che anche in tempi in cui non era Nazione, ebbe già a procurarle il nome ambito di maestra del genere umano.

Il Presidente propone che l'Accademia invii un indirizzo di felicitazione a S. A. R. il Duca degli Abruzzi per la sua ardita e fortunata spedizione nelle regioni polari. — L'Accademia approva unanime.

Gli Accademici Segretari
ANDREA NACCARI
RODOLFO RENIER.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 18 Novembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario dà lettura dell'atto verbale della seduta precedente che viene approvato.

Il Presidente partecipa che l'Accademia fu rappresentata dal Socio corrispondente Tschermak alla solennità, in cui l'i. r. Istituto geologico di Vienna festeggiò il 50° anniversario della sua fondazione; dà poi notizia che l'Ing. Alessandro Artom consegnò all'Accademia un piego suggellato per prendere data relativamente ad una sua scoperta descritta in quel piego, e che il signor Emilio Guarini inviò da Bruxelles due note che trattano della *telegrafia senza fili.*

Il Presidente fa menzione delle pubblicazioni seguenti inviate in omaggio all'Accademia dagli Autori:

Le tavole tacheometriche sessagesimali del Socio Jadanza,

Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik, 1ª parte del volume III, del Socio corrispondente Cantor,

Qualche cenno sopra Girolamo Fracastoro del Socio corrispondente Fiorini,

Illustrazione di alcuni erbarii antichi romani del Socio corrispondente Pirotta e del Dott. Chiovenda,

Technische Thermodynamik, vol. I, del Socio corrispondente ZEUNER,

Organographie der Pflanzen, II vol., del Socio corrispondente GOEBEL,

La Società biologica di Parigi inviò il volume pubblicato nell'occasione del 50° anniversario della sua fondazione.

Le seguenti memorie vengono presentate e con votazione segreta accolte per l'inserzione nei volumi accademici:

1° *Contribuzione anatomica e sperimentale alla fisiologia patologica delle capsule surrenali* del Socio FOÀ,

2° *Sintesi di composti piridinici e trimetilenpirrolici*, memoria del Socio GUARESCHI,

3° *Le Rudiste e le Camacee di S. Polo Matese raccolte da Francesco Bassani*, memoria del Socio PARONA.

Il Socio BIZZOZERO presenta per i volumi delle memorie il seguente scritto del Dott. Donato OTTOLENGHI: *Contributo all'istologia della glandula mammaria funzionante*. Sarà esaminato dai Soci BIZZOZERO e FOÀ.

Vengono poi accolti per la inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sul calcolo delle vibrazioni trasversali di una trave elastica urtata*, nota dell'Ing. Modesto PANETTI, presentata dal Socio GUIDI,

2° *Contributo allo studio del reticolo delle linfoglandule*, nota dei signori Pietro SISTO ed Egidio MORANDI, presentata dal Socio FOÀ,

3° *Calcio e citrato trisodico nella coagulazione del sangue, della linfa e del latte*, nota del Prof. Luigi SABBATANI, presentata dal Socio GUARESCHI,

4° *Sopra le coniche che toccano e secano una o più curve gobbe*, nota del Dott. SEVERI, presentata dal Socio SEGRE,

5° *Saggio sulla fauna termale italiana*, nota del Dott. Raffaele ISSEL, presentata dal Socio CAMERANO.

LETTURE

Sul calcolo delle vibrazioni trasversali di una trave elastica urtata.

Nota del Dott. Ing. MODESTO PANETTI.

(Con una Tavola).

1. — Nella meccanica applicata alle costruzioni il problema delle vibrazioni trasversali di un solido prismatico, elastico ed isotropo, già risolto nel caso semplice della corda vibrante, si presenta sotto un aspetto più complesso, dovendosi tener conto del corpo urtante, che rimane unito alla trave nel suo movimento oscillatorio.

I calcoli eseguiti dal De Saint-Venant (*) a questo proposito in una serie di casi importantissimi e i risultati numerici dedotti hanno risolta in gran parte la questione nell'ipotesi semplificativa di solidi a dimensioni trasversali minime rispetto alla lunghezza, la quale ipotesi equivale ad ammettere trascurabili le deformazioni prodotte dallo sforzo di taglio.

Il problema si può anche trattare, tenendo conto di queste deformazioni con quel grado di approssimazione, che oggi si ricerca anche nel campo delle applicazioni.

Le formole, alle quali si giunge in tal caso, sono naturalmente assai più complesse, ma tuttavia adatte al calcolo numerico: e i risultati dedotti dimostrano, che, nei fenomeni dinamici di cui si tratta, l'influenza dello sforzo di taglio sulle deformazioni dei corpi elastici è di un'entità anche maggiore di quella già nota nei problemi di statica.

2. — I corpi elastici, dei quali si occupa la presente nota, sono prismatici, simmetrici rispetto al piano degli assi coordinati xy, il quale piano ne contiene l'asse geometrico Ox, e vincolati in un modo qualunque alle estremità.

(*) *Théorie de l'élasticité des corps solides de Clebsch*, avec des Notes étendues de M. De Saint-Venant. Paris, 1881. Cfr. Deuxième Partie. Note finale du § 61.

Consideriamo (fig. 1) un solido di tal natura soggetto ad una forza p, ripartita su tutta la sua lunghezza con legge per ora indeterminata, e ad un carico concentrato P in corrispondenza di una sezione S distante l dall'origine O.

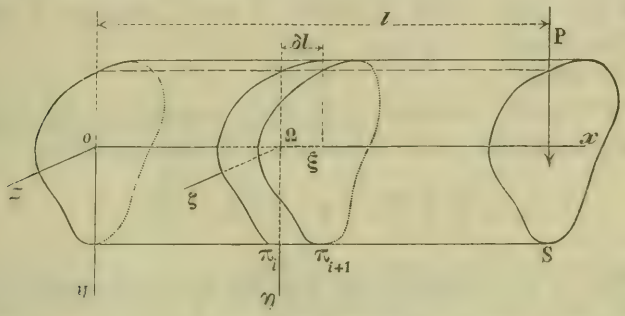


Fig. 1.

P e p siano dirette parallelamente all'asse Oy, e giacciano nel piano di simmetria xy; il che permette di conchiudere che i punti materiali del sistema appartenenti a detto piano non se ne scosteranno durante le deformazioni del solido.

Decomponiamo una delle due parti, in cui il prisma è diviso dalla sezione S, in un gran numero di tronchi di lunghezza δl con una serie di piani π perpendicolari all'asse Ox, e riferiamo ogni tronco come $\pi_i\,\pi_{i+1}$ ad un sistema di assi $\xi\eta\zeta$ mobili con esso. in modo che il piano $\eta\Omega\zeta$ si conservi tangente nel baricentro Ω alla superficie in cui si deforma la sezione trasversale del solido, e gli assi $\xi\eta$ siano inizialmente, e quindi rimangano in seguito, nel piano di simmetria xy.

Concentrando allora la forza ripartita lungo il tronco δl nella sezione π_{i+1}, e componendola colla risultante delle tensioni, che vi sono applicate, si potrà considerare il tronco come scarico su tutta la sua lunghezza e sollecitato in corrispondenza della base estrema π_{i+1} da un momento flettente M e da uno sforzo di taglio T entrambi operanti nel piano xy.

Quest'ultimo, ritenendo piccolissime le deformazioni del solido, è dato da:

$$T = T_0 + \int_{x_i}^{l} p\,dx, \tag{1}$$

ove T_0 è lo sforzo di taglio per la sezione S.

Il tronco preso in esame si trova quindi nelle condizioni supposte dal De Saint-Venant nel suo celebre problema sul prisma inflesso (*), tanto per le forze che lo sollecitano, quanto pel modo con cui è vincolato alla terna di assi $\xi\eta\zeta$. Potremo dunque con tutto rigore applicare al caso presente i risultati che ci occorrono.

Essi sono:

1° i punti materiali dell' asse geometrico del solido si spostano solamente nella direzione η di una quantità:

$$v = \frac{1}{EI}\left\{\frac{M\xi^2}{2} - T\left[\frac{\xi^3}{6} - \xi\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_0\right]\right\}, \tag{2}$$

ove $\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_0$ è una costante, che dipende dalla forma della sezione trasversale, e che indicheremo con ψ.

2° il piano tangente nel baricentro alla superficie in cui si deforma la sezione trasversale del prisma taglia il corrispondente piano normale alla curva elastica secondo una retta parallela all'asse ζ, e forma con esso un angolo costante

$$\varphi'' = \frac{T}{EI}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_0. \tag{3}$$

Dalla (2) si deduce per differenza fra le costanti angolari delle tangenti iniziale e finale all'asse geometrico deformato del tronco

$$\delta\varphi' = \frac{1}{EI}\left\{M\delta l - T\frac{\delta l^2}{2}\right\};$$

poichè l'ipotesi fatta sulla piccolezza delle deformazioni elastiche permette di sostituire l'angolo alla sua tangente. La (3) invece applicata a due tronchi consecutivi dà:

$$\delta\varphi'' = \frac{\delta T}{EI}\psi, \qquad \text{ove} \qquad \delta T = -\int_{x_i}^{x_{i+1}} p\,dx;$$

e quindi l'angolo formato dalle tangenti iniziali alle curve elastiche di due tronchi successivi è dato da:

$$\delta\varphi = \delta\varphi' + \delta\varphi'' = \frac{1}{EI}\left\{M\delta l - T\frac{\delta l^2}{2}\right\} - \frac{\psi}{EI}\int_x^{x+\delta l} p\,dx.$$

(*) Cfr. Opera citata. Première partie, chapitre II.

Dividendo ambi i membri della precedente uguaglianza per δl, e immaginando che il numero dei tronchi in cui fu diviso il prisma vada indefinitamente crescendo, e decresca quindi, tendendo a zero, la lunghezza δl di ciascuno di essi, si ha al limite:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{\mathrm{EI}}(\mathrm{M} - p\psi) \quad (*).$$

Ovvero ammettendo le uguaglianze:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2}; \qquad \frac{d\mathrm{M}}{dx} = -\mathrm{T};$$

delle quali si fa uso costante nelle applicazioni, e che sono ammissibili, dato il grado di approssimazione voluto nel presente problema, e la scelta fatta degli assi coordinati, si deduce:

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\mathrm{EI}\frac{d^2v}{dx^2} = \mathrm{M} - p\psi \\ &-\mathrm{EI}\frac{d^3v}{dx^3} = \mathrm{T} + \psi\frac{dp}{dx} = \mathrm{T}_0 + \int_x^l p\,dx + \psi\frac{dp}{dx} \\ &-\mathrm{EI}\frac{d^4v}{dx^4} = -p + \psi\frac{d^2p}{dx^2}. \end{aligned} \right.$$

3. — Dal problema dell' equilibrio si passa a quello del movimento, ricorrendo direttamente al principio di d'Alembert. In virtù di esso le (4) sono le equazioni del moto del sistema

(*) Questa è l'equazione differenziale della curva elastica sotto una forma poco differente da quella nota nelle applicazioni della statica. In esse di fatto in luogo di $\psi = \left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_0$ si introduce il suo valore approssimato $\chi\frac{\mathrm{EI}}{\mathrm{GF}}$ [1], che si ricava, supponendo la tensione tangenziale ripartita uniformemente su ogni corda parallela all'asse di flessione. L'analisi fatta per dedurre le (4) era però indispensabile, per mostrare come esse, entro i limiti di approssimazione del problema, siano conseguenza delle equazioni generali di equilibrio dei sistemi elastici; e per poter quindi applicare in seguito, anche nel caso presente, una nota proprietà degli integrali particolari di dette equazioni.

[1] Cfr. *Lezioni sulla Scienza delle Costruzioni* del prof. C. Guidi, parte II.

considerato, quando la forza ripartita p (che appunto a questo scopo si è supposta una funzione qualsiasi dell'ascissa x) si consideri come risultante della forza d'inerzia della massa in movimento e di un carico p_0 rappresentante il peso della trave e dell'impalcatura ad essa solidale.

L'ipotesi fatta sulla direzione di p equivale a ritenere trascurabile l'inerzia corrispondente ai moti rotatori della sezione del solido rispetto a quella che compete ai loro spostamenti verticali; si ha perciò:

$$p = p_0 - \frac{p_0}{g}\frac{d^2v}{dt^2}.$$

E sostituendo questo valore nelle (4), supposto p_0 costante, come d'ordinario si ammette nella pratica, si deducono le equazioni seguenti:

$$\text{(5)} \qquad \mathrm{EI}\frac{d^2v}{dx^2} = \mathrm{M} - \left(p_0 - \frac{p_0}{g}\frac{d^2v}{dt^2}\right)\psi$$

$$\text{(6)} \qquad -\mathrm{EI}\frac{d^3v}{dx^3} = \mathrm{T}_0 + p_0(l-x) - \frac{p_0}{g}\int_x^l \frac{d^2v}{dt^2}dx - \frac{p_0}{g}\psi\frac{d^3v}{dt^2dx}$$

$$\text{(7)} \qquad -\mathrm{EI}\frac{d^4v}{dx^4} = -p_0 + \frac{p_0}{g}\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{p_0}{g}\psi\frac{d^4v}{dt^2dx^2}.$$

Altrettante relazioni affatto analoghe esistono per la porzione di trave compresa fra la sezione S e l'appoggio di destra, se la si riferisce ad un'altra terna di assi orientata rispetto a detta porzione, come lo è il sistema $Oxyz$ rispetto al tronco sinistro precedentemente considerato.

Il problema è così ridotto alla ricerca dell'integrale generale di equazioni indefinite del tipo (7), e alla determinazione delle costanti arbitrarie per mezzo di condizioni, che si deducono dalle (3) (5) e (6) e dalle loro analoghe, applicandole alle sezioni corrispondenti agli appoggi ed a quella su cui insiste il carico concentrato P. L'integrazione è possibile ogni qual volta si supponga, che la gravità non operi sul sistema vibrante; e quindi nella (7) si trascuri il 1° termine del 2° membro p_0; il che in alcuni casi pratici può essere assolutamente rigoroso, in altri ammessibile soltanto per approssimazione.

Si ricorra allora alla sostituzione generale per risolvere le equazioni del moto dei corpi elastici, che si riduce a

$$v = \sum \frac{A}{\mu^2} \operatorname{sen}(\mu^2 t) V , \tag{8}$$

se l'origine dei tempi fu scelta al principio del moto.

In essa V è funzione della sola x, e si determina risolvendo l'equazione differenziale ordinaria, che risulta dalla sostituzione fatta; μ è la caratteristica di ogni soluzione particolare della (7), o in altre parole di ogni vibrazione semplice del sistema. Fra tutti gli infiniti valori di μ si debbono considerare nella Σ della formola (8) solo quelli a cui corrispondono soluzioni particolari, che soddisfano all'equazione del moto del corpo P, soggetto alle azioni, che la porzione destra e la sinistra della trave gli trasmettono, e che si esprimono, scrivendo la (6) e la sua analoga per la sezione speciale S.

Finalmente i coefficienti A si determinano, ricorrendo alle condizioni iniziali del moto nell'istante dell'urto, pel quale $t = 0$. In detto istante si ha:

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = \Sigma A_i V_i ; \tag{9}$$

e $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$ è una funzione nota $\varphi(x)$ dell'ascissa.

Conviene allora ricorrere alla proprietà generale dimostrata dal Boussinesq per gli integrali particolari delle equazioni del moto dei corpi elastici non soggetti alla gravità (*). Essa consiste nel fatto che l'$\int V_i V_k d\omega$ esteso a tutto il volume del sistema vibrante, compreso il corpo P, è uguale a zero, se V_i e V_k sono due soluzioni corrispondenti a valori diversi della caratteristica μ. Moltiplicando quindi ambi i membri della (9) per $V_k d\omega$, e integrando come si è detto, si ottiene:

$$\int \varphi(x) V_k d\omega = A_k \int V_k^2 d\omega ; \tag{9'}$$

dalla quale si deduce il coefficiente A_k cercato, poichè $\int V_k^2 d\omega$ è certamente diverso da zero, se V_k non è costantemente nullo.

(*) J. Boussinesq, *Sur deux loix simples de la résistance vive des solides*, " Comptes rendus de l'Académie des Sciences ", 7 e 14 dicembre 1874.

4. — Applicazione ad un caso particolare. — Allo scopo di apprezzare l'influenza dei nuovi termini introdotti nelle equazioni che risolvono il presente problema, tenendo conto delle deformazioni dovute allo sforzo di taglio, conviene applicare il metodo accennato ad un caso importante ed abbastanza semplice, per potervi adattare il calcolo numerico. È questo il caso di una trave prismatica, semplicemente appoggiata agli estremi, lunga $2l$, urtata nella sezione di mezzo da un corpo di peso P in direzione normale alla gravità. Le oscillazioni dell'asse geometrico del sistema avranno luogo nel piano orizzontale in cui esso giace, astrazion fatta dalle piccolissime deformazioni statiche della trave, e saranno quindi indipendenti dai pesi dei corpi urtante ed urtato, pur dipendendo dalle loro masse.

L'equazione indefinita del movimento per ognuna delle semitravi è in tal caso:

$$(7') \qquad -\mathrm{EI}\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{p_0}{g}\frac{d^2v}{dt^2} - \frac{p_0}{g}\psi\frac{d^4v}{dt^2dx^2}.$$

Inoltre nella sezione immediatamente a sinistra della mezzeria si ha:

$$\mathrm{T}_0 = -\mathrm{EI}\left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_{x=l} + \frac{\psi p_0}{g}\left(\frac{d^3v}{dt^2dx}\right)_{x=l},$$

come si deduce, sostituendo nella (6) il valore l all'ascissa corrente x. Ma la simmetria di tutto il sistema ci assicura che lo stesso sforzo di taglio T_0 opererà nella sezione immediatamente a destra della mezzeria.

Applicando quindi il principio di d'Alembert al corpo P ed all'elemento di trave lungo dx, sul quale esso insiste, e a cui sono applicate pel ragionamento precedente due forze uguali a $-\mathrm{T}_0$, e trascurando a fronte delle quantità finite l'inerzia infinitamente piccola dell'elemento suddetto, si deduce:

$$(10) \qquad \frac{\mathrm{P}}{g}\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_{x=l} + 2\mathrm{T}_0 = 0;$$

e pel valore di T_0 testè trovato:

$$(11) \qquad 2\psi\frac{p_0}{g}\left(\frac{d^3v}{dt^2dx}\right)_{x=l} - 2\mathrm{EI}\left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_{x=l} + \frac{\mathrm{P}}{g}\left(\frac{d^2v}{d^2t}\right)_{x=l} = 0.$$

Le condizioni di posa della trave e la simmetria del sistema ci permettono poi di scrivere tre altre equazioni definite:

$$(12)\qquad \begin{cases} (v)_{x=0} = 0; \quad \mathrm{EI}\left(\dfrac{d^2v}{dx^2}\right)_{x=0} = \psi\,\dfrac{p_0}{g}\left(\dfrac{d^2v}{dt^2}\right)_{x=0} \\ \left(\dfrac{dv}{dx}\right)_{x=l} = -\dfrac{\psi}{2\mathrm{EI}}\,\dfrac{\mathrm{P}}{g}\left(\dfrac{d^2v}{d^2t}\right)_{x=l}. \end{cases}$$

In fatti in corrispondenza dell'appoggio semplice di sinistra, cioè per $x = 0$, si ha

$$v = 0 \qquad \mathrm{M} = 0;$$

nella mezzeria invece, data la simmetria del sistema, la sezione deve rimanere piana e normale all'asse geometrico primitivo, e quindi la tangente alla curva elastica nella sezione immediatamente a sinistra della mezzeria forma con detto asse in virtù della (3) l'angolo $\frac{\mathrm{T}_0}{\mathrm{EI}}\psi$: donde, sostituendo a T_0 il suo valore dedotto dalla (10), si trova l'ultima delle (12).

Posto per semplicità:

$$\tau^2 = \frac{p_0 l^4}{g\mathrm{EI}} \qquad \mathrm{Q} = 2p_0 l$$

le equazioni ricavate prendono la forma:

$$(7'')\qquad l^4\frac{d^4v}{dx^4} + \tau^2\frac{d^2v}{dt^2} - \tau^2\psi\frac{d^4v}{dt^2dx^2} = 0$$

$$(11')\qquad 2\psi\tau^2\left(\frac{d^3v}{dt^2dx}\right)_{x=l} - 2l^4\left(\frac{d^3v}{dx^3}\right)_{x=l} + 2\,\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}\,l\tau^2\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_x$$

$$(12')\qquad \begin{cases} (v)_{x=0} = 0; \qquad l^4\left(\dfrac{d^2v}{dx^2}\right)_{x=0} = \psi\tau^2\left(\dfrac{d^2v}{d^2t}\right)_{x=0} = 0 \\ l^4\left(\dfrac{dv}{dx}\right)_{x=l} + \psi\,\dfrac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}\,l\tau^2\left(\dfrac{d^2v}{d^2t}\right)_{x=l} = 0. \end{cases}$$

Fissata l'origine dei tempi all'inizio del movimento, cioè ammesso $(v)_{t=0} = 0$, come si disse nella discussione generale, l'integrale dell'equazione indefinita (7'') si può porre sotto la forma più semplice:

$$v = \sum \mathcal{A}\,\frac{\tau}{m^2}\,\mathrm{sen}\left(\frac{m^2t}{\tau}\right)\mathcal{X},$$

ove $\mathcal{X}$ è una funzione della sola x, e la Σ va estesa a tutti i valori di m e di $\mathcal{A}$, tali che $\mathcal{A}\frac{\tau}{m^2}$ sen $\left(\frac{m^2 t}{\tau}\right)\mathcal{X}$ sia un integrale particolare della (7″) e soddisfi le (11′) e (12′).

Sostituendo detto valore alla v nell'equazione indefinita del movimento, si ottiene subito:

$$(7''') \qquad l^4 \frac{d^4\mathfrak{X}}{dx^4} + m^4\psi \frac{d^2\mathfrak{X}}{dx^2} - m^4\mathcal{X} = 0\,,$$

equazione differenziale, lineare, ordinaria a coefficienti costanti, la cui caratteristica ammette le quattro radici:

$$\frac{m^2\alpha}{l}\,, \quad -\frac{m^2\alpha}{l}\,, \quad i\,\frac{m^2\beta}{l}\,, \quad -i\,\frac{m^2\beta}{l}\,,$$

essendo,

$$\alpha = \sqrt{-\frac{\psi}{2l^2} + \sqrt{\frac{\psi^2}{4l^4} + \frac{1}{m^4}}}\,, \qquad \beta = \sqrt{\frac{\psi}{2l^2} + \sqrt{\frac{\psi^2}{4l^4} + \frac{1}{m^4}}}\,.$$

L'integrale generale della (7‴) è quindi:

$$(13) \qquad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{X} = {} & \mathrm{A}\,\mathfrak{Sin}\left(\frac{m^2\alpha}{l}\,x\right) + \mathrm{B}\,\mathfrak{Cos}\left(\frac{m^2\alpha}{l}\,x\right) + \\ & + \mathrm{C}\,\mathrm{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l}\,x\right) + \mathrm{D}\cos\left(\frac{m^2\beta}{l}\,x\right) \end{aligned} \right.$$

ove i simboli $\mathfrak{Sin}$ $\mathfrak{Cos}$ denotano le funzioni iperboliche sostituite (per ottenere maggiore simmetria nelle formole) alle funzioni esponenziali.

Ponendo similmente nelle equazioni di condizione (12′) in luogo di v il termine $\mathcal{A}\mathcal{X}\frac{\tau}{m^2}$ sen$\left(\frac{m^2 t}{\tau}\right)$, si ottengono le relazioni cui deve soddisfare la $\mathcal{X}$, che servono a determinarne le costanti:

$$(12'') \qquad \left\{ \begin{aligned} & (\mathcal{X})_{x=0} = 0 \qquad \left(\frac{d^2\mathfrak{X}}{dx^2}\right)_{x=0} = 0 \ (*) \\ & l^3\left(\frac{d\mathfrak{X}}{dx}\right)_{x=l} = \psi m^4 \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}\,(\mathcal{X})_{x=l}\,. \end{aligned} \right.$$

(*) Questa relazione non ha luogo di regola in corrispondenza di un appoggio semplice di estremità, come si ammette nella teoria approssimata, che trascura le deformazioni dovute allo sforzo di taglio. Ma in questo caso l'uguaglianza è rigorosamente esatta, poichè si è supposto $p_0 = 0$.

Dalle prime due si deduce

$$B = D = 0,$$

dall'ultima

$$C = -kA$$

essendo

$$k = \frac{\alpha l^2 \mathfrak{Cos}(m^2\alpha) - m^2\psi \frac{P}{Q} \mathfrak{Sin}(m^2\alpha)}{\beta l^2 \cos(m^2\beta) - m^2\psi \frac{P}{Q} \operatorname{sen}(m^2\beta)}.$$

Cosicchè la funzione $\mathcal{X}$ prende la forma:

$$\mathcal{X} = A\left[\mathfrak{Sin}\left(\frac{m^2\alpha}{l}x\right) - k \operatorname{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l}x\right)\right],$$

e l'integrale generale v, conglobando la costante A colla $\mathcal{T}$, diventa:

$$v = \sum AX \frac{\tau}{m^2} \operatorname{sen}\left(\frac{m^2 t}{\tau}\right);$$

ove

$$X = \mathfrak{Sin}\left(\frac{m^2\alpha}{l}x\right) - k \operatorname{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l}x\right). \tag{14}$$

5. — I valori del parametro m, cui va estesa la sommatoria, si ricavano dall'equazione (11'), sostituendo in essa a v l'espressione generica degli integrali particolari del problema

$$AX \frac{\tau}{m^2} \operatorname{sen} \frac{m^2 t}{\tau}.$$

Risultato di tale sostituzione è l'uguaglianza:

$$\psi m^4 \left(\frac{dX}{dx}\right)_{x=l} + l^4 \left(\frac{d^3X}{dx^3}\right)_{x=l} + \frac{P}{Q} l m^4 (X)_{x=l} = 0,$$

che, combinata coll'ultima delle (12''), e ponendo in luogo di X il suo valore (14), fornisce l'*equazione caratteristica*:

$$m^2[\alpha^3 \mathfrak{C} + k\beta^3 c] + \frac{P}{Q}[\mathfrak{S} - ks]\left[1 + \frac{m^4}{l^4}\psi^2\right] = 0,$$

ove per brevità di notazione si sono introdotte le abbreviazioni:

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{Cos}(m^2\alpha) \qquad \mathfrak{S} = \mathfrak{Sin}(m^2\alpha)$$
$$c = \cos(m^2\beta) \qquad s = \operatorname{sen}(m^2\beta).$$

La precedente equazione si può ridurre ad una forma assai semplice ed elegante, sostituendo a k il suo valore, e moltiplicando ambi i membri dell'uguaglianza che ne risulta pel binomio $\beta l^2 c - m^2 \psi \frac{P}{Q} s$ non identicamente nullo. In seguito a parecchie trasformazioni affatto ovvie, se si tengono presenti le identità:

$$\frac{\psi}{l^2} = \beta^2 - \alpha^2 \qquad \frac{1}{m^2} = \alpha\beta;$$

si giunge al risultato seguente:

$$\frac{Q}{P} = m^2 \frac{\beta^3 t - \alpha^3 \mathfrak{T}}{\alpha^2 + \beta^2}, \tag{15}$$

ove $\qquad t = \operatorname{tang} m^2\beta, \qquad \mathfrak{T} = \mathfrak{T}\operatorname{ang} m^2\alpha.$

E in conseguenza l'espressione di k si semplifica

$$k = \frac{\beta^3}{\alpha^3} \frac{\mathfrak{C}}{c}, \tag{16}$$

e il valore della funzione X per $x = l$, paragonato alla (15), permette di scrivere l'uguaglianza:

$$(X)_{x=l} = \frac{\mathfrak{C}}{\alpha^3} (\alpha^3 \mathfrak{T} - \beta^3 t) = - \frac{Q}{P} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{m^2 \alpha^3} \mathfrak{C}. \tag{17}$$

L'equazione caratteristica, come appare con tutta evidenza dalla sua nuova forma (15), è un'equazione trascendente soddisfatta da infiniti valori di m, che si possono cercare grossolanamente, come si vedrà in seguito, con un procedimento grafico, salvo a correggerli col metodo delle approssimazioni successive.

Tuttavia conviene fin d'ora dare un' espressione approssimata, di cui avremo bisogno fra poco, della più piccola radice reale, positiva m_0 nell'ipotesi di $\frac{Q}{P}$ vicinissimo a zero. Allora m_0 e per conseguenza $m_0^2\alpha$ ed $m_0^2\beta$ saranno anch'essi piccolissimi; quindi alle funzioni t e $\mathfrak{T}$ si possono sostituire i primi termini dei loro sviluppi in serie (*), e se ne dedurrà subito:

$$m_0 = \sqrt[4]{\frac{Q}{P} \frac{l^2}{\psi}};$$

(*) $t = m^2\beta + 2\frac{m^6\beta^3}{3!} + 16\frac{m^{10}\beta^5}{5!} + \ldots \qquad \mathfrak{T} = m^2\alpha - 2\frac{m^6\alpha^3}{3!} + 16\frac{m^{10}\alpha^5}{5!} - \ldots$

cioè, se $\frac{Q}{P} > 0$, la più piccola radice della (15) è anch'essa diversa da zero.

I valori, che soddisfano all'equazione caratteristica, si possono raggruppare a 4 a 4; poichè, per ogni radice m, la (15) ammette com'è facile verificare le $-m$, $+im$, $-im$, che, sostituite nella funzione X, la fanno al più cambiare di segno, ma non di valore assoluto.

Per conseguenza nella Σ dell'integrale generale è lecito riunire a 4 a 4 i termini corrispondenti, sommando i coefficienti A, il che equivale (essendo questi ultimi tuttora indeterminati) a considerare nella serie i soli termini relativi alle radici reali e positive della caratteristica.

6. — Ciò premesso, si considerino le condizioni iniziali del moto nell'istante dell'urto, per le quali:

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} = \Sigma\, A_i\, X_i\,;$$

e si noti, che in detto istante la velocità dei punti materiali della trave è in tutte le sezioni nulla, all'infuori della mezzeria, in cui vale la velocità U del corpo urtante. Moltiplicando quindi ambi i membri dell'equazione precedente per $X\,dq$ [ove X è uno degli integrali particolari X_i corrispondente alla radice m], e integrando rispetto a tutta la massa $q = \frac{P+Q}{g}$, che vibra, si ottiene:

$$PU(X)_{x=l} = \sum A_i \left\{ \frac{Q}{l} \int_0^l X_i X\,dx + P(X_i)_{x=l}(X)_{x=l} \right\};$$

ove il termine $\frac{Q}{l}\int_0^l X_i X\,dx$ è il doppio dell'integrale esteso alla semitrave sinistra; e quindi, data la simmetria del sistema, rappresenta l'integrale esteso a tutta la trave.

Ma in virtù della proprietà generale dimostrata dal Boussinesq (cfr. n° 3), e colla stessa approssimazione con cui si sono sostituite le (7') alle equazioni rigorose del movimento dei corpi elastici non soggetti alla gravità, si ha:

$$\frac{Q}{l}\int_0^l X_i X\,dx + P(X_i)_{x=l}(X)_{x=l} = 0\,,$$

se X_i non è uguale ad X.

Rimarrà quindi nella Σ il solo termine, nel quale $X_i = X$, e se ne dedurrà perciò:

$$A = \frac{PU(X)_{x=l}}{\frac{Q}{l}\int_0^l X^2 dx + P(X)^2_{x=l}};$$

e, ricorrendo alla (17),

$$A = \frac{U}{(X)_{x=l} - \frac{m^2\alpha^3}{\mathfrak{C}\, l(\alpha^2+\beta^2)}\int_0^l X^2 dx}.$$

L'integrale, esistente al denominatore, si può eseguire, essendo nota la funzione X; si ricava infatti:

$$\frac{1}{l}\int_0^l X^2 dx = \frac{\mathfrak{S}\mathfrak{C}}{2m^2\alpha} - \frac{1}{2} - k^2\left(\frac{sc}{2m^2\beta} - \frac{1}{2}\right) - 2k\,\frac{\alpha s\mathfrak{C} - \beta c\mathfrak{S}}{m^2(\alpha^2+\beta^2)},$$

e sostituendo, dopo parecchie trasformazioni che non presentano nulla di rimarchevole, si ottiene A sotto la forma:

$$A = \frac{U}{-\frac{\mathfrak{C}\beta^3}{\alpha^2+\beta^2}\Delta}; \tag{18}$$

ove

$$\left\{\begin{aligned} \Delta = \frac{Q}{P}\, m^4(\alpha^2+\beta^2)^2 - 2\,\frac{\alpha t - \beta\mathfrak{T}}{\alpha^2+\beta^2} - \frac{1}{2}\left[\frac{\beta^2}{\alpha^3}t - \frac{\alpha^2}{\beta^3}\mathfrak{T}\right] + \\ + \frac{1}{2}\left[\frac{\beta^2}{\alpha^4 c^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^4\mathfrak{C}^2}\right] \end{aligned}\right. \tag{19}$$

è una quantità essenzialmente positiva, come risulterà da un raggruppamento differente dei termini, che conviene eseguire per un'ultima discussione sul presente argomento.

Ci prevarremo a questo scopo delle uguaglianze:

$$\frac{\alpha t - \beta\mathfrak{T}}{\alpha^2+\beta^2} = \frac{Q}{P}\,\frac{\alpha^2}{\beta^2} - \frac{\mathfrak{T}}{\beta^3}\,\frac{\psi}{l^2}$$

$$\frac{\beta^2}{\alpha^3}t - \frac{\alpha^2}{\beta^3}\mathfrak{T} = \frac{Q}{P}\,\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2} + \frac{\mathfrak{T}}{\beta^3}\,\frac{\psi}{l^2},$$

che si verificano facilmente, ricorrendo alla (15).

Si ottiene allora:

$$\Delta = \frac{Q}{2P}\left(3 + \frac{\beta^2}{\alpha^2} - \frac{2\alpha^2}{\beta^2}\right) + \frac{3}{2}\,\frac{\mathfrak{T}}{\beta^3}\,\frac{\psi}{l^2} + \frac{1}{2}\left[\frac{\beta^2}{\alpha^4 c^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^4\mathfrak{C}^2}\right], \tag{19'}$$

dalla quale si riconosce facilmente $\Delta > 0$.

Sostituendo in fine questo valore di Δ, o il precedente (19), nella (18), e ponendo alla sua volta in luogo di A la sua espressione nella (14) si ricava la forma definitiva dell' integrale generale:

$$(14') \qquad v = \mathrm{U}\tau \sum \frac{1}{\Delta} \frac{\alpha^2+\beta^2}{m^2\alpha^3} \left[\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l} x\right)}{c} - \frac{\alpha^3}{\beta^3} \frac{\mathfrak{S}\mathrm{in}\left(\frac{m^2\alpha}{l} x\right)}{\mathfrak{C}} \right] \operatorname{sen} \frac{m^2 t}{\tau} .$$

7. — Le formole ricavate contengono implicitamente quelle dedotte dal De Saint-Venant nel caso più semplice in cui si trascurino le deformazioni prodotte dallo sforzo di taglio.

Basta infatti porre $\psi = 0$ $\left(\text{cosicchè } \alpha = \beta = \frac{1}{m} \text{ e } k = \frac{\mathfrak{C}}{c}\right)$ per ottenere invece dell'equazione caratteristica (15) e dell'integrale generale (14′) le due formole seguenti:

$$(15^a) \qquad 2\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}} = m(\operatorname{tang} m - \mathfrak{T}\mathrm{ang}\, m)$$

$$(14^a) \qquad v = \mathrm{U}\tau \sum \frac{\frac{4}{m}\left[\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{mx}{l}\right)}{\cos m} - \frac{\mathfrak{S}\mathrm{in}\left(\frac{mx}{l}\right)}{\mathfrak{C}\mathrm{os}\, m}\right]}{2\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}} + m^2\left(\frac{1}{\cos^2 m} - \frac{1}{\mathfrak{C}\mathrm{os}^2 m}\right)} \operatorname{sen} \frac{m^2 t}{\tau} .$$

8. — La serie (14′), i cui termini supporremo disposti nell'ordine crescente delle radici m della caratteristica, rappresenta con essi termini gli spostamenti corrispondenti alle singole oscillazioni semplici, di cui risulta il moto vibratorio del sistema elastico. Per poter quindi attribuire alla risoluzione analitica il significato fisico che le compete è necessario dimostrare che detta *serie è convergente.*

A tale scopo basterà verificare la convergenza di una serie a termini tutti positivi e maggiori dei valori assoluti dei corrispondenti termini della serie data, che sono parte positivi, parte negativi.

Principiando la trasformazione della (14′) dal binomio fra parentesi, si ha immediatamente:

$$\frac{\alpha^3}{\beta^3} \frac{\mathfrak{S}\mathrm{in}\left(\frac{m^2\alpha}{l} x\right)}{\mathfrak{C}} < 1$$

e in virtù della (15), che dev'essere soddisfatta dai valori di m, ai quali è estesa la sommatoria (14'), si ha:

$$\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l}x\right)}{c} = \operatorname{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l}x\right)\sqrt{1+\left(\frac{Q}{P}\frac{\alpha^2+\beta^2}{m^2\beta^3}+\frac{\alpha^3}{\beta^3}\mathfrak{T}\right)}.$$

Ora il massimo della quantità sotto il segno di $\sqrt{}$ ha luogo quando si sostituisca ad m il suo valor minimo m_0; ma poichè si è dimostrato che m_0 ha sempre un valore finito se $\frac{P}{Q}$ non è infinitamente grande, sarà possibile fissare un numero N abbastanza grande, perchè si abbia costantemente

$$N > \operatorname{mod}\frac{\operatorname{sen}\left(\frac{m^2\beta}{l}x\right)}{c}.$$

Quindi il binomio del numeratore sarà minore di $N+1$.

Si prenda ora in esame l'espressione (19') di Δ; i tre termini che essa contiene sono tutti positivi, quindi:

$$\Delta > \frac{1}{2}\left[\frac{\beta^2}{\alpha^4 c^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^4\mathfrak{C}^2}\right]$$

e per conseguenza

$$\alpha^3\Delta > \frac{m^2\beta^3}{2}\left[\frac{1}{c^2} - \frac{\alpha^6}{\beta^6\mathfrak{C}^2}\right].$$

Ora pel fatto già menzionato che il minimo valore capace di soddisfare la (15) è maggiore di zero si ha costantemente

$$\frac{\alpha^6}{\beta^6} < 1,$$

e si può fissare una quantità finita δ, tale che:

$$\beta^3\left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\mathfrak{C}^2}\right) > \delta,$$

cosicchè a più forte ragione si abbia $\alpha^3\Delta > \frac{m^2}{2}\delta$.

Ne segue che la serie data ha i suoi termini minori dei corrispondenti termini della $U\tau\frac{2(N+1)}{\delta}\sum\frac{\alpha^2+\beta^2}{m^4}$; la dimostrazione è quindi ridotta a verificare la convergenza della serie

$$\sum\frac{\alpha^2+\beta^2}{m^4}. \tag{20}$$

Se ora si considera che ogni radice reale e positiva della caratteristica (15) dev'essere compresa nell'intervallo in cui tang $(m^2\beta)$ passa da 0 ad ∞, dette radici potranno essere poste sotto la forma

$$m^2\beta = \frac{1}{\alpha} = \left(n + \frac{\epsilon}{2}\right)\pi\,;$$

ove n è il loro numero d'ordine, cominciando da zero, ϵ è una quantità non maggiore dell'unità.

Dalla precedente uguaglianza si deduce, sostituendo ad α il suo valore:

$$\frac{1}{m^4} = \frac{1}{\pi^4}\left[\frac{1}{\left(n+\frac{\epsilon}{2}\right)^2} + \frac{\psi\pi^2}{2l^2}\right]^2 - \frac{\psi^2}{4l^4}\,,$$

e quindi

$$\frac{1}{m^4} < \frac{1}{\pi^4}\left(\frac{1}{n^4} + \frac{\psi\pi^2}{l^2n^2}\right).$$

Cosicchè invece della (20) si potrà studiare la serie:

$$\sum \frac{\alpha^2+\beta^2}{\pi^4}\left(\frac{1}{n^4} + \frac{\psi\pi^2}{l^2n^2}\right) = \frac{2}{\pi^4}\sum\left(\frac{1}{n^4} + \frac{\psi\pi^2}{l^2n^2}\right)\sqrt{\frac{\psi^2}{4l^2} + \frac{1}{m^4}}$$

ed essendo $\sqrt{\frac{\psi^2}{4l^4} + \frac{1}{m^4}}$ una quantità finita per m soddisfacente alla (15), se ne deduce che il termine generico della serie precedente risulta dalla somma dei termini di due altre serie notoriamente convergenti della forma

$$\frac{A}{n^4} \quad \text{e} \quad \frac{B}{n^2}\,.$$

9. — La dimostrazione precedente vale com'è naturale anche nel caso più semplice della serie (14^a) che il De Saint-Venant non si curò di dimostrare convergente; e per la quale del resto una dimostrazione diretta sarebbe assai più semplice; poichè le radici dell'equazione caratteristica (15^a) non vanno facendosi come quelle della (15) sempre più vicine col crescere di m, ma sono tutte comprese entro tratti ugualmente spaziati dell'ascissa.

È facile anche vedere che la serie (14′) dev'essere di una convergenza molto rapida. Infatti nel trasformare i termini della serie data in quelli della (20), si sostituì al rapporto $\frac{\alpha}{\beta}$ un va-

lore costante maggiore del suo massimo uguale ad 1 (*), mentre detto rapporto tende a 0 e quindi il suo reciproco ad ∞, cosicchè il 1° termine dell'espressione (19′) di Δ, che si è trascurato, diventa ben presto grandissimo. Del resto l'esempio numerico che segue pone in rilievo questa fortunata proprietà, e ci assicura che nella maggior parte dei casi si ha un'approssimazione sufficientissima, limitando il calcolo al primo termine della serie, cioè ammettendo:

$$(14'') \qquad v = \frac{\tau U}{\Delta} \frac{\alpha^2 + \beta^2}{m^2} \left[\frac{\operatorname{sen} \frac{x}{\alpha l}}{\alpha^3 c} - \frac{\operatorname{Sin} \frac{x}{\beta l}}{\beta^3 \mathfrak{C}} \right] \operatorname{sen} \frac{m^2 t}{\tau} .$$

Esempio numerico.

Si consideri un longone da ponte ferroviario in legno.

La portata della trave sia $2l = 260$ cm.; le dimensioni della sezione rettangolare cm. 27 $\times$ cm. 42; il peso proprio compreso l'armamento della via ferrata sovrastante $Q =$ t. 0,7: il carico $P =$ t. 7,0 rappresenti il peso trasmesso dalla ruota di una locomotiva, che nell' istante scelto come origine dei tempi si trovi sulla mezzeria della trave, e, per effetto del moto di serpeggiamento, la urti con velocità U in direzione orizzontale normalmente all'asse della via.

Coi precedenti dati si ottiene subito: $\frac{Q}{P} = \frac{1}{10}$; e, accontentandosi del valore approssimato di ψ, citato nella nota a pag. 5, si deduce:

$$\psi = \chi \frac{EI}{GF} = \frac{6}{5} \frac{5}{2} \left(\frac{1}{12} 27^2 \right) = 182^{cm^2},25 ;$$

se si ammette che il rapporto fra il modulo di elasticità normale E e il modulo di elasticità tangenziale G valga $\frac{5}{2}$.

(*) Ciò si è fatto, volendo tener conto della minima radice m_0 dell'equazione caratteristica, per dimostrare al tempo stesso che anche il 1° termine della serie non può mai essere ∞, se $\frac{Q}{P} > 0$; mentre la convergenza della serie si sarebbe potuta verificare, trascurando un numero finito arbitrario de' suoi primi termini.

Risoluzione dell'equazione caratteristica. — I valori di m, che soddisfano la (15) si possono trovare per approssimazione, tracciando le linee:

$$y' = m^2 \frac{\beta^3}{\alpha^2+\beta^2} \operatorname{tang}\left(\frac{1}{\alpha}\right) \qquad y'' = m^2 \frac{\alpha^3}{\alpha^2+\beta^2} \operatorname{\mathfrak{T}ang}\left(\frac{1}{\beta}\right),$$

e ricavando le ascisse m dei punti nei quali $y' - y'' = \frac{1}{10}$, come si è fatto nella tavola qui unita.

Si calcolarono a tale scopo coi logaritmi i valori registrati nella seguente tabella, che sono tutti numeri astratti.

m	$\frac{1}{\alpha}$	$\frac{m^2\beta^3}{\alpha^2+\beta^2}$	$\frac{1}{\beta}$	$\frac{m^2\alpha^3}{\alpha^2+\beta^2}$
1	1,003	0,505	0,997	0,496
2	2,022	1,011	1,979	0,990
3	3,072	1,609	2,929	1,394
4	4,176	2,267	3,832	1,752
5	5,345	3,027	4,677	2,028
6	6,602	3,925	5,452	2,210
7	7,971	4,998	6,148	2,294
8	9,466	6,268	6,761	2,284
9	11,111	7,767	7,290	2,194
10	12,923	9,518	7,737	2,050
11	14,922	11,520	8,109	1,849
12	17,118	13,788	8,413	1,638

Poi, portate sul disegno le m come ascisse e le $\frac{1}{\alpha}$ come ordinate, si disegnò una curva, dalla quale si dedussero i punti di ordinate uguali a $\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$, ove n è un intero qualsiasi.

I corrispondenti valori dell'ascissa permettono di tracciare le ordinate, alle quali la linea tang $\frac{1}{\alpha}$ (e quindi anche la y') è assintotica. Così pure, determinati i punti, nei quali la linea $\frac{1}{\alpha}$ ha per ordinata i multipli interi di π, si hanno nei corrispondenti valori dell'ascissa i punti in cui y' si annulla.

Tracciata poi la linea di equazione $z' = \frac{m^2\beta^3}{\alpha^2+\beta^2}$, ridotti gli

angoli $\frac{1}{\alpha}$ in gradi sessagesimali, e calcolati per un numero conveniente di punti colle tavole delle funzioni circolari i valori di tang $\frac{1}{\alpha}$, si poterono tracciare i rami positivi della curva y', moltiplicando tang $\frac{1}{\alpha}$ per le ordinate corrispondenti di z'.

Minori difficoltà presenta il tracciamento per punti della y''; se si fa uso di tabelle che dànno i valori delle funzioni iperboliche. La figura che ne risulta, e da cui si deducono facilmente i punti segnati con circoletti doppi sull'asse delle ascisse, corrispondentemente ai quali $y' - y'' = \frac{1}{10}$, rappresenta assai bene la distribuzione delle radici dell' equazione caratteristica e il loro continuo avvicinarsi col crescere di m.

L'approssimazione colla quale si possono dedurre le radici m, disegnando in una scala un po' grande, sarebbe sufficiente in un caso pratico; ma non lo è qui, dovendo questo esempio dare un criterio sulla rapidità di convergenza della serie (14'). Con tentativi ripetuti di calcolo, fatti partendo dai valori approssimati suddetti, si ricavarono i valori esatti sino alla quarta cifra decimale:

$$m_0 = 0{,}7262 \qquad m_1 = 3{,}7067 \qquad m_2 = 6{,}1506.$$

Limitandosi poi a dedurre i valori massimi degli spostamenti per la sezione di mezzo della trave, si calcolarono i termini successivi della serie $\frac{v}{U\tau}$ per

$$x = l \qquad \text{e} \qquad \operatorname{sen} \frac{m^2 t}{\tau} = 1$$

e si ottenne per

$m = m_0$	$\Delta = 0{,}4203$	$\frac{\alpha^2+\beta^2}{m^2\Delta}\left[\frac{t}{\alpha^3} - \frac{\mathfrak{T}}{\beta^3}\right] = 1{,}8102$
$m = m_1$	$\Delta = 28{,}6940$	" " " $= 0{,}0010$
$m = m_2$	$\Delta = 48{,}8158$	" " " $= 0{,}00024$

che confermano pienamente le previsioni fatte, e assicurano che, nei casi della pratica, la (14''), nella quale si tiene conto sol-

tanto del termine corrispondente ad m_0, dà tutte le garanzie di una sufficiente approssimazione.

Se in fine si riprende il problema colle formole (14°) e (15°) date dal De Saint-Venant, trattando il caso presente nell'ipotesi che le deformazioni dovute allo sforzo di taglio siano trascurabili, si trovano come radici dell'equazione caratteristica:

$$m_0 = 0{,}7313 \qquad m_1 = 3{,}9513 \qquad m_2 = 7{,}0825$$

e i successivi valori massimi dei termini della serie $\frac{v}{U\tau}$ diventano:

per $m = m_0$	1,3727
„ $m = m_1$	0,0016
„ $m = m_2$	0,00015.

Dai quali valori risulta, che l'aumento nelle deformazioni calcolate, tenendo conto dello sforzo di taglio, è in questo caso circa $\frac{1}{3}$, della freccia massima dedotta, tenendo conto del solo momento flettente.

I calcoli numerici eseguiti ci hanno condotto a risultati che non sono applicabili soltanto alla trave presa in esame, ma valgono in generale per tutte le travi semplicemente appoggiate agli estremi, urtate da un corpo estraneo con velocità U nella loro sezione di mezzo, a condizione che:

1° il peso Q della trave sia $\frac{1}{10}$ del peso P del corpo urtante;

2° le dimensioni della trave siano tali che rispetto al piano di sollecitazione abbiasi:

$$\frac{\psi}{l^2} = \chi \frac{E}{G} \left(\frac{\rho}{l} \right)^2 = 0{,}0108\,;$$

il che corrisponde per un prisma isotropo di sezione rettangolare a supporre, che il rapporto fra il raggio di inerzia e la semilunghezza della trave valga $\frac{1}{33}$.

In particolare, nei casi che avverano le condizioni enun-

ciate, lo spostamento del baricentro della sezione di mezzo, come si deduce dalla formola approssimata (14''), è dato da

$$(21) \qquad v = 1{,}8102\, l^2 \mathrm{U} \sqrt{\frac{p_0}{g\mathrm{EI}}}\ \mathrm{sen}\left[\frac{0{,}5274}{l^2}\ \frac{t}{\sqrt{\frac{p_0}{g\mathrm{EI}}}}\right]:$$

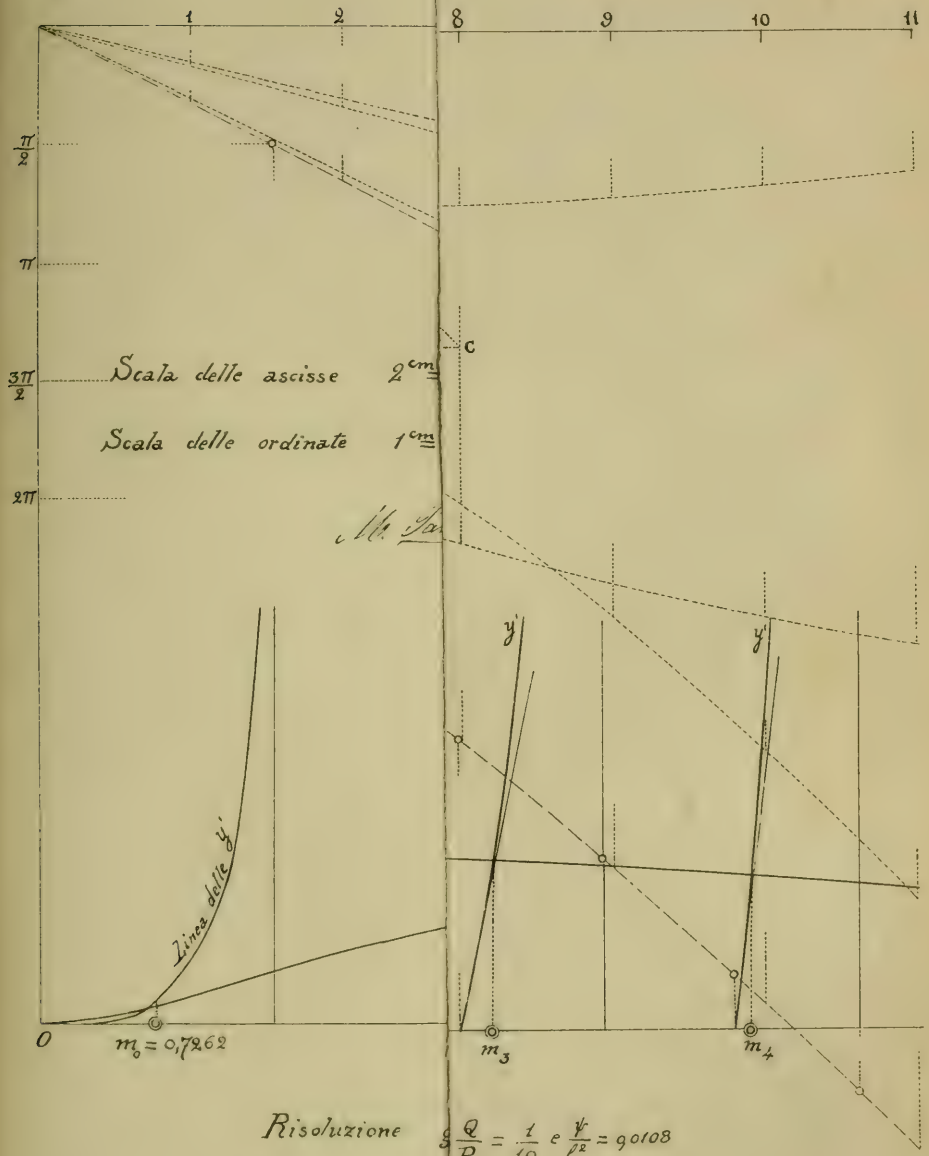
la quale uguaglianza pone in chiaro una proprietà ben nota comune a tutti questi fenomeni dinamici, quella cioè che le deformazioni da essi prodotte, in rapporto alle deformazioni che hanno luogo nei corrispondenti fenomeni statici, vanno perdendo d'importanza coll'aumentare della portata.

Infatti la freccia v risulta nella formola precedente proporzionale al quadrato della luce libera della trave, mentre nelle stesse condizioni di posa un carico statico concentrato sulla mezzeria vi produce un abbassamento proporzionale al cubo della lunghezza.

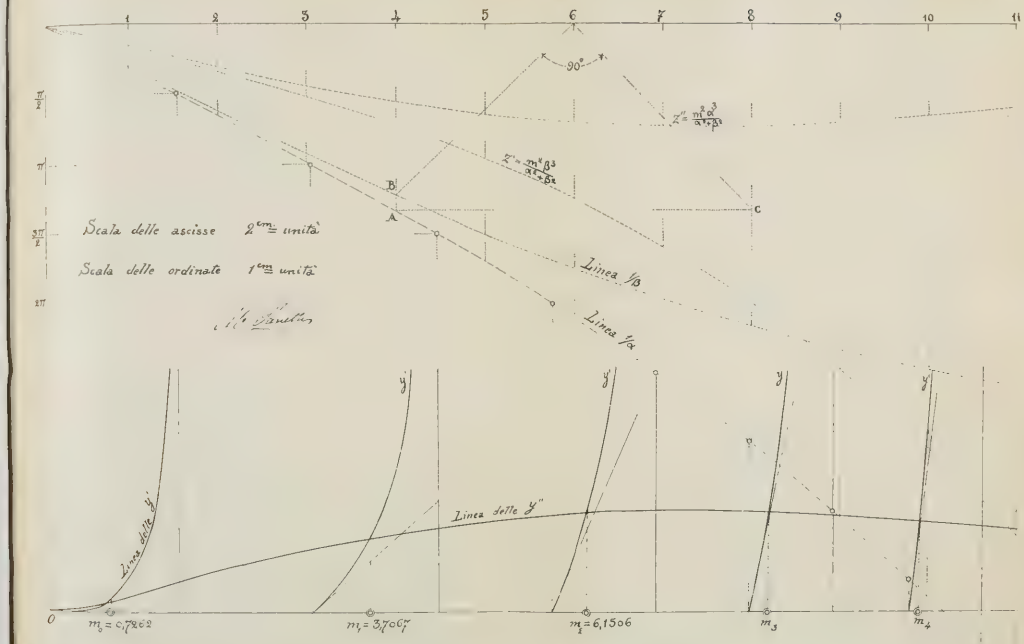
Sostituendo finalmente nella (21) i dati numerici dell'esempio, si ottiene:

$$v = 0{,}0193\, \mathrm{U}\ \mathrm{sen}\ (49{,}4357\, t);$$

ove le unità adottate sono il cm. per le lunghezze ed il minuto secondo pel tempo. Essa ci dice che nel moto vibratorio fondamentale, di cui soltanto tien conto la precedente formola approssimata, si compiono quasi esattamente 8 oscillazioni complete in un minuto secondo.



Risoluzione $\frac{Q}{P} = \frac{1}{10}$ e $\frac{V}{l^2} = 90108$



Risoluzione grafica dell'equazione caratteristica $\frac{Q}{P} = m^2 \frac{\beta^3 \gamma - \alpha^3 \gamma}{\alpha^4 + \beta^4}$ nell'ipotesi $\frac{Q}{P} = \frac{1}{10}$ e $\frac{\gamma}{l^2} = 9,0108$

Calcio e citrato trisodico nella coagulazione del sangue, della linfa e del latte.

Ricerche sperimentali del Prof. LUIGI SABBATANI.

I.

È noto da tempo che i citrati alcalini, aggiunti al sangue, ne impediscono la coagulazione; questo fatto fu segnalato da Pekelharing ed è stato utilizzato da alcuni nella preparazione degli sieri, poichè coll'uso di citrato trisodico si riesce ad ottenere dal sangue di cavallo una maggiore quantità di siero, ed anche più facilmente. Era noto pure che il sangue, reso incoagulabile col citrato, si può far coagulare aggiungendo del calcio; ma quest'azione antagonista fra citrato e calcio non si spiegava bene, come quella fra ossalati, fluoruri, saponi alcalini e calcio, poichè i citrati non precipitano il calcio, come fanno quelli. Anzi l'incoagulabilità del sangue, ottenuta con piccole dosi di citrato, era da Schmidt (1) citata contro la teoria di Arthus (2), che gli ossalati producano la incoagulabilità del sangue in quanto precipitano i sali di calcio.

Ora, seguitando nello studio biologico dell'acido citrico (3), ho potuto dimostrare chiaramente come il citrato trisodico impedisca la coagulazione, in quanto immobilizza chimicamente il calcio, pur non precipitandolo; e le presenti esperienze vengono a confermare che i sali di calcio sono veramente indispensabili nella coagulazione del sangue, della linfa e del latte; in fine ho potuto stabilire un rapporto molecolare fisso fra il calcio che

(1) Schmidt A., *Weitere Beiträge zur Blutlehre.* Wiesbaden, 1895.

(2) Per la bibliografia vedi M. Arthus, *La coagulation du sang.* Carré et Naud, Paris, 1899.

(3) Sabbatani L., *Ricerche farmacologiche e chimiche sugli acidi acetondicarbonico e citrico,* " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXXIV (1899).

preesiste nel sangue e la quantità minima di citrato sufficiente ad impedirne la coagulazione. E poichè le quantità di calcio che trovansi nel sangue sono molto piccole, ed i rapporti da studiare fra citrato e calcio sono delicatissimi, così dovetti avere massima cura di fare saggi quantitativi, per quanto mi era possibile, scrupolosamente esatti, nel che sta forse il pregio maggiore della presente nota.

Si ottiene l'incoagulabilità con acido citrico e citrati mono- e bi-sodico; ma è col trisodico che si ottengono i risultati migliori: non si ottiene invece cogli eteri citrici (trietilico e trimetilico); perciò ho studiato specialmente il citrato trisodico rispetto alla coagulazione del sangue, della linfa e del latte.

Indirettamente poi da queste esperienze si può intravvedere sotto qual forma l'acido citrico circoli nell'organismo: non certo come citrato alcalino; ma verosimilmente come citrato alcalino-calcico.

Preparai io stesso il citrato trisodico occorrente per le mie esperienze con acido citrico e carbonato sodico puri, e feci cristallizzare il prodotto per tre volte successive: ottenni così un sale purissimo. Questo all'aria secca non si altera e non perde acqua di cristallizzazione, non ne perde neppure sull'acido solforico. Scaldato a 100-105° C. per molte ore di seguito, perde lentamente quattro molecole d'acqua di cristallizzazione, il resto (1 $^1/_2$ molecole) la perde solo verso 150°. Quando il sale è così reso anidro, sopporta la temperatura di 180° senza alterarsi molto, e solo ingiallisce leggermente.

I. Gr. 6,4290 di citrato trisodico, secco all'aria e sull'acido solforico, dopo 20 ore a 100-105° perdettero gr. 1,2436 del loro peso;

II. e scaldati ulteriormente a 150°, fino a peso costante (tre ore furono sufficienti), subirono una perdita di peso totale di gr. 1,7764;

III. Gr. 2,5434 del sale anidro così ottenuto, che non calarono sensibilmente di peso, neppure dopo essere stati più di due ore a 180°, lasciarono per calcinazione in capsula di platino gr. 1,5698 di carbonato sodico (Na^2CO^3), corrispondenti a gr. 0,6812 di Na.

Quindi:

	trovato I	trovato II	trovato III	calcolato
Supponendo che $C^6H^5O^7Na^3 + 5\,^1/_2 H^2O$ a 100-105° perda $4H^2O$, % . .	19,3	—	—	20,1
Supponendo che $C^6H^5O^7Na^3 + 5\,^1/_2 H^2O$ a 150° perda $5\,^1/_2\ H^2O$, % . .	—	27,6	—	27,7
Supponendo il sale anidro a 150° $C^6H^5O^7Na^3$, Na %	—	—	26,78	26,74

Con questo citrato puro e ben secco ho potuto fare delle determinazioni molto esatte sulla quantità minima di sale che è sufficiente a produrre l'incoagulabilità del sangue di vari animali, in vitro e per iniezioni endovenose; ho potuto mettere in rapporto queste quantità minime colla percentuale del calcio contenuto nel sangue e colla quantità minima di calcio, che ripristina la coagulabilità nel sangue, trattato con quantità variabili di citrato. Ho fatto anche ricerche puramente chimiche in vitro.

II.

Azione del citrato sulla coagulabilità del sangue in vitro.

Sciolgo in acqua gr. 9,966 di citrato trisodico e porto il volume a 117,3 cm³ (soluzione *A*) (1): adopero poi questa soluzione per esperienze di confronto in vitro sul sangue di due cani.

Esperienza 1ª - 22 gennaio 1900.

Cane ♀ di Chgr. 4,750 - prendo sangue dalla carotide destra.

Saggio n° 1 — Sangue normale - preso alle ore 14,54′, coagula alle 15,4′, dopo 10 minuti.

„ n° 2 — Sangue cm³ 50 - mescolato rapidamente con cm³ 0,8 di soluzione *A* - preso alle ore 14,56′, coagula alle 15,4′, dopo 8 minuti.

(1) Questa soluzione è equimolecolare con una soluzione al 5 % di acido citrico cristallizzato ($C^6H^8O^7 + H^2O$) e contiene 8,496 % di citrato trisodico cristallizzato ($C^6H^5O^7Na^3 + 5\,^1/_2 H^2O$), il 6,14 % di citrato trisodico anidro ($C^6H^5O^7Na^3$).

Saggio n° 3 — Sangue cm³ 50 - mescolato rapidamente con cm³ 1,0 di soluzione *A* - preso alle ore 14,55′; alle 15,5′, dopo 10 minuti, accenna a coagulare, e poco dopo coagula interamente.

„ n° 4 — Sangue cm³ 50 - mescolato rapidamente con cm³ 1,4 di soluzione *A* - preso alle ore 14,15′,30″, alle 16,45′, dopo 2 ore e 30′, è ancora liquido, ma alle 19,40′, dopo 5 ore e 25′, si trova interamente coagulato.

Esperienza 2ª - 23 gennaio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 7,900 - prendo sangue dalla carotide destra.

Saggio n° 1 — Sangue cm³ 50 normale - preso alle ore 16,58′, coagula alle 17,2′, dopo 4 minuti.

„ n° 2 — Sangue cm³ 50 - mescolato rapidamente con cm³ 1,4 di soluzione *A* - preso alle ore 16,58′,10″, il giorno dopo era ancora perfettamente liquido, i globuli bene depositati, il plasma incoloro, lievemente lattescente.

„ n° 3 — Sangue cm³ 50 - mescolato rapidamente con cm³ 1,6 di soluzione *A* - preso alle ore 16,58′,25″, il giorno dopo era ancora perfettamente liquido come il precedente.

„ n° 4 — Sangue cm³ 50 - mescolato rapidamente con cm³ 1,8 di soluzione *A* - preso alle ore 16,58′,45″, il giorno dopo era sempre interamente liquido come i precedenti.

„ n° 5 — Sangue cm³ 50 — mescolato rapidamente con cm³ 2,0 di soluzione *A* - preso alle ore 16,57′, il giorno dopo era sempre perfettamente liquido come i precedenti.

Dal confronto di queste due esperienze si rileva che mentre cm³ 1,4 di soluzione *A*, contenenti gr. 0,08596 di citrato trisodico, anidro, non erano sufficienti a produrre l'incoagulabilità in cm³ 50 di sangue nel primo cane, e producevano solo un enorme ritardo nella coagulazione, nel secondo cane invece erano sufficienti e l'incoagulabilità completa era persistente ancora dopo 24 ore.

Accanto a questo comportamento diverso del sangue nei due animali si è trovata pure una diversità rilevante nella quantità del calcio contenuto nel sangue loro (1).

(1) Per l'analisi quantitativa del calcio svaporai a secco il sangue in capsula di platino, poi lo seccai a 110°, indi bruciai; estrassi il carbone con acqua bollente, calcinai il carbone residuo, alla cenere aggiunsi l'acqua e, svaporato a secco, sciolsi il residuo con acido cloridrico. Nella soluzione dosai il calcio come indica il Fresenius al § 103, 2, 6, β (6ᵉ édition franç., T. 2°, p. 200).

I. Da cm³ 50 di sangue del *primo cane* (quelli stessi che servirono al saggio N. 2 dell'Esp. 1ª) ebbi gr. 0,0064 di CaO.

II. Da cm³ 50 di sangue del *secondo cane* (quelli stessi che servirono al saggio N. 1 dell'Esp. 2ª) ebbi gr. 0,0056 di CaO

per cui:

	nel 1° cane	nel 2° cane
CaO contenuto in 1000 cm³ di sangue	0,128	0,112.

Confrontando ora questi dati (1) coll'effetto prodotto da una stessa quantità di citrato sulla coagulabilità del sangue nei due

(1) Confrontando i valori del calcio, ottenuti in queste analisi, con i corrispondenti valori che trovansi nella letteratura, si nota che (pur facendo la debita correzione da volume a peso di sangue) sono alquanto alti; d'altronde io non ho ragione di dubitare delle mie analisi, poichè feci per controllo due dosamenti di calcio sopra 100 cm³ di sangue arterioso, tolto da un cane sanissimo, ed ebbi risultati concordanti fra loro e poco diversi dai precedenti.

Dosamento del calcio nel sangue arterioso di cane — animale digiuno da 24 ore.

ANIMALE	Sangue analizzato in cm³	CaO trovato in gr.	CaO rapportato a 1000 cm³ in gr.	CaO rapportato a 1000 gr. in gr. (*)	Ca per 1000 gr. di sangue in gr.
Cane ♀ di Chgr. 4,750	50	0,0064	0,128	0,120	0,085
Cane ♂ di Chgr. 7,900	50	0,0056	0,112	0,105	0,075
Cane ♂ di Chgr. 4,700	100	0,0125	0,125	0,117	0,083
" " "	100	0,0129	0,129	0,121	0,086
Medie	—	—	0,1235	0,1157	1,082

Ricorderò solo che anche il Bottazzi (*Chimica fisiologica*, Milano, Società Editrice Libraria, 1899, vol. 2°, p. 112) osserva che " le analisi quantitative " del sangue *in toto* (interessanti per le mie presenti ricerche) hanno relativamente poca importanza, potendo esse variare a seconda del rapporto " fra corpuscoli e plasma. Però ne esistono poche e non sono attendibili ".

(*) Tengo nel calcolo per il sangue di cane D = 1,060.

cani (N. 4, Esp. I; N. 2, Esp. II), dobbiamo ammettere che *a produrre l'incoagulabilità del sangue in vitro occorre tanto più citrato trisodico quanto maggiore è la quantità di calcio contenuto nel sangue stesso.*

È poi interessante notare il rapporto fra la quantità di calcio e quella di citrato che erano presenti nei due saggi ora citati, dal quale risulta una relazione molecolare abbastanza chiara.

SAGGIO	Sangue in cm^3	CaO in gr. contenuto nei 50 cm^3 di sangue	Citrato trisodico anidro aggiunto al sangue in gr.	Rapporto fra calcio e citrato $\frac{c}{d}$	Osservazioni
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
Esp. I. N. 4	50	0,0064	0,0859	0,074	Il sangue coagulò dopo alcune ore
Esp. II. N. 2	50	0,0056	0,0859	0,065	Il sangue rimase stabilmente liquido

Calcolando il rapporto di 1 molecola di CaO per 3 molecole di citrato trisodico anidro $\left(\frac{56}{3 \times 258}\right)$ si ha 0,072, la quale cifra è intermedia a quelle trovate sperimentalmente, e si avvicina di più a quella ottenuta dal saggio N. 4, Esp. I, nel quale non si ebbe veramente una incoagulabilità completa, ma un grandissimo ritardo, di più che due ore, nella comparsa di coagulo; si scosta alquanto dal valore ottenuto nel saggio N. 2, Esp. II, nel quale si ebbe una incoagulabilità completa; ma, verosimilmente, si era aggiunto un po' più di citrato di quello che fosse strettamente necessario.

Da ciò appare quindi si possa ammettere che *a produrre l'incoagulabilità del sangue occorrono 3 molecole di citrato trisodico per ogni atomo di calcio, contenuto nel sangue stesso;* molto più che un rapporto semplice, diverso da questo, non corrisponderebbe altrettanto bene con quanto si è ottenuto sperimentalmente:

Rapporto molecolare fra

CaO	e	$C^6H^5O^7Na^3$	Calcolato	Trovato
1	a	2	0,108	—
1	a	3	0,072	0,074
1	a	3	0,072	0,065
1	a	4	0,054	—

III.

Azione del citrato sulla coagulabilità del sangue per iniezioni endovenose.

Quando si fanno iniezioni endovenose di citrato trisodico, si ottiene pure l'incoagulabilità del sangue; ma contemporaneamente insorgono disturbi generali gravi e convulsioni toniche di carattere tetanico, di lunga durata. Si ha allora arresto inspiratorio e spasmo della glottide, l'animale diventa cianotico e, se non si soccorre colla respirazione artificiale, può anche morire. Seguitando nelle iniezioni, alle convulsioni segue una paralisi generale, scomparsa dei riflessi, ed arresto completo del respiro. La pressione cade allora bassissima; ma il cuore conserva ancora la sua eccitabilità e seguita a pulsare a lungo. Per solito si giunge al periodo paralitico e l'incoagulabilità del sangue non è ancora raggiunta: per ottenerla bisogna iniettare altro citrato, mantenendo in vita l'animale colla respirazione artificiale.

Ora però tralascio tutto ciò che riguarda l'azione generale e tossica del citrato trisodico (1) ed intendo occuparmi solo della incoagulabilità del sangue ottenuta con iniezioni endovenose.

Esperienza 3ª - 23 dicembre 1899.

Cane ♂ di Chgr. 5,000 - Iniezione nella vena femorale destra di una soluzione al 5 % d'acido citrico cristallizzato, neutralizzato con bicarbonato sodico. L'animale muore dopo iniezione di cm^3 50 di soluzione. Il sangue raccolto dal cuore rimane stabilmente liquido. L'incoagulabilità è stata raggiunta con una quantità di citrato che, calcolato anidro, corrisponde a gr. 3,07.

(1) L'azione fisiologica e tossica dell'acido citrico, citrati ed eteri citrici sarà oggetto di una prossima nota.

Esperienza 4ª - 5 gennaio 1900.

Cane ♀ di Chgr. 3,900 - Prendo campioni di sangue dall'arteria femorale destra e nella vena attigua inietto ogni 3'-5' cm³ 5 di soluzione al 5 % di acido citrico, neutralizzato ed alcalinizzato lievemente con bicarbonato sodico.

Il sangue normale coagulava in 14 minuti; iniettati cm³ 30 della soluzione non si notava ancora alcun ritardo nella coagulazione; dopo iniezione di cm³ 40 la coagulazione avveniva ancora bene, ma lentissima; dopo cm³ 45 non si ebbero che lievissimi accenni di coagulazione; dopo 50 cm³ la coagulazione era del tutto e stabilmente impedita. Occorsero quindi gr. 3.07 di citrato trisodico anidro.

Esperienza 5ª - 15 gennaio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 6,450. — Fatta la tracheotomia, si tiene tutto pronto per praticare la respirazione artificiale, quando occorra. Ogni 5 minuti si prendono campioni di sangue dalla carotide destra e per la vena femorale destra si iniettano ogni 5 minuti cm³ 5 della soluzione al 5 % di acido citrico, neutralizzato ed alcalinizzato lievemente con carbonato sodico.

Mentre il sangue normale coagulava bene e prontamente in 7 minuti, si cominciò a notare un ritardo sensibilissimo nella coagulazione solo dopo iniezione di cm³ 80; le iniezioni successive rapidamente crescono di attività, in modo che dopo 95 cm³ l'incoagulabilità del sangue è completa. Occorsero quindi gr. 5,833 di citrato trisodico, calcolato anidro.

Riassumendo, abbiamo che:

Animale			Incoagulabilità del sangue dopo iniezione di citrato trisodico calcolato anidro	Citrato trisodico calcolato anidro per Chgr. d'animale
Esperienza	Sesso	Peso in Cgr.	gr.	in gr.
3ª	♂	5,000	3,07	0,614
4ª	♀	3,900	3,07	0,784
5ª	♂	6,450	5,83	0,904

a produrre nel cane l'incoagulabilità completa del sangue per inie-

zioni endovenose occorsero in media gr. 0,768 di citrato trisodico per chilogrammo in peso dell'animale.

Se ora, calcolando la massa del sangue $^1/_{13}$ del peso corporeo, confrontiamo la quantità di citrato occorsa a rendere incoagulabile tutto il sangue dell'animale per iniezione endovenosa con quella che sarebbe occorsa a rendere incoagulabile la stessa massa di sangue in vitro, troviamo che per iniezione ne occorrono dosi di gran lunga maggiori.

Animale			Massa del sangue calcolata $^1/_{13}$ del peso corporeo in gr.	Incoagulabilità ottenuta con citrato per iniezione in gr.	Quantità in gr. di citrato anidro occorrente a produrre incoagulabilità in 100 cm³ di sangue	
Esperienza	Sesso	Peso in Cgr.			per iniezione endovenosa	in vitro
3ª	♂	5,000	384	3,07	0,8	
4ª	♀	3,900	300	3,07	1,0	0,1718
5ª	♂	6,450	496	5,83	1,1	

E la differenza è così grande che non può dubitarsi minimamente sia imputabile ad errore sperimentale o di calcolo, e possiamo concludere che *a produrre l'incoagulabilità del sangue col citrato trisodico per iniezioni endovenose occorrono dosi molto maggiori (5 volte circa) che in vitro.*

Dopo ciò è logico ammettere che il citrato trisodico, iniettato nelle vene, non solo reagisca coi sali solubili di calcio del sangue; ma, *diffondendosi ai tessuti, fissi ed immobilizzi anche quelli che trovansi negli altri liquidi e tessuti dell'organismo.* Per la linfa almeno ne vedremo fra poco la prova sperimentale e per il latte, in condizioni del tutto fisiologiche, la piccola quantità di acido citrico che vi è contenuta sarebbe precisamente legata ai sali di calcio e ne assicurerebbe in gran parte la solubilità, come vedremo a suo luogo.

Le esperienze poi che ho fatte finora sull'ossidazione dell'acido citrico nell'organismo non appoggerebbero l'ipotesi che il citrato, iniettato nelle vene, *prontissimamente* si distrugga o si

elimini, per cui, a parità di massa sanguigna, molto più ne occorra per iniezioni di quello che in vitro a produrre l'incoagulabilità completa. Nè è a credere che nel sangue circolante il citrato, fissando il calcio, provochi un richiamo in esso di nuovi sali di calcio dai tessuti, poichè l'esperienza diretta ha contradetta quest'ultima ipotesi.

Esperienza 6ª - 20 febbraio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 4,700.

Alle ore 16,23′ prendo dalla carotide destra cm³ 100 di sangue (I). Dalle ore 16,32′ alle 16,36′ - iniezione nella giugulare destra di cm³ 12 di soluzione al 10 % di citrato trisodico, corrispondente a gr. 0,867 di sale anidro.

Dalle ore 16,42′ alle 16,51′ prendo altri cm³ 100 di sangue (II): coagulano prontamente.

Dosai quindi il calcio contenuto nei due saggi di sangue: il risultato analitico, che è stato già riportato a pag 33, fu:

Nel I sangue CaO gr. 0,0125
„ II „ „ „ 0,0129.

La differenza è così piccola che possiamo bene ritenere esistesse in ambo i campioni di sangue la stessa quantità di calcio; pur tuttavia l'incoagulabilità del sangue non era ancora raggiunta, quantunque si fosse iniettata una quantità di citrato che, rispetto alla massa del sangue, era molto maggiore della minima sufficiente a produrre l'incoagulabilità in vitro (1).

IV.

Azione coagulante del calcio sul sangue reso incoagulabile col citrato.

Quando il sangue è reso incoagulabile per aggiunta di citrato trisodico in vitro o per iniezioni endovenose, basta aggiun-

---

(1) Peso del cane Cgr. 4,700.

Massa del sangue ($^1/_{13}$) in peso	gr.	361
„ „ (D = 1060) in volume . . .	cm³	340
Citrato iniettato (anidro)	gr.	0,867
„ „ „ per 50 cm³ di sangue . .	gr.	0,127
Quantità di citrato (anidro) minima sufficiente a produrre l'incoagulazione in vitro per 50 cm³ di sangue .	gr.	0,0859

gervi piccole quantità di calcio perchè subito coaguli. È poi indifferente adoperare l'uno o l'altro dei sali di calcio solubili (acetato, cloruro, bicarbonato, fosfato monocalcico); ma è sempre bene definita la quantità minima di calcio che occorre a produrre la coagulazione, ed è in stretto rapporto colla quantità di citrato che è stato aggiunto al sangue.

Esperienza 7ª - 11 gennaio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 10,250 - prendo sangue dalla femorale destra.

Saggio nº 1 — Sangue normale - preso alle ore 17,40′, coagula alle 17,50′, dopo 10 minuti.

„ nº 2 — Sangue cm³ 50, mescolato rapidamente con cm³ 2 di soluzione al 5 % d'acido citrico cristallizzato, neutralizzato con bicarbonato sodico (1).

„ nº 3 — Sangue cm³ 50, mescolato rapidamente con cm³ 3 di soluzione come sopra.

„ nº 4 — Sangue cm³ 50, mescolato rapidamente con cm³ 4 di soluzione come sopra.

Mentre il saggio normale [1º] coagulò in 10′ minuti, gli altri saggi rimasero interamente e stabilmente liquidi; il giorno dopo i globuli rossi erano bene stratificati al fondo dei vasi, il plasma sovrastante quasi del tutto limpido, lievemente roseo.

Agitando allora il sangue per renderlo omogeneo, ne presi in vasi separati tre porzioni di 10 cm³ da ognuno dei saggi sopradetti, e quindi aggiunsi gradatamente piccole quantità di cloruro, bicarbonato, e fosfato monocalcico, in modo da determinare la quantità minima di calcio occorrente nei diversi saggi e con diversi sali di calcio a produrre la coagulazione del sangue.

Soluzioni esattamente titolate di sali di calcio (2).

Soluzione di bicarbonato di calcio:

1 cm³ contiene CaO gr. 0,0010265.

Soluzione di cloruro calcico:

1 cm³ contiene CaO gr. 0,0010371.

Soluzione di fosfato monocalcico:

1 cm³ contiene CaO gr. 0,00219.

---

(1) Vedasi la nota a pag. 5.

(2) Preparai la soluzione di bicarbonato partendo dall'acqua di calce e facendovi gorgogliare acido carbonico fino ad ottenere la dissoluzione del precipitato che si forma dapprima: dosai il calcio sopra una parte aliquota delle soluzioni.

Esperimentava alla temperatura ambiente, aggiungendo al sangue liquido ogni 10′ minuti cm³ 0,1 — 0,2 di queste soluzioni ed agitando per pochi secondi; mi arrestava quando il sangue incominciava a coagulare.

Ecco riassunto in un quadro il risultato dell'esperienza, la quale dimostra *che il sangue, mantenuto incoagulato dal citrato trisodico, coagula prontamente per aggiunta di una determinata quantità di calcio* (v. pag. 41).

La concordanza dei valori ottenuti, come si vede, è bellissima ed a questi possiamo dare tanto più fiducia in quanto sono stati ottenuti in momenti successivi, con soluzioni di vari sali di calcio, di concentrazione varia, sopra campioni di sangue contenenti quantità diverse di citrato. Possiamo quindi porre a confronto nei diversi saggi la quantità di citrato che trovavasi nel sangue e la quantità di CaO occorrente a ripristinare la coagulazione; troviamo allora:

In 10 cm³ di sangue del saggio	Citrato in gr.	CaO aggiunto (medie) in gr.	Proporzionalità nei diversi saggi per il	
			Citrato	CaO
2	0,02456	0,000984	1,0	0,87
3	0,03684	0,001684	1,5	1,50
4	0,04912	0,002242	2,0	2,00

Però possiamo ammettere che: *col crescere della quantità di citrato che manteneva il sangue incoagulato, cresce proporzionatamente la quantità di calcio occorrente a farlo coagulare.* Le cifre ottenute parlano chiaramente in questo senso e le piccole differenze sono sicuramente imputabili al calcio, che il sangue conteneva normalmente; poichè esso rappresenta sì una causa di errore continua e costante; ma questa si fa sentire più dove è poco citrato, meno dove è molto (1).

(1) Siano A, 2A, ... etc. le quantità di citrato aggiunte ai diversi saggi di sangue ed *a* la quantità costante di citrato, che in ogni saggio viene immobilizzata dalla quantità pure costante di calcio, preesistente nel sangue. Le quantità di calcio B′, B″, ... etc. che si debbono aggiungere per ripristinare

Sangue dell'Esp. 7° dopo 24 ore da che si mescolò con citrato: Saggio	Sangue su cui si sperimenta in cm^3	Citrato trisodico amidro (*) contenuto nei 10 cm^3 in gr.	La coagulazione compare dopo aggiunta di						
			cm^3 delle soluzioni di			gr. di CaO come			
			cloruro calcico	bicarbonato di calcio	fosfato monocalcico	cloruro	bicarbonato	fosfato monocalcico	media
2	10	0,02456	1,0	—	—	0,001037	—	—	0,000984
	10	„	—	0,8	—	—	0,000821	—	
	10	„	—	—	0,5	—	—	0,001095	
3	10	0,03684	1,6	—	—	0,001659	—	—	0,001684
	10	„	—	1,6	—	—	0,001642	—	
	10	„	—	—	0,8	—	—	0,001752	
4	10	0,04912	2,1	—	—	0,002178	—	—	0,002242
	10	„	—	2,3	—	—	0,002360	—	
	10	„	—	—	1,0	—	—	0,002190	

(*) Calcolato esattamente in base ai dati riportati nella nota a p. 31.

Se ora cerchiamo il rapporto fra citrato e calcio nei singoli saggi, non possiamo confrontare direttamente le quantità di citrato e di calcio, che furono successivamente aggiunte al sangue; ma dobbiamo tener conto anche del calcio che preesisteva nel sangue stesso: dobbiamo cioè cercare il rapporto fra il citrato aggiunto e la quantità totale di calcio (preesistente ed aggiunto) che trovavasi nel campione di sangue, allorchè riacquistò la sua coagulabilità. In base alle analisi di calcio sopra riferite (1) possiamo ammettere come media fisiologica gr. 0,1235 di CaO per 1000 cm^3 di sangue di cane, e quindi nei singoli saggi di 10 cm^3, su cui si sperimentava, preesistevano gr. 0,001235 di CaO.

Tenendo conto di questo dato, ecco il rapporto fra citrato e calcio:

In 10 cm^3 di sangue del saggio	CaO contenuto in gr.			Citrato contenuto in gr.	Rapporto
	Preesistente (calcolato)	Aggiunto (medie)	Totale		
	a	*b*	*c*	*d*	$\frac{c}{d}$
2	0,001235	0,000984	0,00222	0,02456	0,090 (?)
3	0,001235	0,001684	0,00292	0,03684	0,079
4	0,001235	0,002242	0,00348	0,04912	0,070

il quale concorda abbastanza bene con quanto si è ottenuto altrove, e corrisponderebbe ancora qui al calcolato 0,072 di una molecola di CaO per tre di citrato.

Nè si creda qui vogliasi indur molto e troppo da pochi dati sperimentali e da variazioni della terza e quarta decimale; poichè, quanto si desume dalle esperienze suesposte, è pure confermato costantemente da altre esperienze che riassumerò brevemente, e trova appoggio in considerazioni ed esperienze chimiche che riporterò in appresso.

---

la coagulabilità dovranno essere proporzionali *non* ad A, 2 A, ... etc.; ma ad A — *a*, 2 A — *a*, ..., per cui in realtà l'errore per il calcio del sangue si fa sentire in modo decrescente col crescere del citrato aggiunto.

(1) Vedi nota a pag. 33.

Esperienza 8ª - 7 gennaio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 3,800 - prendo sangue dalla carotide destra.

Saggio	Sangue in cm³	Acido citrico 5 % neutralizzato con bicarbonato in cm³	Soluzione fisiologica in cm³	Osservazioni
1	50	—	20,0	coagula interamente e bene in 11'.
2	50	1,6	18,4	dopo 24 ore sono ancora perfettamente liquidi, globuli benissimo depositati, plasma quasi del tutto incoloro.
3	50	20,0	—	

Il giorno dopo alla temperatura ambiente di 14° C. agito bene i saggi di sangue n° 2 e n° 3, ed in bicchieri separati ne prendo porzioni di cm³ 10, poi aggiungo gradatamente della soluzione titolata di cloruro calcico.

cm³ 10 del n° 2 coagularono dopo aggiunta di cm³ 0,4 della soluzione, corrispondente a CaO gr. 0,0004148.

cm³ 10 del n° 3 coagularono dopo aggiunta di cm³ 14,5 della soluzione, corrispondente a CaO gr. 0,015039.

Rapporto fra calcio e citrato = 0,061.

Esperienza 9ª - 9 gennaio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 3,500 - prendo sangue dalla carotide destra. Il sangue normale coagula in 4 minuti: cm³ 50 di sangue, mescolati rapidamente con cm³ 1,6 di soluzione 5 % d'acido citrico, neutralizzato con bicarbonato sodico, si conservarono perfettamente liquidi.

Dopo 4 ore a 10 cm³ di questo sangue si aggiunse gradatamente della soluzione titolata di cloruro calcico e coagularono con CaO grammi 0,0004148: cm³ 10 dello stesso sangue con soluzione di bicarbonato coagularono dopo aggiunto CaO gr. 0,0004106.

Dopo 24 ore, rifatti questi due saggi, si ebbero valori del tutto identici.

Esperienza 10ª - 24 gennaio 1900.

Col sangue del n° 5 dell'Esp. II, (pag. 32), che era da 24 ore mantenuto incoagulato con cm³ 2 di soluzione A (p. 31), faccio i seguenti saggi.

Ne pongo 3 porzioni di cm³ 10 l'una in vasi separati e vi aggiungo della soluzione di cloruro nell'uno, di bicarbonato nel secondo, di fosfato nel terzo; coagulano:

Col cloruro	dopo aggiunta di	CaO	gr. 0,00093
„ fosfato	„	„	0,00131
„ bicarbonato	„	„	0,00092

Esperienza 11ª - 10 febbraio 1900.

Gatto di Chgr. 1,880 - prendo sangue dalla carotide destra.

Saggio	Sangue in cm³	Soluzione di citrato trisodico al 10 % in cm³	Osservazioni
1	15	—	coagula interamente in 6'.
2	15	0,5	dopo 24 ore sono ancora tutti perfettamente liquidi.
3	15	1,0	
4	15	2,0	

A cm³ 10 di questi vari campioni di sangue aggiungo della soluzione solita di cloruro calcico ed ottengo:

cm³ 10 del n°	2	coagulano	con CaO	gr. 0,00124
„	3	„	„	0,00269
„	4	„	„	0,00663

V.

Azione del citrato sulla coagulabilità della linfa.

Il citrato trisodico impedisce la coagulazione della linfa, e quando questa è resa incoagulabile col citrato, essa pure, come il sangue, per aggiunta di calcio riacquista il potere di coagulare.

Esperienza 12ª - 17 febbraio 1900.

Cane ♂ di Chgr. 17,560. Sotto la narcosi cloroformica isolo il dotto toracico allo sbocco nella giugulare e vi pongo una cannula: dopo che la narcosi è scomparsa, si raccoglie la linfa cambiando spesso vaso. Mentre la linfa normale coagulava benissimo in pochi minuti, mescolata con citrato trisodico si conservava perfettamente liquida anche dopo 24 ore: una goccia di soluzione di citrato al 20 % era già sufficiente a mantenere incoagulato un centimetro cubo di linfa.

Tutte le volte poi che alla linfa rimasta liquida col citrato si aggiungevano sali di calcio, subito coagulava, come se fosse stata linfa normale; ed a produrre il coagulo occorreva tanto più calcio, quanto maggiore era stata la quantità di citrato aggiunto. Si ebbero precisamente fenomeni e rapporti identici a quelli ottenuti sperimentando col sangue; quindi non insisterò gran fatto su queste ricerche, riferendomi a quanto si disse per il sangue, e solo ricorderò che le esperienze colla linfa presentavano una certa difficoltà, inerente allo scolo lento di essa dalla cannula.

VI.

Azione del citrato sulla coagulabilità del latte.

Come per il sangue e la linfa, anche per la coagulazione enzimatica del latte è indispensabile la presenza di sali di calcio (1), però ho sperimentata l'azione del citrato trisodico anche su questo.

Preparai una soluzione acquosa di quaglio con gr. 6 di abomaso ben secco, finamente tagliuzzato e tenuto in infusione per 3 ore a 38° C. in 50 cm^3 di soluzione al 3 % di cloruro sodico (2). Filtrata la soluzione per carta bibula, subito venne sperimentata comparativamente sopra diverse porzioni di latte di vacca, cui si erano aggiunte quantità varie di citrato trisodico.

Metto cm^3 100 di latte fresco in matracci uguali e quindi ad alcuni, che conservo per controllo, non aggiungo affatto citrato, agli altri aggiungo quantità varie di una soluzione al 10 % di citrato trisodico cristallizzato. Posti poi i matracci in bagno di acqua a 40° C., aggiungo a tutti 1 cm^3 della soluzione di fermento.

---

(1) Per la letteratura vedi: Oppenheimer Carl, *Die Fermente und ihre Wirkungen*, Leipzig, C. W. Vogel, 1900, S. 147.

(2) Supplemento annuale all'*Enciclopedia di chimica*, 1886-1887, p. 54.

N. dell'esperienza	Latte in cm^3	Citrato trisodico al 10 % in cm^3	Soluzione di fermento in cm^3	Osservazioni
1	100	—	1	coagula interamente in 1′.
2	100	2	1	coagula interamente in 3′.
3	100	3	1	coagula bene in 4′.
4	100	4	1	coagula interamente in 8′ dando un coagulo molle.
5	100	5	1	dopo 50′ presenta solo un piccolo coagulo al fondo del vaso. dopo 1 ora è interamente coagulato, coagulo molle, fioccoso.
6	100	6	1	dopo 1 ora presenta solo un piccolo coagulo alla parete del vaso. dopo 1 ora e 17′ ha formato un coagulo flacido.
7	100	7	1	accenna a coagulare dopo 1 ora e 10′.
8	100	8	1	dopo 1 ora e mezza ha appena traccia di coaguli al fondo.
9	100	—	1	coagula benissimo in 1′.

In una seconda prova, fatta in condizione identiche, con altro latte pure di vacca, si ebbe:

N. dell'esperienza	Latte in cm^3	Citrato trisodico al 10 % in cm^3	Soluzione di fermento in cm^3	Osservazioni
1	100	—	1	coagula benissimo in 2′.
2	100	4	1	accenna a coagulare dopo 1 ora.
3	100	6	1	dopo 1 ora, essendo perfettamente liquido, subito coagula per aggiunta di cm^3 2 e di $CaCl^2$ al 10 %.
4	100	8	1	si conserva stabilmente liquido.
5	100	10	1	dopo 1 ora, essendo perfettamente liquido, con 4 cm^3 di soluzione di $CaCl^2$ al 10 % subito coagula.
6	100	12	1	si conservarono stabilmente liquidi, anche dopo 24 ore.
7	100	14	1	
8	100	—	—	

Da queste esperienze si vide che, costantamente, il citrato trisodico ritarda, od anche impedisce del tutto la coagulazione del latte, sottoposto alla azione del quaglio. Per una stessa dose di citrato varia però assai l'azione nei diversi campioni di latte, verosimilmente in rapporto colla varia quantità di calcio in esso contenuto. In generale osserviamo che, come nel latte esiste una quantità assai maggiore di calcio che nel sangue, così a produrre l'incoagulabilità di quello occorre una quantità assai maggiore di citrato.

Per il latte non ho cercato di stabilire un rapporto esatto fra il citrato ed il calcio, come ho fatto pel sangue, poichè non solo sarebbe stato necessario in ogni esperienza dosare il calcio; ma anche l'acido citrico che normalmente trovasi sempre nel latte (1): esso può contenere fino 0,25 % di acido citrico.

Da queste poche esperienze vediamo inoltre che, come il sangue e la linfa, anche il latte, reso incoagulabile col citrato, coagula prontamente per aggiunta di cloruro calcico; e precisamente occorre aggiungere tanto più di calcio quanto era maggiore la quantità di citrato.

Vaudin (2), confrontando la quantità di calcio e di acido fosforico del latte, aveva ammesso che l'acido citrico normale del latte contribuisca a mantenere sciolti i sali di calcio; e noi con queste esperienze veniamo a confermare indirettamente l'ipotesi sua, poichè troviamo che l'aggiunta di citrato al latte subito porta una immobilizzazione funzionale del calcio, la quale ci attesta una reazione chimica fra citrato e calcio.

Possiamo inoltre ammettere che la presenza *naturale* di acido citrico nel latte *tenda* a diminuirne la coagulabilità, il che può avere importanza fisiologica per la secrezione lattea e per l'assunzione e digestione del latte nel poppante.

---

(1) Soxhlet F., *Citronensäuregehalt der Kumilch*, " Chem. Centr.-Blatt. ", 1888, 1067. — Henkel Th., *Citronensäure als normaler Bestandteil der Kumilch*, " Chem. Centr.-Blatt. ", 1891, II, 259. — Scheiber A., *Ursprung der Citronensäure als Bestandteil der Milch*, " Chem. Centr.-Blatt. ", 1891, II, 258. — Söldner T. u. Camerer W., " Zeitschr. Biol. ", 1896, *33*, 43.

(2) Vaudin L., " Chem. Central-Blatt. ", 1894, II, 591. — " Ann. Inst. Pasteur ", *8*, 502.

VII.

Perchè il citrato trisodico impedisce la coagulazione del sangue, della linfa e del latte.

Se noi considerassimo solo l'incoagulabilità del sangue, ottenuta con iniezioni endovenose di citrato, si potrebbe dubitare che l'incoagulabilità non fosse dovuta direttamente al citrato, ma ad un prodotto di ossidazione sua: ed il dubbio sarebbe logico in quanto sappiamo che l'acido citrico in reazione alcalina (citrato) si ossida col permanganato di potassio, dando dell'acido ossalico (1): ed in quanto gli ossalati hanno precisamente azione anticoagulante. In realtà però non sappiamo, se veramente l'acido citrico nell'organismo si ossidi così prontamente, come sarebbe necessario, e dia dell'acido ossalico; mentre le esperienze in vitro col sangue e la linfa, e più ancora quelle col latte, mostrano che si ottiene l'incoagulabilità in condizioni sperimentali, in cui non è ammissibile una ossidazione dell'acido citrico. È dunque il citrato alcalino che di per sè determina l'incoagulabilità del sangue, della linfa e del latte.

E poichè il citrato impedisce la coagulazione in vitro a dosi piccolissime di gr. 0,1719 (anidro) per 100 cm^3 di sangue, e per quanto abbiamo visto fin qui sull'azione scambievole fra citrato e calcio, possiamo ben ritenere per certissimo con Pekelharing che *il citrato impedisce la coagulazione del sangue in quanto porta una modificazione nei sali di calcio*, e per questo il citrato va ravvicinato agli ossalati, fluoruri e saponi alcalini. Ma noi possiamo andare oltre nello studio del fenomeno, poichè in base ai rapporti ben definiti fra la quantità di calcio che preesiste nel sangue e la quantità di citrato minima sufficiente ad impedire la coagulazione: in base ai rapporti costanti fra la quantità minima di calcio che può ripristinare la coagulabilità nel sangue trattato col citrato ed il citrato stesso: in base al rapporto costante che nell'uno e nell'altro caso si è sempre trovato, di una molecola di CaO per tre di citrato — possiamo ammettere che *il*

---

(1) Ciò è noto da tempo; per la bibliografia vedi: Sabbatani L., *Sulla ossidazione dell'acido citrico e dei citrati col permanganato di potassio o col ferro*, " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino „, vol. XXXV (1900).

citrato trisodico modifichi i sali di calcio del sangue per una reazione chimica ben definita che fa con essi.

Vediamo se le conoscenze chimiche nostre sui citrati ci permettono di confermare questo. È noto che molti citrati insolubili, si sciolgono in presenza di citrati solubili (1); è noto pure che i citrati alcalini sciolgono molti sali ed ossidi idrati (2) di metalli terrosi e metalli pesanti, che di per sè sarebbero insolubili, per cui i citrati alcalini mascherano od impediscono molte reazioni precipitanti (1) di questi metalli: impediscono così la reazione caratteristica dei sali di calcio coll'acido ossalico e sciolgono il fosfato bicalcico, il che fin dal 1872 è stato applicato nell'analisi dei concimi artificiali da Fresenius, Neubauer e Luck (3) e successivamente da Joulie, ecc.

Spiller fin dal 1857 aveva osservato, assieme a molti altri fatti analoghi, che in presenza di citrato sodico il carbonato, il fosfato ed ossalato di calcio non precipitano più, anzi si sciolgono, se il precipitato erasi formato in precedenza. Per queste considerazioni chimiche potremmo dire che, *come il citrato trisodico impedisce le reazioni precipitanti del calcio, sospende anche la coagulazione in quanto impedisce al calcio di partecipare a questa reazione;* l'impedimento però avverrebbe per un meccanismo ben diverso da quello ammesso oggi per gli ossalati, fluoruri e saponi alcalini, poichè mentre questi precipitano i sali di calcio sotto forma di ossalato, fluoruro e saponi insolubili, il citrato invece non li precipita affatto, anzi tenderebbe a ridisciogliérli se precipitati. Questo fatto anzi da Schmidt (4) veniva citato contro la teoria di Arthus: che l'incoagulabilità per ossalato dipenda da precipitazione dei sali di calcio; ed Arthus (5) nel 1896 non sapeva ancora difendersi bene da questa obbiezione e diceva: " Je n'ai pas à m'occuper des citrates, puisqu'ils ne précipitent

(1) John Spiller, " Quarterl. Journ. of the Chem. Soc. „, X, 110 (1857). — Draper H. N., " Pharm. Journ. and Transactions „, [2], V, No. 8, 374; " Zeitschr. f. analyt. Chem. „, *3*, 144 (1864); John Spiller, " Chem. News „, 1863, N. 210, 280; — Draper H. N., " Chem. News „, 1863, N. 212, 306.

(2) Carey Lea, " Zeitschr. f. analyt. Chem. „, *13*, 457 (1874).

(3) Luck E., " Zeitschr. f. analyt. Chem. „, *14*, 313 (1875).

(4) Schmidt A., " *Weitere Beiträge zur Blutlehre*, Wiesbaden, 1895.

(5) Arthus M., *La coagulation du sang et les sels de chaux*, " Arch. de Physiol. „, [5], 8, 47 (1896).

" pas les sels de chaux „; in nota poi aggiungeva l'ipotesi di Pekelharing, espressa molto vagamente, che cioè l'incoagulabilità per citrato fosse legata all'affinità che esso mostra per il calcio.

Ora noi possiamo spiegare molto bene l'incoagulabilità data dal citrato in base alle considerazioni chimiche sopra riferite. Esso, unendosi ai sali di calcio, forma composti che non dànno più le reazioni del calcio, composti che perciò non dànno ioni di calcio. Precipitare il calcio od impedirne la ionizzazione, di fronte alle reazioni del calcio, vale la stessa cosa; in ambo i casi si ha del calcio immobilizzato, e ciò spiega bene come l'ossalato ed il citrato sodico possano produrre lo stesso effetto sul sangue. Veniamo così alla conclusione che durante la coagulazione *non solo è necessario sia presente del calcio sciolto; ma deve essere chimicamente attivo, ionizzabile,* poichè gli ossalati che lo precipitano impediscono la coagulazione e l'impediscono pure i citrati che non precipitano il calcio, ma lo immobilizzano. Ecco che studiando l'azione del citrato sulla coagulazione del sangue si viene a confermare che il calcio è veramente indispensabile nella coagulazione enzimatica del sangue della linfa e del latte.

Risulta poi da quanto abbiamo visto che il sangue diventa incoagulabile quando col citrato si immobilizza non una parte sola, ma tutto il calcio esistente nel sangue e però si desume che a produrre la coagulazione bastano ancora minime quantità di calcio libero; ancora: reso incoagulabile il sangue col citrato in eccesso, a ripristinare la coagulabilità basta aggiungere tanto CaO che di fronte al citrato corrisponde al rapporto molecolare 1 a 3, o ben poco di più; e ciò mostra di nuovo che *a produrre la coagulazione bastano appena traccie di calcio chimicamente attivo.*

Ciò è perfettamente concorde con quanto è stato osservato già da molti: così *Hammarsten* (1) nota che soluzioni di fibrinogene e di plasmina, contenente anche *solo tracce di calcio,* dànno ancora una fibrina tipica.

---

(1) Hammarsten O., *Weitere Beiträge zur Kenntniss der Fibrinbildung,* " Zeit. f. physiol. Chem. „, XXVIII (1899), S. 98.

VIII.

Della reazione che verosimilmente si forma fra il citrato trisodico ed i sali di calcio.

Resta ora a vedere quale è la reazione ed il composto che si forma fra citrato trisodico ed i sali di calcio del sangue in vitro e nelle iniezioni endovenose, nella linfa e nel latte; quale è questo composto speciale di calcio che non serve più alla coagulazione del sangue, che non dà più le reazioni comuni del calcio; questo composto che allo stato sciolto non dà ioni di calcio.

Spiller (1), per spiegare come in presenza di citrati alcalini il calcio non dia più le reazioni caratteristiche, ammetteva che si formi fra il citrato ed il sale di calcio un sale misto solubile. Lebaigue (2) e Landrin (3) invece credevano che avvenissero scambi di basi fra il citrato ed i sali di calcio, ed il citrato formatosi rimanesse sciolto col citrato alcalino eccedente.

Io ho cercato risolvere questo dubbio con esperienze dirette, ed ecco una esperienza molto semplice, ma assai dimostrativa, che viene a confermare molte cose dette e ci pone sulla via per trovare il composto di citrato e calcio di cui ci occupiamo ora.

Prendo due soluzioni esattamente equimolecolari di citrato trisodico cristallizzato (gr. 20 in 100 cm^3 H^2O) e di cloruro calcico fuso (gr. 6,2 in 100 cm^3 H^2O), poi, in vasi separati, mescolo queste soluzioni a varie proporzioni, versando il cloruro nel citrato (4). Dopo pochi minuti, ed essendo limpidissime le miscele fatte, aggiungo a tutte una goccia di soluzione al 5 % di ossalato ammonico, che serve come indicatore del calcio libero, attivo.

---

(1) John Spiller, loc. cit.

(2) Lebaigue E., *Action des citrates alcalins sur les sels*, " Journ. de pharm. et de chim. „, [3], *46*, 165 (1864).

(3) Landrin E., *Recherches sur les citrates ammoniacaux*, " Journ. de pharm. et de chim. „, [5], *25*, 233 (1882).

(4) Appena si aggiunge il cloruro si forma un precipitato bianco, abbondante, che però scompare subito, agitando.

Saggio	Citrato in cm^3	Cloruro in cm^3	Acqua in cm^3	Ossalato in goccie	Osservazioni
1	6	1	—	1	limpidissimo.
2	3	1	—	1	"
3	3	1	—	1	"
4	2,9	1	0,1	1	intorbidamento lieve.
5	2,7	1	0,3	1	intorbidamento forte.
6	2,5	1	0,5	1	precipitato.
7	2,0	1	1,0	1	precipitato abbondante.

Da questa esperienza risulta che il calcio non viene più svelato dall'ossalato di ammonio, quando trovasi nella proporzione di una molecola per tre di citrato. Ed è precisamente in questi rapporti molecolari di 1 a 3 che abbiamo visto costantemente nel sangue essere compresi i limiti per produrre l'incoagulabilità col citrato e per ripristinare la coagulabilità col calcio nel sangue, reso incoagulabile con un eccesso di citrato.

La concordanza dei risultati nelle ricerche biologiche sul sangue con questi ottenuti da reazioni chimiche nei tubi da saggio, non potrebbe essere più bella e più dimostrativa, e *però possiamo sicuramente concludere che il citrato rende incoagulabile il sangue per una reazione chimica che avviene fra tre molecole di citrato per ogni atomo di calcio, contenuto nel sangue stesso.*

Ma noi potevamo dare a questa conclusione una prova sperimentale indiretta, e l'abbiamo fatto. Ad un cane si è iniettato nelle vene del citrato trisodico mescolato con cloruro calcico nel rapporto molecolare di 3 ad 1; se ne iniettò moltissimo, eppure la incoagulabilità del sangue non si produsse. Abbiamo inoltre aggiunto rapidamente a del sangue arterioso di cane quantità variabili della miscela sopradetta; ma anche in questo caso non si ebbe affatto l'incoagulabilità, neppure con quantità tali, che corrispondevano a 4 volte la quantità media di citrato sufficiente a produrre l'incoagulabilità.

Il rapporto di tre molecole di citrato trisodico con una di CaR'' ci rappresenta forse un composto ben definito, il primo

termine di una equazione chimica, oppure uno stato speciale di affinità molecolari nelle soluzioni?

Non ostante i tentativi fatti finora non sono ancora in grado di poter rispondere definitivamente a questa questione; ma credo però più probabile la seconda ipotesi.

IX.

Osservazioni sull'incoagulabilità del sangue ottenuta con sali neutri.

È notissimo che alcuni sali neutri aggiunti al sangue in grande quantità ne impediscono la coagulazione: tali sono ad esempio il solfato di magnesio, il solfato di sodio, il fosfato e il cloruro sodico.

Quanto al meccanismo d'azione, questi sali vengono considerati a sè, in un gruppo ben distinto dagli ossalati, fluoruri, saponi alcalini e dal citrato trisodico, i quali, precipitando od immobilizzando il calcio, impediscono la coagulazione per un meccanismo ben specificato.

Ora osservo che i così detti sali neutri in soluzioni concentrate rendono lente, scarse, od anche impediscono del tutto alcune reazioni volgari del calcio, e però potrebbe ben avvenire che da questo fatto dipendesse appunto, almeno in parte, l'incoagulabità del sangue ottenuta con essi.

Certo noi troviamo un parallelismo interessante fra l'influenza che questi sali neutri in soluzione concentrata spiegano sulla reazione precipitante del calcio coll'ossalato ammonico, e quella che questi stessi sali spiegano sulla coagulazione del sangue.

Wittstein (1) scriveva: " io stesso ho trovato che l'ossalato " di calcio viene sciolto dai sali neutri di magnesio „: Fleischer (2) notava che in una soluzione satura di solfato di potassio manca la reazione precipitante fra ossalato ammonico e solfato di calcio,

(1) Wittstein G. C., *Ueber die Trennung des Kalks von der Magnesia*, " Zeitschr. f. analyt. Chem. „, Jahrg. II (1863), S. 318.

(2) Fleischer E., *Trennung, welche auf dem verschiedenen Verhalten der Oxalate zu Schwefelsaurem Kali beruht*, " Zeitschrift f. analyt. Chem. „, Jahrg. XXXII (1894), S. 197.

la quale si ha solo lentamente con un eccesso di reattivo. Io stesso poi ho potuto verificare questi fatti, ed ho visto anche che la reazione fra cloruro di calcio ed ossalato ammonico manca del tutto, od è scarsissima e lenta quando viene fatta in soluzioni concentrate di solfato di magnesio, solfato di sodio, cloruro sodico.

È quindi logico pensare che questa coincidenza di comportamento chimico e fisiologico non sia casuale; ma poichè questi sali ostacolano in soluzione concentrata la reazione del calcio coll'ossalato ammonico, e nelle stesse condizioni di concentrazione impediscono anche la coagulazione del sangue, in cui entra in giuoco il calcio come elemento indispensabile, *è lecito dubitare che questi sali riescano ad impedire la coagulazione del sangue in quanto si oppongono alle reazioni del calcio.*

CONCLUSIONI

Tutte queste esperienze vengono a confermare che veramente nella coagulazione del sangue della linfa e del latte è indispensabile la presenza di calcio, e di più dimostrano che il calcio deve essere chimicamente attivo allo stato di ione.

Resta bene assodato che il citrato trisodico, quando trovasi nel rapporto di tre molecole per un atomo di calcio, lo immobilizza completamente; e ciò sia per le reazioni chimiche ordinarie, che per le reazioni coagulanti del sangue della linfa e del latte.

Le esperienze col latte appoggiano l'ipotesi di Vaudin, che cioè l'acido citrico normale del latte contribuisce a mantenere sciolti i sali di calcio in esso contenuti; e mostrano che l'acido citrico normale del latte tende a diminuirne la coagulabilità enzimatica.

Le esperienze poi fatte iniettando il citrato nelle vene mostrano che, verosimilmente, esso non solo immobilizza i sali di calcio del sangue della linfa e del latte; ma anche quelli dei tessuti.

Dopo ciò possiamo ammettere che l'acido citrico assorbito non circoli nell'organismo come citrato alcalino; ma come alcalino-calcico; e riguardo all'azione sua fisiologica resta a vedere se i fenomeni tossici prodotti dal citrato trisodico siano imputabili ed interamente alla molecola acido citrico, o non piuttosto

alla immobilizzazione del calcio-ione dei tessuti. In tal caso il citrato trisodico sarebbe un mezzo atto a mettere in rilievo l'azione biologica del calcio che trovasi costantemente negli organi.

Su questo indirizzo di ricerche ho già raccolte molte esperienze interessanti, che saranno oggetto di uno studio ulteriore sull'azione biologica del calcio.

Saggio sulla fauna termale italiana.

Nota I del Dott. RAFFAELE ISSEL.

I.

Si sa come lo studio delle faune localizzate in ambienti speciali e soggette ad anormali condizioni biotiche ha assunto una grande importanza e rimunerato molti pazienti investigatori con risultati altrettanto notevoli quanto inattesi, sia dal lato puramente faunistico, sia dal lato fisiologico e biologico. Ora, mentre la fauna abissale, la pelagica, la nivale, la cavernicola formarono l'oggetto di ampie ed elaborate monografie, la fauna delle acque termo-minerali non richiamò fin qui in modo duraturo l'attenzione degli studiosi. Tutto si riduce a brevi note descrittive o a cenni sparsi qua e là in opere di varia indole, e, laddove l'argomento viene trattato con una certa ampiezza, si hanno semplicemente dati raccolti da varie fonti in appoggio di qualche ricerca o teoria nel campo fisiologico e biologico, e non già a scopo di far conoscere la fauna di cui mi occupo. Volendo per ora limitarmi ad uno studio preliminare, non credo opportuno di riassumere la materia di tali lavori (1); ricorderò solamente come in Italia meglio che altrove si possa trovare per siffatte indagini materiale ricco ed interessante, sì da compensare in parte le gravi e molteplici difficoltà offerte dall' argomento. Basta sfogliare un trattato di idrologia minerale per convincersi come l'Italia sia una delle regioni meglio dotate della terra in fatto di acque termo-minerali, poichè non solo queste sgorgano in numero grandissimo, ma presentano la massima varietà, sia nella temperatura, sia nella composizione chimica,

(1) Darò in un'altra nota l'elenco bibliografico relativo.

sia nelle condizioni topografiche e climatiche della regione. Ne consegue che i problemi relativi alla fauna termale, collegandosi con altre svariate questioni, assurgono, nella nostra penisola, ad una importanza tutta particolare.

Ho esplorato per ora sei acque termali: due hanno temperatura poco elevata (Acque Albule, sorgenti di Massa Marittima), e di esse la prima è ricca, la seconda povera in sostanze disciolte, la terza riunisce mineralizzazione piuttosto forte e temperatura elevata (Campiglia di Maremma); le altre tre si distinguono per temperatura altissima (Acqui, Valdieri, Vinadio) e di queste la prima è riccamente mineralizzata, mentre le altre due appartengono alla categoria delle *indifferenti* (*Wildbäder* dei Tedeschi).

Al prof. Corrado Parona, direttore del gabinetto di Zoologia dell'Ateneo genovese, ove ho compiuto il presente lavoro, mi compiaccio di esprimere la mia gratitudine per il suo prezioso e costante aiuto.

Acque termali della Maremma toscana.

A. — *Acque di Caldana.*

Le sorgenti termali di Caldana sgorgano tra il mare e la città di Campiglia (91 km. da Pisa), a piedi del versante marittimo della catena collinesca su cui sorge la città. Le osservazioni che sto per riferire furono compiute nei punti seguenti:

1° In un serbatoio artificiale (Bottaccio) di circa 250 m. di perimetro che si trova a 1 km. a N.O. della villa di Magona e viene alimentato da molte polle, la più calda delle quali è a 37°, mentre la media del bacino è intorno ai 30°. Vi prosperano rigogliosi *Scirpus* e qualche pianta di una *Utricularia;*

2° Nelle acque della sorgente a 32°, che sgorga $^1/_2$ km. più ad O. da una fessura della rupe;

3° Nelle acque di una piccola fonte a 42°, situata nell'orto di una casa colonica, a poca distanza dalla precedente. La loro superficie si copre spesso di alghe, specialmente Oscillariee;

4° Nella *Fossa Calda*, emissario comune delle acque termali di Caldana; è un rivo largo circa m. 2 $^1/_2$ e poco profondo, che si getta nel Tirreno a Torre Nuova, dopo un percorso di 8 km. La sua temperatura, a poco più di un km. dalle sorgenti, si è già abbassata a 25°.

Non ho trovato altra analisi delle acque di Caldana che una molto antica del Giulj (1), la quale può darci una idea, se non esatta, almeno approssimativa della loro composizione chimica. La riporto testualmente:

1 Kg. d'acqua contiene:

Cloruro di sodio	grani 10
„ di magnesio . . .	„ 2
„ di calce	„ 2
Solfato di calce	„ 3
Carbonato di magnesia . .	„ 1
„ di calce . . .	„ 10
	gr. 28
	(pari a grammi 1,93)

È dunque un'acqua *clorurato-sodica.*

L'analisi del Giulj si riferisce alle polle a 37° $^1/_2$ che si versano in un piccolo stabilimento termale, ma le altre sorgenti, appartenendo allo stesso gruppo e trovandosi in analoghe condizioni, hanno certo una composizione chimica poco differente.

Veniamo all'elenco delle specie osservate (marzo 1899):

Protozoi.

Flagellati — *Peranema tricophorum* Ehrb. Poco comune.

Ciliati — *Paramecium aurelia* Müller. Comunissimo; molti individui in coniugazione.

Cyclidium glaucoma Ehrb. Comunissimo.

Glaucoma margaritaceum Ehrb. Abbastanza comune.

Vermi.

Turbellarie — Due specie di Rabdoceli ancora indeterminate.

Rotiferi — *Distyla gissensis* Eckstein. Poco comune.

Metopidia lepadella Ehrb. Abbastanza comune.

Gastrotrichi — *Chaetonotus* sp. Abbastanza comune.

Nematodi — Due specie di Anguillulidi indeterminati.

Anellidi — *Pristina* sp. Comune.

Aeolosoma thermale n. sp. Comunissimo.

Tubifex rivulorum Linn. Un solo individuo.

N.B. I protozoi ed i vermi enumerati furono tutti osservati presso alla piccola fonte a 42°, fra le Oscillariee, alla temperatura di 40-41°.

---

(1) Giulj G., *Storia naturale di tutte le acque minerali di Toscana ed uso medico delle medesime.* Firenze, 1833.

Molluschi.

Gasteropodi — *Melanopsis etrusca* Villa. Comunissima in tutte le acque termali di Caldana. Presso alla piccola fonte si spinge fino a 41°.

Theodoxia prevostiana Partsch. Molti individui giovani presso al punto di emergenza della fonte a 32°; qualche esemplare adulto a circa 100 m. più a valle.

Artropodi.

Insetti - Coleotteri — *Gyrinus distinctus* Aubé, var. *colymbus* Erichson. 30-37°, Bottaccio. Abbastanza comune.

Gyrinus elongatus Aubé. 30-35°, Bottaccio. Abbastanza comune.

Helochares dilutus Erichson. 39°, piccola fonte, sui fuscelli a fior d'acqua. Abbastanza comune.

Berosus affinis Brullé. 30-35°, Bottaccio. Poco comune.

Helophorus alternans Gené. 39°, piccola fonte. 30°-35°, Bottaccio. Insieme al tipo trovasi una varietà distinta per la presenza di una striola scutellare.

Bidessus geminus Fabr. 30-37° Bottaccio. Comune sul fondo melmoso, fra i *Scirpus* e le fronde di *Utricularia*. 41°, piccola fonte; ve lo trovai anche in un'epoca in cui questa era sprovvista di alghe.

Rincoti — *Hydrometra stagnorum* Linn. 20° circa, Fossa Calda.

Gerris lacustris Linn. 30-35°, Bottaccio. Numerosissimi gli adulti e le larve.

Velia sp. larva. 30-35°, Bottaccio. Comune.

Vertebrati.

Pesci — *Blennius vulgaris* Pollini. 25° circa, Fossa Calda. Comune. Questo pesce, dapprima descritto come specie peculiare *(Blennius vetulonicus)*, vien considerato dal Canestrini come semplice varietà del *B. vulgaris* (var. C, *varus*), varietà a cui appartengono i blenni viventi nelle acque dolci del Lazio.

Anguilla vulgaris Linn. 25°, Fossa Calda presso il mulino detto *di mezzo*. Quattro esemplari lunghi 19-22 cm.

Leuciscus aula Bonaparte, varietà. 25°, Fossa Calda, in piccoli branchi.

Batraci — *Rana esculenta* Linn. 30-35°, Bottaccio. 40°, Fossa Calda. Comune. Notevole come non mi sia riuscito di vedere un sol girino nel Bottaccio e presso alle altre sorgenti, mentre questi abbondavano in un rivoletto freddo affluente della Fossa Calda.

Bufo viridis Laurenti. 25°, Fossa Calda, presso al ponte della Via Emilia. Ha macchie scure in campo grigio biancastro che si confonde molto bene con quello della melma ove l'animale suole rimpiattarsi.

B. — *Acque di Massa Marittima* (1).

Massa Marittima, piccola città in provincia di Grosseto, giace a 20 km. a N.E. di Follonica (linea Pisa-Roma). Le mie ricerche si limitarono alle seguenti località:

1° Acque termali delle Venelle e primo tratto del loro emissario.

Tali acque si trovano in un ripiano boscoso, ai piedi del colle su cui sorge la città; sono residui di un antico lago e constano di due bacini imbutiformi (veri laghi carsici) di poca ampiezza e grande profondità, dal fondo di uno dei quali sgorga la polla principale a 27°. Altri bacini più piccoli si trovano in vicinanza dei primi e lungo il percorso di un tortuoso canale che fa seguito a questi.

La portata delle Venelle è di 300 litri al 1′, la sua composizione, è, secondo il Giulj, la seguente:

In 1 Kg. d'acqua:

Solfato di magnesia . . .	grani 6
„ di calce	„ 2
Carbonato di magnesia . .	„ 3
„ di calce . . .	„ 2
„ ferroso	tracce
	gr. 13
	(pari a grammi 0,9)

Sopra 50 volumi di gas si trovano:

Acido carbonico	vol. 24
Ossigeno	„ 15
Azoto	„ 11
	50

(1) Lotti B., *Descrizione geologico-mineraria dei dintorni di Massa Marittima*. Memorie descrittive della Carta Geologica d'Italia. Vol. VIII. Roma, 1893.

Sarebbe adunque un'acqua *solfata*.

2° Sorgente Aronna; parecchie polle a 22°, della portata complessiva di litri 850 al 1′, che scaturiscono in un ripiano a S. di Massa.

L'emissario delle Venelle è un ampio fosso che prima corre verso Massa, poi scende a Follonica dopo di essersi riunito, presso ai casolari di Valpiana, coll'emissario dell'Aronna.

La mancanza di una imbarcazione qualsiasi mi impedì di esplorare il lago dell'Accesa, bacino termale carsico di forse 2 km. di circuito, alimentato da polle analoghe a quelle delle Venelle e situato a pochi km. a S. di Massa, ch'io supponevo interessante anche dal lato biologico. Mi contentai di raccogliere qualche mollusco lungo le sue rive.

Nelle acque termali di Massa Marittima rinvenni i seguenti animali (marzo 1899):

Vermi (1).

Acantocefali — *Echinorynchus proteus* Westrumb. 26°, Venelle. Ospite: *Squalius cephalus*. Parecchi individui aderenti alla mucosa intestinale.

Anellidi — *Lumbricus* sp. 22°, Aronna. Indeterminabile perchè giovane.

Molluschi.

Gasteropodi — *Melanopsis etrusca* Villa. 25-27° Venelle, 22° Aronna. Comunissima, specialmente presso le sorgenti. La conchiglia adulta ha sempre l'apice mozzo ed è in media più grande di quelle di Caldana. Sono notevoli una varietà quasi gigantesca (oltre 30 mm.) che non riuscii a ritrovare vivente, ed un'altra a conchiglia di tinta ocracea, vivente in un rivo ferruginoso affluente delle Venelle.

Theodoxia fluviatilis Linn. 25-26° Venelle, 22° Aronna, 16° Accesa. Comunissima; notevole come qui si sia adattata ad acque lacustri mentre suol preferire le correnti. Svariati gli ornamenti e il colore che non dipendono dalle condi-

(1) A Massa Marittima dovetti limitare le mie osservazioni alla fauna macroscopica.

zioni ambienti. Statura piuttosto grande (mm. 7-7 $^1/_2$ di lunghezza) nelle Venelle, ancor maggiore nell'Accesa (mm. 10).

Bythinia tentaculata Linn. 25° fosso delle Venelle. Abbastanza comune. In quantità stragrande, abbandonata dalle acque, sulle rive del lago d'Accesa.

Bythinella etrusca Paladilhe. 25°, fosso delle Venelle. Comune.

Valvata piscinalis Müller. 16°, Accesa.

Limnaea palustris Müller. 16°, Accesa.

Limnaea truncatula Müller. 25°, fosso delle Venelle. Rara.

Planorbis laevis (?) Alder 25°, fosso delle Venelle. Piuttosto raro.

Ancylus lacustris Linn. 25°, fosso delle Venelle. Abbastanza comune (1).

Artropodi.

Crostacei — *Lamproglena pulchella* Nordman. 26°, Venelle. Parecchi individui sulle branchie di un *Telestes muticellus*.

Gammarus fluviatilis Roesel. 22°, Aronna. Comune.

Palaemonetes varians Leach. 25-27°, Venelle. Comunissimo. Lunghezza media mm. 24, lunghezza del rostro contenuta 3 $^1/_2$ volte in quella totale del corpo. Sopra 28 individui, 22 presentano 6 denti rostrali al margine superiore e 2 al margine inferiore; un solo individuo 6 al margine superiore e 3 all'inferiore, tre individui 5 al superiore e 2 all'inferiore. Molte femmine avevano uova mature fra i pleopodi.

Telphusa fluviatilis Belon. 26°, Venelle, 22° Aronna. Abbastanza comune.

Vertebrati.

Pesci — *Squalius cephalus* Linn. 26°, Venelle. Uno degl'individui pescati misura mm. 225 di lunghezza.

Telestes muticellus Bonaparte. 26°, Venelle. Comune. Si presenta in due varietà distinte.

Batraci — *Rana esculenta* Linn. 25°, Venelle. Poco comune.

---

(1) Alcuni dei molluschi enumerati sono citati nel lavoro del Lotti (vedi opera già ricordata).

II.

Acque termali di Acqui e delle Alpi Marittime.

Si distinguono per temperatura molto elevata ed alimentano una vegetazione termofila di cui le Leptotricee formano l'elemento più caratteristico.

Tali vegetazioni, conosciute volgarmente col nome improprio di *muffe*, sono poco sviluppate ad Acqui, molto di più a Vinadio e presentano uno sviluppo eccezionale a Valdieri.

A. — *Acque termali di Acqui.*

Acqui, città principale dell'alto Monferrato, è rinomata per la copia delle sue acque termo-minerali, distribuite in due gruppi, l'uno sulla destra della Bormida, l'altro sulla sinistra. Le poche osservazioni zoologiche che posso riferire furono compiute:

1° Nella vasca di raffreddamento (temperatura 44° $^1/_2$) che si trova nel giardino delle Nuove Terme in città. Essa riceve le acque della Bollente (74° $^1/_2$). Le sue pareti sono incrostate da un feltro sottile e compatto di Leptotricee;

2° Nel serbatoio di mezzo situato nel cortile delle Vecchie Terme. Esso è lungo circa 17 metri e largo 5, e diviso in 4 scompartimenti. Vi si suole depositare il fango che vien tolto da una grande vasca contigua, e da ciò consegue che la temperatura e la profondità delle acque subiscono notevoli variazioni. Quando visitai le Terme, il fango riempiva quasi totalmente il serbatoio e la temperatura era, secondo lo scompartimento di 36° a 42°. Alla superficie del fango e a fior d'acqua si osservavano rigogliose alghe, specialmente Oscillariee;

3° In due serbatoi, coperti da una tettoia, che si trovano accanto al precedente, con scarse Leptotricee sulle pareti. La temperatura riscontrata fu in uno di 48°, nell'altro di 51°.

L'acqua che alimenta le Terme d'oltre Bormida (1) ha un peso specifico di 1,0009 e contiene, secondo Bunsen, le seguenti sostanze disciolte per 1 kg. d'acqua:

---

(1) De Alessandri D., *Guida storica, medica e pittoresca alle Terme d'Acqui.* Acqui, 1888. — Schivardi P., *Guida alle acque minerali e ai bagni d'Italia.* Milano, 1896.

Borato di magnesia . . .	gr.	0,00942
Solfato di stronziana . . .	„	0,00964
„ di calce	„	0,30719
„ di potassa . . .	„	0,00013
Nitrato di potassa . . .	„	0,01377
Cloruro di potassio . . .	„	0,02664
„ di ammonio . . .	„	0,00923
„ di sodio	„	1,75918
„ di calcio . . .	„	0,14039
„ di magnesia . . .	„	0,00749
Ossido di ferro sciolto in sostanze organiche	„	0,00308
Acido silicico	„	0,03087
Sostanze fisse	gr.	2,31703

Secondo Schivardi, ogni litro d'acqua contiene cm³ 1,3988 di acido solfidrico.

Ecco le specie osservate (maggio 1900):

Protozoi.

Flagellati — Dei flagellati indeterminati si trovano nelle vasche a 48° e a 51°.

Ciliati — *Paramecium aurelia* Müller. 38 ½-42°. Comune. Lunghezza μ. 130.

Nassula aurea Ehrb. 38 ½-42°. Abbastanza comune. Lunghezza μ 40, colore verde-giallo.

Cyclidium glaucoma Ehrb. 38 ½-42°. Comune.

Oxytricha sp. 38 ½-40°. Poco comune.

NB. I ciliati enumerati vivono nel serbatoio di mezzo.

Vermi.

Turbellarie — Rabdocelo indeterminato a 38 ½-40°. Comune.

Rotiferi — *Philodina roseola* Ehrb. 38 ½-42°, serbatoio di mezzo; comune. 44 ½, vasca delle Nuove Terme, in quantità grandissima.

Nematodi — Un Anguillulide indeterminato, comunissimo a 38 ½ — 42° nel serbatoio di mezzo e a 44° ½ nella vasca delle Nuove Terme.

Artropodi.

Crostacei — *Cypris* sp. 38° $^1/_2$-40°, serbatoio di mezzo. Tanto copiosa da formare coi suoi adunamenti delle chiazze brune sul fondo melmoso.

Aracnidi — Un idracnide trovato a 38°, che sfortunatamente andò perduto.

Insetti - Ditteri — *Chironomus* sp. larva. 36°, serbatoio di mezzo.

Coleotteri — *Bidessus geminus* Fabr. 36-42°, serbatoio di mezzo. Comune. Macchie delle elitre più scure che negl'individui di Campiglia.

Laccobius gracilis Motsch. 36-40°, serbatoio di mezzo. Comune. Abbonda anche nel fontanino a 36° situato a destra del primo.

Rincoti — *Notonecta glauca* Linn. 30°, in un serbatoio attiguo a quello a 44° $^1/_2$.

Corisa hyeroglyphica Dufour. 36-40°, serbatoio di mezzo. Comunissimi gli adulti e le larve. Colore biancastro.

B. — *Acque termali di Valdieri.*

Le Terme di Valdieri, situate nell'alta valle del Gesso, a 33 km. da Cuneo e a m. 1346 sul livello del mare, sono alimentate da una quarantina di sorgenti termali di temperatura varia, la più calda delle quali è a 69° (1). Le mie osservazioni zoologiche vertono sulle così dette *muffe* o vegetazioni termofile che si sviluppano lungo il percorso dell'acqua termale con tanto maggior vigore quanto più la corrente è lenta e quanto più vasta ed aereata è la superficie bagnata. Conformemente a ciò il decorso delle sorgenti adibite alla produzione delle muffe venne regolato collo scavare nella roccia una trentina di scaglioni di varia altezza. Le muffe rivestono le rupi di uno strato variopinto, spesso, in taluni punti, più di un decimetro, tenace, lardaceo, o pendono dai gradini a guisa di stalattiti; sembrano avere il loro *optimum* di crescenza fra 40° e 50° circa. Secondo il prof. Buscalioni (2) i grumi di un rosso ranciato

(1) Marchisio B., *Guida alle Terme di Valdieri.* Torino, 1898.

(2) Buscalioni L., *Sulle Muffe e sull'Hapalosiphon laminosus Hausgirg delle Terme di Valdieri.* Estr. dal giorn. " Malpighia ". A. IX. Genova, 1895.

che si trovano nei punti più caldi (ne osservai a 63°) sono Solfobacteri e vi si trovano commisti ammassi azzurrastri di una Nostocacea simile alla *Anabaena bullosa* descritta dal Meneghini.

A temperatura un po' meno alta, i filamenti della Bacteriacea si mescolano a quelli della *Leptothrix valderia* Delponte, essenziale costituente delle muffe, che offre colori diversi a seconda della sua età, e ad oscillarie, spirogire, scitonemi, ecc., mentre a circa 50° vegeta un'alga interessante per il suo polimorfismo, il *Mastigocladus laminosus* Cohn, indicato pure ad Abano, ad Ischia e a Carlsbad in Boemia.

Le acque utilizzate per la produzione delle muffe sono le seguenti:

1° Quelle della sorgente detta *magnesiaca* che sgorga in due zampilli, l'uno a 53°, l'altro a 36° ed ha un peso specifico pari a 1,0001;

2° Quelle del gruppo di San Lorenzo e San Martino, la più calda delle quali, adibita all'uso anzidetto, è a 63° (quella a 69° è incanalata e condotta nella stufa).

Peso specifico pari a 1,0008.

La composizione chimica di queste acque, secondo Peirone e Brugnatelli, è la seguente:

Per un litro d'acqua:

		S. Martino e S. Lorenzo	Magnesiaca
Cloruro di sodio . . .	grammi	0,039	0,009
Solfato di soda	„	0,087	0,035
Silicato di potassa . . .	„	0,041	0,010
„ di soda.	„	0,032	—
Calce	„	0,009	0,021
Magnesia	„	tracce	0,002
Ossido di ferro e manganese .	„	0,001	tracce
Allumina	„	0,002	0,013
Acido fosforico	„	tracce	—
„ silicico	„	0,025	0,008
Iodio	„	tracce	—
Sostanze organiche	„	tracce	—
Sostanze fisse	grammi	0,236	0,297
Acido solfidrico	cm^3	1,18	—

Sono dunque acque *solfate deboli*. Apparterrebbero propriamente al gruppo delle indifferenti (*Wildbäder* dei Tedeschi).

Il prof. Perroncito (1), in un suo studio sulle muffe di Valdieri, accenna ad alcuni animali che vi si rinvengono: amebe, infusorî, rotiferi (specialmente filodine rosee e lepadelle), anguillule di varie specie, larve di altri nematodi, larve di ditteri. Descrive inoltre due specie di anguillule ch'egli reputa nuove e che denomina *Anguillula macrura* e *Anguillula valderia;* quest'ultima abbonda nelle muffe fra 25° e 35°. Aggiunge infine come nella fonte solforosa termale, a livello del Gesso, si trovino: amebe, parameci ed altri infusorî, rotiferi (specialmente lepadelle) ed anellidi appartenenti al genere *Aeolosoma*.

Ecco le specie da me osservate (agosto 1899 e agosto 1900):

Protozoi.

Rizopodi — *Amoeba* sp. Abbastanza comune.

Centropyxis aculeata Ehrb. Comunissima. Diametro massimo μ 73-125. Guscio costituito di sabbia quarzosa, talora commista a qualche diatomea. Da forme prive di aculei (varietà *ecornis*) si passa a forme con 9-10 aculei. Individui in coniugazione.

Difflugia globulosa Duj. Abbastanza comune. Diametro μ 50-75.

Difflugia pyriformis Perty. Poco comune. Lunghezza μ 125-132. Guscio di materiale quarzoso a grossi elementi.

Pseudodifflugia amphitrematoides Archer. Comune. Lunghezza μ 30-35. Individui in coniugazione.

Euglypha alveolata Duj. Poco comune. Lunghezza μ 50-67.

Quadrula symmetrica Wallich, var. Poco comune. Lunghezza μ 35. Differisce dal tipo figurato dagli autori perchè più breve e rigonfia e per le irregolarità del guscio.

Arcella vulgaris Ehrb. var. *discoides* (Leidy, *Freshw. Rhiz.* tav. XXVIII). Rara. Diametro μ 60-93.

Trinema enchelys Ehrb. Comunissimo. Lunghezza μ 52-70.

Flagellati — Flagellato indeterminato. Comune.

Peranema tricophorum Erhb. Abbastanza comune.

Ciliati — *Glaucoma margaritaceum* Ehrb. Comune.

Loxocephalus granulosus Kent. Comune.

---

(1) Perroncito E., *Osservazioni fatte alle Terme di Valdieri.* " Annali della R. Accademia di Agricoltura di Torino ", vol. 32°. Torino, 1889.

Vermi.

Rotiferi — *Philodina roseola* Ehrb. Comunissima.
Adineta vaga Davis. Poco comune.
Distyla gissensis Ekstein. Comune.
Metopidia lepadella Ehrb. Comune.
Monostyla sp. Abbastanza comune. Un altro rotifero indeterminato si trova associato alla *Adineta vaga*.
Gastrotrichi — *Chaetonotus* sp. Abbastanza comune.
Nematodi — Due specie di Anguillulidi ancora indeterminati.

NB. I protozoi ed i vermi fin qui enumerati furono osservati nelle muffe fra 30° e 37° circa e fra 40° e 45° circa. In quanto alla loro distribuzione, osserverò che la *Centropyxis aculeata* è il solo rizopodo che abbia trovato ancora a 39-40°, tranne un'*Amoeba* che vidi a 45° abbastanza numerosa. Fra i rotiferi la *Distyla* e la *Metopidia* si spingono a temperature un po' più alte che non la *Adineta*, ma cedono alla loro volta il posto alla *Philodina*, che alligna ancora a 45°.

Molluschi.

Gasteropodi — *Limnaea truncatula* Müller. 32°, nella cavità donde sgorga la sorgente a 63°. Un solo esemplare.

Artropodi.

Insetti - Ditteri — *Stratiomys* sp., larve. 37-38°, sulla gradinata e presso la sorgente magnesiaca. Comuni.
Coleotteri — *Hydroscapha gyrinoides* Aubé. 30-45°. Comunissima. È caratteristica delle acque termali delle Alpi Marittime. Si muove velocemente alla superficie degli ammassi di Leptotricee e la sua piccola mole (mm. 1,5) le permette di internarsi e di aggirarsi entro ai loro meati. Insieme agli adulti trovai numerose uova e larve.
Helochares dilutus Erichson. 40°. Abbastanza comune.
Coelostoma hispanicum Küster. 37-38°. Poco comune.
Laccobius Sellae Sharp. 30-45°. Comunissimo. È citato anche dal Baudi (1) nel catalogo dei coleotteri piemontesi; non lo

(1) Baudi F., *Catalogo dei Coleotteri del Piemonte*. Torino, 1889.

trovai però alla temperatura di 45 R indicata da questo autore. Peculiare alle Terme di Valdieri.

Parnus luridus Erichson. 37-38°. Abbastanza comune. Credo utile citarlo, quantunque non sia un coleottero acquatico, poichè vive sulle alghe inumidite dalle acque termali di Valdieri.

C. — *Terme di Vinadio.*

Le Terme di Vinadio sono situate sulla riva sinistra del Rio dei Bagni, piccolo affluente della Stura di Demonte, a 1325 m. sul livello del mare; distano 46 km. da Cuneo.

Le sorgenti sgorgano nell'interno dello stabilimento termale o nelle sue immediate vicinanze con una portata complessiva di circa 70 litri al 1′ (Rabaioli). Le mie osservazioni furono compiute:

1° In una *muffiera* (1) abbandonata, lunga m. 24 e larga circa 1, che si trova dietro al corpo centrale dello Stabilimento. La chiamerò *muffiera n. 1.* È alimentata da una sorgente che da un cortile interno viene ivi condotta mediante tubatura metallica; la sua temperatura ch'è di 55° $^1/_2$ all'emergenza dalla roccia, si riduce nel tragitto a 46°: L'acqua scorre lentamente fra un rivestimento poco compatto di vegetali inferiori. Nei primi 2 m. tale rivestimento ha circa 3 cm. di spessore ed è costituito prevalentemente da Leptotricee; più a valle queste vengono accompagnate e sostituite da Oscillariee, Nostocacee, Zignemacee, Diatomee, ecc. L'acqua, sgorgando dal tubo si versa prima in una vaschetta di 1 m. di lato, poi passa su gradini rettangolari alti 3 o 4 cm. e lunghi 2 m., che mi furono utilissimi come punti di riferimento per studiare la distribuzione della fauna in rapporto colla temperatura.

Il termometro mi fornì nei singoli spazi i dati seguenti:

Vaschetta	46°
1° gradino	42°—45°
2° „	40°—42°
3° „	38°—40°
4° „	36°—38°

(1) Alveo, per lo più artificiale, disposto in modo da favorire lo sviluppo delle vegetazioni crittogamiche termali.

5° gradino . . .	34° - 36°
6° „ . . .	32° – 34°
7° „ . . .	32°
8° „ . . .	31°—32°
9° „ . . .	30°—31°
10° „ . . .	29°—30°

Tratto di 3 m. che mette alla bocca di scarico: 27-29°.

2° In una piccola pozza a 33°, vicina alla fonte a 55° $^1/_2$;

3° In una *muffiera* situata dietro l'ala minore dello Stabilimento, fortemente inclinata e lunga 10 m. circa con una larghezza di m. 0,88-1,10; la chiamerò *muffiera n. 2.* Vi è condotta una sorgente a 55° chè dà luogo allo sviluppo di un cospicuo feltro di Leptotricee usufruttate a scopo terapeutico;

4° Nell'acqua di uno zampillo a 49° che sgorga da una nicchia praticata nel muro dell'ala minore e si raccoglie in una vasca semielittica, larga un metro e profonda 0,40, ove assume una temperatura media di 43°. La nicchia poco al disotto del livello raggiunto dal liquido, si incrosta di un tenue strato di Leptotricee;

5° Nell'acqua a 27° che sfugge dal serbatoio di una piccola sorgente, la quale sgorga ad una sessantina di metri dallo stabilimento sulla via carrozzabile delle Pianche;

6° Negli stillicidî delle stufe sudatorie.

Analisi delle acque termali di Vinadio, secondo P. Carlevaris (Da Schivardi).

In un litro d'acqua:

Cloro	grammi	0,246
Sodio	„	0,169
Acido solforico . . .	„	0,050
Calcio	„	0,010
Litio	„	0,003
Acido silicico	„	0,012
Sostanze organiche e perdita .	„	0,014
Sostanze fisse	grammi	0,504
Acido solfidrico . . .	grammi	0,024 (1).

Sono dunque acque *clorurate* e *solfate deboli.*

Poichè le specie osservate (luglio e agosto 1900) sono piuttosto numerose, le citerò partitamente per ogni luogo di raccolta.

(1) Vi dev'essere errore, probabilmente la cifra vera è gr. 0,0024.

1. *Muffiera n° 1.*

Protozoi.

Rizopodi — *Pelomyxa villosa* Greeff, var. Si trova fin presso lo zampillo (46°). Quivi è comune, sotto ai 44-45° si fa meno frequente. La temperatura più bassa a cui la osservai è a 32°, non ne trovai a questo grado che un solo individuo. I peli dell'estremità posteriore non sono costanti. Striscia velocemente mediante un pseudopodo tondeggiante ialino; l'emissione di tale pseudopodo può paragonarsi con molta efficacia a quella di una bolla di sapone rapidamente soffiata da una cannuccia. È incolora o tinta lievemente in verdastro.

Amoeba proteus Ehrb. 32° circa. Rara. Alcuni individui raggiungono grandi dimensioni (fino a μ 250).

Amoeba radiosa Duj. 32-36°. Poco comune.

Amoeba polypodia Schultze. 29-30°. Rara.

Amoeba verrucosa Ehrb. 32-34°. Piuttosto comune.

Euglypha alveolata Ehrb. Si trova nei punti meno caldi donde si spinge fino a 37-38°, mostrandosi particolarmente abbondante intorno ai 32°. Lunghezza μ 80-90.

Centropyxis aculeata Ehrb. Sostituisce in certo modo la *Euglypha*, poichè si mostra abbondante laddove questa comincia a scarseggiare. È ancora comune a 40° e ne trovai qualche individuo a 42°. Diametro massimo μ 55-65.

Flagellati — Piccolo flagellato indeterminato che sembra decisamente termofilo, poichè appare a 36-38°. È comunissimo intorno ai 40° e si rinviene, quantunque meno comune, fino a 45° circa.

Cyatomonas truncata Fresenius. 36-38°. Comune. Lunghezza μ 10.

Phillomitus undulans Stein. 36-38°. Comune.

Petalomonas sp. 32-34°. Rara. Lunghezza μ 27.

Peranema tricophorum Ehrb. Si trova abbastanza frequente da 27° fino a 40°.

Entosiphon sulcatum Duj. 36-38°. Comune. Lunghezza μ 20-24.

Chilomonas paramecium Ehrb. 30-31°. Raro.

Ciliati — *Enchelys tarda* Quenn. 44°. Rara. Lunghezza μ 32.

Paramecium aurelia Müller. Da 27° fino a 40° circa abbastanza comune. Lunghezza μ 107-126.

Cyclidium glaucoma Ehrb. 32-34°. Poco comune. Lunghezza μ 25.

Glaucoma margaritaceum Ehrb. Comune fino a 37-38°.

Glaucoma pyriformis Ehrb. 32-34°. Raro.

Loxocephalus granulosus Kent. Ha la stessa distribuzione e frequenza del *Paramecium aurelia*. Lunghezza μ 30. Parecchi individui in coniugazione.

Chilodon cucullus Ehrb. Abbastanza comune in tutti i punti della *muffiera;* ne trovai qualche individuo presso allo zampillo (46°).

Lionotus sp. 43-44°. Poco comune. Non lo vidi a temperature più basse.

Metopus sigmoides Clap. e Lachm. Da 37° fino a 45° circa. Poco comune.

Aspidisca lyncaster Stein. Da 27° fino a 33° circa. Abbastanza comune. Lunghezza μ 27.

Oxytricha gibba Clap. e Lachm. Come la precedente.

Vorticella nebulifera Ehrb. 32° circa. Comune.

Vorticella citrina Ehrb. 34° circa. Rara. Lunghezza μ 49.

Vermi.

Turbellarie — Due specie di Rabdoceli ancora indeterminate; l'una, rara, fu osservata a 28°, l'altra, comune, si trova fino a 37° circa.

Rotiferi — *Philodina roseola* Ehrb. Da 27° a 46°. Rara nei punti meno caldi, diventa sempre più comune mano a mano che la temperatura si innalza finchè a 40-42° si presenta in colonne serrate con numero grandissimo di individui; ne ho contati perfino 50 in uno spazio circolare di 2 mm. di diametro. A temperatura più alta va gradatamente diminuendo.

Adineta vaga Davis. Si trova fra 27 e 36°. Comune.

Un altro rotifero ancora indeterminato ha la stessa distribuzione e frequenza del precedente.

Distyla gissensis Eckstein. Diffusa dai punti meno caldi fino a 42° circa. A 36°-38° è assai comune e uguaglia per numero d'individui la *Philodina*. Lunghezza (completamente espansa) μ 158.

Monostyla sp. Diffusa dai punti meno caldi fino a 39° circa. Un po' meno comune della *Distyla*.

Metopidia lepadella Ehrb. Ha la stessa distribuzione della *Di-*

styla, colla differenza che è piuttosto rara. Lunghezza (completamente espansa) μ 105-125.

Diaschiza semiaperta Ehrb. 35-37°. Poco comune. Lunghezza completamente espansa) μ 220.

Gastrotrichi — *Chaetonotus* sp. Diffuso dai punti meno caldi fino a 41-42°. Dappertutto poco frequente.

Nematodi — Anguillulide indeterminato, 38-40°. Raro.

Anellidi — *Aeolosoma thermale* n. sp. Fino a 40°. Comune.

Anellide appartenente alla famiglia *Naidinae*, ancora indeterminato. 32°. Raro.

Allurus tetraedrus Savigny. 28-29°. Parecchi individui sotto a frammenti di ardesia.

Artropodi.

Crostacei — *Cyclops* sp. 32°. Raro.

Insetti - Coleotteri — *Laccobius gracilis* Motsch. Molto comune a 35°; alcuni individui si spingono sino a 39°.

Altro Idrofilide ancora indeterminato, raccolto a 35°.

2. *Pozza a 33° presso alla sorgente 55° 1/2.*

Protozoi.

Rizopodi — *Amoeba radiosa* Ehrb.

Ciliati — *Paramecium aurelia* Müller. Comune.

Loxocephalus granulosus Kent. Comunissimo; individui in coniugazione.

2. *Muffiera n° 2.*

Protozoi.

Rizopodi — *Pelomyxa villosa* Greeff. var. È l'animale per cui ho osservato il massimo termico più alto. Manca nelle vegetazioni crittogamiche color nero fumo che rivestono le pareti della vaschetta ove passa l'acqua a 55° subito dopo la sua emergenza. Ne trovai invece parecchie nel sottile strato di *Leptothrix* e Sulfurarie all'uscita della vaschetta (temperatura 54° 1/2); quivi sono piccolissime (7-15 μ). A 47-48° la specie si fa più frequente ed acquista dimensioni maggiori (20-25 μ). Sotto ai 45° diminuisce; a 35° non mi fu dato di osservarla. Sembrerebbe quindi una specie termofila.

Flagellati — Piccolo flagellato indeterminato. 35-36°. Comune.
Ciliati — *Glaucoma margaritaceum* Ehrb. 35-36°. Abbastanza comune.
Chilodon cucullus Ehrb. 35-40°. Abbastanza comune.

Vermi.

Rotiferi — *Philodina roseola* Ehrb. Anche qui abbonda intorno ai 40° e si spinge fino a 45-46°. Alla fine di luglio essendo pochissimo sviluppato il feltro di Leptotricee non avevo trovato che filodine in via di sviluppo, due settimane più tardi, le Leptotricee avendo subìto un rapido accrescimento, le filodine adulte erano numerosissime.
Nematodi — *Gordius Villoti* Rosa. 37°. Un solo esemplare.

Artropodi.

Insetti - Coleotteri — *Hydroscapha gyrinoides* Aubé. Comunissimi, adulti e larve, sì da formare in alcuni punti delle chiazze nerastre coi loro adunamenti. Si spingono fino all'altezza del getto a 55°, evitando però le parti centrali, ove l'acqua, scorrendo più rapidamente, non ha tempo di raffreddarsi. La temperatura massima a cui vivono è di 46°. Sembra che gli ammassi di *Leptothrix* siano la loro dimora favorita; mancano infatti nella muffiera n° 1, ove altri vegetali sostituiscono più o meno completamente le Leptotricee.
Laccobius gracilis Motsch. Fino a 38°. Comune.

Anche qui si trova l'Idrofilide indeterminato già ricordato a proposito della muffiera n° 1.

3. *Vaschetta a 43°.*

Vi riscontrai in numero piuttosto scarso:

Protozoi.

Rizopodi — *Amoeba* sp.
Ciliati — *Lionotus* sp.
Chilodon cucullus Ehrb.

Vermi.

Rotiferi — *Philodina roseola* Ehrb.

4. *Acque a 27° lungo la via carrozzabile.*

Protozoi.

Rizopodi — *Euglypha alveolata* Ehrb. Poco comune.
Flagellati — Piccolo flagellato indeterminato.
Peranema tricophorum Ehrb. Abbastanza comune.
Ciliati — *Paramecium aurelia* Müller. Abbastanza comune.
Glaucoma margaritaceum Ehrb. Abbastanza comune.
Chilodon cucullus Ehrb. Comune.

Vermi.

Turbellarie — Un Rabdocelo indeterminato.
Rotiferi — Rotifero indeterminato già citato. Poco comune.
Distyla gissensis Eckstein. Comune.
Nematodi — Anguillulide indeterminato.

Artropodi.

Crostacei — *Cypris* sp. Comune.

Stufe sudatorie.

Nella più calda (la cui atmosfera può raggiungere una temperatura massima di 54° circa) trovai, rara, un ameba entro ai piccoli grumi giallastri e gelatinosi di Leptotricee che vegetano sulle pareti lungo gli stillicidi. Il termometro, immerso in tali grumi, segnava 49°. L'ameba parmi la stessa delle sorgenti calde (*Pelomyxa villosa*); si muove però più lentamente. Statura piccolissima (circa 10 μ).

Acque Albule.

Le Acque Albule sgorgano nelle vicinanze di Tivoli presso Roma.

Dal laghetto delle Colonnelle si versano per un piccolo canale in un altro bacino detto della Regina (m. 230 di circuito e 36 di profondità massima) situato alquanto più in basso ed alimentato dalle polle principali; l'emissario loro è un canale largo 4 metri che sbocca nell'Aniene ed ha una portata di 18800 litri al 1′.

L'acqua ha una temperatura di 22° $^1/_2$ e contiene notevole quantità di gas:

Azoto per un litro	grammi	0,2160
Anidride carbonica per un litro .	„	1,2732
Acido solfidrico „ „ „ .	„	0,0119.

Il residuo salino a 100° è di gr. 2,5255, e i sali disciolti sono specialmente carbonato e solfato di calcio, solfato di magnesio, cloruro di sodio. L'analisi vi rivelò pure piccole quantità di iodio, arsenico, litio, nonchè tracce di fosforo, boro, stronzio, alluminio, ferro e manganese. È dunque un'acqua *solfurea*.

Secondo le osservazioni della signora Fiorini-Mazzanti riferite dal Pavesi, sulle rive abbonda il *Scirpus lacustris*, mentre alla superficie galleggia la *Calothrix janthiflora* che ospita la *Leptothrix parassitica* ed accompagna la *Spyrogyra gracilis*. Numerosissime le diatomee.

Il prof. Pavesi (1) segnalò nelle Acque Albule il porifero *Spongolithis aspera* e larve di ditteri appartenenti alla famiglia *Stratiomydae*.

Io non ho visitato le Acque Albule, ma ho ricevuto materiale in comunicazione da questa provenienza. In un campione d'acqua con qualche tallo di *Chara*, proveniente dal laghetto della Regina rinvenni i seguenti insetti:

Ditteri — Larve di *Stratiomydae*, ed altre larve di ditteri indeterminate.

Il mio amico dott. Zanichelli mi inviò alcune larve di Culicidi, in vari stadi di sviluppo, raccolte in una vasca d'acqua solforosa appartenente allo stabilimento termale.

Coleotteri — *Coelostoma hispanicum* Küster.
Philhydrus salinus Bedel. È indicato nei cataloghi come abitatore delle acque salmastre della Francia meridionale.

Rincoti — *Nepa cinerea* Linn. Individui di colore biancastro.

---

(1) Pavesi P., *I viventi delle Acque Albule*. Estr. dall' " Italia giovane ". Anno VII, fasc. 2. Milano.

Alcuni esemplari di un mollusco raccolto nel primo tratto dell'emissario si riferiscono alla *Limnaea peregra* Müller.

In una prossima nota esporrò le conclusioni del mio lavoro e ricorderò i nomi degli autorevoli studiosi che mi hanno prestato valido aiuto nella determinazione del materiale raccolto.

Sopra le coniche che toccano e secano una o più curve gobbe.

Nota di FRANCESCO SEVERI

In una Nota recentemente inserita negli Atti di questa Accademia (*) detti le formole mediante le quali si risolve il problema di determinare il numero delle coniche che soddisfano ad *ogni* condizione composta con le condizioni elementari μ, ν, ρ, con un numero conveniente di condizioni α_i (n, r) affinchè una conica sia i — secante di una curva d'ordine n e rango r, e con ogni altra condizione di cui si conosca l'espressione in funzioni delle caratteristiche μ, ν, ρ. Ora mi propongo di trattare quei problemi in cui entrano condizioni di tangenza con date curve algebriche, imposte a coniche di un dato sistema. Problemi di questa natura, per quanto io sappia, non furono finora risoluti neppure in casi particolari, se si eccettua il caso che le date linee algebriche siano rette, chè allora tali problemi si risolvono profittando della nota espressione, in funzione di μ, ν, ρ, della condizione perchè una conica tocchi una retta (**).

Procederemo sistematicamente cercando di esprimere in funzione delle caratteristiche μ, ν, ρ le *condizioni irriducibili* (***) che si presentano in questa sorta di problemi.

(*) *Ricerche sulle coniche secanti delle curve gobbe* (Atti della R. Accad. di Torino, t. XXXV, 1900). Le notazioni che useremo nella presente Nota, quando si riferiscano a condizioni già introdotte nella Nota ora citata, saranno le medesime di quelle che usammo nelle *Ricerche*, e ogni richiamo a queste *Ricerche* sarà brevemente indicato con la lettera N. Cfr. anche le due Note del prof. Berzolari entrambe dal titolo: *Sulle coniche appoggiate in più punti a date curve algebriche* (Rendiconti del R. Istit. Lombardo, (2) t. XXXIII, 1900).

(**) Cfr. Schubert, *Kalkül der abzählenden Geometrie*, pag. 95.

(***) Intendiamo per *condizioni irriducibili* quelle che non possono ottenersi come *prodotti* di altre.

1. — Col simbolo $\beta_{ik\ldots l}(n, r)$ denotiamo la condizione perchè una conica abbia con una data curva C^n_r (d'ordine n e rango r) un contatto i — punto, un contatto k — punto, ecc., un contatto l — punto.

Esprimiamo in funzione delle caratteristiche μ, ν, ρ la condizione $\beta_2(n, r)$. Ad ogni punto A di C accoppiamo i punti A′ in cui le T (*) coniche di un dato complesso (∞^3) toccano la tangente tirata a C in A. Così abbiamo una ∞^1 di coppie di punti; e le sue coincidenze si presentano nei $\beta_2(n, r)$ punti in cui le coniche del dato complesso tangenti a C, la toccano. Il numero di tali coincidenze si ottiene togliendo dalla somma dei numeri che denotano rispettivamente quante coppie AA′ hanno il punto A su un dato piano, e quante hanno il punto A′ su un dato piano, il numero delle coppie la cui retta AA′ appoggiasi a una data retta. Il numero delle coppie il cui punto A giace su un dato piano è espresso evidentemente da nT; il numero delle coppie il cui punto A′ sta su un dato piano si ottiene moltiplicando il grado T + R (**) del complesso delle rette che toccano le coniche della data ∞^3 nei punti in cui queste incontrano il dato piano (***), per il grado r della sviluppabile osculatrice a C. E infine il numero delle coppie la cui retta AA′ appoggiasi ad una retta data, uguaglia rT. Onde:

$$\beta_2(n, r) = n\mathrm{T} + r(\mathrm{T} + \mathrm{R}) - r\mathrm{T} = n\mathrm{T} + r\mathrm{R} \quad (****),$$

ovvero:

$$\beta_2(n, r) = (\mu^2\rho - 2\mu^3)n + \left(\frac{1}{2}\rho\mu\nu - \mu^2\rho\right)r. \tag{1}$$

(*) Con T denotiamo la condizione perchè una conica tocchi una data retta. Si ha: $\mathrm{T} = \mu^2\rho - 2\mu^3$ (Schubert, loc. cit., pag. 95).

(**) Con R denotiamo la condizione perchè una conica tocchi un piano dato in un dato punto. Si ha: $\mathrm{R} = \frac{1}{2}\rho\mu\nu - \mu^2\rho$ (Schubert, loc. cit. p. 96).

(***) Che il grado del complesso di rette di cui si parla nel testo sia T + R, risulta subito assumendo il centro del fascio di rette col quale si seca il complesso, sopra il dato piano.

(****) E si vede bene la ragione dei singoli termini che compariscono in questa uguaglianza spezzando totalmente la C^n_r (vedi la N. al n° 2), e ricordando che dopo un tale spezzamento la sviluppabile osculatrice a C viene ad esser costituita dagli $\frac{1}{2}r$ fasci che hanno per centri i punti dell'insieme e per piani i piani del medesimo, essendo ognuno di quei fasci contato due volte.

2. — Esprimiamo in funzione di μ, ν, ρ la condizione $\beta_{21}(n,r)$ perchè una conica sia tangente-monosecante di una C_r^n. Aggregando alla C_r^n una $C_{r'}^{n'}$ generica (e quindi non avente punti comuni con la C_r^n), si scrive facilmente l'equazione funzionale:

$$\beta_{21}(n+n',r+r') = \beta_{21}(n,r) + \beta_{21}(n',r') + \beta_2(n,r)n'\nu + \beta_{21}(n',r')n\nu,$$

donde, in virtù del teorema enunciato al n° 5 della N., si trae:

$$\beta_{21}(n,r) = cn + c_1 r + \beta_2(1,0)\nu \sum_1^{n-1}{}_i (n-i) + \nu \sum_1^{n-1}{}_i \beta_2(n-i,0) + \\ + \beta_2(o,r)\, n\nu,$$

ove c e c_1 sono costanti indipendenti da n ed r. Tenendo presente la (1), si ha:

$$\beta_{21}(n,r) = cn + c_1 r + 2\binom{n}{2}(\mu^2\rho - 2\mu^3)\nu + rn\left(\frac{1}{2}\rho\mu\nu - \mu^2\rho\right)\nu.$$

Siccome non esistono coniche di un sistema ∞^4 che siano tangenti-monosecanti di una retta, abbiamo:

$$\beta_{21}(1,0) = c = 0;$$

inoltre evidentemente:

$$\beta_{21}(2,2) = 4\mu^3(\rho + \nu) = 2c_1 - 2\mu^2\rho\nu - 4\mu^3\nu + 2\rho\mu\nu^2,$$

donde:

$$c_1 = 2\mu^3\rho + 4\mu^3\nu + \mu^2\rho\nu - \rho\mu\nu^2.$$

Si ha dunque:

$$(2) \qquad \beta_{21}(n,r) = \frac{1}{2} r(n-2)\rho\mu\nu^2 + \rho\mu^2\nu \left\{ 2\binom{n}{2} - (n-1)r \right\} + \\ + 4\mu^3\nu \left\{ r - \binom{n}{2} \right\} + 2r\mu^3\rho.$$

3. La condizione $\beta_{211}(n,r)$ soddisfa all'equazione funzionale:

$$\beta_{211}(n+n', r+r') = \beta_{211}(n,r) + \beta_{211}(n',r') + \beta_2(n,r)\,\alpha_2(n',r') + \\ + \beta_2(n',r')\,\alpha_2(n,r) + \beta_{21}(n,r)n'\nu + \beta_{21}(n',r')\,n\nu,$$

donde si trae:

$$\beta_{211}(n, r) = cn + c_1 r + \beta_2(1,0) \sum_1^{n-1} \alpha_2(n-i,0) + \alpha_2(1,0) \sum^{n-1} \beta_2(n-i,0) +$$

$$+ \beta_{21}(1,0)\nu \sum_1^{n-1} (n-i) + \nu \sum_1^{n-1} \beta_{21}(n-i,0) + \beta_2(0,1) \sum_1^{r-1} \alpha_2(0, r-i) +$$

$$+ \alpha_2(0,1) \sum_1^{r-1} \beta_2(0, r-i) + \beta_2(0,r)\, \alpha_2(n,0) + \beta_2(n,0)\, \alpha_2(0,r) +$$

$$+ \beta_{21}(0,r) n\nu.$$

E mercè le (1), (2) di questa Nota e la (2) della N., dopo le sostituzioni si ottiene:

$$\beta_{211}(n,r) = cn + c_1 r + \rho\mu\nu^3 \left\{ \frac{1}{2}\, r \binom{n}{2} - rn \right\} + \rho\mu^2\nu^2 \left\{ 3 \binom{n}{3} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \binom{r}{2} - r \binom{n}{2} + rn \right\} + \rho\mu^3\nu \left\{ 2 \binom{r}{2} + 2nr \right\} +$$

$$+ \mu^3\nu^2 \left\{ 4nr - 6 \binom{n}{3} \right\}.$$

Dall'equazione:

$$\beta_{211}(3,4) = 0 = 3c + 4c_1 - 6\rho\mu\nu^3 + 36\rho\mu^3\nu + 42\mu^3\nu^2,$$

si rileva:

$$c_1 = \frac{3}{2}\, \rho\mu\nu^3 - 9\rho\mu^3\nu - \frac{21}{2}\, \mu^3\nu^2 - \frac{3}{4}\, c.$$

Non possiamo scrivere immediatamente un'equazione analoga alla $\beta_{211}(3,4) = 0$, giacchè dovremmo prima determinare per un'altra curva particolare l'espressione di $\beta_{211}(n,r)$: non lo faremo per mostrare come si potrebbe anche procedere in casi analoghi a questo.

Abbiamo dunque:

$$(3) \quad \beta_{211}(n,r) = c \left(n - \frac{3}{4}\, r \right) + \frac{1}{2}\, r \binom{n-2}{2} \rho\mu\nu^3 + \rho\mu^2\nu^2 \left\{ 3 \binom{n}{3} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \binom{r}{2} - r \binom{n}{2} + rn \right\} + \rho\mu^3\nu \left\{ 2 \binom{r}{2} + 2nr - 9r \right\} +$$

$$+ \mu^3\nu^2 \left\{ 4nr - 6 \binom{n}{3} - \frac{21}{2}\, r \right\}.$$

4. — La condizione $\beta_{2111}(n, r)$ soddisfa all'equazione funzionale:

$$\beta_{2111}(n+n', r+r') = \beta_{2111}(n, r) + \beta_{2111}(n', r') + \beta_2(n, r)\,\alpha_3(n', r') + \\ + \beta_2(n', r')\,\alpha_3(n, r) + \beta_{21}(n, r)\,\alpha_2(n', r') + \beta_{21}(n', r')\,\alpha_2(n, r) + \\ + \beta_{211}(n, r)n'\nu + \beta_{211}(n', r')n\nu,$$

dalla quale discende:

$$\beta_{2111}(n,r) = Cn + C_1 r + \beta_2(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_3(n-i,0) + \alpha_3(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_2(n-i,0) + \\ + \beta_{21}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_2(n-i,0) + \alpha_2(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{21}(n-i,0) + \beta_{21}(1,0)\nu\sum_1^{n-1}(n-i) + \\ + \nu\sum_1^{n-1}\beta_{211}(n-i,0) + \beta_2(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_3(0,r-i) + \alpha_3(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_2(0,r-i) + \\ + \beta_{21}(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_2(0,r-i) + \alpha_2(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{21}(0,r-i) + \beta_2(0,r)\,\alpha_3(n,0) + \\ + \beta_2(n,0)\,\alpha_3(0,r) + \beta_{21}(0,r)\alpha_2(n,0) + \beta_{21}(n,0)\alpha_2(0,r) + \beta_{211}(0,r)n\nu.$$

Ricordando le (1), (2), (3) di questa Nota e le (2), (3) della N., dopo le sostituzioni e riduzioni si ottiene:

$$\beta_{2111}(n,r) = Cn + C_1 r + c\nu\left\{2\binom{n}{2} - \frac{3}{4}nr\right\} + \frac{1}{2}r\rho\mu\nu^4\left\{\binom{n}{3} - 2\binom{n}{2} + \\ + 3n\right\} + \rho\mu^2\nu^3\left\{4\binom{n}{4} - r\binom{n}{3} + r\binom{n}{2} - \frac{1}{2}n\binom{r}{2} + 2\binom{r}{2}\right\} + \\ + \rho\mu^3\nu^2\left\{2r\binom{n}{2} + 2n\binom{r}{2} - 8\binom{r}{2} - 9rn\right\} + \mu^3\nu^3\left\{4r\binom{n}{2} - \\ - 8\binom{n}{4} - \frac{21}{2}rn\right\}.$$

Si ha evidentemente:

$$\beta_{2111}(2,2) = 2C + 2C_1 - c\nu + 4\rho\mu\nu^4 + 3\rho\mu^2\nu^3 - 36\rho\mu^3\nu^2 - 34\mu^3\nu^3 = 0$$

$$\beta_{2111}(3,4) = 3C + 4C_1 - 3c\nu + 8\rho\mu\nu^4 + 11\rho\mu^2\nu^3 - 96\rho\mu^3\nu^2 - 78\mu^3\nu^3 = 0$$

$$\beta_{2111}(4,6) = 4C + 6C_1 - 6c\nu + 12\rho\mu\nu^4 + 16\rho\mu^2\nu^3 - 144\rho\mu^3\nu^2 - 116\mu^3\nu^3 = 0,$$

dalle quali si trae:

$$C = 8\rho\mu^2\nu^3 - 36\rho\mu^3\nu^2 - 16\mu^3\nu^3$$
$$C_1 = 60\rho\mu^3\nu^2 + 36\mu^3\nu^3 - 11\rho\mu^2\nu^3 - 2\rho\mu\nu^4$$
$$c\nu = 6\mu^3\nu^3 + 12\rho\mu^3\nu^2 - 3\rho\mu^2\nu^3.$$

Dunque:

$$(4)\quad \beta_{211}(n,r)\nu = \frac{1}{2} r\rho\mu\nu^4 \binom{n-2}{2} + \rho\mu^2\nu^3 \left\{ 3\binom{n}{3} - 3n - r\binom{n}{2} + \right.$$
$$\left. + rn - \frac{1}{2}\binom{r}{2} + \frac{9}{4} r \right\} + \rho\mu^3\nu^2 \left\{ 2\binom{r}{2} - 18r + 2rn + 12n \right\} +$$
$$+ \mu^3\nu^3 \left\{ 6n - 6\binom{n}{3} + 4nr - 15r \right\},$$

$$(5)\quad \beta_{2111}(n,r) = \frac{1}{2} r\rho\mu\nu^4 \binom{n-2}{3} + \rho\mu^2\nu^3 \left\{ 4\binom{n}{4} - r\binom{n}{3} + r\binom{n}{2} + \right.$$
$$\left. + \frac{9}{4} rn - \frac{1}{2} n\binom{r}{2} - 6\binom{n}{2} + 8n + 2\binom{r}{2} - 11r \right\} +$$
$$+ \rho\mu^3\nu^2 \left\{ 24\binom{n}{2} - 36n + 2r\binom{n}{2} - 18rn + 60r + 2n\binom{r}{2} - \right.$$
$$\left. - 8\binom{r}{2} \right\} + \mu^3\nu^3 \left\{ 12\binom{n}{2} - 8\binom{n}{4} - 16n + 4r\binom{n}{2} - 15rn + 36r \right\} (*).$$

5. — La (4) non può da sola esaurire il problema di determinare il numero delle coniche che soddisfano alla condizione $\beta_{211}(n, r)$ e ad una condizione tripla di cui si conosce l'espressione in funzione di μ, ν, ρ; e d'altronde noi non possiamo *senza altro* dedurre da essa l'espressione di $\beta_{211}(n, r)$ mediante la divisione simbolica, che *in generale non è operazione lecita*. Però la (4) serve bene per calcolare il numero delle coniche che sod-

---

(*) Per la verifica dei calcoli si osservi che è, come bisogna, $\beta_{2111}(4.8) = 0$. Inoltre il prodotto $P\beta_{2111}(n, r)$, ove P denota la condizione perchè una conica passi per un dato punto, per una curva del massimo genere, che, come si sa, giace sopra una quadrica, si deve annullare: il che veramente avviene. Ancora si osservi che per le curve del massimo genere si ha:

$$\nu^2 \beta_{2111}(n, r) = 4r\binom{n-2}{3},$$

come si stabilisce direttamente con facilità, e la (5) dà un risultato concordante.

disfano alla condizione $\beta_{211}(n, r)$ e ad una condizione che si esprima con un polinomio (di 3° grado) in μ, ν, ρ, a patto che nei singoli termini di questo polinomio comparisca sempre ν almeno a prima potenza, o se non vi comparisce ν, vi comparisca μ^3 (*). Dimodochè se noi vogliamo saper risolvere il problema in tutti i casi, dovremo procurarci le espressioni di:

$$\rho^3\beta_{211}(n,r), \quad \rho^2\mu^2\beta_{211}(n,r), \quad \rho\mu^2\beta_{211}(n,r).$$

Se con δ rappresentiamo la condizione perchè una conica degeneri in una coppia di rette complanari, poichè si ha:

$$\rho = \frac{1}{2}\nu + \frac{1}{2}\delta \text{ (**)},$$

potremo scrivere:

$$\rho^3\beta_{211}(n,r) = \frac{1}{2}\rho^2\nu\beta_{211}(n,r) + \frac{1}{2}\rho^2\delta\beta_{211}(n,r).$$

L'espressione di $\rho^2\nu\beta_{211}(n, r)$ si deduce subito dalla (4) moltiplicando simbolicamente per ρ^2; dimodochè noi ci dobbiamo soltanto occupare di esprimere in funzione di n, r il numero $\rho^2\delta\beta_{211}(n, r)$. Le coniche degeneri della specie δ, che toccano due piani dati, son quelle il cui punto doppio appoggiasi alla retta ad essi comune; e se vogliamo che una di tali coniche tocchi una C_r^n e la bisechi altrove, bisognerà che una delle rette di essa conica sia tangente a C, mentre l'altra retta dovrà essere una corda di C. Ed allora è facile stabilire che:

$$\rho^2\delta\beta_{211}(n,r) = 4r\left\{\binom{n}{2} - \frac{1}{2}r - 1\right\} \text{ (***)}.$$

Sarà dunque, a calcoli fatti:

$$\rho^3\beta_{211}(n,r) = 24\binom{n}{3} + 8r\binom{n}{2} - 12rn + 12r - 4\binom{r}{2}.$$

(*) Giacchè $\mu^3\beta_{211}(n, r) = 0$.

(**) Schubert, loc. cit., pag. 92.

(***) Si tenga presente che ogni conica δ che soddisfi alle condizioni richieste deve contarsi 4 volte (Schubert, loc. cit., pag. 93).

Ed ora calcoliamo $\rho^2\mu\beta_{211}(n,r)$. Si ha:

$$\rho^2\mu\beta_{211}(n,r)=\rho\mu\left(\frac{1}{2}\,\nu+\frac{1}{2}\,\delta\right)\beta_{211}(n,r)=\frac{1}{2}\,\rho\mu\nu\beta_{211}(n,r)+$$
$$+\frac{1}{2}\,\rho\mu\delta\beta_{211}(n,r).$$

Dalla (3) segue:

$$\rho\mu\delta\beta_{211}(n,r)=c\rho\mu\delta\left(n-\frac{3}{4}\,r\right)+\frac{1}{2}\,r\binom{n-2}{2}\rho^2\mu^2\nu^3\delta+$$
$$+\rho^2\mu^3\nu^2\delta\left\{3\binom{n}{3}-\frac{1}{2}\binom{r}{2}-r\binom{n}{2}+rn\right\},$$

ossia:

$$\rho\mu\delta\beta_{211}(n,r)=c\rho\mu\delta\left(n-\frac{3}{4}\,r\right)+12r\binom{n-2}{2}+$$
$$+12\binom{n}{3}-2\binom{r}{2}-4r\binom{n}{2}+4rn.$$

E siccome:

$$\rho\mu\delta\beta_{211}(2,2)=0=\frac{1}{2}\,c\rho\mu\delta+6,\quad \text{ossia:}\quad c\rho\mu\delta=-12,$$

sarà:

$$\rho\mu\delta\beta_{211}(n,r)=12\binom{n}{3}+12r\binom{n-2}{2}-2\binom{r}{2}-4r\binom{n}{2}+$$
$$+4rn-12n+9r.$$

Se ne deduce che:

$$\rho^2\mu\beta_{211}(n,r)=12\binom{n}{3}+12r\binom{n-2}{2}-12n-4r\binom{n}{2}+4rn-2\binom{r}{2}+9r.$$

E infine trovasi direttamente:

$$\rho\mu^2\beta_{211}(n,r)=2r\binom{n-2}{2}.$$

È utile osservare che le espressioni da noi dedotte in questo n° di $\rho^3\beta_{211}(n,r)$, $\rho^2\mu\beta_{211}(n,r)$ e $\rho\mu^2\beta_{211}(n,r)$, coincidono con quelle che si otterrebbero dalla (4) sopprimendo nei due membri il fattore ν comune a tutti i termini, e moltiplicando dipoi rispet-

tivamente per ρ^3, $\rho^2\mu$, $\rho\mu^2$. — Siccome una condizione algebrica qualsiasi z (tripla) si può esprimere con un polinomio omogeneo del 3° ordine in ρ, μ, ν (*), potremo dire che il prodotto $z\beta_{211}(n,r)$ si ottiene in ogni caso sopprimendo il fattore ν nella (4) e moltiplicandone i due membri per z. E dunque potremo addirittura scrivere:

$$(4') \quad \beta_{211}(n,r) = \frac{1}{2} r\rho\mu\nu^3\binom{n-2}{2} + \rho\mu^2\nu^2\left\{3\binom{n}{3} - 3n - r\binom{n}{2} + \right.$$
$$\left. + rn - \frac{1}{2}\binom{r}{2} + \frac{9}{4}r\right\} + \rho\mu^3\nu\left\{2\binom{r}{2} - 18r + 2rn + 12n\right\} +$$
$$+ \mu^3\nu^2\left\{6n - 6\binom{n}{3} + 4nr - 15r\right\}.$$

6. — La condizione $\beta_{21111}(n,r)$ soddisfa all'equazione funzionale:

$$\beta_{21111}(n+n',r+r') = \beta_{21111}(n,r) + \beta_{21111}(n',r') + \beta_2(n,r)\,\alpha_4(n',r') +$$
$$+ \beta_2(n',r')\,\alpha_4(n,r) + \beta_{21}(n,r)\,\alpha_3(n',r') + \beta_{21}(n',r')\,\alpha_3(n,r) +$$
$$+ \beta_{211}(n,r)\,\alpha_2(n',r') + \beta_{211}(n',r')\,\alpha_2(n,r) + \beta_{2111}(n,r)\,n'\nu +$$
$$+ \beta_{2111}(n',r')\,n\nu,$$

dalla quale:

$$\beta_{21111}(n,r) = cn + c_1 r + \beta_2(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_4(n-i,0) + \alpha_4(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_2(n-i,0) +$$
$$+ \beta_{21}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_3(n-i,0) + \alpha_3(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{21}(n-i,0) + \beta_{211}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_2(n-i,0) +$$
$$+ \alpha_2(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{211}(n-i,0) + \beta_{2111}(1,0)\,\nu\sum_1^{n-1}(n-i) + \nu\sum_1^{n-1}\beta_{2111}(n-i,0) +$$
$$+ \beta_2(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_4(0,r-i) + \alpha_4(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_2(0,r-i) + \beta_{21}(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_3(0,r-i) +$$
$$+ \alpha_3(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{21}(0,r-i) + \beta_{211}(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_2(0,r-i) + \alpha_2(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{211}(0,r-i) +$$
$$+ \beta_2(0,r)\,\alpha_4(n,0) + \alpha_4(0,r)\,\beta_2(n,0) + \beta_{21}(0,r)\,\alpha_3(n,0) +$$
$$+ \beta_{21}(n,0)\alpha_3(0,r) + \beta_{211}(n,0)\alpha_2(0,r) + \beta_{211}(0,r)\alpha_2(n,0) + \beta_{2111}(0,r)\,n\nu.$$

(*) Cfr. HALPHEN, *Mémoire sur la détermination des coniques et des surfaces du 2nd ordre* (Bulletin de la Société Math. de France, t. II, 1874).

In virtù delle (1), (2), (4), (5) di questa Nota e delle (1), (2), (3), (5) della N., si ha:

$$\beta_{2111}(n,r) = cn + c_1 r + \rho\mu\nu^5 \left\{ \frac{1}{2} r \binom{n}{4} - r \binom{n}{3} + \frac{3}{2} r \binom{n}{2} - 2rn \right\} +$$
$$+ \rho\mu^2\nu^4 \left\{ 5 \binom{n}{5} - 9 \binom{n}{3} + 16 \binom{n}{2} - 5 \binom{r}{2} - r \binom{n}{4} + r \binom{n}{3} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2} \binom{r}{2} \binom{n}{2} + \frac{9}{4} r \binom{n}{2} + 2n \binom{r}{2} - 11rn \right\} + \rho\mu^3\nu^3 \left\{ 36 \binom{n}{3} - \right.$$
$$- 72 \binom{n}{2} + \frac{3}{8} \binom{r}{3} + \frac{133}{8} \binom{r}{2} + 2r \binom{n}{3} + 2 \binom{r}{2} \binom{n}{2} - 18r \binom{n}{2} +$$
$$\left. + \frac{123}{2} rn - 8n \binom{r}{2} \right\} + \mu^3\nu^4 \left\{ 18 \binom{n}{3} - 10 \binom{n}{5} - 32 \binom{n}{2} + \right.$$
$$\left. + 4r \binom{n}{3} - 15r \binom{n}{2} + 36rn \right\}.$$

D'altronde:

$$\beta_{2111}(2,2) = 0 = 2c + 2c_1 - 5\rho\mu\nu^5 - 25\rho\mu^2\nu^4 + \frac{1125}{8}\rho\mu^3\nu^3 + 82\mu^3\nu^4,$$
$$\beta_{2111}(3,4) = 0 = 3c + 4c_1 - 10\rho\mu\nu^5 - 65\rho\mu^2\nu^4 + \frac{1373}{4}\rho\mu^3\nu^3 + 190\mu^3\nu^4,$$

donde:

$$c = -15\rho\mu^2\nu^4 + 62\rho\mu^3\nu^3 + 26\mu^3\nu^4,$$
$$c_1 = \frac{5}{2}\rho\mu\nu^5 + \frac{55}{2}\rho\mu^2\nu^4 - \frac{2117}{16}\rho\mu^3\nu^3 - 67\mu^3\nu^4,$$

(6) $$\beta_{2111}(n,r) = \frac{1}{2} r \binom{n-2}{4} \rho\mu\nu^5 + \rho\mu^2\nu^4 \left\{ 5 \binom{n}{5} - 9 \binom{n}{3} + \right.$$
$$+ 16 \binom{n}{2} - 15n - r \binom{n}{4} + r \binom{n}{3} + \frac{9}{4} r \binom{n}{2} - \frac{1}{2} \binom{r}{2} \binom{n}{2} +$$
$$\left. + 2n \binom{r}{2} - 11rn - 5 \binom{r}{2} + \frac{55}{2} r \right\} + \rho\mu^3\nu^3 \left\{ 36 \binom{n}{3} - 72 \binom{n}{2} + \right.$$
$$+ 62n + 2r \binom{n}{3} - 18r \binom{n}{2} + \frac{123}{2} rn + 2 \binom{r}{2} \binom{n}{2} - 8n \binom{r}{2} +$$
$$\left. + \frac{3}{8} \binom{r}{3} + \frac{133}{8} \binom{r}{2} - \frac{2117}{16} r \right\} + \mu^3\nu^4 \left\{ 18 \binom{n}{3} - 10 \binom{n}{5} - \right.$$
$$\left. - 32 \binom{n}{2} + 26n + 4r \binom{n}{3} - 15r \binom{n}{2} + 36rn - 67r \right\} \text{ (*)}.$$

(*) Dalla (6) rilevasi: $\beta_{2111}(4,6) = 2\mu^3\nu^4 - \rho\mu^3\nu^3$, la quale espressione è

7. — Calcoliamoci il numero delle coniche tangenti-cinque-secanti di una C_r^n. Questo numero soddisfa all'equazione funzionale:

$$\beta_{211111}(n+n',r+r') = \beta_{211111}(n,r) + \beta_{211111}(n',r') + \beta_2(n,r)\alpha_5(n',r') +$$
$$+ \beta_2(n',r')\alpha_5(n,r) + \beta_{21}(n,r)\alpha_4(n',r') + \beta_{21}(n',r')\alpha_4(n,r) +$$
$$+ \beta_{211}(n,r)\alpha_3(n',r') + \beta_{211}(n',r')\alpha_3(n,r) + \beta_{2111}(n,r)\alpha_2(n',r') +$$
$$+ \beta_{2111}(n',r')\alpha_2(n,r) + \beta_{21111}(n,r)n'\nu + \beta_{21111}(n',r')n\nu,$$

donde si trae:

$$\beta_{211111}(n,r) = cn + c_1 r + \beta_2(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_5(n-i,0) + \alpha_5(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_2(n-i,0) +$$
$$+ \beta_{21}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_4(n-i,0) + \alpha_4(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{21}(n-i,0) + \beta_{211}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_3(n-i,0) +$$
$$+ \alpha_3(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{211}(n-i,0) + \beta_{2111}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_2(n-i,0) +$$
$$+ \alpha_2(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{2111}(n-i,0) + \beta_{21111}(1,0)\nu\sum_1^{n-1}(n-i) + \nu\sum_1^{n-1}\beta_{21111}(n-i,0) +$$
$$+ \beta_2(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_5(0,r-i) + \alpha_5(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_2(0,r-i) + \beta_{21}(1,0)\sum_1^{r-1}\alpha_4(0,r-i) +$$
$$+ \alpha_4(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{21}(0,r-1) + \beta_{211}(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_3(0,r-i) + \alpha_3(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{211}(0,r-i) +$$
$$+ \beta_{2111}(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_2(0,r-i) + \alpha_2(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{2111}(0,r-i) + \beta_2(0,r)\alpha_5(n,0) +$$
$$+ \beta_2(n,0)\alpha_5(0,r) + \beta_{21}(0,r)\alpha_4(n,0) + \beta_{21}(n,0)\alpha_4(0,r) + \beta_{211}(0,r)\alpha_3(n,0) +$$
$$+ \beta_{211}(n,0)\alpha_3(0,r) + \beta_{2111}(0,r)\alpha_2(n,0) + \beta_{2111}(n,0)\alpha_3(0,r) + \beta_{21111}(0,r)n\nu,$$

dalla quale, profittando delle (1), (2), (4), (5), (6) di questa Nota, e delle (1), (2), (3), (5), (6) della N., dopo le sostituzioni e le riduzioni, si rileva:

---

identicamente nulla, come bisogna sia, giacchè dall'uguaglianza $\rho = 2\nu - 2\mu - \eta$, ove η denota la condizione perchè una conica degeneri in una retta doppia (ved. Schubert, pag. 92), moltiplicandone simbolicamente i due membri per $\mu^3\nu^3$ e osservando che i simboli $\mu^4\nu^3$ e $\eta\mu^3\nu^3$ son nulli, si trae $\rho\mu^3\nu^3 = 2\mu^3\nu^4$. Così dalla (6) segue $\beta_{21111}(4.8) = 8\mu^3\nu^4 - 4\rho\mu^3\nu^3$ che è pure identicamente zero.

$$\beta_{2111}(n,r)=cn+c_1r+\rho\mu\nu^6\left\{\frac{1}{2}r\binom{n}{5}-r\binom{n}{4}+\frac{3}{2}r\binom{n}{3}-2r\binom{n}{2}+\right.$$
$$\left.+\frac{5}{2}rn\right\}+\rho\mu^2\nu^5\left\{6\binom{n}{6}-12\binom{n}{4}+24\binom{n}{3}-30\binom{n}{2}+10\binom{r}{2}-\right.$$
$$-r\binom{n}{5}+r\binom{n}{4}-\frac{1}{2}\binom{r}{2}\binom{n}{3}+\frac{9}{4}r\binom{n}{3}+2\binom{r}{2}\binom{n}{2}-$$
$$\left.-11r\binom{n}{2}-5n\binom{r}{2}+\frac{55}{2}rn\right\}+\rho\mu^3\nu^4\left\{48\binom{n}{4}-108\binom{n}{3}+\right.$$
$$+124\binom{n}{2}-\frac{9}{4}\binom{r}{3}-\frac{79}{4}\binom{r}{2}+2r\binom{n}{4}-\frac{2237}{16}rn+2\binom{r}{2}\binom{n}{3}-$$
$$\left.-18r\binom{n}{3}-8\binom{r}{2}\binom{n}{2}+63r\binom{n}{2}+\frac{3}{8}n\binom{r}{3}+\frac{133}{8}n\binom{r}{2}\right\}+$$
$$+\mu^3\nu^5\left\{24\binom{n}{4}-12\binom{n}{6}-48\binom{n}{3}+52\binom{n}{2}+4r\binom{n}{4}-\right.$$
$$\left.-15r\binom{n}{3}+36r\binom{n}{2}-67rn\right\}.$$

E siccome:

$$\beta_{2111}(3,4)=0=3c+4c_1+12\rho\mu\nu^6+144\rho\mu^2\nu^5-\frac{1371}{2}\rho\mu^3\nu^4-324\mu^3\nu^5,$$
$$\beta_{2111}(4,6)=0=4c+6c_1+18\rho\mu\nu^6+228\rho\mu^2\nu^5-\frac{4245}{4}\rho\mu^3\nu^4-504\mu^3\nu^5,$$

sarà:

$$c=24\rho\mu^2\nu^5-66\rho\mu^3\nu^4-36\mu^3\nu^5,$$
$$c_1=-3\rho\mu\nu^6-54\rho\mu^2\nu^5+\frac{1767}{8}\rho\mu^3\nu^4+108\mu^3\nu^5.$$

Avremo dunque:

$$\beta_{2111}(n,r)=\frac{1}{2}r\binom{n-2}{5}\rho\mu\nu^6+\rho\mu^2\nu^5\left\{6\binom{n}{6}-12\binom{n}{4}+24\binom{n}{3}-\right.$$
$$-30\binom{n}{2}+24n+10\binom{r}{2}-r\binom{n}{5}+r\binom{n}{4}-\frac{1}{2}\binom{r}{2}\binom{n}{3}+$$
$$\left.+\frac{9}{4}r\binom{n}{3}+2\binom{r}{2}\binom{n}{2}-11r\binom{n}{2}-5n\binom{r}{2}+\frac{55}{2}rn-54r\right\}+$$
$$+\rho\mu^3\nu^4\left\{48\binom{n}{4}-108\binom{n}{3}+124\binom{n}{2}-\frac{9}{4}\binom{r}{3}-\frac{79}{4}\binom{r}{2}+\right.$$
$$+2r\binom{n}{4}-\frac{2237}{16}rn-66n+\frac{1767}{8}r+2\binom{r}{2}\binom{n}{3}-18r\binom{n}{3}-$$

$$-8\binom{r}{2}\binom{n}{2}+63r\binom{n}{2}+\frac{3}{8}n\binom{r}{3}+\frac{133}{8}n\binom{r}{2}\Big\}+\mu^3\nu^5\Big\{24\binom{n}{4}-$$

$$-12\binom{n}{6}-48\binom{n}{3}+52\binom{n}{2}-36n+4r\binom{n}{4}-15r\binom{n}{3}+$$

$$+36r\binom{n}{2}-67rn+108r\Big\}.$$

Giacchè:

$$\rho\mu\nu^6=52\,,\quad \rho\mu^2\nu^5=14\,,\quad \rho\mu^3\nu^4=2\,,\quad \mu^3\nu^5=1\ (*),$$

sostituendo e riducendo si avrà:

$$(7)\qquad \beta_{211111}(n,r)=72\binom{n}{6}-48\binom{n}{4}+72\binom{n}{3}-120\binom{n}{2}+$$

$$+168n-\frac{9}{2}\binom{r}{3}+\frac{201}{2}\binom{r}{2}-\frac{1449}{4}r+\frac{3}{4}\binom{r}{3}n-3\binom{r}{2}\binom{n}{3}+$$

$$+12\binom{r}{2}\binom{n}{2}-\frac{147}{4}\binom{r}{2}n+12r\binom{n}{5}-30r\binom{n}{4}+\frac{117}{2}r\binom{n}{3}-$$

$$-96r\binom{n}{2}+\frac{1347}{8}rn\ (*).$$

8. — Per esaurire il calcolo delle *condizioni irriducibili* che si presentano nel nostro problema, occorre esprimere in funzione di μ, ν, ρ:

$$\beta_{22}(n,r),\ \beta_{221}(n,r),\ \beta_{2211}(n',r').$$

Cominciamo dalla prima. — La condizione $\beta_{22}(n,r)$ soddisfa all'equazione:

$$\beta_{22}(n+n',\ r+r')=\beta_{22}(n,r)+\beta_{22}(n',r')+\beta_2(n,r)\,\beta_2(n',r'),$$

dalla quale, in virtù della (1) di questa Nota, si trae:

$$\beta_{22}(n,r)=cn+c_1r+\frac{1}{4}\binom{r}{2}\rho^2\mu^2\nu^2+\rho^2\mu^3\nu\Big\{\frac{1}{2}rn-\binom{r}{2}\Big\}.$$

(*) Cfr. Schubert, loc. cit., pag. 95.

(*) Per riprova si osservi che è:

$$\beta_{211111}(4,8)=\beta_{211111}(5,8)=\beta_{211111}(5,10)=\ldots=0.$$

Affine di poter determinare ambedue le costanti c e c_1 occorre calcolare il numero delle coniche di un sistema ∞^6 che sono bitangenti di una quartica gobba di prima specie. I piani delle coniche che si cercano saranno bitangenti della C_8^4, e quindi piani tangenti ad uno dei 4 coni quadrici del fascio di quadriche di cui la C_8^4 è curva base. Dunque il numero che vogliamo trovare sarà uguale al quadruplo del numero dei piani tangenti ad un dato cono quadrico Γ, tali che in ognuno giaccia una conica del dato sistema ∞^6, la quale tocchi un' altra quadrica data F nei punti d'incontro di questa con la generatrice di contatto di Γ col piano. Per calcolare quest'ultimo numero spezziamo Γ in un piano doppio π come luogo, e in due fasci di piani (aventi gli assi g_1 e g_2 sul piano π) come inviluppi. Troviamo subito che i piani cercati esistenti nel fascio (g_1) e diversi da π sono in numero di R^2; similmente dicasi per il fascio (g_2). Quanto poi al piano π bisogna cercare in esso una conica del sistema ∞^6, che sia bitangente ad una data conica f (la sezione di F), in modo che la corda di contatto passi per un dato punto O: il numero trovato si dovrà poi raddoppiare perchè π è doppio. Per avere questo numero supponiamo O su f, e, dopo aver separato nel nostro sistema ∞^6 una ∞^1 di coniche, imponendo la condizione $\mu^3 . \frac{1}{2} \nu\rho$ di giacere sul piano π e di toccare f in O, poniamo fra i punti di f una corrispondenza accoppiando due punti di essa quando sono le ulteriori intersezioni della f medesima, con una conica della ∞^1 nominata. Le $\mu^3 \nu^2 \rho$ coincidenze della corrispondenza si presentano nei punti di contatto ulteriore delle coniche che si cercano, e nei punti in cui le $\frac{1}{2}\mu^3\nu\rho\eta$ coniche della ∞^1 che son degenerate in una retta doppia, incontrano f fuori di O. Onde sarà:

$$\mu^3\nu^2\rho - \frac{1}{2}\mu^3\nu\rho\eta = \mu^3\nu^2\rho - \frac{1}{2}\mu^3\nu\rho(2\nu - 2\mu - \rho) = \frac{1}{2}\mu^3\nu\rho^2,$$

il numero di cui ultimamente ci occupavamo. Concludendo:

$$\beta_{22}(4,8) = 4.2R^2 + 4.2.\frac{1}{2}\mu^3\nu\rho^2 = 2\rho^2\mu^2\nu^2 - 4\rho^2\mu^3\nu.$$

Fra le due costanti c e c_1 noi abbiamo dunque le due equazioni:

$$\beta_{22}(3,4) = 0 = 3c + 4c_1 + \frac{3}{2}\rho^2\mu^2\nu^2$$

$$\beta_{22}(4,8) = 2\rho^2\mu^2\nu^2 - 4\rho^2\mu^3\nu = 4c + 8c_1 + 7\rho^2\mu^2\nu^2 - 12\rho^2\mu^3\nu\,,$$

donde:

$$c = \rho^2\mu^2\nu^2 - 4\rho^2\mu^3\nu,$$

$$c_1 = -\frac{9}{8}\rho^2\mu^2\nu^2 + 3\rho^2\mu^3\nu \text{ (*)}.$$

Quindi:

$$\text{(8)} \quad \beta_{22}(n,r) = \rho^2\mu^2\nu^2\left\{\frac{1}{4}\binom{r}{2} - \frac{9}{8}r + n\right\} + \rho^2\mu^3\nu\left\{\frac{1}{2}rn - \binom{r}{2} + \right.$$
$$\left. + 3r - 4n\right\} \text{ (**)}.$$

9. — La condizione $\beta_{221}(n, r)$ soddisfa all' equazione funzionale:

$$\beta_{221}(n+n', r+r') = \beta_{221}(n,r) + \beta_{221}(n', r') + \beta_2(n,r)\,\beta_{21}(n',r') +$$
$$+ \beta_2(n', r')\,\beta_{21}(n,r) + \beta_{22}(n,r)n'\nu + \beta_{22}(n', r')\,n\nu\,;$$

dalla quale:

$$\beta_{221}(n,r) = cn + c_1 r + \beta_2(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{21}(n-i,0) + \beta_{21}(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_2(n-i,0) +$$
$$+ \beta_{22}(1,0)\nu\sum_1^{n-1}(n-i) + \nu\sum_1^{n-1}\beta_{22}(n-i,0) + \beta_2(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{21}(0,r-i) +$$
$$+ \beta_{21}(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_2(0,r-i) + \beta_2(0,r)\beta_{21}(n,0) + \beta_2(n,0)\,\beta_{21}(0,r) + \beta_{22}(0,r)n\nu,$$

(*) Per determinare le due costanti c e c_1, io aveva usato di un metodo più lungo e meno agevole di quello esposto nel testo. La semplificazione mi fu suggerita dal prof. Segre, al quale è dovuto il calcolo di $\beta_{22}(4,8)$. Non ritengo sia inutile dar qui la più importante fra le formole che avevo trovato nella ricerca della espressione di $\beta_{22}(n, r)$ per una curva particolare: Il numero delle coniche di un sistema ∞^6 che toccano in due punti *distinti* una $C^n{}_r$ e una $C^{n'}{}_{r'}$ che abbiano un punto in comune è espresso da:

$$\frac{1}{4}rr'\mu^2\nu^2\rho^2 + \mu^3\nu\rho^2\left\{\frac{1}{2}(rn' + r'n) - rr' - 1\right\}.$$

(**) Per riprova si osservi che $P\beta_{22}(n, r)$ è uguale al numero delle bitangenti apparenti di una $C^n{}_r$, e la (8) precisamente dà:

$$P\beta_{22}(n,r) = 4n + \frac{r(r-10)}{2}.$$

e, in virtù delle formole (1), (2), (8) di questa Nota, si ha:

$$\beta_{221}(n,r) = cn + c_1 r + \rho^2\mu^2\nu^3 \left\{ \frac{1}{4} n \binom{r}{2} - \binom{r}{2} - \frac{9}{8} rn + 2\binom{n}{2} \right\} +$$
$$+ \rho^2\mu^3\nu^2 \left\{ 3\binom{r}{2} - n\binom{r}{2} + r\binom{n}{2} - rn - 8\binom{n}{2} + 3rn \right\}$$

Le costanti c e c_1 soddisfano alle equazioni:

$$\beta_{221}(2,2) = 0 = 2c + 2c_1 - 3\rho^2\mu^2\nu^3 + 3\rho^2\mu^3\nu^2$$
$$\beta_{221}(3,4) = 0 = 3c + 4c_1 - 9\rho^2\mu^2\nu^3 + 12\rho^2\mu^3\nu^2,$$

donde:

$$c = 6\rho^2\mu^3\nu^2 - 3\rho^2\mu^2\nu^3, \qquad c_1 = \frac{9}{2}\rho^2\mu^2\nu^3 - \frac{15}{2}\rho^2\mu^3\nu^2,$$

e quindi:

$$(9) \quad \beta_{221}(n,r) = \rho^2\mu^2\nu^3 \left\{ \frac{1}{4} n \binom{r}{2} - \binom{r}{2} - \frac{9}{8} rn + 2\binom{n}{2} - 3n + \right.$$
$$\left. + \frac{9}{2} r \right\} + \rho^2\mu^3\nu^2 \left\{ 3\binom{r}{2} - n\binom{r}{2} + r\binom{n}{2} - rn - 8\binom{n}{2} + \right.$$
$$\left. + 3rn + 6n - \frac{15}{2} r \right\} \text{ (*)}.$$

10. — Calcoliamo il numero $\beta_{2211}(n,r)$ delle coniche bitangenti-bisecanti di una C_r^n.

Esso soddisfa all'equazione funzionale:

$$\beta_{2211}(n+n',\, r+r') = \beta_{2211}(n,r) + \beta_{2211}(n'r') + \beta_{22}(n,r)\alpha_2(n',r') +$$
$$+ \beta_{22}(n',r')\alpha_2(n,r) + \beta_{221}(n,r)n'\nu + \beta_{221}(n',r')n\nu + \beta_2(n,r)\beta_{211}(n',r') +$$
$$+ \beta_2(n',r')\beta_{211}(n,r) + \beta_{21}(n,r)\beta_{21}(n'r'),$$

(*) Si ha evidentemente:

$$\mu\beta_{221}(n,r) = (n-4)\left\{ 4n + r\,\frac{(r-10)}{2} \right\},$$

e la (9) dà un risultato concordante. Inoltre è, come deve essere,

$$\beta_{221}(4,6) = \beta_{221}(4,8) = 0.$$

da cui:

$$\beta_{2211}(n,r) = cn + c_1 r + \beta_{22}(1,0)\sum_1^{n-1}\alpha_2(n-i,0) + \alpha_2(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{22}(n-i,0) +$$

$$+ \beta_{221}(1,0)\nu\sum_1^{n-1}(n-i) + \nu\sum_1^{n-1}\beta_{221}(n-i,0) + \beta_2(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{211}(n-i,0) +$$

$$+ \beta_{211}(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_2(n-i,0) + \beta_{21}(1,0)\sum_1^{n-1}\beta_{21}(n-i,0) + \beta_{22}(0,1)\sum_1^{r-1}\alpha_2(0,r-i) +$$

$$+ \alpha_2(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{22}(0,r-i) + \beta_2(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{211}(0,r-i) + \beta_{211}(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_2(0,r-i) +$$

$$+ \beta_{21}(0,1)\sum_1^{r-1}\beta_{21}(0,r-i) + \beta_{22}(0,r)\alpha_2(n,0) + \alpha_2(0,r)\beta_{22}(n,0) +$$

$$+ \beta_{221}(0,r)n\nu + \beta_2(0,r)\beta_{211}(n,0) + \beta_2(n,0)\beta_{211}(0,r) + \beta_{21}(0,r)\beta_{21}(n,0),$$

donde, in virtù delle formole (4), (8), (9) di questa Nota e della (2) della N., si trae:

$$\beta_{2211}(n,r) = cn + c_1 r + \rho^2\mu^2\nu^4\left\{3\binom{n}{3} - 6\binom{n}{2} + \frac{5}{2}\binom{r}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4}\binom{r}{2}\binom{n}{2} - \frac{9}{8}r\binom{n}{2} - n\binom{r}{2} + \frac{9}{2}rn\right\} + \rho^2\mu^3\nu^3\left\{12\binom{n}{2} - \right.$$

$$- 12\binom{n}{3} - \frac{13}{8}\binom{r}{2} - \binom{r}{2}\binom{n}{2} - \frac{3}{8}\binom{r}{3} + r\binom{n}{2} -$$

$$\left. - 8rn + 3n\binom{r}{2} + \frac{3}{2}r\binom{n}{3}\right\}.$$

Dalle equazioni:

$$\beta_{2211}(3,4) = 0 = 3c + 4c_1 + 27\rho^2\mu^2\nu^4 - \frac{117}{4}\rho^2\mu^3\nu^3,$$

$$\beta_{2211}(4,6) = 0 = 4c + 6c_1 + \frac{87}{2}\rho^2\mu^2\nu^4 - \frac{303}{8}\rho^2\mu^3\nu^3,$$

si rileva

$$c = 6\rho^2\mu^2\nu^4 + 12\rho^2\mu^3\nu^3, \quad c_1 = -\frac{45}{4}\rho^2\mu^2\nu^4 - \frac{27}{16}\rho^2\mu^3\nu^3;$$

e quindi:

$$\beta_{2211}(n,r) = \rho^2\mu^2\nu^4 \left\{ 3\binom{n}{3} - 6\binom{n}{2} + 6n + \frac{1}{4}\binom{r}{2}\binom{n}{2} - \right.$$

$$\left. - \frac{9}{8} r\binom{n}{2} + \frac{9}{2} rn - n\binom{r}{2} + \frac{5}{2}\binom{r}{2} - \frac{45}{4} r \right\} + \rho^2\mu^3\nu^3 \left\{ 12\binom{n}{2} - \right.$$

$$- 12\binom{n}{3} + 12n - \binom{r}{2}\binom{n}{2} + r\binom{n}{2} - 8rn + 3n\binom{r}{2} +$$

$$\left. + \frac{3}{2} r\binom{n}{3} - \frac{13}{8}\binom{r}{2} - \frac{3}{8}\binom{r}{3} - \frac{27}{16} r \right\}.$$

Siccome: $\rho^2\mu^2\nu^4 = 24$, $\rho^2\mu^3\nu^3 = 4$ (*), avremo:

$$(10) \quad \beta_{2211}(n,r) = 24\binom{n}{3} - 96\binom{n}{2} + 192n + 2\binom{r}{2}\binom{n}{2} - 23r\binom{n}{2} +$$

$$+ 76rn - 12n\binom{r}{2} + 6r\binom{n}{3} + \frac{107}{2}\binom{r}{2} - \frac{3}{2}\binom{r}{3} - \frac{1107}{4} r \ (**).$$

11. — Le formole date in questa Nota *servono a calcolare il numero delle coniche che soddisfano ad ogni condizione composta mediante condizioni di cui si conoscano le espressioni in funzione delle caratteristiche* ρ, μ, ν, *e mediante alcune delle condizioni* $\beta(n,r)$.

Così la (6) moltiplicata per ν dà l'ordine della superficie delle coniche tangenti-quadrisecanti di una C_r^n; il quale ordine viene espresso da:

$$\nu\beta_{21111}(n, r) = 60\binom{n}{5} - 36\binom{n}{3} + 48\binom{n}{2} - 60n + 12r\binom{n}{4} -$$

$$- 30r\binom{n}{3} + \frac{117}{2} r\binom{n}{2} - 3\binom{r}{2}\binom{n}{2} + 12n\binom{r}{2} - 99rn +$$

$$+ \frac{3}{4}\binom{r}{3} - \frac{147}{4}\binom{r}{2} + \frac{1467}{8} r.$$

La (5) moltiplicata per P dà l'ordine della congruenza delle coniche tangenti-trisecanti di una C_r^n; e precisamente si ha:

(*) Schubert, loc. cit., pag. 95.

(**) Per la verifica dei calcoli si osservi che è:

$$\beta_{2211}(4,8) = \beta_{2211}(5,8) = \beta_{2211}(5,10) = \beta_{2211}(5,12) = 0.$$

$$P\beta_{2111}(n,r) = 8\binom{n}{4} - 12\binom{n}{2} + 16n - 2r\binom{n}{3} + 5r\binom{n-2}{3} +$$

$$+ 2r\binom{n}{2} + \frac{9}{2}rn - 22r - n\binom{r}{2} + 4\binom{r}{2}.$$

La (9) moltiplicata per ν dà l'ordine della superficie delle coniche bitangenti-monosecanti di una C_r^n:

$$\nu\beta_{221}(n,r) = (n-4)\{3r(r-10) + 2n(r+4)\} +$$

$$+ 2(r-6)\{3r - n(r-2)\}.$$

Ecc., ecc.

Nel problema delle coniche secanti da me risoluto nella Nota citata, oltre alle condizioni irriducibili $\alpha_i(n,r)$, si presentano altre condizioni pure irriducibili. E sono le condizioni perchè una conica passi per un dato punto di una C_r^n e la k— sechi altrove ($k = 1,2,3,...,6$).

Il numero delle coniche di un dato complesso (∞^3) che passano per un dato punto di una C_r^n e si appoggiano ulteriormente ad essa, si ottiene subito osservando che le coniche del complesso per il dato punto, formano una superficie d'ordine $P\nu$, la quale ha in esso punto un punto multiplo secondo $P(\nu - \mu)$ e quindi le sue intersezioni con la curva fuori del punto singolare sono $Pn\nu - P(\nu - \mu)$.

Se ora vogliamo ottenere il numero x delle coniche di un sistema ∞^4 che passano per un punto fissato di una C_r^n e la bisecano altrove, aggregheremo alla nostra curva una conica (per la quale la condizione che si cerca di esprimere in generale è uguale a $3\mu^3\nu$) ed esprimeremo che il numero delle coniche del sistema ∞^4 che passano per un punto dato della curva complessiva e la bisecano altrove è lo stesso tanto se il punto fisso si assume sulla C_r^n, come sulla conica. Avremo l'equazione:

$$x + \{Pn\nu - P(\nu - \mu)\}\{2\nu + P\alpha_2(2,2)\} = 3\mu^3\nu + P(\nu + \mu)n\nu + P\alpha_2(n,r),$$

donde segue:

$$x = \mu\nu^2\binom{n-1}{2} - \mu^2\nu^2\left\{2\binom{n-1}{2} + \frac{1}{2}r - n + 1\right\} + \mu^3\nu\left\{2r - n + 1\right\}.$$

Trovata questa espressione, lo stesso concetto di aggregare alla C_r^n data una curva particolare (servirà sempre bene una cubica gobba), e di scrivere l'equazione che si ottiene dalla curva complessiva, si applichi *successivamente* per determinare le espressioni delle condizioni rimanenti. E un procedimento perfettamente analogo servirà pure per esprimere le condizioni analoghe a quelle ora esaminate, che si presentano nel problema dei contatti.

Arezzo, agosto 1900.

Il mio carissimo amico Dr. Alberto Tanturri mi ha comunicato, qualche giorno addietro, un modo semplice di presentare la formola delle coniche ottosecanti di una C_r^n (ved. la N. al n° 9). Dicendo p il genere della C_r^n si ha:

$$\alpha_8(n, 2(n+p-1)) = 92\binom{n-3}{8} + 206\binom{n-3}{7} + 150\binom{n-3}{6} +$$
$$+ 35\binom{n-3}{5} - 3\binom{n-3}{5}(n-3)p + \binom{n-5}{3}(n-3)\binom{p}{2} - \binom{n-6}{2}\binom{p}{3}.$$

A questa formola il Dr. Tanturri giunse con un particolare spezzamento della C_r^n.

Torino, Novembre 1900.

Contributo allo studio del reticolo delle linfoglandule.

Nota degli Studenti PIETRO SISTO ed EGIDIO MORANDI.

(Con una Tavola).

Intorno alla fine struttura del reticolo delle linfoglandule, così dei seni come della sostanza fondamentale dei noduli e dei cordoni linfatici, si mantenne sempre viva una discussione cui sono uniti i nomi degli istologi più eminenti del nostro tempo: Koelliker, His, Frey, Bizzozero, Ranvier, ecc., ecc.

Koelliker (1) descrivendo il reticolo della linfoglandula, distingue quello della sostanza propria da quello dei seni. Secondo l'A. il primo è formato da cellule anastomizzate fra di loro per mezzo dei loro prolungamenti, negli individui giovani, mentre negli adulti non presenta più che qua e là dei nuclei o delle traccie di nuclei, essendosi trasformato completamente in un reticolo di fibre sottili. L'A., mentre a questo reticolo dà il nome di connettivo reticolare, chiama tessuto citogeno tutto quel complesso di reticolo e di elementi linfoidi in esso contenuti, che costituisce la sostanza propria delle linfoglandule e di altri organi analoghi.

Il reticolo dei seni, pur essendo, secondo l'A., costituito in massima parte di cellule fusiformi, non manca di fibre connettive che percorrono trasversalmente il seno stesso.

His (2), applicando allo studio delle linfoglandule il metodo dello spennellamento, che prende il nome da lui, potè osservare il reticolo della linfoglandula privo di elementi mobili. Secondo His, il reticolo è dato da sole cellule anastomizzate per mezzo dei loro prolungamenti.

Frey (3) con metodi analoghi contemporaneamente ed indipendentemente da His, giunse pure a vedere un tessuto reticolare formato di fibre, le quali, presentando dei nuclei nei punti nodali, accuserebbero un' origine da cellule e quindi una costituzione a cellule del tessuto stesso.

Come chiaramente appare dalle conclusioni che abbiamo tentato di riassumere in poche parole, tutti questi autori considerano il reticolo di cellule capace di trasformarsi interamente in reticolo di fibre, per diretta modificazione del protoplasma. Per questo a noi pare di poter unire agli autori citati anche il Cadiat (4) e Pouchet et Tourneaux (5) i quali dicono essere il reticolo dei seni costituito da corpi fibroplastici, dimostrando così di accettare l'antica teoria di Schwann secondo cui la fibra connettiva non sarebbe che il prodotto di un processo di sfibrillatura avvenuto nel protoplasma di un elemento cellulare preesistente.

Il Lodi (6) cercando di confutare per quanto si riferisce al parenchima della linfoglandula, la teoria di Bizzozero e di Ranvier di cui tosto parleremo, deduce dai suoi studi che i primitivi corpuscoli stellati di connettivo che formano il reticolo del parenchima, invecchiando il tessuto, si diradano, si atrofizzano e non rimangono più che delle fibre rigonfiate. Adunque anche questo autore si accosterebbe alle vedute dei precedenti.

In termini presso a poco analoghi, si esprimono Leydig (7), Toldt (8), Krause (9), Orth (10), Schaefer (11), Gegenbaur (12), Schieferdecker (13), pei quali tutti, il reticolo, sia del parenchima che dei seni è dato da cellule unite per mezzo di vari prolungamenti.

Alla teoria sostenuta dagli autori cui abbiamo accennato, se ne oppone un'altra sostenuta da Bizzozero, Ranvier, ecc.

Già prima di loro Teodoro Schmidt (14) aveva osservato che nelle linfoglandule e nelle tonsille di varii animali le fibre più grandi costituenti il reticolo erano avviluppate da una sottile e membraniforme guaina. Ma colui che espose in modo chiaro e preciso la teoria cui accenneremo, fu Bizzozero (15).

Egli, studiando il reticolo dei seni ed in parte anche quello della sostanza propria su ganglii di cane, coniglio, vitello e di uomo, e servendosi all'uopo del metodo dello scuotimento in acqua delle sezioni, osservò che nei seni della sostanza corticale, il reticolo è dato da fibre le quali " partendo dalla superficie interna della capsula o delle trabecole, vanno, dopo un breve tragitto ad inserirsi sulla superficie delle ampolle „.

I seni nella sostanza corticale sono stretti, mentre quelli della sostanza midollare sono molto più ampi, cosicchè, dovendo

le fibre che partono dalle trabecole e si inseriscono sulla superficie dei cordoni midollari, essere molto più lunghe, esse formano, anastomizzandosi fra di loro, una rete molto intricata.

Gli elementi cellulari del reticolo, sempre secondo l'A., corti, con protoplasma grossolanamente granuloso nel cane, lunghissimi e fusiformi, con protoplasma finemente granuloso nell'uomo, tanto nei giovani che nei vecchi individui, sono molto numerosi, e vanno diminuendo sempre più in numero quanto più si prolunga lo scuotimento della sezione.

Da questo, Bizzozero, trae la conclusione che le cellule non sono poste nello spessore delle fibre, perchè non potrebbero essere rimosse senza lacerare le fibre e non sono sole a costituire il reticolo nè in grandi, nè in piccoli tratti, poichè tolte esse, dovrebbe scomparire il reticolo. L'A. dimostra ancora che nei seni le cellule sono o disposte in modo da abbracciare completamente la fibra su cui giacciono, oppure distese in una maglia del reticolo, attaccandosi coi margini alle fibre che delimitano la maglia stessa, otturandola completamente.

Quanto al reticolo della sostanza propria, i rapporti fra cellule e fibre sono gli stessi che quelli dei seni, cioè rapporti di contiguità e mai di continuità, ma nella sostanza propria, a differenza dei seni le cellule sono fornite di scarsissimo protoplasma, e si applicano sui punti nodali delle fibre del reticolo.

Quasi contemporaneamente, a risultati in buona parte simili. giunge Ranvier (16).

Secondo l'A. il reticolo è formato da fibre che anastomizzandosi fra di loro formano un complesso di maglie, più larghe nei seni, più strette nella sostanza propria. Queste fibre sono rivestite interamente da cellule endoteliali applicate su di esse ed in nessun luogo il reticolo è formato di sole cellule.

Quindi la differenza principale fra le opinioni di Bizzozero e di Ranvier, sta in ciò, che mentre il primo, appoggiato dal Löwit (17) oltre alle cellule applicate sulle fibre descrive delle cellule, più scarse però delle prime, inquadrate nelle maglie in cui son tese a guisa di velo, il secondo di queste non parla; inoltre, mentre il primo trova delle differenze tra le cellule del reticolo della sostanza propria e quello dei seni, il secondo trova una sola differenza nella grandezza delle maglie, più estese nei seni e meno nel parenchima ghiandolare.

I reperti di questi due autori vennero adottati quasi integralmente e confermati da Renaut (18), Hertwig (19), Klein (20), Stöhr (21).

Nel 1890 Hoyer (22) studiando le linfoglandule col metodo della digestione artificiale per mezzo della tripsina, ottiene di staccare le cellule dalle fibre del reticolo, dimostrando così come quelle siano solo applicate sopra di queste.

Carlier (23) parlando delle linfoglandule del riccio, conferma questa teoria.

Demoor (24) studiando il tessuto reticolato nei vari organi in cui esso è sparso, si occupò anche molto diffusamente del tessuto reticolato nelle linfoglandule, considerandole in animali di varia specie e di varia età.

Egli non ricorse ad alcun metodo artificiale per sbarazzare le maglie del reticolo dai leucociti, temendo di determinare delle alterazioni artificiali nei tessuti, ma solo agitava leggermente le sezioni nei varii passaggi cui si dovevano sottoporre, tra un liquido e l'altro. Però, siccome vide che, se il sistema era ottimo pei seni linfatici, non serviva che in minima parte per il parenchima, egli praticò ripetuti salassi sugli animali ottenendo così libero dagli elementi sanguigni il reticolo del parenchima. L' A. descrive separatamente il reticolo negli animali giunti presso a poco al loro completo sviluppo, nei neonati e nei vecchi.

Nei primi, secondo l'A. il reticolo, sia dei seni che della sostanza propria, è costituito da cellule anastomizzate per mezzo dei loro prolungamenti coi quali si attaccano alle trabecole, all'avventizia dei vasi ed alla capsula del ganglio, escludendo quindi che le cellule endoteliali o connettive siano applicate su di un reticolo di fibrille connettive.

Identica è la struttura del reticolo nei neonati, ma però il numero dei nuclei è maggiore, dal qual fatto l'A. trae la conseguenza che l'accrescimento del ganglio avvenga alle spese degli elementi cellulari, i quali si riprodurrebbero per scissione diretta dei nuclei delle cellule del reticolo, non avendo egli potuto trovare delle figure cariocinetiche.

A confermare questa sua opinione, egli dimostra come, provocando una forte anemia anche in animali adulti, il reticolo delle linfoglandule venga ad assumere la forma di quello dei neonati a molti nuclei in divisione diretta.

L'A. passa poi in esame le linfoglandule di un gatto di dodici anni dimostrandone l'ipertrofia del reticolo le cui cellule però conservano quasi integralmente i loro caratteri.

L'A. conclude: " Le tissu réticulé qui constitue la char-
" pente du ganglion est formé par une anastomose de cellules
" à caractères distinctifs; le système trabéculaire qui en résulte
" peut présenter à sa surface un revêtement de cellules endo-
" théliales.....

" La structure primitive du ganglion ne s'altère pas par
" les progrès de l'âge du point qu'on puisse la méconnaître ".

In questi ultimi tempi, si occupò ancora della questione Hoehl (25) il quale giunse a risultati opposti; di fatto, egli conclude:

" Die Bälkchen dieses Reticulum setzen sich zusammen aus
" einer Menge feinster, gleichstarker Fibrillen, die, theils in
" Strängen vereinigt, theils fächerförmig ausgebreitet, in eine
" homogene Grundsubstanz eingelagert erscheinen.....

" Die Bälkchen sind an manchen Stellen z. b. im Lym-
" phsinus mit Zellen bekleidet, die morphologisch und physio-
" logisch den Endotelien verwandt zu sein scheinen; an anderen
" Stellen tragen die Bälkchen keine specifische Zellverkleidung,
" sondern sind nackt; sie scheinen überall lediglich Stützappa-
" rate für das Parenchym der betreffenden Organe zu sein ".

Come appare dalla rapida rassegna che abbiamo fatte, le opinioni dei vari autori sopra un così discusso argomento, sono, ancora ai nostri giorni assai discordanti, anzi, spesso opposte fra di loro, e conducono perciò ad interpretazioni affatto diverse sul significato del connettivo delle linfoglandule.

Ond'è che noi per consiglio del nostro maestro, il chiarissimo Prof. Fusari, abbiamo iniziato una serie di ricerche sull'argomento, nella speranza che qualche nuovo fatto venisse a dare nuova luce ed a risolvere od almeno a far progredire l'intricata questione. E per evitare quanto più fosse possibile ogni causa di errore, abbiamo attinto il materiale di ricerca da numerosi animali di varie specie (cani, gatti, cavalli, conigli, vitelli, agnelli) e quello che più importa, delle più svariate età, procedendo dagli embrioni agli individui più vecchi. Inoltre, in

modo speciale abbiamo esaminate le linfoglandule umane, partendo da un *minimum* di quindici giorni di età ad un *maximum* di centocinque anni. Perciò, i reperti i cui risultati esporremo, pur trovando la conferma nelle osservazioni sui vari animali nominati, si riferiscono in massima parte all'uomo.

Siccome poi a nostro avviso le discordanze in cui furono indotti i vari osservatori, sono dovute al modo diverso di liberare le sezioni dagli elementi mobili, senza trascurare completamente i metodi dello spennellamento, dello scuotimento in acqua delle sezioni, della digestione colla tripsina, siamo ricorsi all'iniezione interstiziale del liquido di Renaut (*) la quale offre su tutti gli altri metodi parecchi vantaggi.

In una linfoglandula, il più possibile fresca, si introduce la punta di una siringa di Pravaz in modo che essa si mantenga immediatamente sotto la capsula, intaccando il meno possibile il parenchima dell' organo. Si inietta la miscela picro-osmio-argentica in modo che la pressione, non troppo forte affinchè non laceri gli elementi fissi, duri 1-2 minuti; la ghiandola, sotto la spinta del liquido, va tumefacendosi molto sensibilmente e ne esce dall'ilo un liquido lattiginoso, alquanto torbido, che l'esame microscopico dimostra contenere cellule linfoidi a nucleo molto grande ed a protoplasma ridottissimo. Le linfoglandule così trattate, possono venire incluse in paraffina dopo essere rimaste per qualche giorno in alcool comune onde ottenere un indurimento sufficiente ed una decolorazione completa dell'acido picrico usato nell'iniezione.

Questo metodo, presenta sugli altri dei vantaggi notevoli, perchè la sua giusta applicazione concede di allontanare i soli elementi mobili senza intaccare affatto quelli fissi, specialmente nei seni, tanto periferici quanto midollari; d'altra parte, mentre

---

(*) Liquido di Renaut:

Soluzione A	Soluzione acquosa satura di acido picrico in acqua distillata	ccm. 80
	Soluzione acquosa di acido osmico 1 % . .	„ 20

Questa soluzione può essere conservata per qualche tempo all' oscuro Al momento di fare l'iniezione si aggiunge il nitrato d'argento 1 % nelle proporzioni:

Soluzione A	parti 4
Nitrato d'argento 1 % . .	„ 1

l'acido osmico provvede ad una rapida fissazione degli elementi, che non possono più alterarsi, il nitrato d'argento, precipitando sulla sostanza cementante delle cellule endoteliali, ne disegna con linee nere i contorni.

Altra causa di errori potevano essere le colorazioni, di cui, alcune mettevano in risalto le sole cellule, altre, le sole fibre. Per questo, noi, oltre alle comuni colorazioni con carmino, ematosilina, eosina, orange, safranina, vesuvina ed alle colorazioni specifiche di Van-Gieson, di Biondi-Ehrlich-Heidenhein, di Unna-Tänzer-Livini, Martinotti, ecc., abbiamo creduto bene di servirci di un metodo recentemente scoperto dall'Hansen (*), il quale permette di distinguere nel tessuto connettivo le fibre dagli elementi cellulari.

A questo scopo, le sottili sezioni di linfoglandule, vengono immerse nel liquido di Hansen per un tempo assai vario, da due minuti a ventiquattro ore.

Le fibre connettive rimangono colorate in rosso amaranto, le cellule connettive in giallo pallido, gli altri elementi in giallo più cupo.

Nel consultare numerosi trattati e lavori particolari su questo argomento, abbiamo osservato come fra gli autori, alcuni non parlino affatto dell'esistenza e disposizione delle fibre elastiche nelle ghiandole linfatiche [Henle (26), Pouchet et Tourneaux (27), Cadiat (28), Koelliker (29), Stöhr (30)], altri ne facciano appena cenno e solo per quanto riguarda la capsula, trascurando affatto le trabecole [Frey (31), Duval (32), Ranvier (33), Renaut (34), Schenk (35)].

Nel recente lavoro di Hoehl (36) si parla di fibre elastiche, ma le conclusioni sono tali da lasciare molti punti oscuri spe-

---

(*) Liquido di Hansen:

Soluzione acquosa satura di acido picrico . .	ccm.	100
Soluzione acquosa di fucsina acida 2 % . .	„	5

Al momento di servirsi di questa miscela, che va conservata all'oscuro, si aggiunge a 9 ccm. di essa una goccia di acido acetico in soluzione acquosa al 2 %. La sezione, colorata in un tempo che varia da 2 minuti a parecchie ore, indifferentemente, viene lavata in acqua distillata, poi passata in 3 ccm. d'acqua distillata addizionati a 2 gocce della soluzione colorante. Si chiude in balsamo dopo i soliti passaggi.

cialmente per quanto riguarda le trasformazioni che il tessuto elastico subisce nelle linfoglandule nelle varie età.

Infatti l'A. trae riguardo alle fibre elastiche questa sola conclusione:

" Die feineren Bälkchen werden durch elastische Fasern " spiralig umwunden, während die Trabekel die elastischen Fasern " zu Strängen vereinigt in ihrem Inneren erkennen lassen ".

Per questa ragione noi ci siamo anche occupati, sebbene in piccola parte della distribuzione del tessuto elastico nelle linfoglandule, servendoci a tal uopo del metodo specifico di Unna-Tänzer colla modificazione del Livini.

Diamo ora i risultati ottenuti dalle nostre osservazioni, e siccome questi variano a seconda dell'età degli individui a cui appartenevano le linfoglandule esaminate, così noi li distribuiremo in varii paragrafi a seconda dell'età, e dopo cercheremo di raggruppare le singole osservazioni in modo da ricavarne delle conclusioni generali.

Individui neonati (fig. 1-8).

Tanto nei seni che nella sostanza propria il reticolo è formato di fibre (1) e di cellule (2).

1) Le fibre o isolate, o riunite in fascetti sempre assai tenui si staccano dalla capsula e dalle trabecole per i seni periferici, soltanto dalle trabecole per quelli midollari: esse mantengono un decorso regolare e si ramificano anastomizzandosi fra di loro. Dopo aver attraversato il seno, in parte si arrestano sulla superficie delle ampolle, in parte la attraversano e mantenendo un decorso rettilineo penetrano nel parenchima di cui con le loro ramificazioni contribuiscono a formare il reticolo (fig. 7). Nella sostanza propria le fibre si originano dalle trabecole e dalla tonaca connettiva dei vasi (fig. 8). Esse sono spesso riunite in fascetti molto tenui i quali si ramificano variamente anastomizzandosi e fra di loro e con quelle fibre che abbiamo detto provenire dai seni.

Quindi, tanto nei seni che nella sostanza propria, le fibre formano un reticolo a maglie piuttosto ampie e capaci di contenere in una media dal più al meno approssimativa una trentina di linfociti.

Tali fibre incrociandosi a costituire le maglie dànno luogo a rigonfiamenti, che indubbiamente sono proprii delle fibre perchè come queste sono colorati intensamente in rosso dalla colorazione dell'Hansen.

Il reticolo così descritto non pare che occupi costantemente tutta la ghiandola, ma si palesa distintamente solo in alcune parti, mentre in altre abbastanza estese ancora non ve n'è traccia.

2) Il reticolo di cellule è dato da elementi numerosi e molto grandi. La loro forma, assai varia, può essere schematicamente ridotta al tipo stellato colle sue molteplici modificazioni. Delle cellule alcune presentano una forma triangolare, altre poligonale e portano rispettivamente tre o più prolungamenti, alcuni molto tenui e lunghi, altri grossi e brevi, costituiti da un protoplasma affatto identico a quello del corpo della cellula, altri sono simili a vere espansioni membraniformi e sono alla lor volta suddivisi in più minuti prolungamenti, pochissime sono fusiformi.

Il protoplasma, sebbene grossolanamente granuloso è quasi trasparente in causa della forma appiattita del corpo cellulare, i cui contorni pur essendo esilissimi, sono assai netti e regolari. Il nucleo ha una forma più o meno regolarmente ovale, a contorni ben delineati, con dei punti più oscuri che sembrano essere nucleoli, in numero di uno o due.

Le cellule contraggono fra di loro degli intimi rapporti per mezzo delle loro espansioni membraniformi, e per mezzo di tali anastomosi protoplasmatiche determinano spesso una rete a trabecole molto tenui, massime in quei punti in cui tali anastomosi divengono filiformi. Le espansioni membraniformi, assumono talvolta tali dimensioni da indurre a credere che le due cellule unite per mezzo di esse siano una cellula sola.

Le cellule si attaccano alla faccia interna della capsula, alle trabecole ed alla superficie esterna dei vasi, considerate nei seni; alle trabecole ed alla superficie esterna dei vasi, considerate nella sostanza propria (fig. 7-8).

Il reticolo fatto dalle fibre e quello fatto dalle cellule, per tal modo sono distinti l'uno dall'altro, ma per altro non sono fra di loro indipendenti, contraendo essi mutui rapporti di contiguità.

In tesi generale il reticolo dato dalle cellule è appoggiato a quello fatto di fibre; tuttavia, degli spazi, notevoli per numero e per dimensioni, mancano di fibre ed appaiono completamente occupati dalla sola rete di cellule nelle cui maglie stanno i linfociti.

Una cellula può essere posta in modo che il suo corpo sia in tutta la sua lunghezza sovrapposto ad una fibra. È questo uno dei casi che s'incontra con maggior frequenza, ed allora, tutta la cellula appare come attraversata da una fibra, e diciamo appare, perchè in realtà cellula e fibra non sono fuse insieme, ma giacciono in piani diversi.

Anche i prolungamenti di una cellula possono sovrapporsi alla fibra ed accompagnarla per un certo tratto. Evidentemente, poichè ora consideriamo il caso in cui la fibra sia unica, uno o tutt'al più due di tali prolungamenti potranno seguire la fibra nel suo decorso, senza impedire che altri prolungamenti possano contrarre rapporti con cellule vicine, o con trabecole o con pareti vasali, insomma con qualunque altro elemento o tessuto fisso che si trovi nella regione considerata.

Altre volte si osserva, anzichè una fibra, un fascetto di fibre che si suddivide, in modo che la cellula pare applicata sopra un punto nodale. Le fibre che traggono origine da questa suddivisione possono dare appoggio ad uno o più prolungamenti della cellula stessa.

Un fatto identico si osserva, quando la cellula anzichè essere applicata sopra un fascetto di fibre nel punto in cui questo si sfiocca, giace invece sul punto d'incontro di due o più fibre che si anastomizzino.

Accenneremo ancora al caso in cui la cellula si appoggia con uno o due o più dei suoi margini alle fibre circostanti. Questo caso relativamente raro si può osservare nella fig. 6.

Questi sono i principali rapporti fra fibre e cellule che si possono notare tanto nel reticolo dei seni che in quello della sostanza propria.

Come già abbiamo detto più innanzi, in un recente e citato suo lavoro, il Demoor sostiene che il reticolo, così dei seni come della sostanza propria è dovuto esclusivamente ad elementi cellulari, senza che le fibre connettive vi abbiano alcuna parte. Infatti esaminando le figure riportate dall'A. abbiamo osservato

come queste cellule, le quali pure sono sia complessivamente, che separatamente affatto identiche a quelle che abbiamo osservate nei nostri preparati e di cui abbiamo dato minuta descrizione, costituiscano da sole le maglie del reticolo, e come di fibre non vi sia la menoma traccia. Tali conclusioni dissentono completamente da quelle cui noi siamo giunti, e siccome l'A. dice di essersi servito della safranina come mezzo di colorazione, così noi crediamo probabile che la mancanza di una colorazione che permettesse di distinguere la fibra dalla cellula abbia tratto in errore il Demoor, facendo sì che egli interpretasse le fibre come alcune continuazioni di quei prolungamenti del corpo cellulare che si appoggiano sopra una fibra e l'accompagnano per un certo tratto. Quanto alle fibre elastiche, in tale età, non ne abbiamo vedute che di esilissime e tali da essere percettibili soltanto col mezzo di forti ingrandimenti nella capsula, mentre nelle trabecole non ne abbiamo trovato traccia, sebbene l'elegante e perfetta colorazione della tonaca elastica dei vasi, ci assicurasse della buona riuscita del metodo applicato.

Cosicchè a noi pare che nel caso di individui neonati non sia applicabile che in minima parte l'asserzione citata di Hoehl (pag. 8).

Individui adulti (fig. 9-14).

Il reticolo è ancora formato tanto nei seni che nella sostanza propria da fibre (1) e da cellule (2).

1) Le fibre sono abbondanti ed ingrossate, raramente decorrono uniche, spesso stanno riunite in fascetti che si rivelano per la presenza di una striatura longitudinale.

Queste fibre si originano sia isolatamente dalla capsula, dalle trabecole, o dalla tonaca esterna dei vasi, oppure sembrano formate dalla graduale scomposizione delle trabecole.

Siccome questo secondo caso va prevalendo sul primo, ne viene di conseguenza che il reticolo fibroso è più ricco nei seni e nei cordoni della zona midollare dove vanno a sfioccarsi in prevalenza le trabecole, che nei seni e nei noduli della zona corticale, dove le trabecole e la capsula non mandano altro che esili diramazioni.

2) Gli elementi cellulari conservano una forma presso a poco uguale a quella descritta a proposito dei neonati, ma col

crescere dell'età sono diminuiti tanto di numero che di dimensioni. In ganglii presi da un individuo di 25 anni noi li trovammo già piccolissimi e poco numerosi.

Essendo adunque aumentate le fibre e contemporaneamente diminuite le cellule, sia in grandezza che in numero, i rapporti che abbiamo descritti nei neonati fra cellule e fibre, che anche negli adulti sono di sola contiguità, sono meno intimi. In alcuni casi le cellule sono tanto ridotte, che applicandosi sui punti nodali delle fibre, appaiono come nuclei circondati da un sottilissimo strato di protoplasma, cosicchè facilmente si comprende, come alcuni autori, in tempi in cui non erano ancora conosciuti od adottati i metodi di cui disponiamo ora, credessero che i nuclei appartenessero alle fibre e si trovassero nei punti nodali di queste.

Il Bizzozero, nel suo citato lavoro, ripete a proposito dell'uomo le conclusioni ricavate dallo studio condotto su ganglii di altri animali, e dice " le cellule si applicano in doppio modo sul reticolo; circondano cioè col loro protoplasma una fibra e le sue diramazioni ovvero stanno distese sotto forma di sottile piastrina in una maglia del reticolo „. Noi, abbiamo potuto pienamente confermare il fatto che le cellule stanno applicate sulle fibre e che fra cellule e fibre non esistono che rapporti di contiguità, e mai di continuità, mentre abbiamo notato solo in rarissimi casi e solo nel cane che una cellula può avvolgere a guisa di manicotto una fibra, e non siamo riusciti a vedere degli elementi appiattiti incorniciati dalle fibre costituenti una maglia in modo da riempirla totalmente. Ma in considerazione del metodo da noi usato non possiamo escludere la presenza di questi ultimi elementi perchè la corrente dell' iniezione praticata nei ganglii avrebbe potuto agire trascinandoli via. I preparati da noi ottenuti servendoci di ganglii di individui adulti, presentano, come noi abbiamo detto diggià, un numero assai ridotto di cellule, ond'è che in questo i nostri risultati non concorderebbero esattamente con quelli del Bizzozero che parla di cellule numerosissime.

Ancora noi ci discostiamo alquanto dal Bizzozero nell'interpretazione del reticolo: l'A. dopo di aver descritto minutamente le particolarità degli elementi che " numerosissimi anche negli adulti e nei vecchi..... occupano gran parte delle

maglie del reticolo „ osserva che “ continuando lo scuotimento il loro numero va sempre più diminuendo sicchè alla fine si arriva al punto che il reticolo ne riesce perfettamente privo „. Dunque l'A. per reticolo intende quel complesso che risulta dall'incrociarsi delle fibre indipendentemente dalla presenza o meno delle cellule, le quali come egli stesso dice, “ non sono parte integrante del reticolo stesso „. Infatti, soggiunge “ se cellule anastomizzate fra di loro costituissero dei tratti più o meno grandi di reticolo, esse non potrebbero venire allontanate senza contemporanea scomparsa del reticolo da esse costituito. Invece nel fatto si osserva che esse possono venire tolte senza che l'integrità del reticolo menomamente ne soffra „.

Noi invece dallo studio dei nostri preparati, siamo costretti ad ammettere, specialmente nei neonati, l'esistenza di un reticolo puramente cellulare ossia costituito da cellule anastomizzate variamente fra di loro nei modi che in altro paragrafo abbiamo descritto, reticolo nettamente distinto da quello costituito dalle fibre che alle cellule servono di sostegno.

Dunque, per noi, le cellule anastomizzandosi costituiscono dei tratti più o meno estesi di reticolo, e sono parte integrante del reticolo stesso, mentre il Bizzozero non ammette che le cellule abbiano alcun rapporto che le unisca fra di loro.

L'interpretazione del Bizzozero va probabilmente attribuita sia al metodo dello scuotimento in acqua capace per sè stesso di produrre delle alterazioni artificiali nelle sezioni da esaminarsi, sia al fatto che l'A. non potendo allora disporre di un metodo di colorazione specifico, fu costretto a servirsi dei soliti metodi comuni insufficienti a dimostrare nettamente quale parte spetti alle fibre e quale alle cellule, anche perchè la sola differenza nella rifrangenza non può far distinguere con certezza una fibra dai bordi di una cellula.

Quanto al Ranvier, mentre con lui concordiamo ammettendo che “ les noyaux ne sont pas situés dans l'epaisseur des travées “ du réticulum..... mais à leur surface et appartiennent à des cel- “ lules endothéliales „ non crediamo però che tali cellule “ se “ moulent exactement sur les fibres du réticulum „ come l'autore suppone.

Ben diversa dalle precedenti è l'asserzione del Demoor intorno alla struttura minuta del reticolo, poichè l'autore sostiene che

esso è formato esclusivamente da cellule che si anastomizzano per mezzo dei loro prolungamenti coi quali si attaccano alle trabecole, all'avventizia dei vasi ed alla capsula del ganglio. Dunque per l'A. il reticolo fatto di fibre non entra menomamente nella costituzione del ganglio. Anche a questa ipotesi noi siamo assolutamente contrari, tanto più che l'A. estende questa asserzione agli individui di ogni età.

Omettiamo per brevità di confrontare i nostri reperti con quelli ottenuti da tutti gli altri autori nominati, poichè tutti possono per qualche ragione aggregarsi ad uno di quelli ora citati.

Le fibre elastiche negli individui adulti sono più sviluppate che non negli individui neonati; inoltre, mentre in questi erano localizzate in alcuni pochi punti della capsula, in quelli oltre ad essere più abbondanti nella capsula stessa, senza formare in essa un vero strato differenziabile dagli altri, attraversano anche sotto forma di esili fibrille il seno periferico addentrandosi nei noduli, altre seguono lo stesso tragitto riunite con le fibre connettivali, altre penetrano nelle trabecole, che accompagnano nelle loro maggiori suddivisioni (fig. 16).

In generale però le fibre elastiche nelle linfoglandule degli adulti, anche nei casi in cui appaiono abbondanti, sono riunite in fascetti assai esili.

Individui vecchi (fig. 15).

Il reticolo è fatto di fibre con qualche rarissima cellula.

Le fibre connettive in generale formano grossi fasci, mostranti una striatura longitudinale. Analogamente a quanto avviene nei ganglii di individui giovani, le fibre, o meglio i fasci di fibre prendono origine dalla capsula che è essenzialmente fibrosa ed elastica e dalle trabecole. Anzi le trabecole molto grosse, dopo aver percorso trasversalmente piccola parte della zona corticale, si sfioccano tutto ad un tratto invadendo così la zona midollare e da questa estendendosi poi alla zona corticale, e questa invasione delle fibre va gradatamente aumentando col crescere dell'età; cosicchè in ganglii appartenenti ad una vecchia di 105 anni, nella sostanza midollare, non troviamo più elementi linfoidi ed il posto da essi prima occupato è riempito da grossi fasci di fibre. Queste intrecciandosi in tutte le direzioni

formano un ammasso in cui rimangono delle areole che vuote nei preparati in balsamo, appaiono nettamente aver contenuto delle cellule adipose.

Questo processo può estendersi anche a parte od a tutta la zona corticale, i follicoli allora divengono piccolissimi o scompaiono o sono ridotti a sottili benderelle in cui in mezzo a numerose fibre stanno degli scarsi linfociti.

Noi ci troviamo adunque di fronte ad un processo di atrofia della linfoglandula.

Nei ganglii linfatici di individui vecchi non si può più parlare di un reticolo fatto da cellule, poichè le cellule connettivali, sono ridotte ad un numero piccolissimo e ad una grandezza minima e vanno gradatamente scomparendo col progredire dell'età. Però nei casi in cui alcune cellule ancora sussistono, esse conservano la forma di quelle degli individui giovani, e gli stessi rapporti con le fibre di pura contiguità, applicandosi in prevalenza sui loro punti nodali. Però, ripetiamo, è raro che nei vecchi vi siano ancora delle cellule connettive. Anche senza che noi ripetiamo qui le conclusioni dei varii autori in proposito, si può facilmente comprendere come specialmente in questo ultimo caso dissentiamo radicalmente da essi, quando si rammentino le osservazioni di Bizzozero e di Ranvier che abbiamo citate a proposito degli individui adulti e quando si pensi che il Demoor trae come conclusione del suo studio: " Le tissu " réticulé qui constitue la charpente du ganglion, est formé par " une anastomose de cellules... La structure primitive du ganglion " ne s'altère pas par les progrés de l'âge du point qu'on puisse la méconnaître ".

Il tessuto elastico (fig. 17-18) va prendendo uno sviluppo sempre maggiore col crescere dell'età ed invade, non solo la capsula, ma tutta l'impalcatura fibrosa di cui costituisce buona parte. Nella capsula le fibre elastiche, spesso si riuniscono a formare dei veri strati alternati con gli altri, alle volte intrecciantisi variamente con questi a rendere più consistente l'involucro capsulare. Dalla capsula, fasci notevoli di fibre elastiche, penetrano nel ganglio od attraversando direttamente il seno periferico, oppure seguendo le trabecole, dividendosi come queste in fasci di minori dimensioni ed espandendosi in tutta l'impalcatura del ganglio. Negli individui più vecchi, concorrono insieme

con le altre fibre connettive ad operare la sostituzione descritta della sostanza propria della zona midollare con tessuto fibroso; e nei noduli residuali, intrecciandosi variamente formano un vero reticolo a maglie abbastanza strette in cui sono posti gli scarsi linfociti rimasti.

Vogliamo ancora, in difetto di un completo studio comparativo fra i varii animali, studio che sarebbe stato nostra intenzione di condurre a termine, dire incidentalmente come le cellule costituenti il reticolo abbiano delle dimensioni molto notevoli nel gatto, minori nel cane, minori ancora nell'uomo e questo nelle fasi più o meno corrispondenti di vita, e come si abbia quindi in un medesimo spazio nell'uomo un numero di cellule assai maggiore di quello che si può incontrare nel cane ed a più forte ragione nel gatto.

Di più le trabecole limitanti i follicoli sono nel cane assai più sottili che non nell'uomo.

CONCLUSIONI

La fine impalcatura della linfoglandula è data da due reti; una composta di fibre e l'altra di cellule.

La prima, ridottissima alla nascita si sviluppa assai rapidamente, e già notevole dopo pochi anni di vita, si fa più fitta e più robusta nell'adulto e continuando ad ipertrofizzarsi nella vecchiaia, viene per questo fatto a poco a poco a sostituire gli elementi funzionanti.

La seconda, che è certamente la prima a formarsi, appare alla nascita nel suo pieno sviluppo, e, ancora notevole durante i primi anni di vita, si riduce col crescere dell'età; si atrofizza coll'inizio della vecchiaia, e tende a scomparire col progredire di essa.

Cellule e fibre si mantengono costantemente in mutuo rapporto di contiguità e mai di continuità; il reticolo di cellule si appoggia sul reticolo formato dalle fibre.

Adunque le cellule connettive, dopo la comparsa delle fibre ed il loro sviluppo, a poco a poco si atrofizzano e scompaiono, forse perchè la loro presenza, atteso lo sviluppo della fibra, è divenuta inutile.

Quanto al tessuto elastico, esso come il tessuto fibroso va crescendo coll'età. Ciò vale anche a dimostrare come le fibre elastiche, dopo di essersi formate siano ancora capaci di crescere così in ispessore che in lunghezza; mentre quelle connettivali crescono rapidamente, finchè al loro sviluppo presiede la presenza delle cellule connettive, diminuendo queste, meno rapido si fa l'accrescimento delle fibre stesse.

Istituto di Anatomia Umana Normale
diretto dal Prof. R. Fusari.

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

1. Kœlliker, *Ueber den feineren Bau und die Functionen der Lymphdrüsen*, " Verandl. der physico-medical Gesellsch. zu Würzburg „, T. IV, 1854.
2. His, *Beiträge zur Kenntniss der zum Lymphsystem gehörigen Drüsen*, " Zeitschr. für Wissensch. Zoolog. „, Bd. XI, Heft 1.
3. Frey, *Traité d'Histologie*, trad. francese, pag. 491 e segg., 1877.
4. Cadiat, *Leçons d'Anatomie générale*, pag. 139 e seg. Paris, 1878.
5. Pouchet et Tourneaux, *Précis d'histologie humaine et d'histogénie*, pag. 282 e seg. Paris, 1878.
6. Lodi, *Struttura del reticolo del parenchima delle ghiandole linfatiche nell'uomo*, " Rivista clinica di Bologna „, pag. 349. Bologna, 1876.
7. Leydig, *Lehrbuch der Histologie des Menschen und der Thiere*, 1857.
8. Toldt, *Lehrbuch der Gewebelehre*, 1877.
9. Krause, *Allgemeine und Mikroskopische Anatomie*, 1876.
10. Orth, *Cursus der normalen Histologie*, 1878.
11. Schaefer, *Histology*, 1887.
12. Gegenbaur, *Traité d'Anatomie*, trad. par Julin. 1889.
13. Schieferdecker, *Die Gewebe des Menschlichen Körpers*, Bd. II, Abth. I.
14. Schmidt, " Zeitschrift für wissenschaft. Zoologie „, Bd. XIII, S. 274.
15. Bizzozero, *Sulla struttura delle ghiandole linfatiche*, " Giornale della R. Accad. di Medicina di Torino „, Anno XXXVI, N. 5, Torino, 1873.
16. Ranvier, *Traité technique d'Histologie*, pag. 669 e segg. Paris, 1875.
17. Löwit, *Die Anordnung von Leucoblasten und Erytroblasten in den Blutzellenbildenden Organen*, " Arch. für Mikr. Anat. „, Bd. 38.
18. Renaut, *Traité d'Histologie pratique*. Paris, 1893.
19. Hertwig, *Die Lymphoiden Drüsen auf der Oberfläche des Stöhrherzen*, " Archiv für Mikroskop. Anatomie „, Bd. 9, 162-79.
20. Klein, *Nouveaux Éléments d'Histologie*, trad. par G. Variot. Paris, 1885.
21. Stöhr, *Istituzione di istologia e di anatomia microscopica dell'uomo*. Trad. ital. Napoli, 1887.
22. Hoyer, *Beiträge zur Kenntniss der Lymphdrüsen*, " Arch. für Mikroskop. Anatomie „, Bd. XXXIV, S. 208.

23. Carlier, *Contributions to the Histology of the hedgehod*, " Journal of Anatomy and Physiology normal and pathological ", Vol. XXXVII, pag. 354, 1893.
24. Demoor, *Recherches sur la structure du tissu réticulé*, " Arch. de Biol. ", Tome XIII, 1895.
25. Hoehl, *Zur Histologie des adenoiden Gewebes*, " Arch. für Anatomie und entwickelungsgeschichte ", 1897.
26. Henle. *Trattato di anatomia generale*, trad. italiana, T. II. 1845.
27. Pouchet et Tourneaux, loc. cit.
28. Cadiat, loc. cit.
29. Kœlliker, loc. cit.
30. Stöhr, loc. cit.
31. Frey, loc. cit.
32. Duval, *Précis d'Histologie*. Paris, 1897.
33. Ranvier, loc. cit.
34. Renaut, loc. cit.
35. Schenk, *Elementi d'istologia normale dell'uomo*, trad. italiana.
36. Hoehl, loc. cit.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Figure 1-2-3-4-5. — Sezioni di linfoglandule di cane neonato iniettate con liquido di Renaut e colorate con metodo Hansen — Seni midollari — Reticolo formato di cellule anastomizzate appoggiato sul reticolo di fibre — A cellule, B fibre, T trabecole — Microscopio Koristka — Obiett. 8*, oculare 3.

Figura 6. — Sezione di linfoglandula di gatto neonato iniettata e colorata come sopra — Seno midollare — Reticolo di cellule anastomizzate applicate sulle fibre — A cellule, B fibre — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figura 7. — Sezione di linfoglandula di gatto neonato, trattata come sopra — Seno linfatico periferico — A cellule, B fibre, C capsula — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figura 8. — Sezione di linfoglandula di gatto neonato trattata come sopra — (V) vaso, da cui si staccano (B) fibre, su cui si appoggiano (A) le cellule — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figura 9. — Sezione di linfoglandula di uomo di anni 22 iniettata ecc. — Seno linfatico periferico A cellule, B fibre, C capsula — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figure 10-11-12. — Sezioni di linfoglandule di cane adulto trattate come sopra — Seno periferico A cellule, B fibre, C capsula — Microscopio Koristka — Obiett. 8*, ocul. 3.

Figura 13. — Sezione di linfoglandula di uomo di anni 24 trattata come sopra — A cellule, B fibre — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figura 14. — Sezione di linfoglandula di uomo di anni 32 trattato come sopra — Seno periferico A cellule, B fibre, C capsula — Microscopio Zeiss — Obiett. E, oculare 3.

Figura 15. — Sezione di linfoglandula di uomo di anni 70 trattata come sopra — C capsula, B fibre, N noduli — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figura 16. — Sezione di linfoglandula di uomo di anni 25 iniettata come sopra e oclorata col metodo Unna-Tänzer-Livini ed Ematosilina — C capsula, F fibre elastiche, S seno periferico, T trabecole, N noduli — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

Figura 17. — Sezione di linfoglandula di un individuo d'anni 70 iniezione come sopra — Unna-Tänzer-Livini — Ematosilina — C capsula, S seno periferico, T trabecole, F fibre elastiche, N noduli — Microscopio Zeiss — Obiett. C, ocul. 3.

Figura 18. — Sezione di linfoglandula di un individuo d'anni 105 trattata come la precedente — C capsula, S seno periferico, T trabecole, F fibre elastiche. — Microscopio Zeiss — Obiett. E, ocul. 3.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

P. SISTO e E. MORANDO - Contributo allo studio del reticolo delle linfoglandule.

Fig. 10

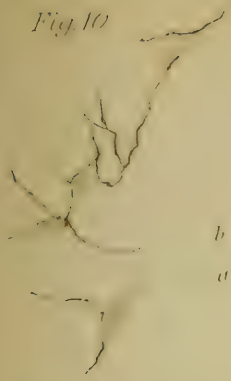


Fig. 11

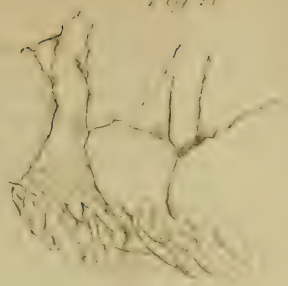


Fig. 14

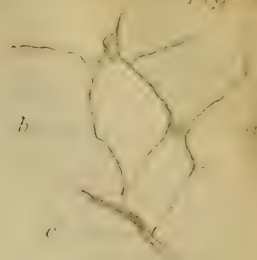


Fig. 15

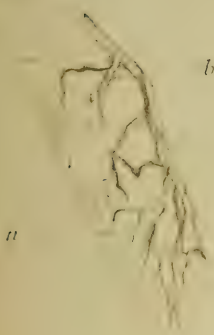


Fig. 18

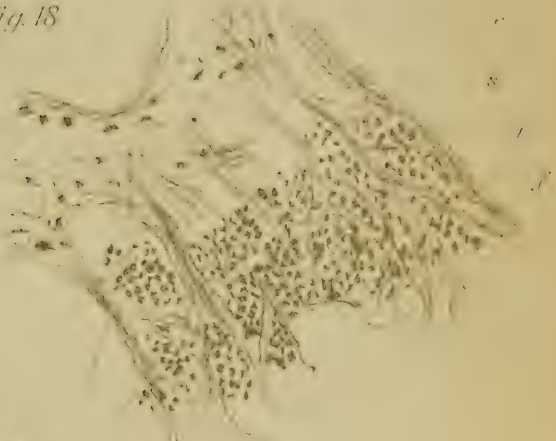


Fig. 12

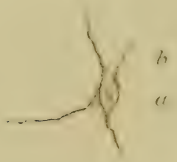


Fig. 13

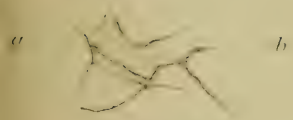
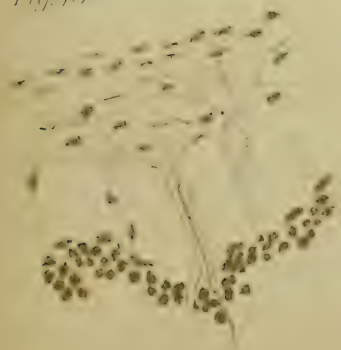


Fig. 17

Fig. 16



CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 25 Novembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Peyron, Direttore della Classe, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Cipolla, Brusa, Allievo, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 24 giugno 1900.

Il Presidente dà il benvenuto ai due nuovi Soci residenti, Giampietro Chironi e Fedele Savio, che intervengono per la prima volta alle tornate accademiche. Sono comunicate le lettere con cui essi ringraziano per la loro elezione a Soci.

Il Presidente comunica una lettera del Socio Cognetti de Martiis con la quale egli ringrazia i colleghi della Classe per le ripetute manifestazioni di benevolenza usategli durante la sua lunga malattia. Il Presidente ed i Soci si rallegrano col collega Cognetti per la ricuperata salute.

Viene presentata, a nome del prof. Pigorini, una seconda relazione, dettata dal prof. Luigi Savignone, sopra i lavori eseguiti dalla Missione archeologica italiana in Creta. La Classe ne prende atto e ringrazia.

È data lettura d'una lettera in data 10 luglio 1900 con cui il prof. Francesco L. Pullè invita l'Accademia nostra ad

aderire al Comitato internazionale che si propone di costituire un fondo per le scoperte archeologiche dell'India. La prima adunanza del Comitato internazionale deve esser avvenuta in Londra nel luglio scorso. Essendo in quel tempo l'Accademia in ferie, il Presidente non potè presentare allora la domanda del prof. Pullè alla Classe. Lo fa, pertanto, ora, e la Classe manifesta la sua simpatia all'impresa.

Il prof. Ettore Pais fa istanza all'Accademia perchè aderisca al Congresso internazionale di scienze storiche che si terrà in Roma nella primavera del 1902. Di codesto Congresso è letto il programma. — Si discute in vario senso dai Soci Cipolla, Pezzi, Ferrero, Manno, Brusa, Renier, e finalmente si vota a maggioranza la proposta di sospendere per ora ogni deliberazione, finchè non sia meglio determinato e particolareggiato il programma del Congresso.

Si passa alla presentazione dei libri.

Il Socio Brusa fa omaggio all'Accademia, da parte dell'autore, dei nove volumi di C. Tivaroni, *Storia del Risorgimento italiano,* Torino, Roux, 1888-1897.

Il Socio Manno offre la *Commemorazione del barone Gaudenzio Claretta* da lui dettata per la R. Deputazione di Storia patria.

Il Socio Ferrero presenta un opuscolo del sig. Domenico Tordi, *Il codice delle rime di Vittoria Colonna, appartenuto a Margherita d'Angoulême, scoperto ed illustrato,* Pistoia, 1900.

Tra le molte pubblicazioni pervenute all'Accademia, il Segretario segnala le seguenti:

1° *Commemorazione di S. M. Umberto I,* pronunciata dal Socio Boselli nel Consiglio Provinciale;

2° Il volume commemorativo del *350° Anniversario dell'Università di Messina,* pubblicato a cura di quell'Ateneo;

3° Una serie di opuscoli di soggetto geografico inviata dal Socio corrispondente G. Dalla Vedova;

4° L'opuscolo del Socio corrispondente A. De Nadaillac, *Les Chinois,* Paris, 1900;

5° Due opuscoli pubblicati a Calcutta dal Socio corrispondente S. M. Tagore.

Il Segretario inoltre rileva le copiose ed ottime pubblicazioni ricevute pei cambi recentemente conclusi con la Biblioteca Vaticana e con l'Istituto di esercitazioni nelle scienze giuridico-politiche della R. Università di Torino.

Per la inserzione negli *Atti* sono presentate le seguenti note:

1°, dal Socio Ferrero: Aristide Marre, *Madagascar et les Philippines, vocabulaire des principales racines malayo-polynésiennes;*

2°, dal Socio Pezzi: Attilio Levi, *Gradazione analogica;*

3°, dal Socio Peyron: Carlo E. Patrucco, *Una iscrizione inedita di Brunengo vescovo di Asti;*

4°, dal Socio Cipolla: Gaetano Da Re, *Uno Scaligero ignoto.*

Il Socio Cipolla offre pure, per l'inserzione negli *Atti*, la sua *Commemorazione del padre Luigi Tosti,* di cui la Classe gli diede incarico. Il Presidente lo ringrazia in nome della Classe.

All'ufficio della Segreteria accademica fu portato uno scritto del dott. Vittore Domenico Valla, *Note cronologiche sul Collegio Puteano in Pisa precedute da una biografia del Fondatore.* L'autore di questa monografia ne desidererebbe l'inserzione nelle *Memorie* accademiche. Il Socio Ferrero dà in proposito qualche spiegazione. Il Presidente designa a riferirne in una prossima seduta i Soci Ferrero, Cipolla e Savio.

LETTURE

Il P. Luigi Tosti e le sue relazioni col Piemonte.

Commemorazione letta dal Socio CARLO CIPOLLA.

Addì 24 settembre 1897, nella pace tranquilla di Montecassino, che fu così cara a Paolo Diacono, alla distanza di undici secoli, un altro storico benedettino, l'abate Luigi Tosti, chiuse la sua vita, ripiena di opere buone, e di studî proficui alla Fede e alla Scienza. Egli fu nostro Socio nazionale. È quindi doveroso che nei nostri volumi si tenga memoria di quest'uomo, per molti rispetti venerando, la cui morte sollevò in Italia e fuori così vivo cordoglio. La Presidenza della nostra Accademia affidò a me l'onorevole officio di ricordare qui il nome del Tosti, ed io sono dolente di avere sì a lungo ritardato l'adempimento di questo dovere. Ma occupato nell'insegnamento, e distratto eziandio da altre faccende, fui, mio malgrado, costretto a procrastinare fino ad oggi l'esecuzione di questo incarico. A prolungare la dilazione ebbe parte non secondaria anche la necessità in cui mi trovai di raccogliere da molti luoghi i materiali necessarî alla compilazione di questo ricordo necrologico, al quale diedi un carattere speciale, avendo preso ad argomento, non lo studio sintetico di tutta la vita di quell'uomo rarissimo, ma l'esame delle relazioni che il Tosti tenne col Piemonte (1).

(1) Molti documenti ebbi da Montecassino, per i quali debbo essere particolarmente riconoscente al priore-archivista p. A. Amelli. A Torino il conte Ippolito Cibrario mi fu largo della corrispondenza del conte Luigi, suo padre. Dal conte Alessandro Baudi di Vesme, ebbi gentile comunicazione del carteggio del conte Carlo suo padre. Il prof. Ermanno Ferrero mi facilitò l'uso delle carte del Gazzera e dello Sclopis, esistenti presso l'Accademia delle Scienze. A tutti costoro, e non a questi soltanto, debbo viva riconoscenza per le avute cortesie.

Presso la famiglia Vesme conservansi, non solo gli originali delle lettere del Tosti, ma anche il copia-lettere colle missive del conte Carlo Vesme. Il Tosti usava talvolta tenere la minuta delle sue lettere, e così potei avere a mia disposizione qualche documento, che per altra via non poteva giungermi.

Il p. G. B. Adriani, di Cherasco, ebbe la squisita cortesia di procu-

Della vita del Tosti, che passò dal 1811 al 1897, altri parlarono subito dopo della sua morte, e lo fecero in guisa da togliere a me ogni desiderio di rifare la via già da altri aperta e battuta sì bene. Pregevoli schizzi necrologici scrissero infatti Francesco D'Ovidio (1), E. Pistelli (2), G. Rondoni (3). Venne poscia l'affettuosa e acuta biografia che del Tosti scrisse il cardinale Alfonso Capecelatro (4), al quale recavano aiuto circostanze favorevolissime, un'amicizia di mezzo secolo, e numerosi documenti fornitigli dall' Abbazia Cassinese. Il Capecelatro studia l'uomo nel suo intimo, il D' Ovidio ritrae la sua fisionomia morale e scientifica; delle opere si occuparono invece con maggiore larghezza Rondoni e Pistelli. Trovando il campo mietuto, rivolsi la mia attenzione a quei particolari, che, nei lavori d'insieme, come sono questi ora accennati, non possono trovar luogo, ma che pure hanno qualche diritto alla memoria nostra.

I.

In un foglietto autografo, pubblicato fra le *Opere postume* (5), il Tosti dà ragione della sua attività scientifica, e spiega il nesso che esiste fra i suoi libri, la sua vita, i suoi ideali politico-religiosi, la sua vocazione monastica. Da quel viglietto distacco qualche brano, traggo qualche pensiero, perchè ci sia qui

---

rarmi il testo delle lettere del Tosti esistenti presso il comm. G. Caire a Novara. Anche a lui dunque invio da queste pagine l'espressione del mio animo grato.

(1) *Rivista d'Italia*, I [1898], p. 24 sgg.

(2) *Arch. storico italiano*, 1898, disp. 2, p. 241 sgg.

(3) *Rassegna Nazionale*, 1° ottobre 1898, vol. CIII, p. 478 sgg.

(4) Montecassino, 1899, vol. di pp. 168.

(5) La raccolta delle sue *Opere* fu ai dotti procurata da Pasqualucci, ed uscì a Roma a partire dal 1886. Comprende la vita di Matilde di Canossa, la storia del Scisma Greco, la Storia di Montecassino, il Concilio di Costanza, la Lega Lombarda, Abelardo e i suoi tempi, i Prolegomini della Storia della Chiesa, ecc. Il vol. XIX ha le *Opere postume*. I benemeriti Cassinesi si propongono di pubblicare anche l'epistolario del Tosti. Nè vuolsi dimenticare, fra i lavori del Tosti, oltre alla edizione della *Cronaca* di Bartolomeo Sereno, la *Bibliotheca Cassinensis*, che il Tosti promosse con calore, pari al sapere. Anche le *Regesta Clementis V*, opera colossale dell'Ordine Benedettino, vennero suggerite e favorite dal Tosti.

almeno un'imagine fedele dell'uomo e dello scienziato. Egli dice adunque così: " ho voluto contemplare la vita morale dei popoli sul terreno della Chiesa. L'immobilità del dogma rendeva meno vacillante il riguardo dello storico. Nella Chiesa si vede meglio e più lontano „. Segue spiegando com'egli prendesse inizio da Montecassino, donde salì al papato. A quest'ultimo argomento si collegano i libri ch'egli pubblicò sulla vita di Bonifacio VIII, sulla Lega Lombarda, sulla Contessa Matilde, su S. Pier Damiani, sullo Scisma Greco, sul Concilio di Costanza. Quindi ridiscese la via percorsa, e descrisse le fondamenta della storia ecclesiastica dettando i *Prolegomeni della Storia della Chiesa.*

Accanto a questo foglietto, fu stampata anche una lettera (1) nella quale, mentre in parte ripete, con mutate parole, le cose dette in quello, aggiunge pure altre osservazioni " ..... Non troverete certo l'uomo dotto in questi libri, ma il monaco laborioso, che, aspirando al Cielo, non ha dimenticato mai la patria. Guelfo sempre e papale, perchè non trovava altra forza a fare la rivoluzione contro le umane ingiustizie, Gregorio VII è stato il mio Mazzini... „. Fa poscia cenno di varie sue scritture, l'argomento delle quali si aggira intorno alla storia ecclesiastica. E poi conchiude: " ... e finalmente quando ho vista in piedi l'Italia, perchè la terra si commoveva, straniero all'azione degli uomini, perchè monaco, non più guelfo, nè ghibellino, ma italiano e cattolico, me ne son partito nel deserto della contemplazione... „. Fu allora ch'egli scrisse i *Prolegomeni.*

Ferdinando Gregorovius gli fu amico, o almeno fu legato con lui per mezzo di una di quelle relazioni, che hanno sembianza d'amicizia. Il Gregorovius, protestante, anzi piuttosto razionalista che protestante, non poteva partecipare ai timori ed alle speranze del pio monaco benedettino ; ma questo non toglie che di lui altamente sentisse, e che di lui non parlasse mai se non che con profondo rispetto. Nel 1859 il Gregorovius fu a studiare a Montecassino, dove liete ore passò discorrendo di cose erudite col Tosti, di cui scrisse nei suoi *Taccuini romani*: " in questo uomo straordinario fiammeggia uno spirito profondo e bello. Tutto è in lui intuizione; poco lavora o studia; tutto egli trae fuori da sè medesimo „ (2).

---

(1) *Opere postume*, p. 169.

(2) *Römische Tagebücher*, 2 ediz., Stuttgarda, 1893, p. 63.

Il D'Ovidio trova che il Tosti era " folgore d'ingegno ", " ardore di animo ". Nelle sue opere riconosce " copiosa e buona erudizione, senso storico squisito, fervida immaginazione, sincero amore del bene, e un modo largo e comprensivo d'intendere il bene in ciascuna sua forma ". A proposito dei suoi studi sopra Dante, scrive: " Non era un dantista di professione, benchè nei suoi dotti volumi alcune pagine siano su cose dantesche; ma aveva il senso del dantesco ". Il D'Ovidio ammette, che, almeno in parte, il Tosti sia riuscito a riabilitare la memoria di Bonifacio VIII. E questo è verissimo. Certe sue osservazioni, piene di sottile discernimento, e desunte da una larga concezione dei tempi, hanno assai contribuito a rialzare la fama di Bonifacio VIII, che dalla tradizione ghibellina era stato posto sotto una luce convenzionale, e che sotto troppo oscure parvenze era stato tramandato alla memoria e al giudizio dei posteri.

Il Capecelatro asserisce (p. 30) che il Tosti fu " artista e poeta sin nel più profondo dell'animo ". In lui trova (p. 59) tre amori, profondi, inalterabili, di cui egli si compiacque per tutta la vita: " la religione, la patria e l'arte ". Egli d'ogni cosa bella si innamorava " focosamente ". Idoleggiò sempre " quei suoi ardimenti nobili e un po' temerari, che costituivano... una delle prerogative della sua bollente natura ". Il Capecelatro con mano delicata parla più volte dei grandiosi progetti, che il Tosti formava nella sua mente: se ne entusiasmava, li vedea quasi effettuati, godeva della realtà calorosamente sperata; discerneva gli ostacoli, ma preferiva nasconderli agli occhi e al pensiero, commisurando dall'ardore del vero, che accendeva il suo spirito, anche le disposizioni dell'animo altrui.

Siami a questo proposito permesso un ricordo personale. Nell'ottobre del 1896 salii anch'io la sacra vetta di Montecassino. Volli anch' io visitare la culla del Monacato occidentale, donde tanta luce di scienza si diffuse sull'Europa. E volli anche vedere il Tosti, vecchio e stanco oramai. Egli mi trattenne lungamente e benevolmente nella sua cella, mi parlò di nuovi disegni scientifici, esponendomi un particolareggiato programma per una vasta pubblicazione erudita. Io ammirava questo vecchio di 85 anni, non abbattuto nell'animo da un lavoro scientifico di quasi 70 anni, il quale mi parlava con un ardore, con una foga, con una fiducia giovanile, quale si addice ad un uomo che abbia

dinanzi a sè lunghi e lunghi anni di vita, ed egli era lì, legato al suo seggiolone, inabile ormai a scrivere nulla, fuorchè a stento la sua firma! Il Tosti era conseguente a sè stesso; sempre nella contemplazione di un abbagliante ideale, che contrastava alle dure necessità della vita. Appunto per questo, il Tosti non era tale da perdersi di coraggio, quand'anche i suoi nobilissimi sogni dorati fossero travolti dalla bufera. Santamente rassegnato a ogni cosa, avvezzo a vedere in tutto la mano di Dio, egli ritraeva animo dalla sconfitta. Se n'era il caso, soffriva internamente, ma continuava sulla sua strada. Disse bene il Capecelatro, che se in lui riplendevano molte qualità dell'ingegno, possente sopratutto era la fantasia. Di ciò restano documento, non solo le vicende della sua vita, ma anche i suoi libri. Questi infatti sono opera di erudizione, ma non di erudizione soltanto. Lo stile n'è fantastico. Certe forme ampollose, certa retorica un po' reboante, sono vizî piuttosto del tempo, che della persona del Tosti. Tuttavia dai vizi del tempo il Tosti seppe tenersi tanto lontano quanto le circostanze gli acconsentissero. Ma la vivacità della fantasia era suo carattere particolare, aggravato forse dall'indole napoletana. I fantasmi, che gli danzavano nella mente coloriti di lieti colori, destavano il suo entusiasmo. Quelli invece di color tetro e grigio, scuotevano, ma in ben altra maniera, l'animo di lui. Così che egli divenne pauroso; temette per la sua vita, ancorchè nessuno gliela insidiasse; si tenne come perseguitato, quando poteva girare come meglio gli talentava. È vero tuttavia che la ingenua e candida semplicità del suo animo gli procurò talvolta avversioni inattese, difficoltà non previste, amarezze profonde. Ed è forse pur vero che non sempre i suoi timori erano privi di fondamento.

Il Capecelatro studiando quali fossero gli ideali, che persistettero costanti nella mente del Tosti, scrive giustamente così: " il Cattolicismo, il Papa, il Monacato, la Civiltà Cristiana e la grandezza d'Italia furono per l'infiammato monaco come diverse note d'una medesima armonia, che sentiva sonarsi dentro ".

Riferii fino ad ora brevi passi dei suoi biografi, passi che mi parevano corrispondenti al giusto, e appropriati quindi a ritrarre i veri profili della sua bella figura. Non bisogna tuttavia dare a qualche frase, che riguarda il suo metodo storico, un significato troppo rigido ed eccessivo. Non è esatto il dire ch'egli abbia studiato poco, se non nel senso che il suo studiare fu poca cosa in

paragone del suo pensare e del suo sentire. Infatti egli lesse molto, e fu versato nelle diverse discipline, e la storia imparò sulle cronache e sui diplomi, nei libri a stampa e nei codici. Ebbe forte il calore della poesia, ma non gli mancò anche la freddezza dell'erudito. Può essere questione di misura, ma non di sostanza.

Mi par giusto questo pensiero di E. Pistelli: " Il Tosti studia il Medio Evo, ma con l'anima e il cuore del suo tempo e gli occhi rivolti all'avvenire „ (1). E dò ragione anche a G. Rondoni, quando dice che egli fu una " figura esemplare di monaco „, soggiungendo tosto che in lui il monaco non uccise mai l'uomo (2).

II.

Il Gregorovius (3) narra che nei confidenti discorsi ch'egli ebbe, l'anno 1859, col Tosti, questi gli parlò del suo antico progetto per la pubblicazione dell'*Ateneo Italiano*, giornale storico-letterario, che avrebbe dovuto stamparsi in Montecassino, colla cooperazione dei migliori ingegni italiani, d'ogni scuola letteraria, compresi alcuni che vivevano in esiglio. Dal Gregorovius dipende sostanzialmente quello che sul divisato periodico scrisse anche il Capecelatro (4).

I documenti gentilmente comunicatimi da Montecassino, e quelli che mi favorì la cortesia del conte Ippolito Cibrario (5) mi pongono in grado di dare qualche altra notizia intorno a questo argomento, e di correggere qualche leggera inesattezza, in cui forse incorsero gli scrittori che mi precedettero. Naturalmente il mio discorso si limita alle trattative aperte dal Tosti cogli scrittori piemontesi.

Da Montecassino, il 4 agosto 1843, il Tosti ringraziava il Cibrario per il dono della sua opera sulla *Economia politica del medioevo* " opera che onora non solamente l'autore, ma tutta la

(1) *Arch. stor. ital.*, 1898, p. 249.

(2) *Rassegna Nazionale*, vol. CIII, p. 480.

(3) *Römische Tagebücher*, pp. 60-1.

(4) *Commemorazione*, p. 34.

(5) Nel volume *Dipinti, oggetti antichi ed autografi posseduti dal conte* Luigi Cibrario, Torino, 1864, non si ricorda alcun autografo del Tosti. Peraltro, parecchie lettere del dotto cassinese conservansi nel carteggio del Cibrario in Torino.

comune patria „, e lo ricambiava coll'invio della *Storia Cassinese*, della quale aggiungeva anche un esemplare destinato al Pellico. Soggiunge poscia quanto segue: " Finalmente siamo venuti a capo de'nostri divisamenti. È già stabilita in questa Badia una piccola tipografia per mettere a stampa alcune coserelle, che andiamo trovando in questo Archivio Cassinese. È già pronta per le stampe la bella scrittura del cav. Bartolomeo Sereno, *Commentari della Guerra di Cipro*. Questa sarà seguìta dal *Trattato originale* della Lega di Principi Cristiani, curata dal papa Pio V. Tosto che avremo stampato il *Prospetto*, farò di mandargliene qualche esemplare, colla speranza che fosse alcuno in questo coltissimo Piemonte, che volesse associarsi a tutte le Opere inedite, che stamperemo nel nostro *Archivio* „.

Qui è opportuno fare una parentesi. L'*Archivio Cassinese* doveva essere una raccolta di opere antiche, da rassomigliarsi a quella, che proprio verso quel tempo medesimo veniva pensata e realizzata dal Vieusseux a Firenze. Dall'Abbazia Cassinese mi venne comunicata la lettera, senza data, colla quale il Tosti ringraziò il Ministro Del Carretto, per aver concesso a quei monaci di istituire colà la tipografia. " Ella, Eccellenza, con questo singolare benefizio ha avanzato in generosità gli antichi principi, donatori di terre e castella. Essi conseguirono fama di generosi e non altro. Ella ha congiunto il suo nome alla gloria dell'Ordine Benedettino, che, mercè Vostra, sarà più duratura „. Offre al Ministro un esemplare delle opere, che saranno pubblicate, e gli annunzia che il tipografo sarà Paolo Lampato da Milano.

Il volume, al quale accenna il Tosti, e che costituisce il tomo primo (e anche ultimo, pur troppo!) dell'*Archivio Cassinese*, si intitola: " Commentari della guerra di Cipro e della lega dei principi cristiani contro il Turco, di Bartolomeo Sereno, ora per la prima volta pubblicati da ms. autografo, con note e documenti „, Monte Cassino, 1845. La lettera dedicatoria a re Ferdinando II, è datata dall'ottobre 1845, ed è firmata: " I Monaci della Badia di Monte Cassino „. Nel *Prologo degli editori cassinesi* si parla dei rosei progetti, che si andavano vagheggiando, ma si lamentano " la scarsezza del numero de' monaci e la sottigliezza del censo „ (p. xv).

Riprendiamo la lettera del 4 agosto 1843 al Cibrario. " Non

voglio celarle un nostro divisamento al quale Ella potrebbe grandemente soccorrere. Ella ben conosce come e quanto vadano riformandosi gli studi storici, per nuovi e più ragionevoli giudizi degli uomini e delle cose del Medioevo, e non ignora come le magistrali, ma bestiali sentenze de' Gibbon, degli Hume, dei Voltaire e del gregge Gallicano abbiano acciecate le menti italiane da trasportarle non solo nell'ignoranza delle verità storiche, ma anche in quella dei loro morali e civili interessi. Dippiù non ignora, che ove tornino a luce di verità i fatti e gli uomini del Medioevo, non poca utilità se ne ricaverebbe a far rinsavire le menti de' presenti, tornandole alla Religione, che fu madre, ed è, di vera civiltà e ad aderire al papale seggio di S. Pietro, come a centro di unità religiosa e civile. Ora siamo venuti in questa comune sentenza, che si stabilisca un Giornale Storico in Monte Cassino; che alla compilazione di questo non siano ammessi altri che i sommi italiani, i quali è uso il popolo a riverire per sapienza e chiarità di nome; che questi mandino a Monte Cassino uno o due o tre ragionamenti storici in ciascun anno, coi quali si sforzino a tutt'uomo a fare nella storia civile ed ecclesiastica quello che ha fatto Hurter nella sola storia di papa Innocenzo III; che abbiano nel cuore ciò che spongono nella scrittura; e che siano tutti concordi nell'unità dello scopo, cioè di tornare in onore la Religione dei nostri avi e di raccogliere tutti gli abitanti della nostra penisola all'ombra del seggio di Gregorio VII, di Alessandro III e di Innocenzo III. Dicendo *sommi italiani* non parlo di volgo, e perciò non creda che io porrò mano ad alcuna scrittura, ma curerò solo la stampa. I *sommi* saranno, a mo' di dire, il Cibrario, il Balbo, il Troya, Pellico, Manzoni, Parenti, ecc. Ove il nostro divisamento Le andasse a sangue, La prego, per quanto so e posso, tenerne parola con quelli che Ella crederà degni di tanto ministero. Ne parli al Balbo ed a Pellico, ed abbia la cortesia di farmi consapevole del loro avviso..... „.

Il Cibrario gli rispose, da Torino, 3 settembre 1843. Ringrazia e annunzia al Tosti il dono della sua illustrazione di Altacomba, che doveva uscire al principio del 1844 (1). Rispetto al

(1) *Storia e descrizione della R. Badia d'Altacomba antico sepolcro dei Reali di Savoia fondata da Amedeo III, rinnovata da Carlo Felice e Maria Cristina, con documenti e atlanti*, Torino, 1843-44, 2 voll. in fol. massimo.

Giornale, la sua lettera contiene notizie, che devono essere qui riferite: " Silvio Pellico ha ricevuto con somma gratitudine questo bel dono *(Storia Cassinese)*, e si scusa di non poter promettere l'invio dei suoi lavori al *Giornale Storico*, che in codesta insigne Badia si vuol pubblicare. Pellico è veramente sfinito di forze, e credo che di lettere poco, per non dir nulla, più si dia cura; tuttavia non dispero di persuaderlo a dar qualche cosa, tanto che non manchi al Giornale Cassinese l'autorità di quel nome. Il conte Cesare Balbo mi ha promesso un'introduzione alla Storia di Gregorio VII, che abbraccia considerazioni generali sulle condizioni della Chiesa e della civiltà da Carlomagno a quel santo pontefice riformatore. In quanto a me, poco potrò fare; perchè la magistratura, in cui siedo come giudice, e tante faccende letterarie obbligate, mi lasciano corti momenti. Tuttavia un articolo all'anno invierò certamente, per rispondere al generoso pensiero di richiamar gli animi alla sola e vera unità italiana possibile, che è la religiosa, morale e intellettuale, e piacemi che ne sorga il primo grido da quel sacro monte medesimo, in cui S. Benedetto poneva la culla d'un Ordine così benemerito della religione, della morale e delle lettere „. Termina ricordando i sentimenti provati in un suo breve soggiorno a Monte Cassino.

Il Tosti rispose da Roma, S. Callisto, 9 ottobre, ringraziando, e pregando il Cibrario a continuare le sue insistenze presso il Pellico. Poscia prosegue nel modo seguente: " Duolmi che Cesare Cantù non abbia voluto onorarmi di risposta, avendolo con lettera pregato a concorrere nell'anzidetto lavoro. Si adoperi per noi presso il medesimo, e presso altri di Piemonte e di Lombardia, perchè è mestieri che i compilatori non siano pochi. L'avverto, che ove anche fossero uomini riputati nel paese, che volessero applicar l'animo a questo Giornale, scrivendo di Arti, gioverebbero non poco alla cosa, essendo ben fatto temperare l'austerità delle trattazioni storiche con ragionamenti di Arti..... Divisiamo indirizzare lettera d'invito al Gioberti in Bruxelles. Ma su di ciò bramerei conoscere la sua sentenza..... „. Non avendo avuto sollecita risposta, il Tosti riscrisse, in data di Montecassino, 27 novembre 1843, chiedendo di nuovo consigli rispetto a " Vincenzo Gioberti, autor del *Primato* „ (1).

(1) La prima edizione del *Primato* porta la data di Brusselle, 1843. Non è quindi possibile che Gioberti, quando seppe il progetto del Tosti,

Il Cibrario gli diede risposta, sotto il dì 24 novembre. Ringraziatolo del dono della Storia Cassinese, gli comunica anche i ringraziamenti del Balbo, del quale dice " che desidera, come io desidero, d'aver un programma del Giornale, che si vuol fondare, a fine di sapere, se si ha intenzione di aprire al pubblico l'intimo concetto, il che scemerebbe forse il numero de' lettori; e, se si vuole, sotto forma d'un Giornale ecclesiastico di storia, d'erudizione e d'arti, combattere per la buona causa, senza farne, fin da principio, una professione tanto aperta, quasi che la polemica ne sia il solo scopo. Con tale mezzo s'inducono a leggere anche i non ben pensanti, e la materia, che trovano trattata, li conduce a migliori pensieri. Perchè il primo bisogno di chi predica e di chi scrive è di trovar uditori e lettori. Tutto questo rassegno alla maggior saggezza di V. S. Ch^ma^ e M^o^ R^da^ „. Gli annuncia d'aver apprestato un articolo sulla poesia di Felice Romani; anzi bramerebbe sapere se esso avrebbe potuto corrispondere all'indole del futuro Giornale, che non sembra ammettere la letteratura. " Pellico, di nuovo pregato, risponde ancora non potere assolutamente pigliar impegno. Con Cesare Cantù non ho bastante dimestichezza per fargli istanza sopra di ciò, non avendo nemmeno corrispondenza letteraria col medesimo. Ma non le mancheranno atleti in questo studio „.

Ricevuta poi la lettera del 27 novembre, il Cibrario scriveva nuovamente al Tosti, sotto la data dell'8 dicembre 1843. " V. S. m'interroga intorno al Gioberti; ed io rispondo essere il medesimo uno dei più grandi ingegni di cui s'onori l'Italia. Aver trovato le sue dottrine, sebbene non tutte sicure, un gran numero di seguaci, e non poter che riuscire di sommo vantaggio la cooperazione di tant'uomo, se pure la guerra che fece a Rosmini, e il numero dei Rosminiani, e il sospetto che nascerebbe subito, che Montecassino levasse bandiera per Gioberti,

---

gli promettesse il *Primato*, come dovrebbesi concludere dalle parole del Gregorovius, *Röm. Tagebücher*, p. 60. Ma questa non è la sola frase incompleta, che a questo proposito venga adoperata dal Gregorovius. Non credo da lui ritratto in modo preciso il pensiero del Tosti neanche quando scrive (p. 61): " Così il movimento unitario d'Italia cominciò propriamente in questo monastero „. Ed è infatti facile scorgere il motivo per cui il Tosti stesso non espresse chiaramente ed integralmente il suo pensiero, parlando col Gregorovius.

e il pericolo che Gioberti trascorra in qualche polemica e la difficoltà delle corrispondenze con Bruxelles, non sono, come paiono, altrettante ragioni per non dar colore di passione ad un Giornale, che debb'essere sopra ogni setta, e lontano da ogni contesa „.

Il Tosti accettò i consigli, come si vede dalla lettera da Monte Cassino, 10 dicembre 1843. " Le sue osservazioni sulla natura del Giornale, che divisiamo fondare, sono savissime. È mestieri escire dagli stretti confini della storia e sfuggire ogni tentazione di polemica. Perciò è bene che la compilazione abbracci scienze, lettere ed arti in rapporto alla Religione. Si celi il nostro santo scopo, per aver maggior numero di lettori, e sotto le apparenze del Giornale scientifico letterario, e lo splendore de' nomi che lo dovrebbero compilare, amministreremo un ottimo alimento religioso agli spiriti. Veda, che io sono perfettamente del suo avviso. Anzi per non rendere schivi alcuni col titolo, che accenni a Religione, penso che il titolo di *Ateneo Italiano* sia tale, che non possa dispiacere ad alcuno. Ho mandato una lettera al Manzoni, pregandolo di volermi concedere solo il suo nome ed un solo articolo, che giustifichi la presenza del suo nome. Se Ella o il Conte Balbo, potesse aiutare l'opera mia presso il Manzoni, farebbe opera santissima. Potrebbe anche [Ella], o altri di sua conoscenza frapporre i suoi ufficii coll'illustre Abate Rosmini-Serbati ed il Professore Gazzera, mentre noi ci adoperiamo presso il Troya, il Galluppi, il Jannelli, il cav. Avellino, ed il Mancino in Sicilia. Fra breve indirizzerò lettera a Vincenzo Gioberti in Bruxelles, ed a Mamiani della Rovere. Questi sono tutti nomi che ci farebbero raggiungere lo scopo „. Sarà gradito l'articolo promesso dal Cibrario sulla poesia del Romani. " Ho risaputo che il marchese Pelitti piemontese valga molto nelle Scienze Morali; crede Ella conveniente chiamarlo a parte de' nostri disegni? „ Il Giornale sarà sul tipo degli *Annali di Filosofia Cristiana* e su quello dell'*Università Cattolica*, periodici compilati a Parigi da Mr Bonnetty. Ma più ampio sarà il campo a percorrersi. " Saravvi una Rivista di opere italiane e forestiere. Severi cogli errori, dolcissimi cogli erra[n]ti, da guadagnarli al Vero, piuttosto colla Carità, che colle asprezze, che non portano mai buon frutto „. Annunzia al Cibrario di avere indirizzata un'altra lettera al Pellico: " Quella, spero che trionferà la sua

modestia. Non rimetta di persuaderlo. Il solo nome ed un articolo noi bramiamo da lui „.

Il Cibrario, sotto forma di lettera ad un amico, aveva scritto l'articolo *Dell'indole della poesia di Felice Romani*, e lo inviò al Tosti, con una letterina del " 14 del 44 „. Essa principia così: " Eccole l'articolo sul Romani. Desidero che non faccia troppo cattiva figura in mezzo agli ottimi che si detteranno costì. Circa al Rosmini ed al Gioberti, le ho già detto nelle due precedenti mie lettere l'animo mio. Da Pellico non si può aspettar nulla. Cesare Balbo dice che farà; rimane che faccia. Io faccio poco, dandole quest'articolo. Avviato che sia il giornale, i collaboratori non mancheranno. Dal suo merito, non dal nome degli autori vuole sperar fortuna.....„; " adesso si bada più alla sostanza che al nome „. E diceva bene il Cibrario, il quale vedeva chiaro che si sciupavano le forze, proprio nel lavoro di chiamare a raccolta gli scrittori. Ma era, d'altra parte, possibile fare altrimenti?

L'articolo sul Romani è di carattere estetico; vi si parla delle fonti della poesia del Romani, che sono la Religione e la Filosofia. Trascrivo qualche passo: " Poeta è chi pensa e sente altamente ed ha poter di trasfondere in altrui con parole vincolate a numero e metro il suo pensare e il suo sentire. Le idee del Poeta son fiamme „. " Romani non era certo uom da cambiare il cielo puro e stellato della Grecia e d'Italia colle perpetue brume di Scozia e di Scandinavia „. " Religione e Filosofia lampeggiano in quella difficil Canzone in cui Romani salutava la nuova legislazione piemontese, insigne benefizio del re Carlo Alberto „. " Nella Canzone a Genova, in quelle indirizzate al re Carlo Alberto si vede come l'amor della Patria faccia battere il cuore dell'Autore, come s'accenda alla memoria delle antiche glorie italiane, e come alla fatidica mente sorrida il pensiero di nuovi trionfi „. " E credo e tengo per fermo che all'Italia tuttora appartenga il tipo della vera bellezza, la ragione della verace armonia „.

Il Capecelatro, che aveva visto l'articolo fra i mss. Cassinesi, lo riteneva inedito. Non lo registra il Manno (1); se ne tace nella raccolta delle Poesie del Romani, dovuta alle cure del Cibrario (2).

---

(1) *L'opera della r. Deputaz. di storia patria*, Torino 1884, pp. 235 sgg.

(2) La prima edizione delle *Poesie liriche* del Romani, fu procurata ap-

Ma torniamo al Giornale e alle ultime proposte del Tosti.

Piacquero il titolo e il disegno al Cibrario, che riscrisse al Tosti, sotto il giorno 26 maggio 1844. Ritiene che, principiata la pubblicazione, i collaboratori verranno. " Non avrei potuto darle le *Memorie sugli schioppi*, ecc., perchè da me lette all'Accademia delle Scienze, e destinate a far parte degli Atti della medesima (1). Balbo ha pubblicato un libro intitolato le *Speranze d'Italia*, di cui sentirà a parlare e che forse vedrà. Misuratissimo libro, ma che pure non piacerà agli stranieri, che ingombrano parte della Penisola; ai quali tuttavia rende giustizia per le molte buone parti che hanno. Non mancherò di sollecitarlo perchè mandi gli studii storici promessi. Ma quando si comincia a pubblicare? Ecco ciò che tutti chieggono. Io avrò sicuramente altre Memorie da inviare all'*Ateneo*, sol che mi basti il tempo „.

Ma il Tosti indugiava. Solo il 31 maggio 1844 egli chiese al Ministero Napoletano della Polizia Generale il permesso di stampare l'*Ateneo*. La risposta, in data del 7 giugno, è di Del Carretto, il quale annunziava all'abate di non trovare " difficoltà alla stampa dell'opera periodica intitolata *Ateneo Italiano*, che dai Monaci di Monte Cassino si vorrebbe pubblicare „. Per la revisione, i manoscritti si inviino al Ministero scrivente.

Accalorata nel sentimento che la ispira, ma misuratissima nelle parole, è la lettera del Tosti al Pellico (2). Si duole che la salute non " fiorentissima „ lo allontani dalle lettere. Poi continua: " Questa fu notizia, che mi toglie ora dall'animo ogni speranza di vedere il suo nome tra i collaboratori di quel Giornale religioso di scienze, lettere ed arti, che divisiamo comporre, e del quale il Cibrario Le avrà parlato. Tuttavolta pensando come questo Giornale debba essere quasi solenne Confessione di Fede di tutti gli uomini chiari dell'Italia, per immegliare i popoli, e glorificare Iddio, non so persuadermi come un Pellico, donato dal Signore di sì bella mente, non trovi forze nella vo-

---

punto dal Cibrario, Torino 1841. L'ultima, a cura invece della signora Emilia Branca, vedova del Romani, uscì a Torino nel 1883.

(1) Allude alla monografia intitolata *Della qualità e dell'uso degli schioppi nell'a. 1347* che fu letta all'Accad. delle Scienze il 20 aprile 1843. Vide la luce nel vol. VI, pp. 213 sgg. delle *Memorie*, serie II.

(2) Dalla minuta, non datata, nella Badia Cassinese.

lontà e nell'intelletto da concedere il suo nome ed un solo articolo a questo Giornale. È questo un bel destro di fare molto bene alle anime col solo nome e con brevissima scrittura; pensi che forse al Signore dispiacerà questo suo niego; non avendo noi innanzi agli occhi che la maggior gloria sua. Adunque, permetta solo che segniamo il suo nome tra quelli dei compilatori, e si sforzi, per amor di Dio, a scrivere un solo articolo di libero argomento, che giustifichi la presenza del suo nome. Non vogliamo che contragga obblighi, non vogliamo che si travagli in molte cose; ma vogliamo solo tanto quanto basti al nostro divisamento, che è quello di mostrare come gli ingegni più alti si abbassino volentieri, e per conforto di ragione, sotto il giogo della Fede „.

La lettera del Balbo, tuttochè priva di data, è posteriore al carteggio fra il Tosti e il Gioberti. Presumibilmente è del principio del 1844. Il Balbo conferma la promessa fatta verbalmente al Cibrario, ma fa alcune osservazioni, e alcune riserve. " E prima — egli scrive — Le domando un indugio di alcuni mesi. Per ora mi è impossibile ripulire nè quella introduzione alla vita di Gregorio VII, di che le parlò Cibrario, nè null'altro. Ma, se non sorgano invincibili impedimenti, Ella faccia conto che nel corso dell'anno Le offrirò alcuna cosa storica. Io n'ho parecchie in abbozzo e sarò onorato di pubblicarle nel suo Giornale „. Desidera notizie precise sul Giornale, se sarà unicamente storico, se si occuperà di storia universale o di storia italiana soltanto. Quindi procede: " L'Introduzione della Vita di Gregorio mi parrebbe inutile dopo il lavoro simile mandatole dal mio concittadino e riverito amico, il Gioberti (1). Senza concordar in tutto, io concordo con questo più che con nessuno scrittore di cose italiane in generale. Io non farei probabilmente se non ripetere ciò ch'egli avrebbe detto meglio. Ma io ho, come si suol dire, in portafoglio, o meglio in cartoni, un complesso di Studi di Storia Italiana, che aspettavo a pubblicare (vivendo?) dopo le mie Meditazioni di Storia Universale. Io potrei forse

(1) Molte *varietà* del Gioberti furono pubblicate nei due tomi intitolati *Pensieri*, Torino, 1859-60, ma indarno li percorsi, per trovarvi l'articolo preparato per l'*Ateneo*. Se questo articolo non andò smarrito o distrutto, si può facilmente averlo per inedito.

sceglierne alcuni e mandarli a Lei. Ma prima vorrei non mandarle roba inutile. Sono generalità, riflessioni più di altro, ciò che si suol chiamare (male) filosofia, ed io chiamo più volentieri, ragioni della storia. Io scrivo per li colti, più che per li dotti, secondo la mia poca dottrina. Non sarebb'egli forse sconveniente in un Giornale uscito dal quartier generale de' dottissimi fra i dotti, da Montecassino? Io ho inserito alcuni articolucci, e pochi, in alcuni giornali. Ma cooperato seriamente, promesso di cooperare, non l'ho fatto mai per nessuno sino a questo. L'autore principale, i cooperatori, il luogo, lo scopo evidente da tutto ciò; tutto m'innamora, e mi fece promettere ciò che son forse meno che mai al caso d'adempiere bene „.

Il Tosti narrò poi al Gregorovius che il Governo borbonico, messo sull'avviso dal numero delle celebrità, e dalla qualità dei collaboratori finì per levare il permesso conceduto. Forse, se il consiglio del Cibrario fosse stato accolto, e si fosse dato cominciamento al periodico, anche il Del Carretto (1) avrebbe dovuto ripetere " cosa fatta capo ha „. Ma il consiglio del Cibrario non corrispondeva alla natura calda, ma timida, del Tosti.

Chiudo questo paragrafo con alcune parole del Capecelatro (2), che in breve dicono assai: " Questo del periodico fu il primo di quei nobili ardimenti del Tosti, che poi, rinnovandosi di tempo in tempo in forme diverse, gli furono compagni fino alla più tarda età „.

---

(1) G. Del Giudice, *Carlo Troya, vita pubblica, ecc.*, Napoli, 1899, p. 87, dice del ministro Del Carretto che " anche le sole intenzioni dei patriotti puniva „; peraltro soggiunge poi (p. 89), che salvò alcuni degli scienziati convenuti a Napoli per il congresso scientifico del 1845, che il re avrebbe fatto volentieri carcerare. Il card. Capecelatro assevera (p. 35) qui esplicitamente: " Il periodico fu impedito dal Del Carretto „; e prima aveva detto (p. 34) che dell'*Ateneo* il Tosti aveva, in un discorso, intrattenuto il Congresso di Napoli. Colleghiamo i due fatti accennati dal Capecelatro, col cenno ora riferito di G. Del Giudice rispetto al Congresso stesso, alla Corte, a Del Carretto, e si vedrà che questi fatti mutuamente si spiegano.

(2) *Commemorazione*, p. 35.

III.

Il Tosti era così entrato in relazione coi dotti Piemontesi. Nella seduta del 26 giugno 1845 egli fu nominato socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze, ed egli ringraziò, con lettera indirizzata al Gazzera, segretario della Classe Morale (1). Nella lettera del Tosti, si leggono alcune frasi, di carattere fra il politico e il letterario, in lode del Piemonte. Accennando all'onore fattogli, scrive: " ..... Questo è uno splendido argomento del come i Piemontesi sono locati dai Cieli alle porte del nostro Paese, non solo a propugnacolo della civil quiete, ma anche a testimoniare primi agli stranieri, come a questa Italia, nella sua veneranda vecchiezza, bastino ancor le forze a durare in quel magistero, che un giorno provarono ..... „. Ringraziamenti speciali manda al Cibrario, al San Quintino, al Balbo, nonchè al Gazzera stesso. Anche nella lettera particolare al Gazzera, si dimostra, dal fondo del cuore, riconoscente ai ricordati accademici, ai quali sopratutto doveva la sua nomina.

In quest'ultima lettera propone all'Accademia un suo " Ragionamento sulla Ragion Morale delle Leghe de' Principi Cristiani contro i Turchi, curate dai Papi. Questa scrittura doveva andare innanzi al I vol. dell'*Archivio Cassinese,* che ora è sotto i nostri torchi, contenente i Commentari della Guerra di Cipro di Bartolomeo Sereno, testimone oculare de' fatti che conta ... „, Ma i Censori vietarono la stampa del Ragionamento, perchè loro " non piacquero ... le opinioni che in essa si contengono. Se per caso le mie opinioni potessero piacere in Piemonte, io manderei a Lei il mio ms., perchè potesse aver luogo negli Atti dell'Accademia „. Il Tosti gli parla poi dell'opera del Sereno, che stette un anno sotto l'esame dei revisori. Promette di mandargli " alcuni programmi dell'*Archivio Cassinese*, titolo della raccolta

(1) Le lettere del Tosti al Gazzera si conservano nell'Archivio dell'Accademia delle Scienze. — L'ab. Costanzo Gazzera, nato a Bene il 21 marzo 1778, fu dapprima cappuccino. Uscì dall'Ordine al momento della soppressione dei conventi. Poscia divenne bibliotecario dell'Università. Morì il 5 maggio 1859. Cfr. Assandria, *Memorie storiche della Chiesa di Bene*, Pinerolo, 1899, p. 128.

di manoscritti, che divisiamo pubblicare e di cui è primo volume il Sereno „.

Di un altro suo progetto gli fa pur cenno, l'indice dell'*Archivio Cassinese*, in buona parte preparato dai fratelli Federici (1) e dal p. Fraja-Frangipane (2).

Poi fa menzione della biografia di Bonifacio VIII, cui allora attendeva.

L'ultima parte della lettera può venir qui, almeno in parte, utilmente riprodotta, sia perchè ci fa conoscere un lavoro al quale allora il Gazzera attendeva, sia per le notizie su fonti manoscritte, che vi si contengono.

" Ella non ha mestieri di essere confortato dalle belle fatiche in che si è messo di compilare e pubblicare il Catalogo dei Codici Bobiensi; nè potevan mai lusingarla le mie lodi. In argomento del desiderio, che ho di veder presto messo a luce questo suo lavoro, eccole adempiuti i suoi comandamenti. Gli Aforismi d'Ippocrate contenuti nel nostro codice rispondono, a quanto pare, perfettamente a quelli di cui mi scrive, esistenti ne' fogli del ms. Bobiense. Incomincia il Prologo: *Medicina partitur secundum minorem portionem in duas partes, id est theoretica et practica. Theoretica, quod intellectu medicos accumbit* (sic). *Practica enim quae operante manibus medico fit. Theoretica partitur in tria: fysiologicam, ethiologicam et synnoticam* . . . Finisce il Prologo: *medicamina enim aut intus accipiuntur, aut de foris ponuntur. Quae intus accipiuntur aut per os aut per meatus decursionem facit. Cyrurgia enim secare aut incendere quae superflua sunt in corpore. Haec portio medicinae.* Incomincia l'Esposizione degli Aforismi. *Quia necesse est semper in omnibus codicibus prius praedici Capitula, necessario fore dicendum, Yppocratis vox hodie,*

---

(1) Giambattista e Placido Federici furono due valenti monaci Cassinesi. Del primo si ha a stampa l'opera *Degli antichi duchi e consoli ipati della città di Gaeta*, Napoli, 1791, 4°. — Suo fratello, p. Placido, stampò (Roma, 1781: cfr. Tosti, *Opere* II, 149 e 280) il I vol. di un'opera su Pomposa; il II vol., compiuto da Sebastiano Campitelli, dopo la morte dell'autore († 1785), rimase inedito.

(2) Il p. Ottavio Fraja-Frangipane morì di 79 anni, il 12 giugno 1843; di lui parlò il Tosti, *Opere* II, 151 sgg., 283 sgg.; XIX, 155 sgg. Una biografia ne scrisse il suo confratello p. Carlo de Vera, siccome apprendo da G. Del Giudice, *Carlo Troya, vita pubblica*, ecc. p. 45.

ut magna nimis, pater familias meis sermonibus officio ad suae doctrinae epulas adunare festinat, et scientiae mensam praeponens, copiosas offeret opes, ut quisquis quod desideraverit mente repleatur. In presenti igitur libro, initio eius, totius artis breviter capitula disserere magis hoc certius ..... Finisce l'Esposizione: ..... *et postmodum ubi ad sanitatem reversus ipsos aforismos addidit quos iam superius dixerat, quod in presenti cogniscimus. Explicit Aforismum cum expositione sua. Lege feliciter* (1). Il ms. Bobiense, che contiene la Esposizione della Regola di S. Benedetto, che Ella dice essere del X secolo, col nome in fronte di Paolo Diacono, e che non è simile al nostro, potrebbe forse essere simile ad altre Esposizioni antiche della nostra Regola, che sono ne' nostri ms. Certo è che il nostro contiene cose di Paolo Diacono. Del resto, se Ella avesse piacere mandarmi il principio e la fine di questa Esposizione o Commento della Regola, quale trovasi nel ms. Bobiense, potrei fare questo confronto, per servirla. Ella mi scrive che il ms. Bobiense, contenente l'Esposizione della Regola e lo *Speculum Monachorum* di Bernardo abate Cassinese, sia dell'XI secolo. Forse il numero del secolo sarà fallo di scrittura, essendo vissuto Bernardo nel secolo XIII, cioè ai tempi di Carlo di Angiò. Avendo pubblicato il principio de' suoi Commenti, eccole la fine dei medesimi: " ..... et ego cum ipso " affirmo et rogo Deum quod ipse confirmet, ut per hujus Re- " gulae observationem ad culmen pervenientes virtutum, cum

(1) Nella Biblioteca Nazionale di Torino si conservano due codici degli Aforismi di Ippocrate. Uno è del sec. XII-XIII (cfr. Pasini, *Catal.* I, 290, col. *b*), e l'altro sembra di poco posteriore (ivi, I, 360, col. *a*). Al primo di questi due mss. manca il preambolo *Medicina* etc., che si trova invece nel secondo. Un terzo codice, del sec. XV, in fol., cartaceo, si conserva nella Biblioteca Civica di Torino. Ha la legatura antica, col cartello originario, sul quale appena si leggono ancora queste poche parole:

Le .....
amplissimos de .....
Ypocratis.

Nessuno dei due codici d'Ippocrate posseduti dalla Biblioteca Nazionale viene indicato come Bobbiese, nè da G. Ottino, *I codici bobbiesi della Bibliot. Nazion. di Torino*, Torino 1890, nè da O. Seebass, *Handschriften von Bobbio*, nel *Centralblat für Bibliothekswesen*, XIII, 57 sgg.

" Sanctis suis ad gloriam regni sui perveniamus aeternam. " Amen „ (1).

Discorre poscia delle opere dei Federici, dei doni che egli intendeva fare alla biblioteca dell'Università di Torino, ecc.

I Monaci Cassinesi pubblicarono molti anni dopo il Commento attribuito a Paolo Diacono (2), giovandosi di un ms. del sec. X, e tenendo conto di due mss. dei sec. XI e XII, della loro Abbazia.

IV.

Col Gioberti il Tosti si incontrò a Roma, e del suo colloquio diede conto in una lettera al p. D'Orgemont, del 9 gennaio 1848.

Ragionarono da solo a solo. " Ci separammo consapevoli delle scambievoli convinzioni. Ci urtammo nelle basse regioni degli uomini, ci unimmo in quella superiore dello spirito „. Che i discorsi riguardassero le cose politiche, non è dubbio. Su che precisamente vertessero, il Tosti non dice, chè si riservava di aprirsi a voce col p. D'Orgemont. Da una espressione usata dal Tosti scrivendo al medesimo padre, può desumersi che Gioberti mirasse già di porre il Piemonte alla testa del movimento italiano, il che non trovava facilmente adesione nell'animo del Tosti. Ma le sono congetture (3).

Carlo Passaglia divenne in qualche modo piemontese, quando Cavour gli affidò nell'Università la cattedra di filosofia morale. Non pare che il Tosti avesse relazione alcuna col Passaglia. In una lettera del 1874, diretta a persona non nominata (4), dichiara: " Non ho mai sottoscritto indirizzi altrui, perchè non amo i mezzani. Nella confusione delle mie opinioni m'indirizzo da me ..... Nè dò il mio nome che al mio pensiero ..... E il giorno in cui dovessi per mia sventura imbrancarmi appresso ad un ex-gesuita, dispererei della mia ragione „.

---

(1) Due codici Bobbiesi contengono commenti alla Regola di S. Benedetto. Uno, del sec. X, ha l'Esposizione di Paolo (Ottino, op. cit.; p. 44). Nell'altro, al Commento alla Regola fa seguito lo *Speculum Monachorum* (ivi, p. 17-8).

(2) Nel IV vol., Spicil., della *Biblioth. Casin.*, e separatamente *Pauli Warnefridi diaconi Cassinensis in Sanctam Regulam Commentarium*, Montecassino, 1880.

(3) Cfr. Capecelatro, p. 39.

(4) Tosti, *Opere postume*, pp. 175-76.

V.

Il Tosti negli anni, che seguirono al 1848, si abbandonò agli studi e ad essi chiese conforto, ripensando al passato, per consolarsi del presente, e chiederne pronostici del futuro. La pubblicazione della *Lega Lombarda* gli aveva causato dispiaceri serî, o almeno tali apparivano a lui. Abbandonò per tempo non breve, e Montecassino e il reame Napoletano. Chiuso alla vita pubblica, vieppiù aperse l'animo alla vita interiore di storico e di pensatore. Fino al 50° anno dell'età sua dura il periodo della massima attività scientifica del buono e forte monaco, che nella solitudine solenne e profondamente gradita della sua Abbazia, idoleggiò continuamente i suoi cari ideali.

Finalmente il 19 maggio 1854 si ricordò del Cibrario, e ricorse a lui perchè impedisse la ristampa della *Lega Lombarda*, che si voleva rimettere in luce abusivamente in Savona. " Io non so — scriveva il Tosti al Cibrario — se Ella si trovi in alcuno pubblico ufficio, non sapendo più nulla delle cose del mondo. Ma ancor che Ella non possa aiutarmi, per ragione di ufficio, non dubito che il suo nome e la stima che gode dentro e fuori il reame Piemontese, basterà a darmi un soccorso nelle difficili condizioni in cui mi trovo „.

Il Cibrario gli rispose così, in data di Torino, 13 giugno 1854: " Ciò che ufizialmente non si poteva, s'è ottenuto per via officiosa. La ristampa da Lei temuta non avrà luogo . . . I mutamenti politici hanno molto disturbato i miei studi. Il tempo che mi avanzava come magistrato, fu dal 1848 assorbito da molte commissioni e da cariche faticose. Senatore del Regno, Commissario Regio a Venezia, Intendente Generale delle Dogane, Plenipotenziario per un trattato di commercio, Ministro delle Finanze, Ministro dell'Istruzione pubblica, etc.; gli onori, massime in questi tempi, non compensano dal perduto consorzio delle Muse „.

La risposta del Tosti, 14 luglio 1854, è qualche cosa di più che un ringraziamento. " Gli alti uffici, a cui meritamente la levarono, non hanno rimutato il suo cuore. Ella è sempre lo stesso Cibrario, che io conobbi nel santo consorzio delle lettere e pel quale non so dire se sia stata maggiore la stima o l'amore.

che gli ho portato e gli porto .... Io sono sempre quel povero monaco, in cui Ella si abbattè in questa Badia in altri tempi. Nulla di nuovo nella ragione del mio vivere; molto nelle convinzioni dell'animo, frutto di lunghe e dolorose esperienze „.

L'anno successivo il Tosti si rivolse nuovamente al Cibrario. Non mi fu possibile rinvenire la sua lettera, e me ne duole, poichè non sarebbe stata senza importanza. Ne conosco il contenuto dalla risposta del Cibrario, che mi fu trasmessa da Monte Cassino. Si discuteva in Piemonte la legge sulla soppressione delle Corporazioni religiose, che fu poi approvata il 29 maggio del 1854 (1).

Dal 21 aprile — giorno memorabile, perchè fu quello in cui mons. Calabiana e l'episcopato piemontese presentarono la loro ben nota proposta, per istornare la bufera, ben più politica che economica, la quale si scatenò impetuosa contro le predette Corporazioni — è datata la lettera del Cibrario.

Scriveva dunque, da Torino, il Cibrario al Tosti. " La legge sulle Comunità religiose non passerà in Senato, senza molte modificazioni, una delle quali sarà di lasciare in pace quelli che hanno fatto professione. Così saranno appagati anche i desideri della Congregazione Cassinese. Sono dolentissimo d'intendere i disgusti che amareggiarono la di Lei vita. V. S. ch.ma non li merita certamente, e tanto maggior conto ne terrà Chi permette per gli alti suoi fini le tribolazioni dei giusti „.

Con questa lettera finì la corrispondenza fra il Tosti e il Cibrario, tuttochè quest'ultimo vivesse ancora lungamente. Morì infatti il 1° ottobre 1870. Era nato il 23 febbraio 1802. Forse l'antico accordo perfetto nei pensieri e nei sentimenti non esisteva più. I due personaggi non sentivano forse più il desiderio di restare accostati fra loro. Forse le affannose occupazioni di entrambi furono di ostacolo al continuare della frequente corrispondenza.

---

(1) V. Bersezio, *Il regno di Vittorio Emanuele II*, vol. VII, Torino, 1892, pp. 304-5, 311-2.

VI.

Il conte Carlo Baudi di Vesme per la sua edizione degli *Edicta regum Langobardorum*, per le sue diligenti e accurate — ancorchè non sempre fortunate — ricerche sulla letteratura volgare di Sardegna, nel periodo delle origini, e per altri lavori, ben nutriti di erudizione, va collocato senza alcun dubbio fra i maggiori letterati piemontesi del secolo XIX. Nato nel 1809, egli morì nel 1877, dopo una lunga e onorata vita, impiegata nel culto delle lettere.

Negli ultimi suoi anni, senza smettere le sue indagini nel campo della lingua, attese in modo particolare alla preparazione del Codice diplomatico della Sardegna, essendo sua intenzione di rifare il lavoro di Pasquale Tola e di proseguirlo (1).

Con questo intento, ancorchè, egli modestamente diceva, " non conosciuto probabilmente neppure di nome „ si rivolse al Tosti, con lettera, datata da Torino, 2 dicembre 1870. Gli manda due suoi scritti sulla questione delle carte di Arborea, e fra essi le *Osservazioni intorno alla Relazione sui mss. d'Arborea pubblicata negli Atti della R. Accad. di Berlino*, Torino, 1870, pp. LXII, 151. Egli vi si lagnava che il Tobler avesse detto che nessun documento in lingua sarda, si conoscesse per la stampa, anteriore al 1316.

Il Vesme afferma anzitutto, che documenti più antichi esistono e sono a stampa. Quindi procede così nella lettera. " Ma oltre i già pubblicati, molti inediti si conservano ancora nell'*Archivio Cassinese*, dei quali il Gattola (*Hist.* 344) dice: *plura privilegia in Archivio nostro extant, barbara, quae vix aut ne vix quidem intelligi possit, lingua conscripta;* e per questa ragione li omette. Di tali documenti io abbisogno, non solo per la loro utilità in rischiarare la questione anzidetta, ma anche pei molti

(1) Degli studi fatti dal Vesme per preparare il codice diplomatico sardo tace E. Ricotti. *Carlo Baudi di Vesme*, nelle *Curiosità e ricerche di storia subalpina*, III, 51 sgg., ancorchè dovesse esserne bene informato. Il Ricotti, come membro principale della R. Deputazione storica non poteva non ignorare un lavoro che si andava preparando appunto sotto gli auspici, e quasi direi, per volere di quella Deputazione. Forse egli volle mantenere il silenzio, sopra un lavoro, che non era stato condotto a porto.

lumi che da essi si spera per istabilire la serie, finora incerta e confusa, dei re o giudici Sardi. Essi mi sarebbero inoltre utilissimi anche per la pubblicazione ed illustrazione che intendo fare di alcuni finora inediti di quei controversi diplomi d'Arborea „. Chiede notizie sui documenti, sulla loro età, sul loro numero, e domanda eziandio quale sarebbe il prezzo della copia, quando la Deputazione di Storia Patria l'avesse a chiedere.

Tosti rispose (20 dic. 1870): " Ella sarà servito al più presto che mi sarà possibile, intorno alle Carte Sarde esistenti in quest'Archivio. Ne avrà la serie cronologica ed anche la copia di quelle che crederà più opportune alla questione col Tobler „.

Addì 27 gennaio 1871, il Tosti già dava notizie al Vesme delle Carte Sarde trovate sino allora. Altre erano in originale ed altre in copia. Fra queste ultime stavano anche quelle inserite nei Regesti di Pietro diacono, compilati nel secolo XII. Esse non potevano quindi spettare al sec. XIV, come riteneva il Tobler. " Di questi documenti molti erano in volgare. Fatti i primi raffronti colle edizioni del Gattola e del Muratori, si trovò che questi erano molto difettosi „.

In una lettera del 20 maggio 1871, il Tosti comunica nuovi dati, e parla particolarmente dei documenti Sardi, che si trovano trascritti nei Regesti di Pietro diacono e di Tommaso abate, quello del sec. XII, questo del sec. XIII. Si mostra disposto a fare le collezioni colle stampe: " mandi pure i fogli del *Codex diplomaticus* Sardo del Tola, al margine dei quali saranno notate le mende, secondo le nostre carte. Ma sia tempo al tempo „.

Il Vesme rispose solo addì 11 luglio, poichè nel frattempo aveva fatto un viaggio in Sardegna. " Nè per la copiatura — egli dice — delle carte inedite, nè molto meno ancora pel collazionamento delle edite non vi è premura „.

Scrivendo al Tosti il 21 novembre successivo, gli dà una bella notizia: " Stanno giungendomi i diplomi Sardo-Pisani; essi pure così numerosi ed importanti „. In vista di questa buona messe raccolta, la Deputazione storica affretta la pubblicazione. Quindi il Vesme prega il Tosti di voler sollecitare il lavoro così che abbia ad essere compìto fra due mesi. Il Tosti promise con lettera del 16 aprile. Insiste il Vesme per aver presto le copie e le collazioni, anche nella lettera del 12 aprile 1872. Addì

8 giugno il Tosti scriveva al Vesme intorno ai documenti trasmessigli. " Spero che il nostro lavoro incontri la sua approvazione. Certo che i padri Quandel e Capelletti han messo molta cura a renderle questo piccolo servizio ". In data 10 giugno, il Vesme mandava i suoi ringraziamenti al Tosti, al Quandel, al Capelletti, e soggiungeva: " Vedo che anche pei diplomi già pubblicati la fatica fu improba, stante la colossale negligenza dei primi editori ".

Il materiale di storia sarda proveniente dagli archivi di Montecassino e di Pisa si conserva presso il conte Alessandro Vesme, ed è molto ampio. Quanto ai documenti di origine Cassinese, essi spettano a tre serie:

1° Carte originali (n. 1-33, oltre a due duplicati);
2° Estratti dal Regesto di Pietro diacono (n. 34-55);
3° Estratti dal Regesto I di Tommaso abate (n. 56-59).

Levando gli atti duplicati, che non sono pochi, i documenti rimangono 46. I più antichi sono del sec. XI. La preparazione fu fatta in questo modo. Il Vesme apprestò alcuni fogli del *Cod. dipl.* del Tola. I monaci collazionarono gli atti Cassinesi ivi contenuti, completando il lavoro con un fascicolo separato di 40 pp., sul quale trascrissero pure i nuovi documenti da essi trovati. Il Vesme poi riscrisse i documenti nuovi trasmessigli, sopra alcuni fogli apposti in calce al Tola, o a questo premessi.

Il Vesme sopravvisse ancora varî anni, essendo morto nel marzo 1877. Ma il Codice Sardo rimase arenato. Per quali motivi questo sia avvenuto, mi è cosa ignota. Neppure nelle lettere, che, negli anni seguenti, scambiaronsi fra il Tosti ed il Vesme, si fa più parola di quel lavoro, che era stato intrapreso, con tanto entusiasmo, e poi condotto innanzi con tanta alacrità.

Nel carteggio precedente, il Tosti aveva una volta (20 dicembre 1870) richiamata l'attenzione del Vesme sul carme volgare da lui riprodotto nella edizione del Commento Cassinese alla *Divina Commedia*, e lo avea fatto nel dubbio che non si trattasse forse di volgare Sardo. Il Vesme rivolse infatti i suoi studî su questo carme, che ora denominasi comunemente il *Ritmo Cassinese*. Preparata la trascrizione, aggiuntavi l'interpunzione, appostavi la traduzione letterale, il Vesme mandò al Tosti il suo lavoro, con lettera del 10 febbraio 1874. Gli chiese inoltre varie notizie rispetto al dialetto, che egli sospettava Cassinese, e riguardo al

contenuto del Codice su cui fu trascritto, e all'età del medesimo. Il Tosti rispose (17 febbraio) dicendo che il Codice è intitolato: *Acta Apostolorum*, *Epistolae Canonicae*, *Cantica*, *Sapientia*, *etc.*, ed è del sec. XI, anzi del tempo del celebre abate Desiderio. Pensava il Tosti che il ritmo fosse in volgare siciliano.

Usufruendo della collazione fatta dal Tosti sul Codice cassinese, il Vesme (1) pubblicò il *Ritmo* sul *Propugnatore*. Il Vesme (25 gennaio 1875) ne scrisse al Tosti, parlandogli anche dei dubbî che sull'autenticità del Ritmo, e sull'età del Codice aveva espresso pur allora il D'Ancona (2). Gli domanda un *facsimile* del Codice, più ampio di quello apparso nel Dante Cassinese, e lo prega di particolareggiate notizie d'indole paleografica. Di nuove curiosità chiede di essere appagato, con lettera del 4 febbraio.

Ora non si dubita più dell'autenticità del carme. Ma, secondo il Novati (3), la sua età non sarebbe così antica, come si credeva. Lo si ritiene adunque della fine del sec. XII o del principio del XIII.

VII.

Il Tosti nel 1855 era ricorso al Cibrario per implorare meno grave ai suoi confratelli la legge di soppressione delle Corporazioni Religiose. Più tardi venne la volta di Montecassino, e a salvare ciò che era salvabile, nella procella, egli impiegò tutte le forze del suo ingegno eletto e del suo nobile cuore. Pubblicò, sotto il titolo: *S. Benedetto al Parlamento*, alcune pagine, dignitose, ma calme. Sollecitò il soccorso dei suoi amici d'Inghilterra. Il Governo prese un mezzo termine, salvò alcun che dell'antica istituzione, e mantenne almeno l'Abbazia, sotto la veste di " Monumento nazionale ". Ma il Tosti reputò che uno dei mezzi migliori per difendere il suo Montecassino fosse quello di renderlo venerato, come centro di studi, e di mante-

(1) *La lingua italiana e il volgare toscano*, in *Propugnatore*, VII, 2, pp. 3 sgg.; Bologna, 1874. Il testo del Ritmo sta a pp. 40-43.

(2) *Lettera a Francesco Zambrini*, *Propugnatore*, VIII, 2, 394 sgg.

(3) *Il Ritmo Cassinese e le sue interpretazioni*, negli *Studî critici e letterari* del Novati stesso, Torino, Loescher, 1889. La prima edizione uscì tre anni prima nella *Miscellanea filologica Caix-Canello*, Firenze, 1886, pp. 375-91.

nerne intatta la fama. Aveva pensato di fondarvi un Istituto storico (1).

A questi disegni si riferiscono anche alcuni pensieri messi testè innanzi da Paolo Kehr (2), dell'Università di Gottinga, il quale, nel dare notizia dei diversi fondi che dai paesi situati al piano vennero trasportati in sicuro ricettacolo sull'alto del colle, esce in questa domanda: " E chi non approva che da tutte le parti d'Italia materiali storici vengano depositati in questa sicura religiosa custodia dei dotti Padri Benedettini di Montecassino? „ Troverassi un pensiero non identico certo, ma in qualche modo analogo, in una lettera, 26 giugno 1874, del Tosti, che citerò di qui a poco.

Già si è detto che il Tosti bramava di rinnovare l'indice dell'Archivio Cassinese. Pensò adesso alla biblioteca, e promosse la composizione del catalogo illustrato dei codici, collo Spicilegio delle migliori cose inedite. Così per altra via egli faceva ritorno all'*Archivio Cassinese*, intorno al quale si era affaticato nei giorni della sua giovinezza. I monaci Cassinesi seppero fare onore alla loro Badia, e nomi illustri questa ci può presentare negli anni di cui parliamo. La storia della miniatura Cassinese, del p. Piscitelli-Taeggi, la *Paleografia artistica*, la *Bibliotheca Cassinensis* sono opere monumentali.

Nel 1873, presidente dell'Accademia di Torino essendo il conte Federico Sclopis, venne il Tosti nominato Socio Nazionale non Residente. Il Tosti ringraziò, scrivendo da Montecassino, 18 agosto 1873. La lettera è indirizzata allo Sclopis e contiene anche un ricordo personale: " I pochi momenti passati ragionando con Lei in casa del comune amico conte Casati in Firenze mi rivelarono più chiaramente quello che io già sapeva per fama della sua mente e del suo cuore. Quanto mi tenni fortunato di quel colloquio! „ Il Tosti inviò allo Sclopis, in attestato di riconoscenza, i " Prolegomeni „ alla *Bibliotheca Cassinensis*.

La risposta dello Sclopis, 27 agosto, parla dei " troppo brevi colloqui „ avuti col Tosti in Firenze, in casa del Casati, ma nulla dicono sugli argomenti che n'erano stati oggetto.

(1) Capecelatro, p. 63.

(2) *Le bolle pontificie anteriori al 1198 che si conservano nell'Arch. di Montecassino*, Roma, 1899, p. 10 (estr. del vol. II della *Miscellanea Cassinese*).

Le due circostanze che ora rilevai, cioè le relazioni amichevoli collo Sclopis, e il dono dei " Prolegomeni „ (1), mi aprono la via a dire di una delle imprese cui il Tosti si diede coraggiosamente negli anni della ancor verde vecchiaia.

Sotto la data del 17 febbraio 1874, il Tosti scriveva allo Sclopis, chiedendogli se la *Bibliotheca* avrebbe potuto trovare associati in Piemonte. " Non oso pregarla, ma solo interrogarla. Potremmo sperare che almeno un esemplare sia acquistato della nostra " Biblioteca „ dai Municipii, dalle Provincie e dalle principali biblioteche del Piemonte? „.

Difatti allo Sclopis riuscì di far smerciare due esemplari della *Bibliotheca* (2) che furono acquistati, uno dall'Accademia delle Scienze, e l'altro dal Municipio di Torino. Da una lettera del Tosti allo Sclopis, in data del 26 giugno 1874, trascrivo: " Non le sembrerebbe opportuno centralizzare in Montecassino la edizione di quanto si pubblica dalle peculiari Deputazioni di Storia Patria? Non sarebbe più razionale e più decente questa unificazione storica della nostra Italia? Senza che ciascuna Provincia perda la sua personalità nelle ricerche e nel frutto delle medesime, la edizione Benedettina renderebbe presso ai dotti stranieri più reverenda e più autorevole l'opera collettiva delle varie Deputazioni e ciò che oggi vien fuori diviso ed inosservato, avrebbe corpo ed anima nazionale. È un mio pensiero poetico, come tanti altri. Ma se per caso vi fosse dentro qualche cosa di vero, certo che nissuno potrebbe tirarlo in atto meglio

(1) Il testo latino di questi " Prolegomeni „ fu riprodotto nelle *Opere*, II, 47 sgg. Segue la versione, II, 159 sgg., con qualche variante, specialmente verso la fine. Il Tosti si lagna della legge di soppressione, che tolse ai monaci e possessi e personalità giuridica, lasciando loro soltanto la custodia della badia. Le seguenti parole mostrano il rapporto che nella mente del Tosti la pubblicazione della *Bibliotheca* aveva colla condizione fatta all' Abbazia. " La legge della soppressione ha restituito alla terra, ossia al fisco, ciò che aveva di terreno la nostra Badia, ma lo spirito non si confisca... Immuni da rancori verso la patria, di cui son figli, e rincacciati dentro i cancelli della storia, essi tendono le mani alla posterità, consegnando a lei i volumi della Biblioteca Cassinese, come un rendiconto di tredici secoli di operosità e di scienza „.

(2) *Bibliotheca Cassinensis seu Codicum Manuscriptorum qui in Tabulario Cassinensi asservantur* ecc., Montis Cassini, t. I, 1893, pp. CIX, 398, 292, con tav. 21.

di Lei, che ha senno ed autorità di giudizio „. Pare che lo Sclopis avesse inteso inesattamente il pensiero del Tosti, il quale in fatti gli risponde così: “ ..... Vengo o meglio torno al mio divisamento intorno alla pubblicazione storica che curano le varie Deputazioni di Storia Patria in Italia. Malamente espressi il mio pensiero. Noi siamo in perfetto accordo. Condanno anch'io i violenti concentramenti di ordini, di amministrazioni, ecc., ecc., e sopra tutto il concentrare in un luogo le antiche scritture, i monumenti di antichità e belle arti. Questi sono irragionevoli e pericolosi ad un tempo. Non discorro del perchè di questa mia sentenza, perchè Ella potrebbe ammaestrarmene. Perciò sia persuasa, che io propugnando l'adunare in Montecassino la pubblicazione di tutto ciò che raccoglie e cura ciascuna Deputazione di Storia Patria, non intendeva traslocare dai vari Archivi le antiche scritture e *concentrarle* in questo Archivio Cassinese; ma bensì *unificarne* la pubblicazione per unità di cure e di libro. I documenti rimarrebbero nelle sedi native; ciascuna Deputazione farebbe da sè; ma il fatto sarebbe unificato qui ..... „.

Il carteggio fra il Tosti e lo Sclopis comprende anche queste due altre lettere, di cui riassumo qui il contenuto.

Il 16 agosto 1874, lo Sclopis scriveva al Tosti: “ Ho il discorso da Lei pronunziato per l'inaugurazione del Museo Campano (1) e fui compreso da meraviglia, scorgendo i diversi e nuovi orizzonti, che ivi scoprivansi. Aggiungo pertanto a' miei ringraziamenti, i più distinti complimenti che Le sono dovuti. Piacquemi infinitamente il vedere da Lei citati con schietta lode i cardinali Contarini, Morone, Cortese e Polo; quanto sarebbe utile alla Chiesa ed alla civile società, che avessimo un buon numero di porporati simili a loro. Ma quanta distanza or ci separa! Da questo tratto del suo discorso prendo argomento di offrirle un breve studio storico che io stampai sul cardinale Morone (2). Siccome esso è scritto in francese e pubblicato negli

(1) Nel t. 228 della *Miscellanea Sclopis*, oggi conservata all'Accademia delle Scienze di Torino, si trova il discorso dal Tosti pronunciato *Per la inaugurazione del Museo Campano nel giorno 31 maggio 1874*, Napoli, De Angeli, 1874.

(2) Allude al volumetto *Le Cardinal Morone, étude historique*, Paris, Lauriel, 1869, pp. VIII, 95 (estr. dai vol. XC [1869] e XCI [1870] delle *Séances et travaux de l'Acad. des sciences morales et politiques*).

Atti dell'Istituto di Francia, appena io credo sia conosciuto in Italia. Inviandolo a Lei, io lo raccomando alla Sua particolare indulgenza . . . „.

In una lettera senza data, ma certo del 1874, il Tosti annunciò, con vivo gaudio, allo Sclopis, di avere pur allora scoperta " una epistola teologica di fra' Tommaso di Aquino all'abate di Montecassino Bernardo I, sopra un passo di S. Gregorio toccante il mistero della prescienza di Dio e proprio della prescienza della morte degli uomini „. Gli pareva che la lettera fosse autografa, ma non voleva che si diffondesse la notizia della scoperta, prima che il " sac. Uccelli, che della scrittura di S. Tommaso è peritissimo giudice „, avesse pronunciata la sentenza definitiva.

Pietro Antonio Uccelli, vista la fotografia, dichiarò l'epistola di mano di S. Tommaso, e il Tosti la illustrò e pubblicò (1).

Chiudo la serie dei documenti, sulle relazioni fra il Tosti e la regione Piemontese, con una letterina, che, in data di Montecassino, 22 luglio 1877, l'illustre Cassinese indirizzò al dr. Raffaele Tarella, direttore della Biblioteca Municipale di Novara, per ringraziare del " prezioso dono che la Biblioteca Civica di Novara ha fatto a questa Cassinese „, cioè per " lo splendido volume intitolato: Di Pietro Apollonio Collazio, ecc. „ (2).

Col Piemonte e coi dotti Piemontesi, almeno per quanto i documenti raccolti mi fanno credere, il Tosti non ebbe relazioni salde, continuate, e tali sopratutto che sulla vita di lui, o sui casi, sia politici, sia letterari, della nazione, abbiano lasciato qualche durevole e profonda traccia. Ma egli ebbe in considerazione quelli che in Piemonte levavano maggior nome di sè nelle lettere, e quando si trattò di legare in un'alleanza scientifico-religiosa i dotti d'Italia, mentre per tutta la Penisola cominciava ad agitarsi uno spirito di vita nuova, il Tosti molto sperò dal Pie-

---

(1) Veggasi fra le *Opere* (II, 17 sgg.) del Tosti, l'articolo intitolato: *S. Thomae Aquinatis epistola ad Bernardum abbatem Cassinensem.*

(2) La lettera si conserva a Novara nella Collezione dell'avv. comm. Gaudenzio Caire. N'ebbi copia per gentile intromissione dell'ab. comm. G. B. Adriani. L'opera, cui qui si allude, intitolasi: *Di* Pietro Apollonio Colluzio *antico poeta novarese il libro fin qui inedito delle Epistole a Pio II per la crociata contro i Turchi, colla versione in terza rima italiana di* Carlo Maria Nay, *aggiuntavi una prefazione latina di* Stefano Grosso *e un discorso proemiale di* Carlo Negroni, Novara, tip. Miglio, 1877.

monte. Anche più tardi, anche quando l'indirizzo delle cose appariva mutato, e l'ideale di un armonico accordo fra la Chiesa e la nuova Italia pareva ogni dì più contraddetto dai fatti, il Tosti non allontanò mai lo sguardo benevolo e affettuoso dal Piemonte. E i dotti Piemontesi onorarono sempre l'illustre Cassinese, nella sua dottrina, nella lealtà del suo animo, nella elevatezza serena del suo pensiero, nella bontà del suo cuore. La nostra Accademia, chiamandolo nel proprio seno, a Lui concesse non minor onore di quello, che, ciò facendo, procurasse a sè medesima.

Madagascar et les Philippines.

Vocabulaire comparatif des principales racines malayo-polynésiennes, communes à la langue malgache et à la langue tagalog.

Nota del Socio corrispondente ARISTIDE MARRE.

L'illustre Cuvier a signalé les Philippines comme le pays le plus propre à l'étude comparative des races humaines. On y rencontre, en effet, une grande variété de types, parmi lesquels les deux types prédominants sont les Aetas ou Negritos, les plus anciens possesseurs du sol, et les Malais. Ce sont ces derniers qui forment la majorité de la population actuelle. Selon toutes probabilités, les premiers Malais immigrants vinrent des îles de Bornéo, Java, Célèbes et Sumatra; ils apportèrent avec eux une langue dont on retrouve des traces dans les divers idiomes répandus à travers le Monde Océanien, suivant la remarque faite pour la première fois par le capitaine Cook, le grand explorateur anglais.

Le nom de Philippine fut donné d'abord à l'île de Leyte, par l'Espagnol Lopez de Villalobos, en l'année 1543, puis il s'étendit à l'ensemble des îles composant l'archipel. A cette époque les Malais de Bornéo et de Célèbes entretenaient un grand commerce avec les Tagals; ils leur apportaient des toiles, des étoffes, des armes et autres objets, et recevaient en échange principalement de l'or et des esclaves.

Pendant plus de trois siècles de domination, les Espagnols ont fait des efforts demeurés infructueux, pour substituer leur

langue à celle des naturels qui est foncièrement la même dans toutes les îles de l'archipel, chez les Tagals, les Bisayas, les Ilocos, les Pampangos, etc. Fray Sebastian de Totanes a dit, il y a plus de cent ans: " *El que se impusiere bien en el tagalog podra correr per todo el reino, con el seguro de que en cualquiera parte hallara con quien entenderse* ".

Le même phénomène philologique s'est produit à Madagascar; dans toute l'étendue de la grande île, la langue est *une*, abstraction faite de légères variantes dans les diverses tribus: Hova, Sakalava, Betsiléo, Betsimisaraka, etc.

Le directeur du Collège royal de l'Escurial, Francisco Valdès, qui a vécu aux Philippines dix-huit ou vingt ans, disait en 1891: " L'idiome espagnol ne pourra être substitué avantageusement au tagalog, tant que l'éducation sociale de ce peuple n'aura pas éprouvé de profondes et radicales transformations ". Et il ajoutait: " Nous avons la ferme conviction que *jamais* l'espagnol ne sera l'idiome vulgaire des Philippines " (n° du 20 janvier 1891, vol. XXIV, pag. 95, de la *Ciudad de Dios*).

La France n'arrivera pas non plus à substituer sa langue à celle des Malgaches; aussi devrait-elle s'appliquer non tant à enseigner le français aux Malgaches, qu'à enseigner le malgache à tous les Français venus à Madagascar ou se proposant d'y venir (1). Mais quittons ces considérations générales et rentrons dans notre sujet: la liste comparative des principales racines malayo-polynésiennes, communes au malgache et au tagalog. Tout d'abord nous ferons observer qu'à Tananarive comme à Manille, les règles de l'orthographe et de la grammaire ont été rédigées par des religieux et des missionnaires qui ne connaissaient ni le malais, ni le javanais, ni aucune des autres langues de la grande famille malayo-polynésienne. De là est résulté forcément l'emploi d'une orthographe souvent défectueuse dans la transcription des mots indigènes en caractères latins. Tâchons d'indiquer sommairement la réforme facile qu'il convient d'y

---

(1) La prospérité des Indes Néerlandaises est due en grande partie à ce que le gouvernement des Pays-Bas encourage de toutes ses forces l'étude du malais, du javanais et des autres idiomes parlés en Malaisie, et à ce qu'il est puissamment aidé dans cette œuvre par l'Institut royal de la Haye et par la Société des Sciences et des Arts de Batavia.

appliquer, afin de rendre plus évidente l'identification des mots-racines du malgache et du tagalog, qui se correspondent dans notre petit Vocabulaire.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES

Les mots-racines, en malgache comme en tagalog, sont le plus souvent dissyllabiques; mais dans ces deux langues comme dans toutes celles dites agglutinantes, on se trouve souvent en présence de mots dérivés offrant un nombre plus ou moins considérable de syllabes. Cela est dû à l'adjonction de particules affixes qui, en grossissant le mot-racine, le défigurent au point de le rendre méconnaissable à première vue. Ce n'est qu'après avoir dépouillé les mots-dérivés de ces affixes (préfixes, interfixes et suffixes), qu'on découvre les mots-racines qui leur ont donné naissance.

Ces préfixes, interfixes et suffixes jouent un rôle capital dans l'étude des langues malayo-polynésiennes, mais c'est dans la grammaire qu'il faut les étudier.

Il suffira de dire ici que ce sont ces particules qui font passer les mots-racines à l'état soit de noms-substantifs, soit d'adjectifs, soit d'adverbes, soit de verbes passifs, actifs, neutres, causatifs, réfléchis ou réciproques, etc.

1° Toute syllabe écrite en malgache se termine par une voyelle; le plus souvent c'est la voyelle *a* des syllabes finales *kă, nă, tră*, dites syllabes muettes par les grammairiens malgaches. Il n'en est point de même en tagalog, où l'on rencontre très souvent des syllabes fermées, et des mots finissant par une consonne *t, g, k, n, nĝ, s, p, d, l,* comme en malais et en javanais. De ce simple fait découle nécessairement comme conséquence, une certaine différence d'orthographe entre les mots-racines du tagalog et du malgache, bien qu'étant de même provenance;

2° *c* et *q* doivent être remplacés par *k*, en tagalog comme en malgache, ainsi d'ailleurs que dans tous les autres idiomes malayo-polynésiens;

3° La consonne *f* n'existe point en tagalog, elle y est remplacée par *p*. Il en est de même en malais, où *f* ne se rencontre que dans un très petit nombre de mots, de provenance arabe;

4° La consonne *v* n'existe point en tagalog, et se trouve toujours remplacée par *b*;

5° Les trois consonnes *j*, *x*, *z* sont inconnues des Tagals; ils les remplacent par la sifflante *s*, qui ne prend jamais le son adouci de notre *z*;

6° La consonne *g* est toujours dure, en malgache comme en tagalog, aussi bien devant les voyelles *e* et *i* que devant les voyelles *a* et *o*;

7° En tagalog, *r* est suppléé le plus souvent par *l* ou par *d*. On ne le rencontre pas au commencement, mais seuleme dans le corps ou à la fin d'un mot. Quand le *d* est placé entre deux voyelles, il se prononce comme *r*;

8° La langue tagalog, comme le malais, le javanais et les autres langues malayo-polynésiennes, possède une nasale des gutturales, que n'ont point nos langues européennes: c'est le *nga*, qui combine les deux articulations réunies du *na* et du *ga*, ou de notre *n* et de notre *g* dur. Cette consonne complexe existe en malgache, mais le dialecte hova n'en tient pas compte, bien que dans le dictionnaire malgache-français publié en l'île Bourbon, en l'année 1853, par les Missionnaires, on trouve ce *nga* figuré ainsi: *ǹ* pour le différencier de *n*;

9° La gutturale *k*, en tagalog, remplace généralement l'aspirée *h*, initiale d'un grand nombre de mots-racines malgaches;

10° En tagalog, deux consonnes écrites à la suite l'une de l'autre, doivent être prononcées séparément. Il en est de même des voyelles, elles ne sauraient former diphtongues;

11° Si l'on ne rencontre aucun mot malgache finissant par la voyelle *i*, cela provient d'une certaine règle d'orthographe, imaginée par les Missionnaires et qui peut être formulée ainsi: " Le son vocal *i* doit toujours s'écrire *y* à la fin des mots. Ex.: *maty* pour *mati*, *vidy*, *vily*, pour *vidi*, *vili*, etc.;

12° Notre son vocal français *ou* est toujours représenté par la lettre *u* en tagalog, et par la lettre *o* en malgache.

Ces observations préliminaires une fois admises, il deviendra facile de reconnaître que les dissemblances entre les mots-racines du malgache, et les mots-racines correspondants du tagalog, sont plus apparentes que réelles, et que si elles frappent au premier abord, elles ne tardent pas à s'atténuer et à disparaître après un examen attentif.

I. Corps de l'homme.

	en malgache :	en tagalog :
Aisselle	*Helikă, Sakelikă*	*Kili-kili*
Barbe	*Vaokă*	*Buhok* (poil de la tête)
Bouche	*Vava*	*Bibig*
Cils	*Volo maso* (poil des yeux)	*Pilik mata*
Coude	*Kiho*	*Siko*
Cuisse	*Fe*	*Paa*
Dents	*Nify*	*Ngipin*
Dents canines	*Vangy*	*Pangil*
Dents molaires	*Vazană*	*Baganĝ*
Derrière	*Vody*	*Uli*
Excréments	*Tay*	*Tai*
Fiel, bile	*Afero*	*Apdo*
Foie	*Aty*	*Atay*
Jambe	*Vity*	*Binti*
Langue	*Lela*	*Dila*
Main	*Tanană*	*Tanĝan*
Nez	*Ôronă*	*Ilonĝ*
Nuque	*Hatokă*	*Batok*
Œil, yeux	*Maso*	*Mata*
Ongles	*Hôho*	*Kôko*
Oreilles	*Tadiny*	*Tainĝa*
Paume de la main	*Felakă*	*Palad*
Paupière	*Vôvo-maso* (toît des yeux)	*Bôbong mata*
Poil	*Volo*	*Bulo*
Pus	*Nană*	*Nana*
Salive	*Rôra*	*Lura*
Tempes	*Fihirifană*	*Pilipisan*
Tête	*Loha*	*Ulo*
Veines	*Ôzatră*	*Ôgat*
Mâle	*Lahy, lalahy*	*Lalaky*
Femelle	*Vavy*	*Bayé, Babayi.*

II. Noms d'animaux.

	en malgache:	en tagalog:
Caïman	*Voay*	*Buaya*
Chame	*Hima*	*Kima*
Chat domestique	*Piso*	*Pusa*
Corbeau	*Goakă*	*Owak*
Crevette	*Oranga*	*Ôlanĝ*
Lézard	*Tsatsakă*	*Sasak*
Moustique	*Môkă*	*Lamok*
Requin	*Akio*	*Iho*
Sangsue	*Dinta, Linta*	*Linta*
Sauterelle	*Valála*	*Balanĝ*
Tortue de mer	*Fano*	*Pagonĝ*
Ver	*Olitră*	*Olay*
Bec d'oiseau	*Tôtokă*	*Toktok*
Écaille de tortue	*Hara*	*Kala.*

III. Noms de végétaux.

Arbre (en général)	*Hazo*	*Kahoi*
Cocotier	*Nihio*	*Niyog*
Concombre	*Tsimondry*	*Katimon*
Feuille (en général)	*Ravină*	*Dahon*
Graine (en général)	*Vihy*	*Binhi*
Igname	*Ovy*	*Ôbi*
Lis (espèce de)	*Vakoană*	*Bakong*
Mangue	*Manĝa*	*Manĝa*
Mousse	*Lomotră*	*Lomot*
Papayer	*Papaye*	*Papaya*
Racines (en général)	*Vahatră*	*Ogat*
Riz	*Vary*	*Palay*
Semis (en général)	*Tsabo*	*Sabong*
Sésame	*Lenĝo*	*Linĝa*
Tronc d'arbre	*Vatană*	*Batanĝ*
Charbon de bois	*Arină*	*Ôlinĝ*
Copeau	*Tataly*	*Tatal.*

IV. Nature et phénomènes naturels.

	en malgache:	en tagalog:
Année	*Taonă*	*Taon*
Baie	*Lovokă*	*Look*
Ciel	*Lanĝitră*	*Lanĝit*
Détroit	*Salakă*	*Salat*
Eau	*Rano*	*Danao* (amas d'eau)
Éclair	*Helatră*	*Kirlat*
Écume	*Bory, Vory*	*Bola*
Feu	*Afo*	*Apoi*
Jour	*Andro*	*Arao*
Lune, mois	*Volană*	*Buan, Bulan*
Mer (haute)	*Alaotră*	*Laot*
Montagne	*Vohitră*	*Bokid*
Pluie	*Orană*	*Olan*
Soleil	*Maso-andro*	*Mata-arao*
Tonnerre (grondement du)	*Kotrokă, Korokă*	*Kolog*
Vagues	*Alonă*	*Alon*
Vent	*Anină*	*Hanĝin.*

V. Noms d'instruments et d'objets usuels.

Bêche	*Hady, Haly*	*Kali*
Bracelet	*Tsintsană*	*Singsing*
Claie	*Falafa*	*Palapag*
Corbeille, panier	*Bakoly*	*Bakay, Bakol*
Corde	*Tady, Taly*	*Talikol* (câble)
Couteau	*Kiso, Meso*	*Pisaw*
Crochet	*Havitră*	*Kait, Kalawit*
Cuillère	*Sotro*	*Soro*
Étai, cale	*Halană*	*Halang, Karang*
Fourreau	*Saronă*	*Salong*
Gong	*Gonga*	*Agong*
Hache	*Fanapaka*	*Pangapas*

	en malgache:	en tagalog:
Lime	*Kikitră*	*Kikil*
Mortier à riz	*Leonga*	*Losong*
Mur, cloison	*Rindrină*	*Dinding*
Nasse	*Vôvo*	*Bôbo*
Papier	*Taratasy*	*Kalatas*
Pierre	*Vato*	*Bato*
Paquet	*Vongo*	*Tongkos*
Pilon à riz	*Akalo, Halo*	*Halo*
Pique	*Tombokă*	*Tombok*
Planche	*Fáfană*	*Papan*
Pont	*Tetezană*	*Taytayan*
Pot	*Vilanĝy*	*Balanĝa*
Radeau	*Zahitră*	*Dâhit*
Rouleau	*Holongană*	*Golonĝ*
Seau	*Dima*	*Timba*
Tasse, bol	*Finga*	*Pingĝan*
Toît	*Vôvonă*	*Bôbonĝ*
Trépied de foyer	*Toko*	*Tongko*
Tresses de rotin	*Rarină*	*Dalin*
Vêtement, étoffe	*Lamba*	*Lambon*
Voile de navire	*Láy*	*Láyag.*

V. Autres noms-substantifs usuels.

Boue	*Fótakă*	*Putik*
Brasse	*Refy*	*Dipá*
Cendre	*Avo*	*Abo*
Chemin	*Lalană*	*Daàn*
Coin, encoignure	*Zoro*	*Sulok*
Commencement	*Amponă*	*Pono, Puno*
Coup de pied	*Tsipakă*	*Sipâ*
Enfant	*Zanakă*	*Anak*
Fin	*Tapitră*	*Tapus*
Gale	*Haty*	*Galis*

	en malgache:	en tagalog:
Hommage, adoration	*Samba-samba*	*Simba* (*)
Jumeaux	*Kambană*	*Kambal*
Mère	*Ineny, Ima*	*Ina, Ima*

VI. Adjectifs qualificatifs.

Agile	*Malaky*	*Maliksy*
Aigre, acide	*Hasină*	*Asim*
Amer	*Faitră*	*Paït*
Blanc	*Fotsy, foty*	*Poti*
Cendré (gris)	*Mavo*	*Abo*
Doux au goût	*Mamy*	*Tamis, matamis*
Gras	*Matavy*	*Mataba*
Marché (à bon)	*Mora*	*Mora*
Mince	*Tify*	*Nipis*
Mou	*Lemy*	*Lemy*
Noir	*Inty, intină*	*Itim*
Neuf, nouveau	*Vao*	*Bago*
Pesant	*Vesatră*	*Bigat*
Plein	*Feno*	*Pono*
Salé	*Masină*	*Asin*
Sûr, certain	*Tô*	*Tantó, totó*
Timide, craintif	*Ma-tahotră*	*Ma-takot-in*
Tortu, bancal	*Binĝo*	*Pingkaw*
Total	*Ziaby, aby*	*Kabéh*
Vermoulu	*Vôvokă*	*Bukbuk*
Vert, verte	*Itso*	*Hilaw.*

(1) La racine *sembah* qui, dans les langues malaise et javanaise, s'est conservée avec le sens d'hommage aux divinités et aux souverains, n'a laissé d'autres traces en malgache que le nom de *samba-samba* qu'on donne aux prémices d'un champ de riz offertes à Dieu; c'est encore le terme de bénédiction que l'on prononce à la fête du premier jour de l'an, au moment où l'on donne aux parents et aux amis les étrennes de bonne année. Dans le tagalog cette même racine existe, mais elle y a pris un sens tout spécial et exclusivement catholique. Le vocabulaire du Dominicain F.co de S. Josef, imprimé à Manille, en 1832, traduit la racine *Simba* par ces mots: " *Yr â Misa* ".

VII. Verbes-racines.

	en malgache:	en tagalog:
Abriter	*Lindonă*	*Lindong*
Accroître	*Tombo*	*Tubo*
Acheter	*Vidy, vily*	*Bili*
Aiguiser	*Asa*	*Hasa*
Aimer	*Asy; Sinta*	*Kasi, Suminta*
Amarrer	*Tady*	*Tali*
Assaillir	*Tampokă*	*Tampol*
Assembler	*Fomponă*	*Ipon*
Baigner (se)	*Mandro*	*Mambô*
Barrer, obstruer	*Sákană*	*Sadhan*
Boire	*Inonă*	*Inom*
Brûler	*Oro, doro*	*Dolok*
Charger	*Sara*	*Dala, sala*
Chatouiller	*Hilik, ilikă*	*Kili-kiti*
Choisir	*Fidy, fily*	*Pili*
Coller	*Rekitră*	*Dikit*
Connaître	*Maha. lála*	*Ki-lála*
Couvrir entièrement	*Safotră*	*Sápot*
Craindre, avoir peur	*Tahotră*	*Takot*
Danser	*Tsindjakă*	*Hindak*
Disparaître	*Lany*	*Lanĝi*
Disperser	*Raratră*	*Valat*
Dormir	*Toro*	*Tolog*
Échapper (s')	*Lefa*	*Lipas*
Écrire	*Sôratră*	*Sulat*
Emplir	*Feno*	*Puno*
Endurer	*Tóhană*	*Táan*
Enfermer	*Korongo*	*Kolong*
Entortiller	*Lilitră*	*Lilik*
Éprouver	*Tsapa*	*Sopa*
Espérer, attendre	*Antenă*	*Hintay*
Être	*Ary*	*Ay*
Faire	*Voatră*	*Bohat*

	en malgache:	en tagalog:
Fendre	*Tatakă*	*Tatak*
Fondre	*Teno*	*Tunau*
Frapper	*Pokă*	*Pokol*
Glousser	*Kohokoho*	*Kokook*
Graver	*Sokitră*	*Soït*
Hacher	*Iritră*	*Hilis*
Incliner	*Hilană*	*Hilig*
Interroger, questionner	*Ontany*	*Tanong*
Jouer	*Dola*	*Dôla*
Jurer	*Ompa*	*Sumpa*
Laver	*Sasa*	*Basa*
Lécher	*Lelatră*	*Dilâan*
Lever	*Akatră*	*Akat*
Louer, affermer	*Hofa*	*Opa*
Marcher	*Leha*	*Lakad*
Marquer, indiquer	*Tendry*	*Tanda*
Mesurer	*Ôhatră*	*Sukat*
Monter	*Anikă*	*Panik*
Montrer du doigt	*Toro*	*Todlo*
Mordre	*Kekitră, kiky*	*Kagat*
Mourir	*Faty, maty*	*Patay, matay*
Nager	*Lanĝo*	*Lanĝoy*
Naviguer	*Lay*	*Layag*
Nommer	*Aṅarană*	*Ngalan*
Ôter	*Ala*	*Alis*
Ouvrir	*Voha*	*Buka*
Passer	*Lalo*	*Lalo*
Peler	*Ofy*	*Opak*
Pendre	*Hantonă*	*Gantonĝ*
Peter	*Etotră*	*Otot*
Piler	*Toto*	*Dokdok*
Pleurer	*Tanĝy*	*Tanĝis*
Pleuvoir	*Ôrană*	*Ulan*
Plisser	*Sôsonă*	*Sôson*
Pousser	*Soronă*	*Solong*

	en malgache:	en tagalog:
Prendre, atteindre	*Takatră*	*Tangkot, tanĝap*
Presser, comprimer	*Tindry*	*Tindih*
Râcler	*Hihy*	*Kiskis*
Rejeter	*Ary*	*Alis*
Remonter le courant	*Ôrikă*	*Oli*
Remplacer	*Solo*	*Solok*
Repousser	*Tolakă*	*Tulak*
Respirer	*Aiña*	*Hinĝa*
Retourner (se)	*Vady, valy*	*Balik*
Rincer la bouche	*Homok-omokă*	*Momog*
Ronger	*Kiky*	*Kibkib*
Séparer	*Ilikă*	*Ilit*
Saler	*Masină*	*Asin*
Siffler, souffler	*Siokă, tsiotră*	*Pasiok, sutsot*
Toucher	*Titikă*	*Tugtog*
Tuer	*Vono*	*Bono*
Violenter	*Gekă*	*Gaga*
Voir	*Hita*	*Kita.*

Nous terminons ce vocabulaire comparatif des mots-racines appartenant à la fois au malgache et au tagalog par le tableau des noms de nombres dans les deux langues.

NOMS DE NOMBRES.

	malgache:	tagalog:
Un	*Isa*	*Isa*
Deux	*Roy, Roa*	*Dalawa, doha*
Trois	*Telo*	*Tatlo*
Quatre	*Efatră*	*Apat*
Cinq	*Dimy, Limy*	*Lima*
Six	*Enina*	*Anim*
Sept	*Fito*	*Pito*
Huit	*Valo*	*Walo*
Neuf	*Sivy*	*Siyam*
Dix	*Folo*	*Póo*
Cent	*Zato*	*Daán*
Mille	*Arivo*	*Libo.*

Gradazione analogica.

Nota di ATTILIO LEVI.

Lo scritto presente è la continuazione di quello edito sei anni addietro in *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino*, vol. XXIX, p. 583 sgg., nel quale cercai di spiegare la forma τμη di radici del tipo τεμ, attribuendone in sostanza l'origine ad un processo analogico.

Ora, certamente di queste radici venne data, grazie alla dottrina delle radici bisillabe, una spiegazione al tutto diversa. Cfr. Bechtel, *Die Hauptprobleme der indogermanischen Lautlehre seit Schleicher*, Göttingen, 1892, p. 190 sgg. Hirt, *Der indogermanische Ablaut*, Strassburg, 1900, p. 47, 55.

Tuttavia non credo di dover abbandonare quella mia ipotesi, per più ragioni:

1° Quand'anche il polisillabismo delle radici fosse dimostrato in modo inoppugnabile, essa ne verrebbe modificata in alcune parti, non però completamente distrutta.

2° Accenni vaghi al procedimento qui descritto occorrono presso i principali cultori di questi studî: veggasi ad es. Hübschmann, *Das idg. Vocalsystem*, Strassburg, 1885, p. 84. Cosicchè, se un pregio avessero le presenti ricerche, sarebbe questo: di aver posto in chiaro una regola (non oso dire, una legge) là dov'altri non vide che fatti sporadici.

3° Nella grecità dialettale si riscontrano esempî, che paiono confortar la mia tesi.

Ciò premesso, il procedimento (che nello scritto su citato non ero ancor pervenuto a formulare) è questo:

Se l'elemento vocalico di radice o suffisso assume in uno dei suoi gradi una forma, che possa farlo apparire come appartenente ad una serie diversa da quella, cui realmente appartiene, questa forma lo trae talora dalla serie, che gli è propria, a quella, con cui ha un rapporto casuale ed esteriore.

Sia ad es. una radice τελ: di grado debole, farà τλ e con *l* sonante ταλ o τλᾰ: ma τλᾰ potrebbe anche essere il gr. deb.

di rad. appartenente alla serie dell'*e* lungo, quindi può divenire il punto di partenza di una serie analogica τλη, τλω.

E questi sono gli esempî, che desumo da: Meister, *Die griechischen Dialekte*, Göttingen, 1882-89, Hoffmann, *Die griechischen Dialekte*, Göttingen, 1891-98. Boisacq, *Les dialectes doriens*, Paris-Liége, 1891. Smyth, *The sounds and inflections of the greek dialects*. I. *Jonic*. Oxford, 1894.

1. πᾶμα eolico, dorico, beotico, locrio (anche eleo in πεπάστω) = κτῆμα. La rad. appartiene alla serie dell'*ē*, quindi regolare è il rapporto η : ᾰ, quale si ha appunto in κτῆμα : κτᾶσθαι, che sta per κτᾰ́-εσθαι. Ma la forma πᾰ = κτᾰ per analogia di un rapporto ᾱ : ᾰ (quale abbiamo in φᾱμί : φᾰμέν) condusse ad un rapporto πᾰ : πᾱ, donde il πᾶμα succitato. Cfr. J. Schmidt, *Die Pluralbildungen der indogermanischen Neutra*, Weimar, 1889, pp. 411-413. Hoffmann, *GD*. II. 503. Diversamente Collitz, *BB*. (= *Beiträge* del Bezzenberger), XVIII. 207 sgg., G. Meyer, *Griech. Grammatik*, 3ª ed., p. 343 e il Brugmann ivi da lui citato.

2. πλᾶθος. Come dimostrano πλῆθος, πίμπλημι, lat. *plēnus*, *complēvi*, è rad. appartenente alla serie dell'*ē*: gr. deb. πλᾰ, es. πίμπλᾰμεν. Ma da πλᾰ per la stessa via su descritta si giunse ad un falso gr. medio πλᾱ, che si ha in eolico, cretico πλᾶθος, in eleo πλᾱθύοντα (accanto a πληθύοντα. Meister, *GD*. II. 33). Cfr. Schmidt, *Pluralb*. 413, Hoffmann, *GD*. II, 291.

Nota. — G. Meyer, *GG*³. 75. 574 crede che in πλη si abbia il gr. deb. di rad. πελ, e scorge in πίμπλημι : πίμπλᾰμεν una formazione analogica a somiglianza di ἵστημι : ἵστᾰμεν. Sicchè πλᾶθος sarebbe dovuto ad un'analogia ulteriore. Ma πλήρης, lat. *plēnus*, ind. *prā-* fanno ritenere che l'*ē* sia originario o che per lo meno il 1° trapasso dalla serie dell'*ĕ* a quella dell'*ē* si sia già avverato nell'indogermanico, cioè anteriormente al periodo, in cui sorsero e si svilupparono gl'idiomi singoli.

3. εἰρήνη ionico-attico, εἴρηνᾰ eolico, εἰρήνᾱ cretico (che presenta pure la forma ἰρήνᾱ), εἰρᾱ́να in Elide e nella Grecia settentrionale (Acarnania, Epiro, Ftiotide, Locridi e Focide), ἰρᾱ́να in Beozia ed Arcadia. Cfr. Meister, *GD*. I, 69. II. 33. 93. Hoffmann, *GD*. I, 135. II. 529. III. 337. Prellwitz, *Etymologisches Wörterbuch der griech. Sprache*, Göttingen 1892, sub voce. Smyth, *Jonic Dialect*, 196. G. Meyer, *GG*³, 98. L'etimo è dubbio: nondimeno si è quasi concordi nel connettere εἰρήνη con ῥήτρα derivante da rad. *ver*, che si ha in εἴρω, lat. *verbum*. Ora *ver*

al gr. deb. con *r* sonante fa *vrā*, che passando nella serie dell'*e* può aver dato (oltre al tema ρη nella flession verbale) ῥήτρα ed εἰρήνη, passando nella serie dell'*a* può aver dato eleo Ϝράτρα, εἰράνα ed ἰράνα.

4. ἵημι. Sta per *σίσλημι secondo Froehde, *BB.* IX. 119. Solmsen, *KZ* (= *Zeitschrift* del Kuhn). XXIX. 350. Prellwitz. *EW.* s. v., e vien connesso con ὅλος, lat. *consōlor*, ted. *selig:* vale a dire, appartiene a rad. *sol* : *sel*, che al gr. deb. (con *l* sonante) ha dato *slă*, da cui si pervenne ad un gr. medio analogico *slē* per influsso di un paradigma πλη- : πλᾰ-.

Da ἵημι deriva ἵλεως, che presenta ulteriori analogie.

Si riscontra in varie forme: laconico ἵληϜος, ionico-attico ἵλεως, erodoteo ἵλεος, eolico ἴλλαος, ἵλᾰος ed ἵλᾰος in Omero e poeti posteriori. Cf. Solmsen, *KZ.* XXIX. 351. Hoffmann, *GD.* II. 487. III. 509-515. Smyth, *JD.* 144. G. Meyer, *GG*³. 211. La 1ª forma è la fondamentale, la 2ª è dovuta a metatesi quantitativa, ἵλεος in Erdt. sta per ἵληος con abbreviamento ionico di vocale innanzi a vocale, ἴλλᾰος ed ἵλᾰος presentano *slă*, forma deb. di rad. *sel*, la quale per influsso di un rapporto στᾰ : στᾱ è passata nella serie dell'*ā* e ha dato *slā*, da cui ἵλᾱος.

5. Rad. λη- " volere „ dorico-elea. Cfr. Meister, *GD.* II. 66. Boisacq, *DD.* 62. Secondo l'ipotesi de' Baunack, *Die Inschrift von Gortyn*, Leipzig, 1885, p. 52 (della quale G. Meyer, *GG*³. 240 si mostra dubbioso) λη sta per Ϝλη e si connette con lat. *velle*. In tal caso Ϝλη potrebbe spiegarsi soltanto come gr. medio analogico di Ϝλᾰ, gr. deb. (con *l* sonante) di rad. Ϝελ, che s'ha appunto nell'inf. latino.

6. Ionico ἀμφισβᾰτέω = attico ἀμφισβητέω. Connesso con βαίνω, come già volevano gli antichi ed ammettono l'Osthoff, *Zur Geschichte des Perfects.* 331, lo Smyth, *JD.* 135, G. Meyer, *GG*³. 85 (altrimenti il Brugmann, *Morphologische Untersuchungen.* I. 22 seguito dallo Hoffmann, *GD.* III. 212), presenta un caso di gradazione analogica, che si estende a tutti i vocaboli pertinenti a βαίνω.

Teoricamente, si può partire da rad. βεν, che di gr. deb. fa βαν, es. appunto βαίνω, e βᾰ, es. βάσις, βάδην, βατός, ἀμφισβατέω. Poscia βᾰ passando nella serie dell'*ā* diede dor. βίβᾱμι, ἔβᾱν, passando nella serie dell'*ē* (trapasso, che per questo come pe' casi analoghi fu agevolato nella grecità ionica dal regolare

mutamento di ᾱ in η) diede ἔβην, ἀμφισβητέω, βῆμα, βηλός, βωμός (con accentuazione isterogena per influsso degli altri nomi in μος, che sono in gran maggioranza ossitoni, cfr. STRATTON, *History of greek noun-formation*, Chicago, 1899, I. 199 sgg.).

Per contro, nell'ordine de' fatti, fanno difficoltà le voci del corrispondente verbo indiano, nelle quali la rad. si presenta nella forma *gā*: cfr. PRELLWITZ, *EW.* 43. Per il che conviene od ammettere un'originaria dualità di radici o supporre che la rad. unica sia dalla serie dell'*ĕ* passata in quella dell'*ā* già nel primitivo linguaggio indogermanico: trapasso, che del resto non è punto impossibile, perchè avvenuto forse per *plē* (rispetto a *pel*) e per *dră* (rispetto a *drem*). V. sopra nota a n. 2 e cfr. HIRT, *Idg. Ablaut.* 145. PEDERSEN, *Indogermanische Forschungen.* II. 309.

Ma, checchè sia di ciò, par certo che in βάσις : βῆμα : βωμός si abbia una completa e perfetta gradazione analogica.

Nota. — Diversamente rispetto all'ᾱ (η) di ἔβᾱν, ἔβην l'OSTHOFF, *MU.* IV. p. IV, *ZGdP.* 30. 55. 331.

7. Ionico χρέωμαι = attico χρῶμαι. SMYTH, *JD.* 168. 563. HOFFMANN, *GD.* III. 514. Pertiene a rad. χερ, che s'ha in χερνής, χείρων, χερείων: cfr. G. MEYER, *GG*³. 75. PRELLWITZ, *EW.* s. χρή. BRÉAL, *Mém. de la Soc. de ling.* VIII, 310. Al gr. deb. (con *r* sonante) fa χρᾰ, che s' ha in erodoteo χρᾶσθαι da *χρᾰ-εσθαι: cfr. SMYTH, *JD.* 242. Passando nella serie dell'*ē* dà χρη-, che si riscontra in ogni parte della grecità: cfr. SMYTH, *JD.* 168. MEISTER, *GD.* I. 70. 222. 296. II. 34. Con passaggio alla serie dell'*ā* si ha χρᾱ in eleo: cfr. MEISTER, *GD.* II. 34.

Nota. — χρε- in χρέομαι, pure ionico (cfr. SMYTH, *JD.* 168), può spiegarsi per *χρηομαι con abbreviamento ionico di vocale prevocalica, mentre in χρέωμαι per contro si ha metatesi quantitativa. Ma esso χρε- può anche stare a χρη- come πλε- sta a πλη- in ion.-attico ἄπλετος : ion. ἄπλητος (cfr. SMYTH, *JD.* 143. HOFFMANN, *GD.* III. 264), in attico πλεῖστος: arcad. πλῆστος (cfr. MEISTER, *GD.* II. 95, HOFFMANN, *GD.* I. 147), o come ψεκ- sta a ψηκ- in ψεκάς : ψήκτρα (cfr. SMYTH, *JD.* 135, SCHMIDT, *KZ.* XXXII, 357): può cioè presentare lo stesso rapporto, che si ha in τίθεμεν : τίθημι. Se poi l'ε : η de' casi qui citati costituisca una gradazione vera e propria, o non piuttosto l'ε stia qui per l'ᾰ originario del rapporto regolare η : ᾰ e si sia in sua vece introdotto nelle forme deboli per influsso delle forti, questa è un'altra questione, sulla quale cfr. HIRT, *Idg. Ablaut.* 5.

Convien però ricordare che secondo il BRUGMANN, *Griech. Grammatik*, 3ª ed., p. 71, seguito da G. MEYER. *GG*³. 386 (ma combattuto dallo SCHMIDT,

Berichte d. Berl. Akad., 1889, p. 302 sgg.) attico πλεῖστος sta per originario *πληιστος. Con che cadrebbe ogni differenza apofonica tra essa forma e l'arcadica.

8. Ion. πλώω = ion.-attico πλέω. Smyth, *JD.* 188. Hoffmann, *GD.* III. 363. Appartiene alla serie dell'*ĕ*, es. πλυτός : πλευσοῦμαι : πλόος per *πλοϝος = *πλου-ος. Secondo Bechtel, *Hauptprobleme.* 167, Smyth, l. c., πλω deriva dal tema del perfetto: ma resta a spiegarsi la lunga, poichè il perf. regolare di rad. πλευ dovrebbe sonare *πεπλοϝα. Forse ha qui operato l'analogia di erodoteo πλέος = att. πλέως: a quel modo che πλέος sta per *πληϝος, potè parere a' parlanti che πλέω stesse per *πληϝω con abbreviamento ionico di vocale prevocalica: cfr. Hoffmann, *GD.* III. 509 sgg. Inoltre l'analogo verbo ion. ζώω in alcune voci si presenta nella forma ζη-: cfr. Smyth, *JD.* 562-63. Quindi πλέος da una parte, ζῆν dall'altra possono aver condotto πλευ nella serie dell'*ē*. Donde gr. forte analogico πλώω.

Diversamente, partendo da altre premesse, lo Streitberg, *IF.* III. 387.

9. Laconico σιός = θεός. Da σιο- e σι- (e più da questa forma che non da quella) si formano, come nella restante grecità da θεο- e θε-, de' nomi personali. Esempî: Σιδέκτας, Σιμήδης, Σίπομπος, Σίτειμος (= Θεοδέκτης, Θεομήδης, Θεόπομπος, Θεότιμος). Accanto poi a tali forme troviamo queste altre: Σειδέκτας, Σειμήδης, Σείπομπος, Σείτειμος. Cf. Boisacq, *DD.* 54. 70. 98. 145. Fick-Bechtel, *Die griechischen Personennamen*, 2ª ed., Göttingen 1894, p. 143 sg. Ora, certamente Σει- può essere una semplice variante grafica di Σι-, come -τειμος per -τιμος in Σίτειμος, poichè le iscrizioni, in cui si riscontra Σει- = Σι-, appartengono ad epoca relativamente tarda, quando cioè ει era ormai l'equivalente grafico non solo di ι lungo ma anche di ι breve. Cfr. *Corpus inscript. graec.* I. 604 sgg. G. Meyer, *GG*³. 180-1. 289. Tuttavia, non è da escludersi che Σι- possa esser sembrato a' parlanti un gr. deb. di rad. del tipo λειπ, e che tale illusione li abbia tratti a foggiare un gr. medio analogico Σει-.

10. -ειας, -ῖας, -εας, -ῖας. Terminazione ben nota di nomi personali greci, es. Αἰνείας, Ἀρχίας, Δαμέας, Δεινίας. Cfr. Boisacq, *DD.* 53. Fick-Bechtel, *Griech. Pers*². 24-25. In -ειας : -ῖας si può col Fick, l. c., scorgere un rapporto apofonico ει : ῖ. In εας si ha quasi indubbiamente la forma più piena della termina-

zione con scadimento del ι intervocalico: cfr. G. Meyer, *BB.* I. 89 sgg.

Ma resta a spiegarsi la forma -ῖας attestata soltanto da iscrizioni doriche (Corinto e Corcira). Ora, trovandosi qui ῐ accanto a ῑ, si potrebbe pensare al duplice grado basso dell'Osthoff, *MU.* IV. 282 sgg., oppure, e meglio, alla dottrina del Kögel, *Beiträge* di Paul e Braune, VIII. 108 (che mi furono inaccessibili: e li cito da Bechtel, *Hauptprobleme.* 147), secondo il quale nelle due serie *ei* : *ī* : *ĭ*, *eu* : *ū* : *ŭ* la lunga intermedia costituisce il suono di trapasso dalla prima forma alla terza. Spiegazione questa, che coincide con quella, che del ῑ del caso nostro dà G. Meyer, *BB.* I. 90.

Ma non sembra che qui s'abbia a cercare un regolare processo fonetico, poichè, se da un tale processo ripetessero l'origine codeste lunghe, dovrebbero avere larga diffusione, trattandosi di formazione panellenica. Per contro si trovano in un solo punto del territorio greco: e ciò giustifica la spiegazione analogica. Vale a dire, può supporsi che nel dialetto di Corinto-Corcira la forma -ῖας del rapporto apofonico reale -ειας : -ῐας abbia (forse col concorso di una qualche particolare tendenza fonetica del luogo) condotto i parlanti a stabilire un rapporto apofonico fittizio -ῐας : -ῖας.

10*bis*. Dor. πώς, πός = att. πούς. Boisacq, *DD.* 66. G. Meyer, *GG*³. 139. Lat. *pedem*, gr. πεδόν, πεζός accanto a ποδός, πόδα ecc. accennano chiaramente ad un rapporto πεδ- : ποδ-; quindi laconico πός deve dirsi la forma originaria. Ma ποδ- trasse la rad. nella serie dell'*o*, donde πωδ- (sul modello d'uno schema βοϝ : βωϝ), da cui dor. πώς. Quanto ad att. πούς, è forse dovuto ad ulteriore analogia di forme similari, quali ad es. att. βοῦς, οὖς: dor. eol. βῶς, ὦς, su cui cfr. Hoffmann, *GD.* II, 375.

Diversamente Streitberg, *IF.* III. 323. Hirt, *Idg. Ablaut.* 143.

Nota. — Fanno difficoltà le lunghe di lat. *pēs*, ind. *pād*, cfr. Hirt, *Der idg. Akzent*, Strassburg, 1895, p. 222. Le quali lunghe, se non hanno il lor fondamento in un qualche processo interno (cfr. Bechtel, *Hauptprobleme*, 172 sgg.), conforterebbero l'ipotesi d'un'originaria dualità di temi, quale pel greco ammette G. Meyer, *GG*³. 40.

11. Dor. Κόρκυρα = att. Κέρκυρα — ion. γοργύρη = γέργυρα (Alcmane). Cfr. Ahrens, *De gr. ling. dial.* II. 122 sgg. Boisacq, *DD.* 52. 64. Fick, *BB.* XXIX. 37. G. Meyer, *GG*³. 63. Brug-

MANN, *GG*³. 85. Secondo lo SCHMIDT, *KZ*. XXXII. 345 sgg. le forme originarie sono Κέρκυρα, γέργυρα, l'o delle altre è dovuto ad un fenomeno d'assimilazione. Ma riesce difficile l'accettar questa opinione, se si considera 1° che Κόρκυρα è la forma indigena del nome dell'isola, 2° che Κορ- e γορ- paiono piuttosto le genuine sillabe del raddoppiamento, quali si hanno altrove, es. πορφύρω, μορμύρω. Cfr. HIRT, *Idg. Ablaut*, 190 sgg. E, se si ritengono originarie le forme con ο, quelle con ε possono spiegarsi come un gr. medio analogico foggiato da' parlanti a somiglianza di qualche rapporto esteriormente affine, es. δερκ- : δορκ- in δέρκομαι : δέδορκα.

12. Ionico Εἰλειθυίη, att. Ἰλείθυα = comune Εἰλείθυια. Etimo controverso. Cfr. MEISTERHANS, *Gramm. der att. Inschr.*², 67 (la recentissima 3ª edizione a p. 87 non fa più parola dell'etimologia). BRÉAL, *Mém. de la Soc. de lingu.* VIII. 308. KRETSCHMER, *Die griech. Vaseninschriften*, Gütersloh 1894, pp. 156-58. HOFFMANN, *GD*. III. 397. Se, come vogliono alcuni degli autori citati, deriva da ἱλέομαι (e non da ἐλευθ-, nè da εἴλεα = ἄθλια + rad. θυ-), si ha una falsa gradazione ει : ι (poichè l'antichità del vocabolo sembra escludere che l'ει iniziale possa essere una semplice variante grafica del ι originario), cioè coll'ει di Εἰλείθυια fu foggiato un gr. medio analogico al ι di ἱλέομαι, sillaba del raddoppiamento. V. sopra num. 4.

Nota. — Così spiegato il doppione iniziale Ἰλε- : Εἰλε-, si potrebbe scorgere nella restante parte del vocabolo il femminile dell'aggettivo εὐθύς : ἰθύς, cioè εὐθεῖα : ἰθεῖα, ion. ἰθείη. (E il tutto sarebbe un composto, che indicherebbe in modo concreto, epperò conforme ad un normale processo ideologico de' Greci, la rapidità, con cui la Dea mitiga — s'intende, i dolori del parto).

Da' suaccennati elementi poterono derivare da una parte beot. Εἰλειθείη, dall'altra *Εἰλευθεῖα. Delle quali due formazioni la seconda col suo εὐθ- può aver condotto ad un'etimologia popolare, che la collegò con ἐλευθ- : donde e le forme, in cui il ι del dittongo iniziale è caduto, es. dor. Ἐλευθία, e quelle, in cui il nome della Dea è foggiato come il partic. perf. femm. di esso tema verbale, es. dor. Ἐλεύθυια.

Ad una contaminazione de' due tipi Εἰλειθείη ed Ἐλεύθυια è poi dovuta la forma comune Εἰλείθυια colle sue varianti numerose.

Per le forme ed altri etimi cfr. ancora, oltre a' succitati, PRELLER, *Griech. Mythologie*. I². 511 *Nota*. SCHMIDT, *KZ*. XXXII. 350 *Nota*. PRELLWITZ, *BB*. XIX. 256.

Una iscrizione inedita di Brunengo vescovo d'Asti.

Nota storico-paleografica del Prof. CARLO E. PATRUCCO
Dottore in Lettere e Filosofia.

Nel 1888, precisamente mentre il mio venerato maestro, professore conte Carlo Cipolla, scriveva di Brunengo vescovo d'Asti (1), si incominciarono alcuni scavi presso la parete della Chiesa di S. Secondo in Asti, guardante il palazzo municipale, là appunto dove sorgeva l'antica cripta racchiudente le spoglie del vescovo Secondo, santo martire e patrono della città. In quegli scavi si venne appunto a scoprire una iscrizione del secolo X che porta il nome del vescovo Brunengo.

È un parallelepipedo di granito, benissimo conservato, che il cav. Nicola Gabiani conserva nel suo studio con alto intelletto d'amore per le antichità storiche astigiane, e che con isquisito senso di disinteresse mi comunicò, ond'io gli debbo qui nuovamente in pubblico le più sentite grazie.

La pietra recante la iscrizione misura m. 0,785 di lunghezza, per 0,14 di larghezza e 0,15 di altezza. Cinque lati rozzamente ntagliati indicano l'incastramento nel muro della cripta; la sesta facciata ben levigata reca la scritta, disposta così su due linee, come appare dal facsimile qui allegato.

✠ BRVNINGVS VENERABILIS VMILIS
EPISCOPVS FIERI IVSSIT ELIV

Tralascio naturalmente di ricordare il grafito posteriore e relativamente moderno EGO IOANNI che non presenta nulla di notevole, tranne forse la forma della G che vorrebbe rispecchiare

(1) Carlo Cipolla, *Di Brunengo, vescovo d'Asti*, in " Miscellanea di Storia Italiana ", XXVIII, Torino, Paravia, 1890, p. 507: Docc. intorno alla cripta di S. Secondo in Asti, in *Appendice*.

il tipo arcaico, ma tradisce facilmente la tarda fattura, e la E onciale veramente bella.

Quest'iscrizione, se non porta dati nuovi per stabilire con maggior sicurezza la cronologia dei vescovi astesi, alquanto incerta (1), tuttavia è molto notevole dal punto di vista paleografico, ed anche la storia come vedremo in seguito può trarne qualche vantaggio.

Più che per sè stessa, l'iscrizione presente è notevole come termine di confronto cogli scarsi documenti epigrafici piemontesi di poco anteriori e di poco posteriori ad essa.

Uno sguardo d'insieme mette subito in rilievo la diversa altezza delle lettere, però quasi tutte capitali. Questo fatto è significativo dal punto di vista dell'autenticità dell'iscrizione la quale risale certo all'epoca del vescovo Brunengo e non è fattura posteriore. Di fatto, l'iscrizione sepolcrale di S. Grato, che esiste attualmente ancora a S. Cristoforo presso Aosta ha tutte le lettere capitali, tranneché la C di PACE è già munita in basso di un apice alquanto sviluppato, e la G ha qualche cosa nella sua spezzatura inferiore che accenna al giro dell'onciale. Anche qui l'altezza delle lettere è disuguale, quantunque in proporzioni minori che nell'iscrizione di Brunengo. L'iscrizione di S. Grato è generalmente riconosciuta dagli scrittori più autorevoli come del sec. V (2), sebbene alcuni vogliano ritardarla fino al sec. IX (3). Non è mio compito entrare nella discussione sull'età dell'epitaffio di S. Grato, quantunque non possa trattenermi dal rilevare la identità di forme di alcune lettere di questa e dell'iscrizione di Brunengo. A rilevare il carattere arcaico di quest'ultima giova del resto il paragone con altri documenti epigrafici. Notevole la mancanza assoluta di abbreviazioni e di nessi che riscontriamo nella lapide di Brunengo, mentre abbreviazioni e nessi e lettere inscritte e soprascritte abbondano nell'epitaffio di Ariardo prete, che il Bruzza assegna al secolo VIII o al IX (4).

---

(1) Cipolla, *Op. cit.*, pp. 355 e segg.

(2) Mommsen, *Corpus Inscript. Lat.*, V, ii, n. 6859; Savio, *Gli antichi vescovi d'Italia*, I, 74, Torino, 1899.

(3) Aubert, *La Vallée d'Aoste*, p. 234, Parigi, 1860; Bérard, *Antiquités Romaines de la Vallée d'Aoste*, p. 21, Torino, 1881.

(4) Bruzza, *Iscrizioni Vercellesi*, n. CLII, p. 359, Roma, 1874.

È vero che nell'altra iscrizione biellese di prete Nalbino non vi è altra abbreviazione all'infuori di quella di PRESBITER rappresentata da $\overline{\text{PR}}$; ma la varia altezza delle lettere e la forma di alcune di esse, come vedremo più innanzi, l'accostano anche maggiormente al tipo dell'iscrizione brunenghiana (1). Senonchè si potrebbe obbiettare che il latercolo di Audace, vescovo d'Asti, ed immediato predecessore di Brunengo (2), presenta caratteri paleografici affatto diversi da quelli dell'iscrizione di Brunengo. Nel latercolo di Audace le onciali sono largamente frammiste alle capitali ed anche di queste la forma delle lettere si discosta spesso da quella delle lettere dell'iscrizione di Brunengo. Ma il confronto di questa iscrizione con altre posteriori di un secolo e mezzo — per esempio col mosaico d'Acqui del secolo XI (3), e coll'iscrizione del monumento funebre di Odilone conservato nel Museo Civico di Torino ed illustrato dal Vayra (4), dove sono già così accentuate le traccie di gotico che mancano affatto nella lapide di Brunengo — ci assicura indubbiamente che questa lapide non può essere ritardata (5). Alle stesse conclusioni ci conduce il paragone coll'iscrizione di Warmundo, vescovo d'Ivrea l'anno mille, più volte publicata, ma senza facsimile (6), ed oggi ancora esistente nella parete interna della Cattedrale eporediese, dove però è a rilevare la uguaglianza perfetta dell'altezza delle lettere e la regolare bellezza della loro forma. Ma a questo punto, anzichè estenderci in osservazioni generali, gioverà meglio scen-

---

(1) Ibidem, n. CXLV, p. 345.

(2) Cipolla, *Di Audace vescovo d'Asti e di due documenti inediti che lo riguardano*, Torino, 1887, in " Miscellanea di Storia Italiana „, XXVII, p. 316.

(3) Fabretti, *Mosaico d'Acqui*, in " Atti della Soc. Archeol. Torino „, II, p. 19 segg. Anche in questo mosaico abbondano di nuovo i nessi.

(4) P. Vayra, *Il sarcofago di Odilone di Mercoeur nel museo civico di Torino*, in " Atti della Società Arch. Torino „, 1875, I, pp. 31 segg.

(5) D'altronde già il Cipolla, *Di Audace*, ecc., pp. 191 segg., ha rilevato che il latercolo di Audace presenta caratteri speciali che s'allontanano da quelli delle altre iscrizioni piemontesi del tempo, per avvicinarlo alla scrittura di manoscritti.

(6) Gazzera, *Iscrizioni Cristiane del Piemonte*, in " Mem. R. Accademia Scienze „, Torino, XI; Provana, *Studi storici su Re Ardoino*, Torino, 1844; Gabotto, *Un millenio di storia eporediese*, p. 31, n. 1 in " Biblioteca Soc. Stor. Subalp. „, IV, Pinerolo, 1900.

dere ad un esame più particolareggiato delle singole lettere della iscrizione di Brunengo, studiandole sia in sè, sia in rapporto colle corrispondenti degli altri documenti epigrafici piemontesi di quei secoli.

La iscrizione nostra consta di quarantasei lettere, oltre le quattro della parola ELIV e le nove del grafito EGO IOANNI che sarà bene esaminare separatamente. Queste quarantasei lettere sono così ripartite: un' A, due B, una C, quattro E, una F, una G, dieci I, due L, una M, tre N, una O, due P, tre R, sette S, una T, sei V.

Cominciamo dall'A. Questa lettera compare soltanto nella parola VENERABILIS. La sua forma, come si può vedere dalla tavola, è press'a poco la seguente. L'asta di sinistra è lievemente obliqua; molto più obliqua è l'asta di destra. Le due aste non si incontrano affatto ad angolo acuto: l'angolo è smussato da una lineetta orizzontale che oltrepassa all'infuori le due aste, sopratutto a destra, dove ripiega lievemente all'insù. Una lineetta simile, però sporgente soltanto all'infuori, termina pure in basso ciascun' asta. Le due aste sono unite in mezzo da un tratto leggermente obliquo da destra a sinistra, così che mentre si stacca presso a poco a metà dell'asta destra, giunge ai due terzi dell'asta sinistra. La descrizione che mi sono sforzato di dare della A dell'iscrizione di Brunengo ci indica subito il posto che essa occupa nella evoluzione grafica di questa lettera. Siamo omai lontani dall'A ad angolo acuto col taglio in mezzo che fa ancora bella mostra di sè nell'epitaffio di Ariardo, dove talvolta conserva una regolarità mirabile, come ad esempio nel nesso AD della quarta riga; o dall' A già mozza in alto, ma senza taglio in mezzo, dei secoli V e VI, che però compare ancora, e addirittura colle due aste che s' incontrano ad angolo acuto, nell' iscrizione biellese di prete Nalbino. Però non siamo ancora all'A colle lineette sporgenti in alto e le due aste ugualmente inclinate, unite fra loro da due tratti che s'incontrano ad angolo acuto rivolto al basso, proprio del gotico, benchè faccia già qualche apparizione sporadica in documenti epigrafici piemontesi più antichi. Accenno a gotico non si potrebbe trovare nella nostra A di VENERABILIS fuorchè nel suo tratto superiore sporgente e ripiegato; ma questo non è ancora molto pronunciato da ambe le parti, nè gli si può in ogni caso dar tanto peso

di fronte a tutti gli altri fatti contrarî. Nell'iscrizione di Audace alcuni A sono ad angolo acuto in alto, ma hanno pur essi un rudimento di apice ai piedi delle aste, nonchè un apice omai ben pronunciato a sinistra dell'angolo superiore, tanto che il primo A di AVDAX si può ritenere schiacciato anzichè angolare in alto, come accade regolarmente nelle A dell'iscrizione eporediese di Warmundo. Quest'osservazione serve a determinare sempre meglio il posto dell'A di VENERABILIS dell'iscrizione di Brunengo in rapporto alle A di altre iscrizioni.

Le due B s'incontrano nelle parole BRVNINGVS e VENERABILIS. Sulla storia della B non abbiamo pur troppo un lavoro come quello dello Schum sulla lettera A (1): dobbiamo quindi limitarci a poche osservazioni, mediante il paragone delle poche iscrizioni piemontesi medio-evali. La lapide funeraria di Nalbino presenta due B di forme diverse, entrambe riattacabili piuttosto al tipo capitale che all'onciale. Appunto nella parola NALBINVS abbiamo una B che merita di essere accuratamente descritta. L'asta è perfettamente verticale, i due occhielli sono aperti entrambi, sia tra loro, sia verso l'asta verticale; la curva dell'occhiello inferiore oltrepassa però quest'asta verso sinistra in forma di apice. La seconda B della stessa iscrizione è formata di un'asta inclinata da sinistra a destra: i due occhielli, di cui l'inferiore è più grande, sono legati fra loro, ma non coll'asta; qui è la curva dell'occhiello superiore, non quella dell'inferiore, che oltrepassa a sinistra l'asta verticale a forma di apice. Quest'ultimo tipo della B si riscontra, con un'accentuazione anche maggiore della grandezza dell'occhiello inferiore sull'occhiello superiore nella B dell'iscrizione di Ariardo, dove però non s'incontrano apici, tranne una volta in nesso. Nell'iscrizione di Audace manca disgraziatamente ogni riscontro, non essendovi nessuna B; ma in quella di san Grato l'unica B, che si trova nella parola SEPTEMBRIS, presenta lo stesso fenomeno della B della iscrizione di Ariardo, con questa diversità che l'occhiello inferiore pende notevolmente verso destra. Presso a poco lo stesso tipo si incontra nella iscrizione del vescovo Gallo di Aosta, che porta la data del 546 (2), ma che lascia qualche dubbio su

(1) Schum, *Das Quedlimburger fragment einer illustr. Itala*, Gotha, 1876.
(2) Savio, *op. cit.*, I, p. 74.

tanta antichità, specialmente pel carattere goticizzante del tratto interno di qualche A. Nel sarcofago di Odilone, oltre una B onciale abbiamo la B capitale con apici così pronunciati e lievemente incurvati da annunziare apertamente il gotico, in modo che ora non ci serve come termine di paragone. Ma tornando alla B di Nalbinus, nell'epitaffio di questo prete importa notare come, col tempo, i due occhielli di questa forma della B finirono col chiudersi verso l'asta, ma staccandosi sempre più tra loro. Tale fenomeno degno di rilievo è già stato notato dal prof. Gabotto per una iscrizione d'altra parte d'Italia ed assai meno antica (1). In Piemonte, noi lo vediamo compiuto nel già citato mosaico d'Acqui pubblicato dal Fabretti. Ora a me pare che si debba vedere un rapporto abbastanza stretto tra questa forma della B capitale ad occhielli staccati e la B onciale ad un solo occhiello. Premessi questi brevi cenni sulle diverse forme di questa lettera nelle altre iscrizioni subalpine dell'alto medio evo, non mi resta ad avvertire se non che le due B dell'iscrizione di Brunengo sono capitali molto regolari (nella B di VENERABILIS la maggior grandezza dell'occhiello inferiore è appena sensibile) con brevi apici in alto e in basso dell'asta verticale sinistra.

L'unica C appare nella parola EPISCOPVS. Tra la C capitale e la C onciale non è difficile trovare delle forme intermedie, e questa stessa C di EPISCOPVS, col suo tratto sporgente da ambe le parti che termina la curva tanto in alto quanto in basso, va considerata come tale. La vera onciale ha uno spiccato ricurvo all'insù al basso della lettera; il che non si può dire della nostra C. Qui non troviamo termine di riscontro esatto negli altri documenti epigrafici piemontesi. Nell'epitaffio del vescovo Gallo troviamo la C onciale accanto alla C capitale, regolare; in quello d'Ariardo la C è sempre capitale per quanto alcune volte deformi fino ad assumere l'apparenza di un $<$; nell'iscrizione di Warmundo le due sole C che vi si incontrano possono considerarsi del tutto come onciali. Soltanto nell'iscrizione funeraria

(1) Gabotto, *L'epitaffio del Vescovo Bisanzio ed alcune altre iscrizioni della cattedrale di Bisceglie*, p. 11, Trani, 1895. Estr. dall' " Archivio storico Pugliese ". Naturalmente, bisogna tener conto della diversità dei luoghi e della distanza.

di Nalbino l'unica C ha un apice in basso tendente verso destra, che avvicina in parte questa lettera (ma ancora a gran distanza) alla nostra C di EPISCOPVS.

Spiacevole è la mancanza della D nell'iscrizione di Brunengo. Da questo lato è veramente a deplorare che nella nostra iscrizione non si trovino alcune fra le lettere che ci potrebbero dare miglior materia di discorso, perchè non soltanto manca la D, ma anche la H e la Q. Per quanto concerne le due prime di queste lettere, D e H, le abbiamo fortunatamente nell'iscrizione di Warmundo, la quale avendo lo stesso carattere commemorativo della lapide di Brunengo, quantunque di altra parte del Piemonte e di oltre mezzo secolo posteriore, può fino ad un certo punto supplire la lacuna paleografica lamentata nell'iscrizione brunenghiana: colà le due lettere sono capitali, ma con apici cuneati. Nel latercolo di Audace sono tre D, due H e due Q, alcune onciali, altre capitali; ma il carattere speciale, già rilevato di questo latercolo lo rende improprio a darci chiara idea delle forme abitualmente usate nell'Astigiano per dette lettere, e ci fa lamentare quindi la mancanza di riscontro nella nostra iscrizione. Gli epitaffi di Ariardo e di Nalbino hanno tutte le D capitali, il primo per lo più con forti apici talvolta anche ricurvi; le H dell'iscrizione di Ariardo (nell'altra manca l'H) sono pure capitali, ma non presentano nulla di notevole; invece le Q hanno talvolta forma quadrangolare e persino pentagonale, ed è sopratutto a rilevare una bellissima coda fin troppo leziosamente curata.

Le quattro E sarebbero tutte capitali, se non fosse degli apici che sporgono a sinistra dell'asta verticale così in basso come in alto, e terminano in genere, quantunque in modo poco pronunciati, i tratti orizzontali. Di questi, il tratto medio è regolarmente equidistante dagli altri due; il tratto inferiore brevemente più corto del superiore e sopratutto del medio. In ciò questa E segna un passo innanzi nell'evoluzione della lettera rispetto a quella degli epitaffi di Nalbino e di Ariardo, ma presenta un fenomeno meno avvanzato della E ad apici fortemente cuneati della iscrizione di Warmundo, e sopratutto di quella del mosaico d'Acqui, dove il prolungamento del tratto orizzontale superiore a sinistra raggiunge omai un considerevole sviluppo. La regolarità delle E dell'iscrizione di Brunengo supera

quella delle iscrizioni anteriori. Anche qui, naturalmente, l'iscrizione d' Audace non serve come termine di confronto, perchè le E vi sono tutte onciali.

Il tipo dell'unica F, che appare nella parola FIERI, è conforme a quello ora descritto delle quattro E. Sopratutto nella E di EPISCOPVS l'apice che chiude a destra il tratto orizzontale superiore si prolunga notevolmente in alto, mentre il tratto superiore orizzontale della E di FIERI si prolunga a sinistra tanto da preludiare la già descritta E del mosaico d'Acqui del sec. XI. Così accade pure del tratto superiore della F. Su questo fatto del maggiore o minore prolungamento degli apici e dei tratti orizzontali della E e della F mi permetta il lettore d'insistere, perchè costituisce uno degli elementi più importanti e caratteristici dell'evoluzione di queste lettere dal pretto capitale al gotico, dove le apici e i prolungamenti finiranno per assumere un aspetto quasi cuneiforme. Di ciò cominciamo a trovare qualche traccia abbastanza visibile nel tratto superiore della prima E di VENERABILIS, nel medio della seconda E della stessa parola e nella sporgenza a sinistra della F della nostra iscrizione.

La G di BRVNINGVS, come già abbiamo rilevato, è nettamente onciale. Solo è a notare l'apice obliquo in alto tendente da sinistra a destra. Questo fenomeno della G onciale fra lettere in maggioranza capitali non è raro. Così accade nell'iscrizione di san Grato, nella quale, se la forma non è ancora veramente tipica, tuttavia è lecito già intravedere abbastanza distintamente il trapasso da una forma all'altra. Nell'iscrizione del vescovo Gallo invece troviamo ancora una G a forma di C oncialeggiante, quasi come nelle più antiche iscrizioni romane (1). In tutta l'epigrafia piemontese l'evoluzione naturale e graduale dal capitale all'onciale si può seguire abbastanza bene. Non voglio dire con questo che esista una serie di epigrafi che rappresenti i diversi stadi di questa evoluzione: intendo esprimere soltanto una proposizione più modesta, cioè che per le singole lettere si possono trovare in iscrizioni di vario tempo le forme intermedie dei vari trapassi: il che è già qualche cosa. Da questo lato come mi pare di venir dimostrando l'iscrizione di Brunengo ha grande impor-

(1) Anche nell'iscrizione di Arnardo la G capitale, che compare una sola volta nella parola ROGET, è ancora affatto identica ad una regolarissima C.

tanza. Mi si permetta ancora di aggiungere che l'accennata prevalenza della G onciale in un'iscrizione in cui le altre lettere sono in massima parte capitali, costituisce, a mio credere, un preannunzio di quell'ulteriore evoluzione grafica che prende il nome di gotico.

Le dieci I sono quasi tutte limitate in alto e in basso da brevissimi tratti orizzontali, solo per eccezione e forse per inavvertenza del lapidicida (del che è sempre a tener conto, per non essere fuorviati da circostanze estranee al vero carattere delle singole lettere) più sporgenti da una parte o dall'altra. Di notevole è solo il fatto che qualche volta l'asta verticale ed i piccoli tratti orizzontali si fondono talmente da presentare tutta la lettera sotto l'aspetto cuneiforme già rilevato nella F ed in qualche E. Il fenomeno si scorge specialmente nella parte superiore della I di BRVNINGVS e nell'inferiore della seconda I di FIERI. Vedremo ripetersi qualche cosa di analogo anche nelle numerose S. Ma limitandoci per ora a parlare della I, qualche cosa del fenomeno ricordato si riscontra già nelle I del latercolo di Audace, per esempio nella I di POSVIT, nel qual latercolo il cunearsi delle apici colle aste e colle curve si nota pure, e sopratutto, nella C ed in qualche P ed R, nonchè nella prima A di AVDAX. Similmente vediamo accadere nell'iscrizione di Warmundo, ma non nelle più antiche, e neanche nel mosaico d'Acqui, mentre invece il fenomeno si può dire compiuto in tutte le lettere del monumento funebre di Odilone.

Osservazioni analoghe a quelle fatte per le I possiamo fare per le due L, le quali però rappresentano due momenti diversi nella evoluzione di questa lettera. La L di VMILIS non si potrebbe distinguere da quella dell'iscrizione di Ariardo, che sarebbe la perfetta capitale romana, se non fosse più slanciata. In fatto la L capitale tipica ha il tratto orizzontale non soltanto ad angolo retto col tratto verticale, ma lungo oltre i $^2/_3$ del tratto verticale stesso. È noto come spesso nelle iscrizioni medioevali l'angolo della L, anzichè retto, sia ottuso per l'inclinazione in basso dell'asta che normalmente dovrebbe essere orizzontale. Nulla di ciò succede nella L di VMILIS, ma se il tratto orizzontale (o quasi) s'incontra ad angolo retto col verticale, la sua lunghezza però è inferiore alla metà dell'asta verticale. L'altra L, che appare nella parola VENERABILIS, è invece fornita di una lineetta

sporgente da ambe le parti al di sopra del tratto verticale, e di un apice in su, in fine del tratto orizzontale: in entrambi i casi è spiccata la tendenza cuneiforme. Questo fatto si verifica poi costantemente nell'iscrizione di Odilone, dove anzi il cuneetto formato dall'apice e dal tratto orizzontale tende a prolungarsi obliquamente in alto da sinistra a destra (1). Si vede che siamo poco lontani dalla L gotica, riproducente costantemente l'incontro delle due aste ad angolo acuto mediante la trasformazione del tratto orizzontale in obliquo.

La M che compare nella parola VMILIS merita attenzione per la sua forma a due aste oblique lunghe e due brevi, che dovrebbero formare tre angoli acuti, due in alto ed uno in basso, come nell'epitafio di Nalbino e nelle iscrizioni di Gallo e san Grato, ma che in realtà in questo caso s'incontrano ad angolo soltanto in basso, perchè in alto gli angoli sono mozzi da un tratto orizzontale. Se aggiungiamo l'avvertenza che l'asta esterna destra è più lunga dell'asta esterna sinistra e manca delle apici che ha quest'ultima, noi avremo completata la descrizione di una forma di M, la quale rappresenta uno svolgimento ulteriore non soltanto della antica vera M capitale a tre aste verticali, ma anche dell'altra forma della M che compare nell'iscrizione di Ariardo (2) e che risulta di due aste verticali e di due oblique più brevi formanti tre angoli acuti. Una M simile a quella della nostra iscrizione, sebbene col taglio degli angoli superiori meno spiccati troviamo nelle parole CAPELLAM ed ILLAM dell'iscrizione di Odilone, nella quale però abbiamo anche delle M onciali e delle M degli altri tipi sopra descritti. Nessun rapporto intercede fra la M di VMILIS e quelle del latercolo di Audace. È un peccato che l'essersi nella nostra iscrizione una sola M ci impedisca di trarre quelle conseguenze che potremmo dall'esservene parecchie della stessa specie, o parecchie di specie diverse.

Le tre N sono capitali tranne, che sono fornite in alto ed in basso di brevi tratti orizzontali sporgenti a destra e sinistra a forma di apici, e tranne pure che nella prima N di BRV-

---

(1) Confronta ad esempio le iscrizioni di Gallo e di Nalbino.

(2) Non disformi da questa M a tre angoli acuti sono le M dell'iscrizione di Warmundo, ma la lunghezza dei tratti obliqui interni è maggiore che nella M dell'iscrizione di Ariardo.

NINGVS l'asta obliqua si stacca bensì ad angolo acuto dall'asta verticale sinistra, ma non si unisce se non mediante un tratto orizzontale all'asta verticale destra. Questa forma di N sarebbe rilevante, se non potesse nascere il dubbio che si tratti solo di inavvertenza del lapidario. Nulla di simile infatto troviamo in tutte le altre iscrizioni piemontesi nell'alto medio evo, anzi la tendenza della N gotica è a condurre l'asta obliqua soltanto a metà o al di sopra della metà dell'asta verticale destra. Così scorgiamo nel monumento funebre di Odilone ed uscendo dal Piemonte nell' epitafio del vescovo Bisanzio in Bisceglie (Puglia), mentre in altre iscrizioni pugliesi posteriori il tratto obliquo non parte neanche più dal vertice superiore dell' asta verticale sinistra, ma un po' più su della metà dell'asta sinistra medesima. Così in quei monumenti della chiesa di Santa Margherita in Bisceglie, illustrati dal Gabotto (1), e di cui si hanno ora stupende imitazioni in gesso nel Museo civico di Torino.

La regolare ed elegante rotondità dell'O del carattere capitale dei tempi classici romani non poteva certo conservarsi attraverso la rozzezza degl'incisori dell'alto medio evo. Nelle iscrizioni piemontesi di quei secoli la lettera O assume tutte le forme più contorte, inclinazioni a destra ed a sinistra, curve più larghe e curve più strette, fino alle mostruosità angolari delle O del latercolo di Audace. Soltanto nel mosaico d'Acqui ed in qualcuna delle O del monumento sepolcrale d'Odilone riappare l'ovale perfetto: in queste ultime, però, non senza già l'appuntarsi ad angolo in alto ed in basso proprio del gotico. La O di EPISCOPVS ha per due terzi la curva regolarissima: solo nel tratto inferiore verso la C della parola EPISCOPVS, la linea precipita quasi diritta da sinistra a destra. Nel complesso, però, questa O dell'iscrizione di Brunengo non si può collocare tra le peggiori, e segna certo un grande progresso, se non sull'epitafio di Nalbino e sulle iscrizioni di Gallo e di san Grato, almeno sulla lapide di Ariardo e sul latercolo di Audace. Molto migliori invece sono le O dell'iscrizione di Warmundo.

Nelle due P della citata parola EPISCOPVS la curva ele-

---

(1) Gabotto, *La Chiesa di Bisceglie dal vescovo Bisanzio al vescovo Nicolò*, p. 33 segg. Napoli, 1896. Estr. dall' " Archivio Storico per le prov. Napoletane ".

gante e regolare dell'occhiello si unisce al vertice superiore dell'asta verticale, spingendosi oltre il medesimo in forma d'apice tendente lievemente in alto, sì da formare addirittura un piccolo cuneo sporgente a sinistra. Al vertice inferiore dell'asta verticale della prima P notiamo un tratto orizzontale brevissimo sporgente da ambe le parti; nella seconda P, questo tratto orizzontale, che limita in basso l'asta verticale, è più lungo e sporge assai più a destra che a sinistra. Questa descrizione ci indica senz'altro che le due P dell'iscrizione di Brunengo devono ritenersi come onciali, non senza accenni abbastanza pronunciati al gotico. Basta paragonarle infatto con le P dell'iscrizione di Odilone per essere di ciò pienamente persuasi. Qui le diverse iscrizioni subalpine che noi possediamo dal sec. VI all'XI segnano tutte le tappe della lettera. Nelle iscrizioni di Gallo, di san Grato, di Ariardo, abbiamo ancora la P capitale; in quella di Nalbino l'occhiello della P non è chiuso in basso, e la sua curva sporge a forma di apice a sinistra dell'asta verticale: in una di queste P dell'epitafio di Nalbino abbiamo già la limitazione inferiore dell'asta verticale (in questo caso lievemente obliqua da sinistra a destra) mediante un piccolo tratto orizzontale. Il latercolo di Audace, nella sua rozzezza, ci rappresenta con una delle due P uno svolgimento ulteriore: la P di CORPVS invero in detto latercolo è già presso a poco la seconda P di EPISCOPVS nella iscrizione di Brunengo, tranne che il tratto orizzontale inferiore è più corto e cuneiforme. La P dell'iscrizione di Warmundo ci presenta anch'essa il doppio apice orizzontale in basso dell'asta verticale, ma manca di quella codetta a sinistra in alto che è carattere della P onciale: leggiera particolarità.

Nelle tre R l'occhiello è interamente chiuso, il che conferisce loro un carattere meno arcaico delle R dell'epitafio di Nalbino e del latercolo di Audace. Però l'asta obliqua perfettamente diritta, in due casi terminata al di sopra della linea del vertice inferiore dell'asta verticale, e in tutte e tre attaccata direttamente all'occhiello al punto di contatto della curva di questo coll'asta verticale, assegna abbastanza bene il posto dell' iscrizione di Brunengo nella storia grafica della R in Piemonte. Nelle iscrizioni posteriori, come ad esempio in quella di Odilone, dall'occhiello si stacca omai una linea ondeggiata e l'apice a sinistra dell'asta verticale, in alto, che manca in un caso ed è

poco pronunciato in un altro, spicca anche più in senso cuneiforme di quanto non avvenga nella terza R dell'iscrizione brunenghiana, cioè in quella di FIERI, che è la parola dove il carattere cuneiforme si accentua lievemente presso che in tutte le lettere.

Le sette S presentano presso a poco tutte lo stesso tipo, cioè una curva superiore più larga della curva inferiore, e terminano così all'estremità superiore come all' inferiore in apici cuneiformi. Fa eccezione la S di VENERABILIS, che ha la parte superiore della stessa dimensione dell' inferiore e per giunta chiusa. Anche questa forma della S ha qualcosa che l'avvicina ad un tipo più tardo, scostandolo da quello più arcaico in cui la curva inferiore è più larga della superiore. Una S pressochè identica a quelle della iscrizione di Brunengo troviamo nella parola AVGVSTI del monumento funebre di Odilone, dove però altre S terminano inferiormente a curva serpentina senza apice.

Curiosa la T: il tratto verticale cade perpendicolarmente sulla linea d'incisione senza ricurvatura come nelle T capitali; al vertice inferiore però un apice abbastanza lungo si stacca verso destra. Al vertice superiore dell'asta verticale abbiamo un lungo tratto orizzontale sporgente da ambe le parti: a sinistra leggermente ripiegato all' insù, mentre a destra a metà della sporgenza notiamo un altro piccolo tratto all'ingiù obliquo da sinistra a destra. È insomma una forma oscillante fra la capitale e l'onciale, che non appartiene nettamente nè all'un carattere nè all'altro. Nulla di simile troviamo in nessuna altra iscrizione piemontese, onde per questa lettera, di solito tanto importante, ci manca il modo di segnare il posto dell'iscrizione di Brunengo nella storia grafica lapidaria subalpina. Appena nella T di RECESSIT nell'epitafio di Nalbino abbiamo una lontana (ma molto lontana) analogia. Questa T, infatto, consta di un' asta pressochè verticale, limitata in alto da un tratto orizzontale sporgente da ambe le parti, però più a destra che a sinistra, ed in basso da un'apice non tanto breve, soltanto verso destra.

Poco mi resta a dire intorno alle V. Di queste, quattro sono perfettamente capitali, quantunque l'asta sinistra sia più obliqua all'infuori che l'asta destra. La medesima forma tro-

viamo nella quinta V (prima in BRVNINGVS) tranne che l'angolo delle due aste è leggermente schiacciato da un piccolo tratto sporgente specialmente verso destra. Fra le due aste si nota inoltre un piccolissimo semicircolo di cui non saprei spiegare il valore: si tratta forse di una scalfittura accidentale. Importante la sesta V (in VMILIS), in cui la parte sinistra anzichè da un'asta obliqua è costituita da una curva rassomigliante alla parte superiore di un S che venga a cadere all'estremità inferiore dell'asta obliqua di destra. Questo tipo di V, però assai meno spiccato, s'incontra nella parola " VI „ dell'iscrizione di Ariardo, ed accenna lontanamente e più leziosamente alla forma onciale di questa lettera.

Mi rimane a dire brevemente della parola ELIV e del grafito EGO IOANNI.

Nella prima, abbiamo la solita forma della E dell'iscrizione brunenghiana: però le apici assumono una forma più spiccatamente cuneiforme, ed il tratto orizzontale inferiore si prolunga notevolmente all'infuori a sinistra, però da questa parte senza apice. La L è identica a quella di VENERABILIS, anche qui colle apici più cuneiformi; la I, come la seconda I di FIERI; la V, del tipo più frequente. La incisione è probabilmente sincrona a quella dell'iscrizione di Brunengo, ed è assai probabile che il nome ELIV sia quello del lapidario.

Quanto all'EGO IOANNI non presenta di notabile che la E (che sembra incisa, e non semplicemente grafita) e la G, entrambe perfettamente onciali. Intrattenerci di più su questa parola mi pare inutile, trattandosi molto probabilmente di un capriccio, senza relazione coll'insieme della lapide.

Ed ora fermiamoci un momento a considerare quest' iscrizione dal lato storico, cercando di vedere quali vantaggi la storia può trarre da essa. L'iscrizione, così come si trova attualmente non è una iscrizione sepolcrale, come fu creduta all'epoca della sua scoperta: essa invece ci si presenta sotto forma di una lapide commemorativa di una opera del vescovo astese. Che cosa fece fare il vescovo Brunengo che meritasse il ricordo della lapide commemorativa? Le due date estreme certe, tratte da documenti indiscussi (1) intorno all'episcopato di questo vescovo, sono

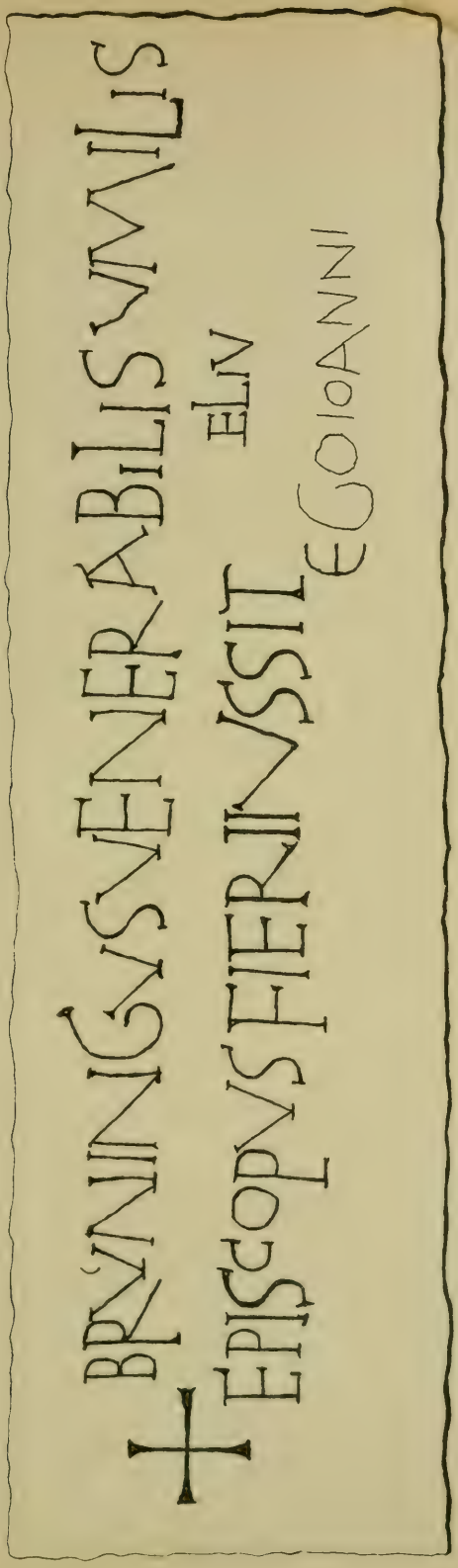
(1) Cipolla, *Di Brunengo*, pp. 355 e 364.

gli anni 937 e 965, comprendendo così all'incirca un trentennio di storia astigiana. Di tutto questo periodo ben limitate sono le nostre cognizioni, poichè pochi sono i documenti conservati che riguardano Brunengo; ma qualche ipotesi, forse non troppo lontana dal vero, parmi possa farsi a proposito della lapide nostra.

Là dove la lapide fu rinvenuta, come ho notato in principio, sorgeva l'antica cripta di san Secondo, vescovo d'Asti, intorno alla quale il Cipolla pubblicò pure documenti assai importanti (1). Dal lavoro del mio maestro risulta l'esistenza di una tradizione locale che attribuiva al vescovo Brunengo la traslazione del corpo di san Secondo dalla Cattedrale nel luogo dove sorge la chiesa attuale dedicata al Santo, onde ne nascerebbe essere stato quel vescovo il fondatore della cripta. Il Cipolla dimostra esclusa affatto la traslazione attribuita a Brunengo (2), e stabilito con non piccola probabilità che la chiesa di S. Secondo debba la sua origine ad una " memoria „ eretta sin dai tempi più vetusti sopra il venerato sepolcro del martire. Ora la scoperta della lapide di Brunengo induce ad una congettura che sembra essere assai fondata, e che risolverebbe tutte le difficoltà che ancora rimangono. Dall'iscrizione brunenghiana e dal luogo ove fu trovata risulta che il vescovo Brunengo in questo luogo stesso fece costrurre qualche cosa: niente di più probabile che il " qualche cosa „ sia la cripta, la quale, per quel poco che ne sappiamo, presenterebbe i caratteri dei sec. X-XI, come quella che ancor rimane quasi intatta nella chiesa della Abazia di Cavour. Quando alla *memoria* primitiva fu sostituita la cripta, è evidente che il corpo di san Secondo dovette per un certo tempo venire trasportato altrove per dar luogo ai lavori; nè altrove può essere stato provvisoriamente trasportato, fuorchè nella Cattedrale. Anche potrebbe darsi che questo ritiro del corpo di san Secondo dentro la cerchia delle mura avesse qualche relazione colle incursioni saraceniche, delle quali finita la maggior furia, il vescovo Brunengo, volendo riportare a suo luogo i resti del martire, avrebbe fatta edificare la cripta e compiuta quindi

(1) Ibidem, p. 507.

(2) Ibidem, p. 485. Cfr. anche Bosio, *Storia della Chiesa d'Asti*, pp. 54 segg. Asti, Michelerio, 1894.



La Lapide di Brunengo Vescovo d'Asti (sec. X)

la ritraslazione. Ad opera finita, gli avanzi del martire furono poi naturalmente riportati con grande solennità nel nuovo edificio sacro, eretto sul luogo del suo martirio. Di qui appunto sarebbe nata la tradizione della traslazione e dell'anterior sepoltura del corpo del martire nella Cattedrale. I diplomi imperiali che parlano del corpo del Santo nella chiesa di S. Maria prima e dopo i tempi di Brunengo hanno probabilmente subìto alterazioni al riguardo, seppur non siano del tutto falsi. Tutto ciò avrebbe bisogno di maggior esplicazione e documentazione, ma per questo motivo stesso non mi è possibile trattare a fondo la questione nella presente circostanza. Mi riserbo di tornare su questo argomento in altro lavoro, tranne che la scoperta e la pubblicazione, che qui faccio, della epigrafe di Brunengo non invogli il Cipolla a tornar egli colla sua magistral competenza sull'argomento. A me basti mettere innanzi quest'ipotesi, che l'" hoc fieri iussit „ della lapide brunenghiana si riferisca alla cripta di S. Secondo. Anche per questo lato, dunque, l'iscrizione riveste notevole importanza (1).

---

(1) Chiedo venia al lettore di aver limitato i confronti ad un numero relativamente ristretto di iscrizioni, ma non mi è stato possibile far di più lavorando fuori di una grande città, e non essendo facile procurarmi anche in prestito libri con facsimili. Ho cercato di fare del mio meglio, per dare una pallida idea della storia del carattere lapidario in Piemonte nell'alto medio evo, in relazione colla lapide di Brunengo vescovo d'Asti.

Un ignoto Scaligero.

Nota di GAETANO DA RE.

Quel Guglielmo Scaligero, del quale un'iscrizione esistente nella canonica di Salizzole, in provincia di Verona, narra che ordinò l'erezione e la dotazione di un altare, era quando morì " iuvenis corpore „; onde Carlo Cipolla giustamente conchiuse ch'egli non poteva essere il Guglielmo signore di Verona, giacchè questi al tempo della morte nel 1404 era per lo meno sui cinquant' anni, trovandosi menzionato il 23 novembre 1359 nel testamento di Cangrande II suo padre; e propose invece, in forma dubitativa per la mancanza di documenti, quell'altro Guglielmo, il quale, secondo la genealogia scaligera di Alessandro Canobbio, viveva nel 1340 ed era figliuolo di Giuseppe (1). La congettura con quei dati era ragionevole. Noto soltanto che se l'iscrizione di Salizzole fosse veramente, come pare per criteri paleografici, della seconda metà del secolo XIV verso il 1370, la ragione cronologica anche per questo secondo Guglielmo sarebbe alquanto sfavorevole. Giuseppe della Scala, l'abbate di S. Zeno cui Dante per bocca di un abbate antecessore fieramente bollò chiamandolo senza proferirne il nome " mal del corpo intero — e della mente peggio e che mal nacque „ morì nel 1313 (2). Supponendo pure che il figliuolo Guglielmo, se è veramente esistito, sia nato nel 1313 od anche postumo nei primi mesi del 1314, egli avrebbe nondimeno compiuto i cinquanta anni nel 1363 o 1364, e quindi al tempo della morte non molto lontano, com'è verisimile da quello dell'iscrizione, non sarebbe stato neppur lui " iuvenis corpore „. Comunque sia, merita forse

(1) C. Cipolla, *Iscrizione Scaligera di Salizzole nel Veronese*, in " Archivio Veneto „, tomo VIII, Venezia, 1874, p. 375.

(2) G. Gerola e L. Rossi, *Giuseppe della Scala*, in " Annuario degli Studenti Trentini „, anno V, 1898-99, p. 35.

la preferenza un terzo Guglielmo della Scala d'una generazione di mezzo, ignoto ai genealogisti, ma ricordato da documenti.

Si sa che Mastino II non si astenne dagli amori. Oltre i figliuoli datigli dalla moglie, n'ebbe non pochi da altre donne: Fregnano che fece la mala finita nella rivolta contro Cangrande II del 1354, Aimonte che fu fatto canonico, Pietro vescovo e parecchi altri. La sola Zilia Altemanno o Dalla Legge gliene diede tre: Guglielmo, Tebaldo e Caterina.

La famiglia Altemanno era certamente a Verona fin dal secolo XIII. Un dottore Bernardo di Altemanno fu condotto dal Comune di Verona per l'insegnamento delle leggi nel 1271 (1). Questi fu padre di Nicolò, pur dottore di leggi, al tempo del quale la famiglia cominciò a chiamarsi Dalle Leggi o Dalla Legge, senza però lasciare del tutto il primo cognome. Nicolò generò Veronesio, Bernardo ed Antonio. Antonio ebbe Alberto, dal quale nacquero un altro Antonio e Chiara, che sposò Giovanni Pellegrini (2). Il secondo Bernardo fu padre di Zilia, l'amica di Mastino. I Dalla Legge, tranne Veronesio e l'ultimo Antonio, abitarono nella contrada di S. Maria in Chiavica confinante con S. Maria antica e però non molto lungi dai palazzi scaligeri. La Zilia era già morta nel 1371 (3). La figliuola Ca-

---

(1) Giorgio Bolognini, *L'Università di Verona e gli Statuti del secolo XIII*, a p. 170 della *Miscellanea per le nozze Biadego Bernardinelli*, Verona, 1896.

(2) Accenno qui alcuni documenti degli Antichi Archivi Veronesi che provano questa genealogia. 1285 dicembre 1 " In domo dni Nicolai a Legibus condam Bernardi de Altemanno „ *S. Cristoforo*, rotolo n. 65. — 1299 luglio 15 " Nicolaum legum dotorem (sic) q. bone memorie dni Bernardi de Altemano legum dotoris „ *S. Giovanni della Beverara*, rot. n. 40. — 1325 gennaio 28 " Dominus Veronesius dni Nicolay a Legibus de S. Paulo „ *S. Maria delle Vergini*, rot. n. 24 app. — 1351 ottobre 27 " Dni Bernardus et Anthonius fratres filii condam dni Nicolai de Altemanno de Sancta Maria in Clavica „ *Mensa Vescovile*, Investiture vol. II, 86. — 1379 " Albertus filius condam dni Anthonii a Lege de Clavica „ *Orfanotrofio femminile, Abbazia di S. Zeno* a c. 77 del " Liber introitus „ del 1379. —. 1387 (ag. 25) " Nobilis vir Anthonius condam dni Alberti a Lege „ fa testamento istituendo erede sua sorella Chiara. *Murari*, rot. n. 19.

(3) Nel *Liber Catasto* della Chiesa del S. Sepolcro di Verona dell'anno 1371 a c. 70 *v*, tra le partite dei livellari di Tregnago, si legge: I Herienxi de Rigo da Trignago die pagar per lo Testamento de Madona Çilia da la Leçe m. 1. quart. 10 de fr. „. — Antichi Archivi Veronesi, *Commenda di Malta*.

terina sposò Aldrighetto di Castelbarco (1). Tebaldo (2), che fu cavaliere e morì nel 1383 o in principio del 1384 (3), lo trovo ricordato in molti documenti, in tre dei quali si fa menzione anche del fratello Guglielmo.

Il primo documento è un atto amministrativo. Il 28 luglio 1350 il notaio Bernardo di maestro Libera grammatico, ufficiale ai conti, ordinò a Bartolomeo Cevolari massaio dei beni propri " dni dni Mastini de la Scala nec non Thebaldi, Guilielmi et Aymontis fratrum et filiorum dicti domini „ di ricevere dall'esattore e spenditore Mondino Baiamondi sei lire, un soldo e dieci denari per saldo di amministrazione del 1349. La rendita particolare di Guglielmo era stata nel detto anno di 650 lire veronesi (4). Il secondo è un' investitura feudale del 27 ottobre 1351. Bernardo ed Antonio fu Nicolò di Altemanno e i loro maggiori avevano avuto in feudo dal vescovo di Verona la curia, pertinenza e territorio di Castelvero (ora frazione di Vestenanuova) e S. Salvatore, la decima di Vestena e ragioni decimali sopra alcune terre a Mezzane di sotto. Bernardo era morto lasciando una figliuola di nome Zilia e Tebaldo e Guglielmo figliuoli di essa Zilia e di Mastino della Scala (5). Il vescovo, Pietro della Scala, investì di una metà di quei beni il predetto

---

(1) Alessandro Canobbio, *Famiglia Scaligera di Verona*, Verona, Tamo, f. v. — Riccardo Predelli, *I Libri Commemoriali della Republica di Venezia regesti*, tomo III, Venezia, 1883, pag. 308, 309.

(2) Tebaldo di Mastino è registrato da Antonio Torresani al n. 136 della *Scalanorum principum generis tabella* (Ms. 876 della Comunale di Verona).

(3) Tebaldo teneva dalle suore minori di S. Maria delle Vergini di Campomarzo di Verona una possessione in pertinenza di S. Stefano di Volpino. Dopo il 1383, come attestò il 24 dicembre 1392 Francesco di Meledo già fattore di Antonio dalla Legge, l'ebbe e ne pagò il fitto Antonio della Scala. Ma ciò avvenne (secondo la testimonianza 6 febbraio 1393 di Francesco di Piazza Maggiore ch'era stato fattore estrinseco della fattoria di Verona) dopo la morte di esso Tebaldo: " ipso mortuo postea dnus Antonius de la Scala habuit bona dicti dni Thebaldi „. Antichi Archivi Veronesi, *S. Maria delle Vergini*, nel processo *S. Stefano di Volpino.*

(4) Antichi Archivi Veronesi, *Campagna Sommariva*, rot. n. 99.

(5) " Cumque dictus do. Bernardus deceserit et viam sit universse carnis ingressus superstite seu superstitibus dna Çilia eius filia et Thebaldo et Guilielmo fratribus filiis dicte dne Çilie et condam Magnifici dni dni Mastini de la Scala „ . . . (Ant. Arch. Ver. *Mensa Vescovile*, Invest. II, 86).

Antonio e dell'altra i detti Tebaldo e Guglielmo. Inoltre con altro istromento dello stesso giorno il vescovo diede in locazione ad essi Antonio, Tebaldo e Guglielmo due pezze di terra in pertinenza di S. Bonifacio. In quest' ultimo documento si ripetono con altre parole le medesime notizie degli Altemanno date dall'investitura feudale (1).

Guglielmo che non si trova più ricordato dopo il 1351, può esser morto giovane. Noto che un podere tenuto nel 1352 dalla madre in quel di S. Stefano di Volpino passò a Tebaldo, come è provato da una bolletta pel pagamento del fitto del 1376 alle suore di S. Maria delle Vergini di Verona e da documenti posteriori (2). Similmente, essendo i Dalla Legge come vassalli del monastero di S. Zeno per beni in Trevenzuolo, obbligati alla annua ricognizione d'una libbra di pepe, nel *Liber introitus* del monastero del 1379 si trovano iscritti Alberto fu Antonio dalla Legge per sei once ed il solo Tebaldo della Scala per le altre sei (3). Finalmente, in un istromento 31 agosto 1339, col quale per commissione del consiglio maggiore e della casa dei mercanti, di Verona, furono ceduti alcuni beni e diritti in pagamento ai cittadini che avevano prestato denari al Comune, si notano tra i mutuanti della contrada di Chiavica Bernardo ed Antonio dalla Legge per 3360 lire veronesi (4), ed in un registro del 1379 appariscono come loro successori Antonio fu Alberto dalla Legge per una metà della detta somma e per l'altra Tebaldo della Scala (5). Di Guglielmo nessun cenno. In questi tre casi del 1376 e 1379, le ragioni di Zilia dalla Legge e di suo padre Bernardo erano dunque rappresentate dal solo Tebaldo; il che se non prova con assoluta certezza, è però forte indizio che Guglielmo non vivesse più. Non se ne sa veramente

---

(1) Ant. Arch. Ver. *Mensa Vescovile*, ibidem.

(2) Ant. Arch. Ver. *S. Maria delle Vergini*. proc. *S. Stefano di Volpino*.

(3) Ant. Arch. Ver. *Orfanotrofio femminile, Abbazia di S. Zeno*, 5-2 a c. 77. — Anche nell'*Auctenticum sive Memoriale tocius introitus* del monastero del 1315, con annotazioni che indicano i contribuenti di poi, non è registrato Guglielmo, ma " do. Tebaldus natus olim magnifici dni dni Mastini et dne Zilie a Lege „ per le dette sei once di pepe (Ibidem, 1-5, c. 27).

(4) Ant. Arch. Ver. *Università Cittadini*, rot. n. 13.

(5) Ant. Arch. Ver. Ibidem " Liber omnium civium quibus date fuerunt in solutum carceres communis Verone, mercatum fori „ etc. a c. 6.

nemmeno l'anno della nascita, ma supponendo pure ch'egli sia nato nel 1326 quando Mastino, suo padre, non aveva che l'età di 18 anni, poichè si ha indizio ch' esso Guglielmo nel 1376, cioè anche in codesta ipotesi prima d'avere cinquant'anni, fosse già morto, si potrà congetturare che sia morto giovane e sia quindi Guglielmo Scaligero dell'iscrizione di Salizzole. Valga in ogni modo la presente noterella quale tenue contributo alla storia genealogica della famiglia della Scala.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 2 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, vice-presidente dell'Accademia, Bizzozero, Direttore della Classe, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Segretario fa menzione delle opere seguenti inviate in dono all'Accademia dagli autori:

La paura, sesta edizione, del Socio Mosso,

Osservazioni e ricerche sulle Cynomosiaceae Eich., del Socio corrispondente Pirotta e del dott. B. Longo,

Osservazioni stratigrafiche a proposito delle fonti di S. Pellegrino, del Socio corrispondente Taramelli,

Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen, del Socio corrispondente Helmert,

Elemente der Gesteinslehre, del Socio corrispondente Rosenbusch,

Raccolta Voltiana pubblicata dalla Società storica comense.

Il Socio Guareschi presenta una nota del dott. Edoardo Peano, intitolata: *Alcuni derivati del dietilchetone.* Sarà inserita negli *Atti.*

Il Socio Guidi presenta per il volume delle *Memorie* un suo scritto intitolato: *Esperienze sull'elasticità e resistenza di conglomerati di cemento semplici ed armati.* Se ne approva la lettura e la inserzione nei volumi delle *Memorie.*

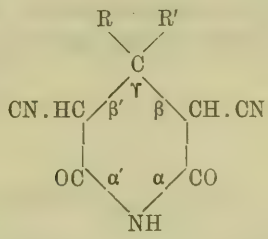
Il Socio Bizzozero legge anche a nome del Socio Foà la relazione intorno alla memoria del dott. Donato Ottolenghi, intitolata: *Contributo alla istologia della glandula mammaria funzionante.* La relazione è favorevole alla lettura della memoria. Compiuta questa, si approva la stampa della memoria nei volumi accademici.

LETTURE

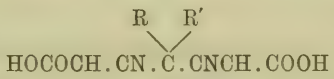
Alcuni derivati del dietilchetone.

Nota del Dott. EDOARDO PEANO.

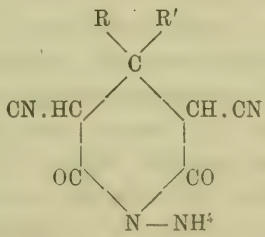
Per azione dell'etere cianacetico sui chetoni in presenza di ammoniaca si formano dei *derivati cianici della glutarimide*, che si possono rappresentare colla formula generale (1):



e considerare come *imidi di acidi* αα*dicianglutarici bisostituiti in* β):

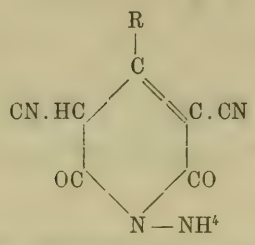


Prima però si ha, come composto intermedio, il *sale di ammonio* corrispondente:

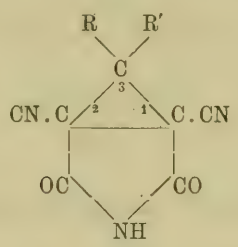


(1) I. Guareschi, *Nuove ricerche sulla sintesi di composti piridinici e la reazione di Hantzsch*, " Atti della R. Accademia delle scienze di Torino ", 21 febbraio 1897, volume XXXII.

Questi *sali di ammonio* sono instabilissimi e per azione dell'acqua si trasformano in *derivati cianici della glutaconimide*:



I derivati cianici della glutarimide per l'azione del bromo dànno composti bibromurati, che col calore perdono tutto il bromo e promuovono il collegamento di due atomi di carbonio dando origine a un *anello trimetilenico* (1):



Per consiglio del prof. Guareschi ho studiato l'azione del dietilchetone sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca:

γγ-*dietil*-ββ′*dician*-αα′*diossipiridina*.

Posi a reagire gr. 12.5 (1 mol.) di dietilchetone, gr. 32.8 di etere cianacetico (2 mol.) e cm³ 85.4 (3 mol.) di ammoniaca alcoolica, contenente ogni cm³, gr. 0,0867 di gas ammonico.

Il miscuglio già dopo una mezz'ora cominciò a ingiallire e in seguito sempre più, nel tempo stesso che s'andava formando una massa solida con punto di fusione 121° corrispondente alla cianacetamide formatasi per reazione parziale dell' etere cianacetico sull'ammoniaca. Dopo avere separata per filtrazione la

(1) I. Guareschi ed E. Grande, *Sintesi di derivati glutarici e trimetilenici*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", 18 giugno 1899, vol. XXXIV.

cianacetamide lavandola rapidamente sul filtro con poca acqua, trattai il filtrato con acido cloridrico a 1.06. Il precipitato raccolto per filtrazione alla pompa, lavato e compresso sotto il torchio, pesava gr. 7.2 mentre se ne sarebbero dovuti teoricamente ottenere gr. 31.

Questo minor reddito va attribuito alla grande quantità di cianacetamide che si forma nella reazione e che cristallizza. Il prodotto, cristallizzato due volte dall'acqua bollente, polverizzato e seccato su H^2SO^4 e a 100° sino a peso costante, diede all'analisi i seguenti risultati:

I. Gr. 0.11 di sostanza diedero 18.7 cm^3 di N a 11° e 739 mm.
II. Gr. 0.117 fornirono gr. 0.2595 di CO^2 e gr. 0,0635 di H^2O.

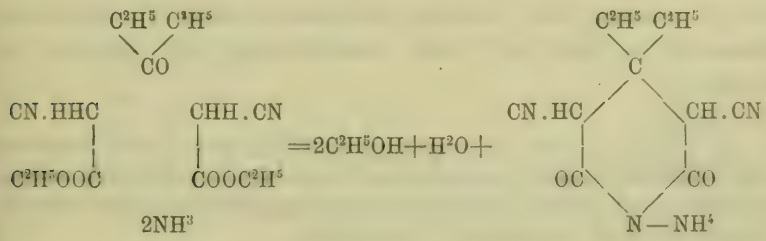
Da cui:

	I	II	Calcolato per $C^{41}H^{13}N^3O^2$
C =	60.48	——	60.27
H =	6.03	——	5.93
N =		19.57	19.17

La γγ-*dietil*-ββ'-*dician*-αα'*diossipiridina* cristallizza in lamine sottili, leggiere, splendenti, incolore, fusibili a 200° in un liquido incoloro. Pochissimo solubile in acqua fredda, discretamente in acqua bollente: (1 : 75); insolubile a freddo in alcool di diverse concentrazioni, solubilissima invece a caldo anche in alcool 20 %, insolubile in etere etilico e in benzene.

Altre esperienze dirette a ottenere una maggiore quantità di prodotto, sia scaldando il miscuglio a b. m. a 50°, sia impiegando ammoniaca acquosa e agitando con turbina Rabe, diedero risultati ancora meno soddisfacenti producendosi quantità sempre più grandi di cianacetamide.

La γγ-*dietil*-ββ'*dician*-αα'*diossipiridina* allo stato di sale ammonico si è formata secondo l'equazione:



Sale d'argento. — Dal sale ammonico con nitrato di argento si ha un precipitato bianco.

Gr. 0.1833 di sale seccato a 100° sino a peso costante fornirono gr. 0.0609 di Ag.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{11}H^{12}AgN^3O^2$
Ag %	33.22	33.12

Sale cuproammonico. — Dal sale ammonico con acetato di rame ammoniacale: cristalli azzurro-violetti.

Gr. 0.2688 di sostanza secca su $CaCl^2$ diedero gr. 0.0366 di CuO.
Gr. 0.0938 di sostanza diedero cm^3 20.2 di N a 14° e 738 mm.

Da cui:

	trovato	calcolato per $(C^{11}H^{12}N^3C^2)_2Cu \,.\, 4NH^3 \,.\, H^2O$
Cu %	10.93	10.84
N totale %	24.4	23.9

Acidità della γγ-*dietil*-ββ'*dician*-αα'*diossipiridina.* — La ho calcolata come NaOH.

Gr. 0.318 di sostanza secca, sciolti in alcool a 90° richiesero cm^3 14.7 di soluzione $\frac{N}{10}$ di NaOH.

Gr. 0.175 di sostanza sciolta in alcool a 90° richiesero cm^3 8.1 di soluzione $\frac{N}{10}$ di NaOH.

Da cui:

	I	II	calcolata per 1 mol. NaOH
Acidità %	18.49	18.50	18.26

La γγ-*dietil*-ββ'*dician*-αα'*diossipiridina* neutralizzata con ammoniaca e in contatto dell' acqua si decompone in *etano* e nel *sale di ammonio della* γ-*etil*-ββ'*dicianglutaconimide* (1), nel tempo stesso che si forma dell' acido cianidrico per una reazione secondaria.

---

(1) Questo composto venne ottenuto anche dal dott. Treves (*Alcuni derivati delle aldeidi propilica ed isobutilica*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. XXXIV, aprile 1899) per azione dell'etere cianacetico sull'aldeide propilica in presenza di ammoniaca.

Dopo avere neutralizzato con NH^3 fino a reazione lievemente ancora acida circa 1 gr. di γγ-*dietil*-ββ′*dician*-αα′*diossipiridina* polverizzata e sospesa in poca acqua, filtrai rapidamente il liquido e lo introdussi sul mercurio in una campanella graduata munita di robinetto. Dopo 48 ore si erano sviluppati cm^3 19 di gas e dopo 11 giorni si avevano 23 cm^3 di gas alla temperatura di 10°,5 e alla pressione di 730. Travasato il gas ne introdussi circa cm^3 5 nell'eudiometro di Bunsen per farne l'analisi. Ebbi i risultati seguenti:

I. Analisi:

Gas impiegato	16.82
Gas + O	98.84
Gas + O + aria	259.66
Gas dopo combustione	216.42
Gas dopo introduzione di KOH . . .	184.30

	trovato	calcolato
Ossigeno totale	58.54	58.87
Ossigeno per C	32.12	33.64
Ossigeno per H	26.42	25.23
Contrazione	43.24	42.05

Facendo il volume = 1:

	trovato	calcolato
Ossigeno totale	3.48	3.5
Ossigeno per C	1.91	2.
Ossigeno per H	1.57	1.5
Contrazione	2.57	2.5

II. Analisi:

Gas impiegato	15.76
Gas + O	118.8
Gas + O + aria	264.16
Gas dopo combustione	226.44
Gas dopo introduzione di KOH . . .	195,57

	trovato	calcolato
Ossigeno totale consumato .	52.83	55.16
Ossigeno per C	30.87	31.52
Ossigeno per H	21.96	23.64
Contrazione	37.72	39.4

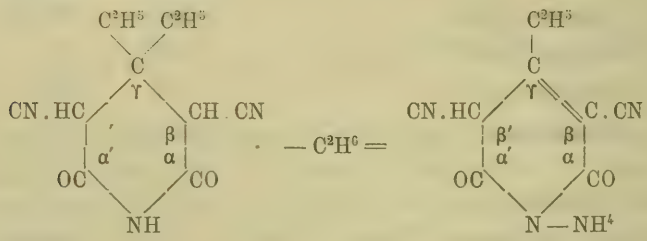
Facendo volume = 1

	trovato	calcolato
Ossigeno totale consumato .	3.35	3.5
Ossigeno per C	1.95	2.
Ossigeno per H	1.38	1.5
Contrazione	2.39	2.5

Dunque il gas analizzato era *etano* puro.

Da 1 gr. di lamine avrei dovuto ottenere cm³ 101.4 di gas etano, e avendone invece ottenuto solo cm³ 23, si è pensato di cambiare le condizioni dell'esperienza, facendo uso del latte di magnesia, anzichè dell'ammoniaca. Gr. 0.1 lamine polverizzate e neutralizzate con latte di magnesia dopo 15 giorni fornirono cm³ 9 di gas invece di cm³ 10,14 calcolati. In queste condizioni dunque si ha uno sviluppo quasi teorico, sebbene lento, di etano, nel mentre che si forma *il sale di magnesio della* γ-*etil*-ββ′*dicianglutaconimide.*

L'etano formasi a spese di un radicale γ etile e dell'atomo di idrogeno in β: perciò fra γ e β si stabilisce un doppio legame:



Dopo avere preparata una discreta quantità di sale di ammonio della γ-*etil*-ββ′*dicianglutaconimide* cristallizzandolo da pochissima acqua, lo analizzai:

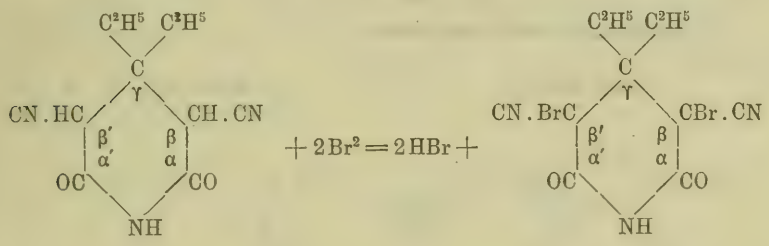
Gr. 0.0928 di sostanza diedero cm³ 23.2 di N a 21°.5 e 735 mm.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^9H^{10}N^4O^2$
N %	27.20	27.18

Il *sale di ammonio della* γ-*etil*-ββ′*dicianglutaconimide* cristallizza in masse sferoidali bianche, fonde a temperatura elevata, è solubilissima in acqua specialmente a caldo.

Derivato bromurato della γγ-*dietil*-ββ′*dician*-αα′*diossipiridina.* La γ-*dietil*-ββ′*dician*αα′*diossipiridina* in soluzione acetica reagisce colla soluzione acetica di bromo abbastanza prontamente poichè il liquido si scolora. Da gr. 3 di γ-*dietil*-ββ′*dician*-αα′*diossipiridica* sciolti in circa 150 cm^3 di acido acetico glaciale, trattati con la corrispondente calcolata quantità di bromo (gr. 4.38) sciolto in 8 cm^3 di acido acetico glaciale, per aggiunta di acqua al liquido giallognolo, ottenni gr. 3.3 di derivato bromurato, mentre ne avrei dovuto ottenere 5. La reazione avviene così:



Gr. 0.158 di sostanza ben secca fornirono gr. 0.1569 di AgBr.

Da cui:

		calcolato per $C^{11}H^{11}Br^2N^3O^2$
Br =	42.21	42.44

Il *derivato bromurato della* γγ-*dietil*-ββ′*dician*-αα′*diossipiridina* cristallizza in prismi corti e pesanti, fusibili a 182° con sviluppo di bromo.

Imide 3.3*dietil*.1.2*diciantrimetilendicarbonica.* — Il derivato bromurato in soluzione acetica scaldato a b. m. perde facilmente il suo bromo; e dopo raffreddamento si hanno bellissimi cri-

stalli di grosse dimensioni, che lavati e ricristallizzati dall'acido acetico non dànno più la reazione del bromo. Ottenni una discreta quantità di questi cristalli evaporando a b. m. le acque madri della preparazione del composto bromurato. Il metodo migliore di operare è quello di sciogliere il derivato bromurato in acido acetico al 50 %.

All'analisi diede:

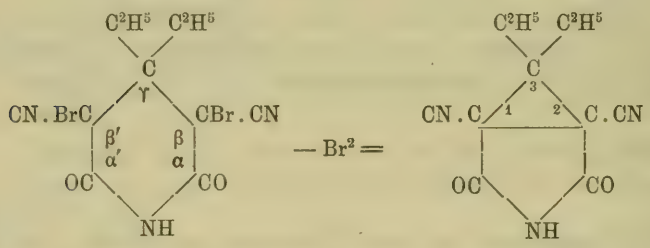
I. Gr. 0.0797 di sostanza secca fornirono cm^3 14.2 di N a 19° e 729 mm.

II. Gr. 0.1447 di sostanza secca diedero gr. 0.3226 di CO^2 e gr. 0.0702 di H^2O.

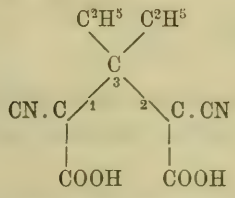
Da cui:

	I	II	calcolato per $C^{14}H^{11}N^3O^2$
C =	60.80	——	60.82
H =	5.38	——	5.06
N =	——	19.5	19.35

Si forma nel modo seguente:



Si può considerare come l'*imide dell'acido dietil-diciantrimetilenico:*



L'*imide* 3.3*dietil*-1.2*diciantrimetilendicarbonica* cristallizza dall'acido acetico al 50 % in cristalli grossi, fusibili a 202° in un liquido colorato in bruno.

Sale d'argento. — Dal sale ammonico con $AgNO^3$ si ha un precipitato bianco.

Gr. 0.2148 di sostanza secca fornirono gr. 0,0714 di Ag.

Da cui:

		calcolato per $C^{11}H^{10}N^3O^2Ag$
Ag %	33.24	33.33

Acidità dell'imide 3.3*dietil*-1.2*diciantrimetilendicarbonica calcolata in* NaOH:

Gr. 0.743 di sostanza secca sciolti in 10 cm^3 di alcool a 90° richiesero cm^3 3.5 di soluzione $\frac{N}{10}$ di NaOH.

Da cui:

		calcolata per 1 mol. NaOH
Acidità %	18.8	18.4

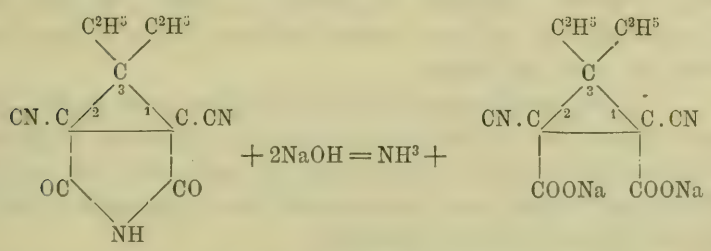
Azione della soda caustica sull'imide 3.3*dietil*-1.2*diciantrimetilendicarbonica*, per distillazione in corrente di vapor acqueo.

Gr. 1 di sostanza con 2NaOH in soluzione al 2 % fornì gr. 0.07905 di NH^3.

Da cui:

	trovata	calcolata
NH^3 %	7.905	7.83

La scomposizione con 2NaOH avviene così:



Formasi il *sale di sodio dell'acido* 3.3*dietil*-1.2*diciantrimetilendicarbonico.*

Relazione sul lavoro presentato dal dott. Donato Ottolenghi: *Contributo alla istologia della ghiandola mammaria funzionante.*

Il Dr Ottolenghi ha studiato su varie specie di animali (cavia, coniglio, *mus decumanus albinus*, vacca) alcune questioni riguardanti l'istologia della ghiandola mammaria funzionante. Le conclusioni che si possono trarre dalle sue ricerche sono:

1° La secrezione del latte è una funzione attiva delle cellule della ghiandola mammaria, non è cioè legata necessariamente alla distruzione di queste, come hanno sostenuto alcuni autori.

2° Vi sono, è vero, durante la funzione segni di morte di elementi della ghiandola che si manifestano colla presenza dei ben noti globi di Nissen; ma questi dipenderebbero solo da ciò, che, per la vivacità della funzione, un numero più o meno grande di elementi si logora, invecchia e infine perisce.

3° Questi elementi morti vengono sostituiti per cariocinesi delle cellule restate in posto, giacchè in tutti gli animali si osservano mitosi durante l'allattamento. Può darsi che in alcuni animali (cavia, coniglio) ci sia anche una scissione diretta dei nuclei, che vale a riparare la perdita di quelli, tra essi, che appartenevano già ad una cellula binucleata, e che si sono trasformati in globi di Nissen.

4° Alla costituzione del latte prendono parte anche i leucociti migrati dal connettivo interstiziale, attraverso l'epitelio, nel lume degli alveoli; e una parte di essi passa nel secreto sotto forma di globi che mal si potrebbero distinguere dai soliti globi di Nissen d'origine epiteliale.

5° L'attività funzionale, almeno nella cavia, interesserebbe alternativamente le varie porzioni della ghiandola, in modo che mentre alcune di esse sono all'acme della funzione, altre invece sono in riposo completo.

6° Nella ghiandola attiva della vacca si trovano, in alcuni lobuli, delle concrezioni microscopiche, notevolmente resistenti ai reagenti chimici, simili per l'aspetto e per alcune proprietà chimiche ai corpi amilacei della prostata, dai quali però si differenziano sopratutto perchè non dànno la reazione caratteristica propria di questi ultimi con lo jodio e l'acido solforico.

7° In rapporto con alcune di quelle concrezioni si trovano delle cellule mono- o polinucleate, che avrebbero per funzione di distruggerle e che devono quindi essere considerate come veri fagociti.

Il lavoro, frutto di numerose osservazioni, appare fatto con cura e ha dato risultati nuovi e interessanti: epperò proponiamo venga letto per la sua pubblicazione nelle Memorie.

Pio Foà.

G. Bizzozero, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSI UNITE

Adunanza del 9 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, D'Ovidio, Naccari, Mosso, Camerano, Segre, Jadanza, Guidi, Fileti e Parona;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Pezzi, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio, e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi Unite, 18 novembre 1900.

Il Segretario legge l'indirizzo gratulatorio, che a nome dell'Accademia fu inviato a S. A. R. il Principe Luigi Amedeo di Savoia, Duca degli Abruzzi, e la lettera di ringraziamento che S. A. fece rispondere all'Accademia. Su proposta del Socio Guidi è deliberata l'inserzione negli *Atti* così dell'indirizzo come della risposta.

Altezza,

Rivedeva la Vostra nave il mar libero, ed era dolce a Voi ed ai compagni Vostri rientrare, dopo la vittoria, fra terre abitate, quando giunse fulmineo ad amareggiarvi il lugubre annunzio della profonda ferita inflitta alla Casa Vostra e all'Italia. Ben vi accadde, Altezza, di rimpiangere allora gli aspri perigli, le solitudini tenebrose, i ghiacci interminati insidianti l'umana vita, in mezzo ai quali, per nobile sete di scienza e di gloria, avevate slanciato la giovinezza Vostra balda ed austera.

Ma ai cuori italiani, fiaccati dalla recente sciagura, fu balsamo il vostro ritorno. Italia madre riabbracciava esultante il figliuolo, che l'antico sapere italico avea disposato all'animosa tenacia dei Savoia.

ALTEZZA,

Raro ed eccelso è l'esempio che Voi date: dure, ma gloriose, sono le battaglie che vincete.

Sulla gelida vetta del Sant'Elia fu per Voi che sventolò prima d'ogni altro il vessillo tricolore: fra gli orrori delle regioni artiche inesplorate è per Voi che il nome italiano si scrisse in luogo non prima raggiunto. Le spedizioni vostre, con provvido accorgimento allestite, non falliscono alla meta; e Voi le guidate con prudenza pari all'ardire, primo sempre al pericolo, come i Padri Vostri nel furor della mischia.

Onore a Voi, Altezza!

Al plauso, onde siete circondato, si unisce giubilante l'Accademia Reale delle Scienze di Torino. Avvezza a rallegrarsi d'ogni incremento del sapere umano, quest'Accademia riconosce i vantaggi che dalle imprese Vostre ridondano alla scienza, ed altamente se ne compiace. Vi sia gradito il suo omaggio e l'augurio suo fervidissimo che l'avvenire Vi apporti soddisfazioni non inferiori alle passate, degne del generoso animo Vostro e del Vostro forte intelletto.

Ill.mo Signor Presidente
della R. Accademia delle Scienze.

Torino, 4 dicembre 1900.

Ebbi l'onore di consegnare a S. A. R. il Duca degli Abruzzi l'indirizzo deliberato da cotesta R. Accademia delle Scienze. S. A. R. mi dà il gradito incarico di ringraziare V. S. Ill.ma e gli altri membri, e di esprimere quanto gli siano state accette le nobili parole che cotesta eletta schiera di dotti volle rivolgergli.

Col massimo ossequio

L'Ufficiale d'ordinanza
G. DUCCI.

Togliendo occasione dalla lettura fatta, il Socio Camerano notifica che S. A. il Duca degli Abruzzi ebbe la benignità di disporre che le raccolte zoologiche, botaniche e mineralogiche fatte nella sue spedizioni vengano ad arricchire il Museo zoologico, l'Orto botanico ed il Museo mineralogico della R. Università di Torino. — Il Presidente ringrazia il Socio Camerano per la sua comunicazione.

Il Presidente partecipa che il Comitato per le onoranze a Francesco Brioschi ha invitato l'Accademia a farsi rappresentare all'inaugurazione del monumento, che si farà in Milano il 13 dicembre corrente. — L'Accademia sarà rappresentata a quell'inaugurazione dal suo Vice Presidente prof. Alfonso Cossa.

Gli Accademici Segretari
Andrea Naccari
Rodolfo Renier.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Pezzi, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza precedente, 25 novembre 1900.

Il Presidente comunica che il 22 ottobre 1900 è deceduto in Oxford l'illustre prof. Massimiliano Müller, Socio straniero della nostra Accademia fin dall'8 gennaio 1865. Accetta l'incarico di dettarne una commemorazione il Socio Pizzi.

Il Segretario presenta le seguenti pubblicazioni:

1°, un libro del Socio Allievo intitolato: *La pedagogia italiana antica e contemporanea;*

2°, due opuscoli del Socio corrispondente march. de Nadaillac: *Le crâne de Calaveras* e *Les élections anglaises.*

Il Socio Peyron, a nome degli autori, fa omaggio della seguente memoria: V. Sclopis e A. Bonacossa, *Monografia sulle miniere di Brosso (circondario d'Ivrea),* Torino, Paravia, 1900.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: D'Ovidio, Spezia, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi e Naccari Segretario.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente.

Il Presidente, che fu incaricato dall'Accademia di rappresentarla alla solennità dello scoprimento di un monumento a Francesco Brioschi in Milano, rende conto del modo con cui adempì tale ufficio.

Il Segretario presenta un volume intitolato: *La respirazione nelle gallerie e l'azione dell'ossido di carbonio,* opera del Socio Mosso e dei suoi Assistenti, inviata in dono all'Accademia dal Ministero dei Lavori Pubblici.

Il Socio Spezia a nome dell'autore Dr. Colomba presenta due opuscoli stampati che dà in omaggio all'Accademia.

Il Socio Camerano a nome del Socio Parona indisposto presenta una nota del Dr. Prof. Federico Sacco intitolata: *Osservazioni geologiche comparative sui Pirenei.* Sarà inserita negli *Atti.*

Il Socio Segre presenta per i volumi accademici una memoria del Prof. Gino Fano intitolata: *Nuove ricerche sulle congruenze di rette del terzo ordine.* Sarà esaminata dai Soci D'Ovidio e Segre.

LETTURE

Osservazioni geologiche comparative sui Pirenei.

Nota del Prof. FEDERICO SACCO.

Fin da quando, or sono poco più di dieci anni, cioè sul principio del mio rilevamento geologico sommario dell'Appennino settentrionale, potei convincermi che una serie notevolissima degli argilloschisti e delle argille scagliose che, colle inglobate zone o lenti ofiolitiche, tanta parte costituiscono di detta regione, sono riferibili al Cretaceo piuttosto che non all'Eocene, come generalmente si ammette, sin d'allora sorse in me il desiderio di visitare la catena dei Pirenei perchè questa, dalle numerose Memorie pubblicate in proposito (1), risulta presentare fenomeni e terreni in parte analoghi a quelli dell'Appennino settentrionale, per quanto sia noto che anche riguardo ad essi esistano gravi e numerose controversie fra i Geologi.

Fu quindi con vivo piacere che dopo la chiusura del Congresso geologico internazionale di Parigi colsi la fortunata occasione di dare finalmente un rapido sguardo alla geologia pirenaica sotto la sapiente guida del Dott. Léon Carez, profondo conoscitore di detta regione che egli da un ventennio va percorrendo e studiando in ogni senso, ed in compagnia di una eletta schiera di rappresentanti della Geologia di varie nazionalità.

Prima dell'escursione sociale, che durò una diecina di giorni attraverso il versante francese dei Pirenei dall' Oceano al Me-

(1) Dall'opera iniziale del Palassou (*Essai sur la Minéralogie des Monts Pyrénées, 1781*) e da quella fondamentale di Charpentier (*Essai sur la constitution géognostique des Pyrénées, 1823*) ad oggi si pubblicò sui Pirenei oltre ad un migliaio di lavori geo-paleontologici.

diterraneo, potei esaminare eziandio, in compagnia dell'ing. dott. C. Crema, qualche punto interessante dei Pirenei occidentali dal lato spagnuolo.

Siccome da tali escursioni mi risultò un complesso di osservazioni che paionmi interessare la geologia italiana, specialmente circa la dibattuta questione dell'età delle Ofioliti e dei terreni che le racchiudono, così parvemi opportuno presentare una breve e sintetica relazione la quale potrà forse riescir utile, in via di comparazione, per aiutarci a sciogliere tale difficile problema della Geologia d'Italia.

Durante l'escursione sociale, dedicata specialmente allo studio dei terreni secondari e terziari, non si ebbe agio di esaminare che qualche zona del Primario; tuttavia per completare il quadro della serie geologica dei Pirenei ne darò anche un cenno sintetico.

L'Arcaico è costituito dalla solita serie gneissica con intercalazioni anfibolitiche, granitiche, ecc.

Il Primario risulta essenzialmente di ripetute alternanze di schisti ardesiaci, quarzitici o calcarei, con banchi sia di Calcari sia di Conglomerati o Grovacche. Non è ancora ben riconosciuto e delimitato il Cambriano, salvo che gli si voglia attribuire una parte del così detto *Siluriano* inferiore, nel qual caso esso risulterebbe molto potente ed esteso. Gli schisti graptolitici del Siluriano ricordano assai quelli della Sardegna; passano talora a Calceschisti e *Schistes lustrés* formando così un complesso potentissimo, forse di qualche migliaio di metri di spessore. Meno potente è il Devoniano con schisti a *Spirifer* e diverse Trilobiti, oltre che coi famosi Marmi *griottes* che per mezzo di alternanze litologiche e paleontologiche sembrano passare gradualmente al Carbonifero inferiore.

Il Carbonifero è piuttosto a tipo marino nella parte inferiore con Calcari e schisti a Coralli, *Productus*, Goniatiti, ecc., mentre verso l'alto esso diventa specialmente di tipo continentale con schisti e conglomerati a Felci, resti di Calamiti, ecc. Il Permiano è poco sviluppato e poco noto, a *facies* piuttosto continentale, cioè a conglomerati ed argilloschisti di tinta complessiva rossastra che paiono talora passare abbastanza gradualmente al Trias inferiore. Questa ultima serie, che osservasi

specialmente nelle montagne della Rhune, ricorda non poco la serie contemporanea di molte regioni dell'Italia settentrionale.

Il Secondario nella Catena dei Pirenei ha uno sviluppo molto vario; in generale si può dire che mentre i terreni triassici e giurassici vi appaiono quasi sporadicamente, per quanto non di rado, o poco potenti, spesso anzi ridotti a strette zonule compresse e pigiate o mascherate in gran parte dai terreni circostanti, invece i terreni cretacei vi si sviluppano ampi e potenti formando veramente una fascia talora straordinariamente estesa attorno alla catena pirenaica.

Il Trias in alcune regioni appare con una facies abbastanza tipica, cioè con *Grés bigarrés* alla base, Carniole e Calcari con *Lingula tenuissima* (in modo da ricordare il *Muschelkalk*) e Marne iridate superiormente; ma in generale su ambi i lati della Catena pirenaica, ed anche a distanza da essa, il Trias è rappresentato essenzialmente da marne ed argille varicolori, per lo più rossigne, spesso gessifere, salifere, cioè con facies complessiva direi *keuperiana*, lagunare; non di rado vi si trovano cristallini di Quarzo bipiramidato e affioramenti ofitici. Questa speciale facies secondo la maggior parte dei geologi, e fra i più autorevoli, sarebbe limitata al Trias, di cui dovrebbe considerarsi come assolutamente caratteristica; secondo altri invece detta facies con caratteri consimili riapparirebbe nel Cretaceo. A dire il vero quest'ultimo modo di vedere, per quanto potei osservare nella rapida corsa attraverso i Pirenei, non parmi talora inverosimile, giacchè mentre nella maggior parte dei casi tali zone risultano veramente triassiche, altre invece (per esempio quella famosa di Caseville presso Biarritz), per quanto riferite da molti al Trias, mi lasciarono forti dubbi sull'accettazione di tale interpretazione, la quale obbligherebbe talora ad ammettere andamenti, pieghe, scorrimenti, salti, spostamenti, iniezioni direi, di carattere e intensità veramente straordinaria.

È bensì vero che la natura marnoso-argillosa sovraccennata si presta assai a tali fenomeni di salti, scorrimenti, ecc., ma si deve anche considerare come le speciali condizioni in cui si depose gran parte del Trias pirenaico possono ancora essersi ripetute più tardi, per esempio, nel Cretaceo, originando natu-

ralmente depositi simili, nello stesso modo che per esempio si ripetono tante volte ed in tante regioni nella serie stratigrafica, dal Primario al Terziario, gli schisti e le arenarie rosse, marine, lagunari o lacustri.

L'Infralias appare qua e là con tipici calcari straterellati ad *Avicula contorta* ed a *Bactrillium striatum*, presentando grande analogia coi contemporanei terreni di alcune parti d'Italia, come potei constatare specialmente a Foix; d'altronde il fatto era stato già sapientemente rilevato dal Capellini nella famosa riunione di Foix del 1882.

Il Lias è costituito di Calcari, talora dolomitici, talora brecciosi senza fossili, talora invece con Terebratule, Grifee, Belemniti ed Ammoniti, con facies complessiva che spesso ricorda quelle di tipiche zone liassiche italiane.

Il Giura invece non è generalmente molto rappresentato, anche in ciò ricordando quanto osservasi per esempio in parte notevole dell'Appennino italiano; gli si riferiscono speciali Dolomie brunastre generalmente senza fossili.

Nella serie stratigrafica dei Pirenei si nota generalmente tra i terreni giuraliassici e quelli cretacei un *hyatus* più o meno accentuato corrispondente talora al Giura (pr. d.) ed al Cretaceo inferiore oppure solo a quest'ultimo e particolarmente al Neocomiano.

Prima di passare all'esame del Cretaceo credo opportuno ricordare come la frequente apparsa di affioramenti ofitici nei terreni triasici e liasici dei Pirenei offra notevole analogia colla presenza di varie *Pietre verdi* frammezzo a Calceschisti, *Schistes lustrés, Bündnerschiefer*, ecc., in parte appunto triassico-liasici, delle regioni alpine.

Riguardo al Cretaceo, che fu il terreno meglio esaminato nelle nostre escursioni, noto subito come assai interessante il fatto che questa formazione si presenta nei Pirenei con due facies complessivamente assai distinte; cioè con una facies, direi orientale, ordinaria, tipica, con molti orizzonti fossiliferi che ne permettono una minuta analisi e numerose suddivisioni tanto da rendere alcune sue regioni quasi caratteristiche pel Geologo e pel Paleontologo, ed una facies, direi occidentale, poverissima di

fossili, spesso uniforme e non logicamente scindibile in piani per centinaia e talora anche per migliaia di metri di spessore, con tettonica conturbatissima e con caratteri litologici talmente variabili ed ambigui da produrre spesso la disperazione dei Geologi che se ne proposero lo studio, da causare gravi errori di determinazione cronologica e da originare quindi la massima parte di quelle deplorevoli polemiche di cui sono pur troppo intessuti non pochi degli studi geologici sui Pirenei.

Infatti nella parte orientale dei Pirenei (Haute Garonne, Ariège, Aude, Pyrénées orientales (str. s.), ecc.) constatiamo che, se manca generalmente il Neocomiano, od esso è solo rappresentato da qualche banco di Calcare o di Dolomia, invece l'Urgoniano o Urg-Aptiano è per lo più costituito da una potente pila (talora di più centinaia di metri di spessore) di Calcari grigio-biancastri compatti con Requienie (*Toucasia carinata*), *Acanthoceras*, Nerinee, Terebatule, Rinconelle, Operculine, Orbitoline (*O. conoidea* ed *O. discoidea*), ecc., orizzonte che per la sua compattezza origina sovente rilievi assai elevati e pareti ripidissime nonchè, per erosione, profonde forre (splendida per esempio quella di Galamus), mentre la loro superficie si presta mirabilmente a quella speciale corrosione che è nota col nome di *carrenfelder*.

L'Albiano o Gault generalmente potentissimo, pare talvolta anche di un migliaio di metri di spessore, giace spesso trasgressivamente sul Lias; esso è costituito di marne calcaree grigio-brunastre in strati alternati con straterelli arenacei, per lo più con pochi fossili, come Ammoniti (specialmente *Acanthoceras* e *Desmoceras*), Rinconelle, Trigonie, ecc.; talora vi appaiono anche marne argillose brune a *Toucasia*; noto poi in special modo come per estese regioni la formazione *albiana* si presenti essenzialmente costituita di schisti marnoso-arenacei grigio-bruni, ondulati e contorti, facilmente erodibili, in modo da originare un curioso paesaggio a dorso di montone, come ad esempio si osserva nella conca di St. Paul de Fenouillet, e da ricordare moltissimo per facies complessiva (facile erosione, quindi zone depresse o fondi di valle, slittamenti, scarsa vegetazione, fossili scarsi e specialmente in impronta, ecc.) la facies di vaste regioni dell'Appennino settentrionale, come ad esempio di Berceto, di Collagna, ecc. dove appunto sviluppansi consimili schisti che

ritengo pure riferibili al Cretaceo, quantunque finora essi siano generalmente attribuiti all'Eocene.

Il Cenomaniano, assai meno potente, spesso giacente in trasgressione sul Lias, sul Trias o sui terreni primari, è sovente rappresentato da Calcari arenacei grigiastri a Caprine (*C. adversa*), Caprotine (*C. costata*), Caprinule, Nerinee, Echinidi, ecc., costituendo rilievi assai spiccati; fra i banchi calcarei spesso si alternano zone marnose che talvolta diventano predominanti tanto da ridurre marnoso quasi tutto l'orizzonte come verificasi specialmente verso l'Est; nè sono rare le apparse di lenti conglomeratiche; infine qua e là si incontrano zone con *Orbitolina concava*, con *Ostrea columba*, ecc.

Il Turoniano, non molto potente, nelle regioni classiche è costituito di due grandi banchi o complessi di banchi calcarei ad Ippuriti separati da una zona arenacea, ma anch'esso diventa talora essenzialmente marnoso formando così graduale passaggio ai piani tra cui si sviluppa. Non vi sono neppur rare le lenti conglomeratiche e gli strati con Ostriche, Rinconelle, Polipai, ecc.

Il Senoniano è un orizzonte, sovente di straordinario spessore, stato molto studiato specialmente nella regione delle Corbières; esso risulta essenzialmente da un' alternanza di marne grigiastre con zone calcaree ad Ippuriti, fossili che vi sono talora tanto abbondanti da dare giustamente il nome di Montagne des Cornes ad una delle regioni dove essi più abbondano e si possono raccogliere liberi a migliaia in breve tempo. Colle Ippuriti spesso si accompagnano Radioliti, Cicloliti, Inocerami (*I. digitatus*), Ammoniti (*A. texanus*), Orbitoidi, ecc. Nelle zone marnose inferiori sono frequenti gli Echinidi (*Micraster brevis*, *Hemiaster Gauthieri*, ecc.) assieme a Belemnitelle, Inocerami, Rinconelle, ecc. Però talora questa formazione ippuritica è più o meno estesamente sostituita da una potentissima serie di marne argillose grigio-brune che per la facies loro, le depressioni orografiche che originano, ecc. ecc., ricordano assai certe estese zone di argilloschisti, da me ritenuti cretacei, dell' Appennino settentrionale; ciò tanto più che fra di esse si intercalano talvolta speciali zone arenacee, il così detto *Grès de Celles*, con numerose impronte di *Scolitia* (*Scolitia prisca* De Quatr.) le quali non sono altro che le Nemertiliti tanto comuni nel Cretaceo, come d'altronde anche nell'Eocene, dell'Appennino italiano.

Infine il Daniano, se nella parte inferiore è costituito o da depositi arenacei, il cosidetto *Grès di Alet*, o da Calcari compatti, il noto *Calcaire Nankin*, invece nella sua parte principale, media e superiore, risulta generalmente di marne più o meno argillose, rossastre, fra cui si intercala una zona calcarea, il cosidetto *Calcare litografico;* questa speciale formazione di origine prevalentemente lacustre o salmastra, come l'indicano i resti di *Cyrena garumnica* e affini, *Melania*, *Melanopsis*, *Physa lacrima*, Cerizidi, ecc., costituisce il *Garumniano* di Leymerie, tipica facies salmastra del *Daniano* superiore passante all'Eocene; talora invece questa caratteristica formazione per graduali transizioni viene sostituita da depositi marini a *Micraster tercensis*, *Operculina Heberti*, ecc. che in varie regioni, come per esempio a Tuco, Latoue, Auzas, ecc., sono ricchissimi in fossili ed assai interessanti perchè la loro fauna presenta tante affinità e persino parziali identità con quella eocenica che non pochi autori collocano già questo orizzonte nell'Eocene inferiore. Altrove infine il Daniano presenta zone marnose di carattere spiccatamente marino con *Ostrea Verneuilli*, *Orbitolites gensacica*, ecc.

Ma se dai Pirenei orientali passiamo all'esame dei Pirenei occidentali (Hautes Pyrénées, Basses Pyrénées, ecc.) constatiamo con stupore che, per mezzo di alternanze verticali e di trasformazioni laterali, dal Cretaceo tipico, fossilifero, scindibile facilmente nei suoi piani caratteristici sovraccennati, si passa, talora anche rapidamente, a formazioni che, seguendone lo sviluppo laterale, si comprende bensì essere cretacee ma che hanno tutta altra fisionomia, mancano quasi di fossili, presentano spesso tettonica più conturbata e riescono quindi di studio ingrato, difficile e tale da indurre non di rado in gravi errori.

È bensì vero che anche nei Pirenei occidentali incontransi qua e là zone calcaree con Requienie, *Orbitolina conoidea* ed *O. discoidea*, nonchè schisti con Ammoniti, riferibili all'*Urg-Aptiano;* oppure fra le marne brune appare qualche strato calcareo a *Desmoceras* forse dell'*Albiano;* in alcune zone schistose marnose, anche ofiolitifere, rinvengonsi talora lenti di *Orbitolina concava*, cioè fossili di tipo *cenomaniano:* di più fra certi Calcari marnosi (tipo di Bidart e simili), alternati spesso con schisti arenacei, raccolgonsi resti di *Pachydiscus*, *Hamites*, *Inoceramus*, *Micra-*

ster, ecc. del *Senoniano*; infine osservansi anche qua e là Calcari con *Orbitolites socialis*, *Ananchites ovata*, varie specie di *Coraster*, di *Echinocorys*, ecc. che ci indicano la presenza del *Daniano*. Ma in generale invece nei Pirenei occidentali dall'Haute Garonne all'Oceano, anzi sino ai Monti cantabrici, la formazione cretacea è costituita da una potentissima serie di schisti argillosi, marnosi, calcarei ed arenacei, più o meno alternati con zone calcaree e calcareo-arenacee, ora largamente uniformi, ora sommamente variabili e trasformantisi in modo da assumere diverse facies e da sfuggire spesso a quella classazione cronologica un po' minuta che si desidera e che non di rado si volle fare ad ogni costo coi pochi dati paleontologici che finora si hanno, risultandone classificazioni incerte ed in parte erronee.

Nella complessa formazione cretacea in questione predominano gli schisti bruni ardesiaci, in cui appunto esistono centinaia di cave d' ardesia, che tuttavia fornirono solo rarissimi resti fossili; fra tali cave ricordo ad esempio quella famosa di Lugagnan, che trovasi appunto in una zona di schisti, ritenuti per lungo tempo paleozoici (persino *cambriani*) finchè vi si scopersero resti di *Ammonites Deshayesi*, *A. milletiana*, *A. flatheroni*, e altre Ammoniti di tipo *aptiano*, come ebbi il piacere di constatare in una interessantissima escursione. Spesso questi schisti del Cretaceo inferiore (*aptiani*, *albiani* e fors'anche *cenomaniani*) sono grigio-plumbei ricordando speciali schisti ofiolitiferi dell'Appennino settentrionale (genovese, pontremolese, ecc.). Spesso per erosione tali zone schistose originano un curioso paesaggio a colline foggiate quasi a pan di zucchero.

Talora, specialmente nel Cretaceo medio (*Cenomaniano* e forse *Turoniano*), si sviluppano schisti argilloso-arenacei, talora lucidi (*satinés*), spesso assai contorti, qua e là ofiolitiferi, e non di rado costituenti per la natura loro regioni poco fertili; oppure appare una speciale formazione calcarea con alternanza di schisti silicei o marnosi o argillosi (spesso fogliettati) e di arenarie con svariate impronte di Fucoidi, cioè la così detta formazione del *Calcare di Bidache;* vi si connettono talvolta zonule marnose rossigne, spesso assai contorte, le quali ricordano un po' quelle triasiche; la tettonica è spesso assai tormentata; sovente questi depositi, che paiono di mare poco profondo e che sembrano passare gradualmente dal *Cenomaniano* al *Senoniano*, si appoggiano discordantemente su qualunque terreno più antico.

Non di rado fra gli schisti argillosi arenacei, talora assai micacei, più o meno psammitici, si intercalano filoni o masse metallifere specialmente di minerali di Ferro come nella famosa formazione, prevalentemente *cenomaniana*, di Bilbao, ecc.

Altra speciale formazione è quella delle cosidette *Marne di Bidart* riferibili al *Senoniano;* sono marne calcaree, talora alternate con strati arenacei, grigie, qua e là rosee, con non rare impronte di Fucoidi, resti di *Taonurus* o di *Cancellophycus*, di grandi Inocerami (*I. Cripsii*, ecc.), di Hamiti, di Ammoniti (fra cui il *Pachydiscus galicianus* Favre) ecc., cioè con fossili che ricordano moltissimo la scarsa fauna delle Argille scagliose dell'Appennino italiano. Anche nei Pirenei vediamo qua e là apparire, col solito accompagnamento di svariati minerali, di Ofiti, ecc., speciali marne argillose rossastre, più o meno contorte tanto da originare non di rado un aspetto caotico e da ricordare molto la facies delle Argille scagliose dell'Appennino settentrionale. Nella regione pirenaica tali zone, ricordando quelle affini triassiche, vennero non di rado interpretate come affioramenti di Trias, obbligando così i terreni ad una ginnastica tettonica straordinaria, quasi che tale facies litologica non potesse incontrarsi in altri orizzonti geologici fuorchè nel Trias. Altrove invece vediamo nelle zone cretacee svilupparsi specialmente le arenarie, direi il *Grès de Celles*, con potenza di varie centinaia di metri, come verificasi specialmente verso l'Oceano.

Nell'alto della serie cretacea appaiono talora Calcari biancastri o rosati, come il cosidetto *Calcare di Caseville*, che per i fossili (specialmente Echinidi) raccoltivi paiono riferibili al *Daniano.*

Riassumendo quindi possiamo dire come nei Pirenei occidentali il Cretaceo sia rappresentato da quel multiforme, proteiforme complesso di roccie calcaree, argillose ed arenacee che nell'assieme ricevette il nome di *Flysch* (*lato sensu*) e che, se racchiude qua e là qualche resto fossile (Ammoniti, Inocerami, ecc.) per lo più solo in impronte, in generale invece si presenta desolantemente afossilifero oppure solo con quelle speciali impronte che sono conosciute col nome di Fucoidi, Condriti, Arenicoliti, Nemertiliti, Scolitie e simili. Questa speciale formazione vedesi svilupparsi largamente in Europa non solo

nella serie eocenica come alcuni vorrebbero limitarla, ma anche amplissimamente nel Cretaceo, dai Pirenei occidentali ad oltre i Carpazi, comprendendo gli Schisti e le *Argille scagliose* dell'Appennino settentrionale, il *Wienersandstein*, la formazione di Gosau, ecc.

La causa di tale curiosa *facies* geo-paleontologica credo si debba in parte attribuire a quell'assieme di svariate azioni chimico-fisiche, epigeniche secondo la definizione di alcuni autori, che dovettero accompagnare quello che appellerei in complesso il *fenomeno ofitico* od *ofiolitico*.

Vediamo infatti nei Pirenei stessi come il Trias pur tanto sviluppato, ma con così frequente accompagnamento di Ofiti, sia generalmente privo di fossili ed invece si presenti con una coorte di depositi salino-gessiferi e con tinte variegate tali da indicarci che la sua deposizione fu quivi accompagnata da un assieme di fenomeni, direi mineralizzatori, contrari allo sviluppo degli organismi.

Nelle regioni alpine vediamo egualmente svariate *Pietre verdi* (Eufotidi o Gabbri, Serpentine, Diabasi, Peridotiti, ecc.) apparire frequenti fra i *Calceschisti* dei geologi italiani, i *Kalkschiefer* del Diener, gli *Schistes lustrés* dei geologi francesi, i *Bündnerschiefer* dei geologi tedeschi e schisti simili che paiono riferibili in parte al Trias ed al Lias, ma che anch'essi per l'assoluta povertà di fossili diedero e dànno origine ad infinite discussioni e polemiche per la loro interpretazione cronologica. Così pure nell' Appennino settentrionale troviamo abbondare quelle roccie che per brevità appellai spesso complessivamente *Ofioliti* (Diabasi, Eufotidi, Lherzoliti, Serpentine, ecc.) appunto fra Argilloschisti ed *Argille scagliose* così scarse in resti fossili che tali terreni sono attribuiti generalmente all'Eocene mentre credo invece siano cretacei.

Ricordo riguardo a questo mio modo di vedere, fondato su numerosi dati stratigrafici e paleontologici più volte già esposti in altri lavori (1), come esso sia singolarmente confortato dal fatto

---

(1) F. Sacco, *L'Age des formations ophiolitiques récentes*, 1891. — Id. *Contribution à la connaissance paléontologique des Argiles écailleuses et des schistes ophiolitifères de l'Apennin septentrional*, 1893. — Id. *L'Appennino settentrionale*, Parte I, II, III, IV (1891-1899).

che nella Catena pirenaica gli analoghi affioramenti ofiolitici, od ofitici che dir si voglia, sono specialmente rilegati al terreno cretaceo e, secondo i più recenti studî, non paiono giungere sino all'Eocene come erasi da alcuni supposto. Ciò non toglie naturalmente che il fenomeno ofitico abbia talora potuto verificarsi altrove anche nell'èra terziaria, come ad esempio penserebbe il Calderon per quella singolar zona di innumerevoli affioramenti ofitici che sviluppasi in Spagna da Cadice a Iaen a NO di Granata fra schisti variegati, ritenuti però triassici da vari geologi, mentre egli li attribuisce all'Eocene; e come crederebbe il Thomas circa le roccie ofitiche dell'Algeria che egli ritiene originatesi in varii periodi dal Cretaceo sino al Miocene, ciò che però parmi richiedere conferma.

Le *Ofiti* (1) dei Pirenei sono specialmente roccie basiche rappresentate da *Diabasi* (come è pure il caso prevalente nell'Appennino italiano) per lo più augitiche, labradoriche od oligoclasiche, più di rado da *Lherzoliti* o da *Serpentine*; ma vi sono pure frequenti gli affioramenti di *Gabbro* o *Eufotide* (spesso assai ricco di Orneblenda), di *Microgranulite* e di *Granito* sovente porfiroide; talora anche appaiono roccie dioritoidi e porfiroidi; ricordo infine la *Sienite nefelinica* di cui potei osservare il classico affioramento di Pouzac ma circa la quale non è facile farsi un'idea sicura della età, triassica o cretacea.

Le Ofiti sono spesso accompagnate, specialmente nelle zone triassiche, da un corteo di affioramenti gessosi e saliferi; esse non sembrano costituire colate o filoni ma piuttosto intrusioni spesso accompagnate da più o meno estese breccie di frizione.

Quanto all'origine delle Ofiti ricordo come Charpentier, Virlet d'Aoust, Magnan, Dieulafait, Garrigou, ecc. le ritenessero speciali formazioni sedimentarie, mentre Dufrenoy e poi la maggioranza dei geologi e petrografi attribuiscono loro un' origine eruttiva; veggansi in riguardo gli studi specialmente di Zirkel, Michel-Levy, Kühn (*Untersuch. ü. Pyren. Ophite*, 1880), ecc.

---

(1) Questo nome fu già usato da Dioscoride, Vitruvio, Plinio, ecc., riferendosi specialmente alle Serpentine; il Palassou lo risuscitò nel 1781 applicandolo alle frequenti emersioni di roccie verdastre dei Pirenei, ed esso venne poscia usato in senso un po' largo dai Geologi specialmente francesi e spagnuoli. Circa la storia delle Ofiti sono da consultarsi specialmente i lavori di Delbos, Magnan, Dieulafait, Viguier, Michel-Levy, ecc.

La penetrazione del materiale ofitico sembra essersi verificata specialmente secondo fratture, faglie (quindi le *Valli tifoniche* di Choffat) o altri movimenti tettonici, oppure attraverso a terreni poco compatti, come appunto dovettero presentarsi in origine le argille triassiche e cretacee, cioè in zone che tettonicamente o litologicamente offrivano le migliori condizioni per dette immissioni. Tuttavia l'origine puramente vulcanica delle Ofiti non è ancora ammessa da tutti giacchè una serie di fatti che riescirebbe qui fuori di luogo accennare, e che ebbi ad osservare anche nell'Appennino, paiono indicare come nel fenomeno ofitico od ofiolitico in generale debbano avere pure avuto notevole parte le azioni svariate e possenti di epigenesi; è notevole però come nelle zone di contatto fra gli affioramenti ofitici e le roccie incassanti i fenomeni di metamorfismo siano talora assai limitati, come potei constatare per esempio tra l'affioramento gabbrico di Adé (Lourdes), fra l'affioramento granitico di Les Granges di Julos, ecc. e gli inglobanti schisti *albiani* o *cenomaniani*, così pure fra l' affioramento ofitico-gabbrico di Ossen (Lourdes), di Arrodets, ecc. e gli schisti cretacei bruni, quasi inalterati, che li avviluppano.

Però in alcune regioni questi schisti cretacei assumono una facies così antica, pseudo-cristallina, sia nelle zone argillose sia in quelle calcaree, da ricordare gli schisti paleozoici, anche più antichi, coi quali infatti furono spesso confusi.

Quanto alle epoche geologiche in cui ebbero origine le Ofiti dei Pirenei, esse furono certo più d'una; se ne osservano infatti varii affioramenti nei terreni paleozoici, anche questi sovente con facies complessiva che ricorda il *Flysch;* appaiono frequenti su ambi i lati della catena pirenaica frammezzo alle caratteristiche marne argillose rossigne del Trias; ma abbondano poi specialmente fra i terreni cretacei, particolarmente medi, in pochi punti dei Pirenei orientali (come per esempio in Catalogna), invece in modo straordinario nei Pirenei occidentali sino all'Oceano ed anzi largamente sino alla regione cantabrica, in maniera analoga cioè al correlativo sviluppo della formazione del *Flysch* (*lato sensu*) che in alcune regioni risulta quasi impregnato, direi, di svariate forme ofitiche. Tali Ofiti appaiono in cento punti, spesso con speciali allineamenti che corrispondono, sia alla direzione generale degli strati, sia alla direzione di avviluppo e

di sovrapposizione dei terreni cretacei su quelli più antichi, analogamente a quanto potei osservare anche nell'Appennino, per esempio negli schisti cretacei ofiolitiferi avviluppanti l'affioramento gessoso triasico dell'alta Valle della Secchia.

Infine riguardo all'età delle emersioni ofitiche non sarebbe impossibile che alcune fossero più recenti dei terreni fra cui ora affiorano; così per esempio alcuni affioramenti ofitici delle argille triassiche potrebbero esservisi iniettati durante l'epoca cretacea, in causa appunto della poca resistenza del terreno; ma la delicata questione non è facile a risolvere.

Passando ora a brevi cenni sul Terziario notiamo subito come sia quasi solo l'Eocene che prende parte alla costituzione dei Pirenei mentre l'Oligocene è assai meno sviluppato, ed i terreni miocenici e pliocenici, in serie incompleta, appaiono solo a qualche distanza dalla catena pirenaica.

Ricordo incidentalmente come il passaggio dal Cretaceo all'Eocene si compia talora in modo rapidissimo sì che gli strati ad Inocerami sono talora a contatto con quelli a Nummuliti, come potei ad esempio osservare salendo da Mongaillard a Orignac; ricordo ciò perchè fatti consimili sono assai frequenti nell'Appennino settentrionale e furono una delle cause che fecero ritenere generalmente eoceniche anche le formazioni cretacee, magari anche ammettendo un Eocene con Inocerami come si sostiene ora da qualcuno.

L'Eocene ha notevole potenza, grande sviluppo superficiale, ma è assai variabile; cioè o essenzialmente marino, vero nummulitico, come presso Biarritz; oppure, come è il caso più frequente, esso presenta ripetute alternanze di depositi marini a Milioliti (i caratteristici compatti *Calcari a Milioliti* dell'Eocene inferiore) o ricchissimi in Nummuliti, Assiline, Alveoline, Operculine, Trocociati, Echinidi, Crassatelle, Turritelle, Cerizidi, ecc., con depositi estuario-lacustri a *Limnea*, *Physa*, ecc.; in quest'ultimo caso non di rado nella sua parte inferiore si intercalano marne varicolori, specialmente rossigne, qua e là gessose, afossilifere, che ricordano la *facies garumniana* del Cretaceo superiore in modo da formare con esso un graduatissimo passaggio tanto che non tutti sono d'accordo nella delimitazione dei due orizzonti. Oppure fra i depositi marnoso-arenacei di

estuario si intercalano lenti o banchi conglomeratici; è la cosidetta *puddinga di Palassou* sulla cui età tanto si discusse perchè in realtà essa ha età diverse; prevalentemente oligocenica, spesso sviluppatissima anche nell' Eocene superiore, discende pure in banchi o letti eziandio nell' Eocene medio ed inferiore, anzi una formazione conglomeratica consimile riscontrasi pure in qualche zona del Cretaceo.

La prova di tale età multipla della puddinga in questione risulta nel modo più convincente dalla sezione del famoso rilievo di Monserrat in Catalogna, giacchè quivi nella serie, potente oltre 1000 metri, di tali conglomerati si notano ripetute intercalazioni argilloso-arenacee dapprima con fossili di facies *garumniana*, poi colla *Nummulites perforata* dell'Eocene inferiore, quindi colla *N. biarritzensis* dell'Eocene superiore sino a giungere alle potenti zone con *Cyrena* dell' Oligocene.

Il fenomeno è assai interessante giacchè ci prova che straordinarie precipitazioni atmosferiche già si verificarono ripetutamente con varie intensità sulla catena pirenaica durante l'epoca eocenica, mentre ad esempio nella regione alpino-appenninica italiana esse furono limitate quasi solo all'Oligocene; ricordo però come in parecchi punti dell'Eocene sia dei Colli torinesi, sia dell'Appennino volpediese, ecc. abbia pure osservate consimili lenti conglomeratiche a ciottoli improntati sin nell'Eocene medio ed inferiore.

Talora la facies arenacea diventa predominante nell'Eocene di alcune regioni circumpirenaiche, inglobando lenti a *Lucina corbarica* o ad Operculina (*O. Heberti*), Alveoline (*A. subpyrenaica*), Nummuliti (*N. Ramondi*), ecc.; allora tale formazione ricorda quelle analoghe e contemporanee dell'Appennino italiano (*Macigno* latu sensu) che sono pure qua e là nummulitifere e che spesso racchiudono lenti a grosse Lucine, simili alla *L. corbarica*, ma generalmente riferite a Lucine mioceniche per modo che da molti il *Macigno* appenninico venne ed è tuttora riferito al Miocene.

Desidero infine richiamare l'attenzione sul fatto che mentre nei Pirenei orientali e centrali l'Eocene ha la complessa e così variabile *facies* sovraccennata, invece nei bassi Pirenei presso Biarritz l'Eocene è costituito da Calcari giallastri a grosse Nummuliti (*N. lucasana*, *N. Ramondi*, *N. perforata* ecc.) in basso, di

marne grigie a *N. biarritzensis*, *Orbitoides Fortisii*, *O. radians*, *Rotularia spirulea*, ecc., in alto, il tutto coperto dai potenti banchi arenacei dell'Oligocene a *N. intermedia*, *N. Fichteli*, ecc.; quivi cioè sulle coste dell' Oceano atlantico potei constatare, con un certo senso di meraviglia e di compiacenza nello stesso tempo, come esista quasi l'identica serie eo-oligocenica, cogli stessi fossili, con la medesima costituzione litologica, colla stessa facies, ecc., quale si sviluppa alla distanza di circa un migliaio di chilometri nel Bacino Mediterraneo cioè nelle classiche regioni di Gassino, di Priabona e di vari punti dell'Appennino.

L'Oligocene subpirenaico (essenzialmente *Tongriano*) piuttosto che da detta *facies* arenacea a *Nummulites intermedia* è rappresentato assai più estesamente dalla puddinga di Palassou (*pars*) alternata con depositi calcareo-marnosi lacustri.

Quanto ai terreni più giovani essi per la costituzione della Catena pirenaica hanno mediocre importanza; il Miocene è essenzialmente costituito da depositi salmastri o continentali a Ostriche, *Dinotherium*, ecc., del *Sarmatiano* passante al *Messiniano*; ricordo solo come in Catalogna appaiano anche i tipici depositi marini fossiliferi dell'*Elveziano* e del *Tortoniano*, la caratteristica zona a Congerie del *Messiniano*, ecc. Il Pliocene sembra rappresentato da alcuni depositi continentali essenzialmente ciottolosi, salvo che nella regione subpirenaica occidentale dove sviluppasi il tipico Pliocene marino (*Piacenziano* ed *Astiano*) dei dintorni di Perpignan, Barcellona, ecc.

Riguardo al Quaternario, oltrechè alle Dune ed alle Alluvioni recenti, una particolare menzione è dovuta agli antichi depositi fluvio-glaciali e schiettamente morenici che si presentano spesso nella regione pirenaica con forma affatto tipica ed abbastanza imponente, con veri Anfiteatri morenici, belle striature e levigature di roccie, ecc., come per esempio potei bene osservare nei dintorni di Lourdes.

CONCLUSIONI

Dai brevissimi cenni sovraesposti parmi opportuno ricavare e segnalare queste principali conclusioni di carattere sia generale sia comparativo rispetto alla Geologia italiana.

1° La Catena dei Pirenei, che tettonicamente rappresenta una complessa anticlinale diretta da O.N.O. ad E.S.E. e trasversalmente ondulata, sotto l'aspetto geologico come sotto quello geografico differisce sia dalle Alpi sia dagli Appennini pur presentando diversi caratteri comuni con entrambe queste regioni.

2° Nella regione pirenaica le precipitazioni atmosferiche dovettero avere spesso, per quanto a grandi intervalli di tempo, una notevole intensità come ce lo indicano le varie *Grovacche* del Primario e le zone conglomeratiche che, apparendo dapprima con lenti sporadiche nel Cretaceo e nell'Eocene inferiore diventano poi estese e potenti (*Puddinghe di Palassou*) specialmente nell'Eocene superiore sino a costituire infine la facies dominante, caratterisca, dell'Oligocene; inoltre continuansi ad osservare potenti depositi continentali, in parte ciottolosi, nel Miocene superiore e nel Pliocene, ed estesissimi e potenti si notano i terreni diluvioglaciali del Quaternario; d'altronde il fatto sovraccennato è chiaramente provato anche solo dalle immani conoidi ventagliformi di dejezione (come il Plateau di Lannemezan (Haute-Garonne), di Orignac (Adour), di Jer (Gave) ecc.) costituiti di depositi argillosociottolosi dello spessore talora di 100, 200 e più metri ed estendentisi talvolta anche ad oltre 100 km. dalla Catena pirenaica.

Quindi straordinariamente intensa deve essere stata l'erosione, la degradazione del rilievo pirenaico, ridotto così ora geologicamente ad un vero scheletro o vasta rovina.

3° Il fenomeno ofitico, già apparso nel Paleozoico, si verificò estesamente nel Trias e nel Lias, ma ebbe il suo massimo sviluppo nel Cretaceo (specialmente medio) in modo quindi in parte analogo a quanto si verificò in estese regioni italiane.

Il fenomeno ofitico, considerato in generale, è evidente che implicò quasi sempre speciali condizioni di sedimentazione per cui

ne risultarono quelle formazioni geologiche indicate complessivamente col nome di *Flysch* (*lato sensu*) e particolarmente nelle varie parti d'Europa cogli appellativi di *Bündnerschiefer*, *Calceschisti*, *Schistes lustrés*, *Kalkschiefer*, *Argille scagliose*, *Schisti a Fucoidi*, ecc. Tali formazioni per la scarsità o mancanza di fossili furono spesso erroneamente interpretate, venendo in generale sincronizzate coi terreni fossiliferi, o più caratteristici o più sviluppati, che esistono nelle loro vicinanze. Così tali formazioni nelle Alpi, dove sono in parte mesozoiche, vennero spesso attribuite all'Arcaico; il Flysch cretaceo dei Pirenei fu sovente confuso coi prossimi schisti paleozoici anche più antichi; consimili schisti, pure in gran parte cretacei, dell'Appennino italiano vennero invece generalmente interpretati come eocenici, in causa delle vicine, sovraincombenti od inglobate estese zone veramente eoceniche, spesso nummulitifere.

4° Nella regione pirenaica si verifica in linea generale che passando dai Pirenei orientali a quelli occidentali il Cretaceo da tipico, riccamente fossilifero, spesso ippuritico, ecc., assume rapidamente la facies di *Flysch* ofitifero e quindi con rarissimi fossili; nello stesso modo che passando dall'Appennino centrale italiano all'Appennino settentrionale si constata che il Cretaceo da tipico, calcareo, regolare, ecc., passa ad un *Flysch* (argilloschisti, argille scagliose, ecc.) ofiolitifero poverissimo in fossili. Tale fatto, ormai accertato riguardo al Cretaceo, è assai interessante perchè sembra chiarire e confermare i rapidi passaggi laterali di alcuni terreni triassico-liassici delle Alpi dalla facies tipica calcarea fossilifera, alla speciale facies di *Flysch* (*Calceschisti*, *Bündnterschiefer*, ecc.) con *Pietre verdi*, che tanto ha ostacolato la conoscenza della Geologia alpina. Con ciò non si vuol dire però che nelle regioni alpine queste speciali formazioni non si sviluppino (come in realtà ampiamente si sviluppano) anche sotto il Trias.

5° Sia lungo i Pirenei sia nell'Appennino italiano spesso l'Eocene partecipa alquanto alle indicate mutazioni di *facies* del sottostante Cretaceo, indicandoci di aver risentito ancora in parte l'influenza degli speciali fenomeni che caratterizzarono il precedente periodo geologico.

6° Nell'Eocene pirenaico talora si sviluppa una formazione arenacea a *Lucina corbarica*, analoga al contemporaneo *Macigno* appenninico racchiudente consimili grosse Lucine che, per essere

affini a forme mioceniche, fecero e fanno riferire da molti detto *Macigno* (l. s.) al Miocene.

7° La famosa serie eo-oligocenica di Biarritz è litologicamente e paleontologicamente affatto analoga a quella delle classiche serie italiane contemporanee, cioè di Priabona, di Gassino, ecc. provandoci così che malgrado l'enorme distanza e la differenza dei bacini oceanici analoghe furono le condizioni di sedimentazione, di clima, di ambiente e quindi di vita.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

Schema geol

Quatern.	Depositi diluviali e diluvio-glaciali — Morene — Alluvioni, Dune, Travertini, Dep
Pliocene	Depositi argillosi, sabbiosi e ciottolosi; ligniti. — Alle falde dei Pirenei orientali
Mioc. (sup.).	Marne argillose con lenti ciottolose, ligniti, ecc.; resti di *Dinotherium, Mastodon l*
Oligocene	Marne, sabbie ed arenarie a *Numm. intermedia, N. Fichteli, Operculina ammonea,*
Eocene	Marne grigie a *Numm. biarritzensis, Orbitolites Fortisii, O. radians,* molti Echinidi Marne calc. fossilif.! *N. atacica, Ass. Leymeriei, A. globulus, Alv. melo, Operc. gran* Calcari a Milioliti — Talora Calc. a *N. perforata, N. lucasana, N. Ramondi,* Assiline, e
Daniano	Marne rossiccie, lacustri, gessifere (*Garumniano*) — Talora marne a *Micraster tercensi* *Calcare litografico* lacustre compatto, biancastro, con *Physa lacrima, Megalostoma,* Marne argillose rossiccie con *Cyrena garumnica, Melania armata, Melanopsis,* ecc. - Ta Arenarie quarzose con frustoli carboniosi (*Grés d'Alet*) o Calcari compatti, giallicc
Senon.	Alternanza di marne grigie con Calcari ad Ippuriti!, Radioliti, Inocerami. Ananel Marne grigie a *Micraster brevis, Rhynchonella, Tissotia, Be emnitella,* ecc. - Talora n
Turon.	Banchi calcarei ippuritici intercalati ad arenarie - Talora marne grigie con Amm
Cenom.	Arenarie calcaree a *Caprina adversa, Caprotina costata, Caprinula, Orbitolina conc*
Albiano	Marne calcaree o schisti marnoso-calcarei bruni con Ammoniti (*Acanthoceras, Des*
Urg.-Apt.	Calcari compatti con Requienie (*Toucasia carinata*), Nerinee, *Acanthoceras,* Terebr
Neocom.	Manca o rappresentato solo da qualche zona calcarea o dolomitica.
Giura	Dolomie, spesso brune e fetide, compatte, generalmente senza fossili.
Lias	Marne e calcari a *Posidonomia,* Ammoniti, ecc. Calcari marnosi a *Gryphaea cymbium, Terebratula punctata,* Belemmiti, *Hildoceras* Calcari silicei o dolomitici compatti, grigio-brunastri: o Calcari brecciformi comp
Retico	Calcari marnosi straterellati ad *Avicula contorta, Bactryllium striatum,* ecc.
Trias	Marne argillose varicolori, specialmente rossiccie, gessifere, salifere, con Quarzo l Carniole e Calcari a *Lingula tenuissima,* Terebratula, Spiriferina, *Ceratites,* ecc. (f
Perm.	Arenarie e Conglomerati rossastri (passanti al Trias inf.), Argiloliti; Schisti a *Ca*
Carb.	Grovacche e schisti filladici a *Pecopteris, Dictyopteris, Odontopteris, Annularia, Si* Calcari a Goniatiti, Ortoceratiti, Encrinidi, *Amplexus,* ecc. - Schisti con *Productus*
Devon.	Calcari o Marmi *griottes* a Goniatiti (con passaggio litologico-paleontologico al C Grovacche e Schisti calcarei a Coralli (*Amplexus*), *Cyathocrinus,* Ortoceratiti, *Rhynch*
Silur.	Schisti graptolitici (varie specie di *Monograptus*). Grovacche, Schisti ampel. e calc. a Encrini, *Orthis* (*O. vespertilo*), *Leptaena corrugat*
Cambr.	Schisti ardesiaci e silicei.
Arcaico	Gneiss granitoide - Gneiss minuti, Gneiss anfibolici, Micaschisti, Schisti cristalli

Sacco.

dei Pirenei.

---

lix, Cyclostoma, ecc.
bioso-marnosi, marini (*Astiano* e *Piacenziano*), assai fossiliferi.
Hipparion, Dryopithecus. ecc. — Talora marne ed arenarie ad *Ostrea crassissima*.

patagus, Pecten, ecc.
otularia spirulaea, Briozoi,ecc.
sinuosus, Ostrea uncifera, Turrit., ecc.
medio-inf. — Talora ar. a *Luc. corbar.*, ecc.
Heberti, ecc. (passaggio all'Eocene inf.).
i Rognac).
- Talora marne a *Orbitolites gensacica*.
ankin).
Rinchonelle, ecc.
e con intercal. arenacee. (*Grés de Celles*).
gio graduale al Senon. ed al Cenoman.
lora passaggio a marne.
Trigonie, Rinchonelle, ecc.
a conoidea, O. discoidea, ecc.

Puddinghe di Palassou (specialm. nell'Olig. e nell' Eoc. sup.) con *Palaeotherium*, *Lophiodon*, *Plan. pseudoamm.*, *Bul. gerund.*, *Physa prisca*

Pirenei occidentali (specialmente)

Calc. di Caseville
Calc. di Bidart
Calc. di Bidache
Schisti argillosi, calcarei o arenacei a Fucoidi, ecc., cioè *Flysch* (*lato sensu*) con numerosissimi affioramenti di Ofiti.

ili } con affioramenti ofitici.

cc. (facies *keuperiana*), attraversate da numerose Ofiti. - Talora schisti lucidi.
elkalk). — Talora, verso la base, arenarie rossastre passanti al Permiano.
arophoria (passaggio al Carbonifero sup.).
ites, ecc.
llipsia, ecc.

trophonema, Spirifer (*Sp. cultrijugatus*, ecc.), Trilobiti (*Phacops, Dalmanites*), ecc.

rupta, Ortoceratiti, Trilobiti (*Trinucleus, Calymene, Asaphus, Phacops, Bronteus*).

Graniti, Leptiniti, Pegmatiti, Anfiboliti, ecc.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Graf, Cipolla, Brusa, Allievo, Savio, Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, 9 dicembre 1900.

Il Presidente presenta alla Classe il primo volume di un'opera del Prof. Francesco Ruffini col titolo: *La libertà religiosa: Storia dell'idea*. Torino, Bocca, 1900, colla seguente relazione:

Ho l'onore di presentare alla Classe, d'incarico dell'autore, avv. Francesco Ruffini, già professore di diritto Canonico alla Università di Genova, ed ora professore di storia del diritto Italiano nella nostra Università, ove è succeduto al compianto nostro collega prof. Cesare Nani, un'opera col titolo: *La libertà religiosa*, volume 1°. Storia dell'idea.

Il volume ora pubblicato contiene, per usare l'espressione stessa dell'autore, la delineazione storica del concetto di libertà religiosa fino al secolo XIX; mentre nel secondo volume, che egli già tiene in pronto, tratterà della libertà religiosa nel secolo decimonono, aggiungendovi anche lo studio della legislazione comparata sull'argomento e quello delle condizioni presenti della libertà religiosa, massime in Italia.

La sua opera comincia con una breve introduzione, in cui egli cerca di definire e delimitare il concetto di *libertà*

religiosa, distinguendolo da quello più esteso di *libertà di pensiero* e da quello più ristretto di *libertà ecclesiastica*, coll'osservare, che mentre il *libero pensiero* è di preferenza un concetto o principio *filosofico* e la *libertà ecclesiastica* è di preferenza un principio *teologico*, la *libertà religiosa* invece è un concetto o un principio essenzialmente *giuridico*.

L'intendimento del Ruffini non è però di studiare la libertà religiosa nel suo aspetto negativo, ossia negli ostacoli e nelle difficoltà, che essa ha incontrato, ma piuttosto di seguirla nel suo aspetto positivo, che è stato meno esplorato, e quindi egli si propone nel suo libro di delineare nell'antichità il sorgere, lo svilupparsi nel medio evo, e il trionfare definitivo nel secolo nostro dell'idea, che non si debba perseguitare nessuno nè privarlo della piena capacità giuridica per motivo di religione.

Lo svolgimento del suo tema quindi lo condusse ad accennare solo di passata a quegli esempi di tolleranza religiosa, che l'antichità fornisce e a cercare in essa i primi germi dell'idea, mentre il suo intento più diretto fu quello di descriverne lo svolgimento nell'età moderna, lasciando affatto in disparte gli esempi che si potrebbero rintracciarne presso popoli non cristiani.

Non occorre che io dica quanta fosse la difficoltà della ricerca, trattandosi di tener dietro allo svolgersi di un'idea, che comparve sotto forme diverse nei diversi paesi, che ostacolata in un luogo venne a rinascere nell'altro, che subì anche l'influenza delle vicende e condizioni politiche dei varii Stati, che si manifestò di preferenza in scritti d'occasione e di polemica religiosa, di cui non sempre erano noti gli autori. Era quindi una ricerca, che richiedeva un largo sussidio di erudizione nel campo giuridico, religioso e perfino letterario; e questo cercò di procacciarsi il Ruffini, sebbene, come dice nella prefazione, egli dettasse il suo libro in una città, come quella di Genova, che per quanto sia sede di un'Università numerosa, difetta però grandemente di ogni agevolezza di studio (pag. VIII). Allorchè poi gli mancavano i sussidii diretti dei libri, si valse delle indicazioni e dei riferimenti, che poterono somministrargli i più competenti nel tema, come il prof. Friedberg, suo maestro all'Università di Lipsia, dove egli erasi recato a perfezionarsi nei proprî studî, il prof. Ricker, che gli fu allora compagno in quell'Università ed ora insegna nella medesima, il prof. Pollock

dell'Università di Oxford, e il prof. Fredericq dell' Università di Gand.

Certo la ricerca non avrebbe potuto essere condotta con diligenza, con obbiettività e con imparzialità maggiore; l'autore cerca nell' antichità e poscia nel Medio Evo i primi sprazzi dell'idea, dimostrando la parte che vi ebbe eziandio il pensiero italiano, durante il movimento iniziato all'epoca della riforma, pensiero che ebbe poi ad essere diffuso altrove da italiani, che vi si erano riparati per motivo di religione. Egli segue poi lo svolgimento del concetto nell'Olanda, nell'Inghilterra, in Germania sotto l'influenza sopratutto della scuola del diritto naturale, nelle colonie americane, nella Svizzera, Scandinavia e Norvegia, come pure nei paesi cattolici, come la Francia, l'Austria, la Polonia, il Belgio e l'Italia, mettendo in evidenza gli scrittori, che contribuirono maggiormente a svolgere l'idea, notando in ciascuno ciò che potesse esservi di nuovo sopra quelli che l'avevano preceduto, e rilevando in ogni paese i tratti comuni che aveva la controversia e le caratteristiche particolari che essa assumeva. Viene così ad esser posto in evidenza, che il mal seme dell'intolleranza ebbe a manifestarsi fra cattolici, protestanti, liberi pensatori, e all'epoca stessa della rivoluzione francese e che lo svolgimento dell'idea della libertà religiosa debbe essere attribuito a filosofi, a giuristi, a letterati di ogni paese civile, mentre in certi paesi, come ad esempio l'Italia, il primo impulso verso l'idea di tolleranza religiosa deve essere attribuito di preferenza ad ecclesiastici cattolici. Per tal modo il lettore viene ad esser posto in condizione di controllare egli stesso l'esposizione dello storico, di seguire lo svolgimento dell'idea nel suo nucleo fondamentale e nelle sue configurazioni svariate, di scorgere l'influenza che su di essa esercitano le condizioni politiche dei varî paesi, e infine anche di scoprire le origini remote dei varî sistemi, che poi furono seguiti nei varî paesi per ciò che si riferisce alla questione, tanto discussa e non ancora definitivamente risolta, dei rapporti fra Chiesa e Stato.

Sebbene poi trattisi di problema così ampio, che le sue prime origini certo rimontano non solo all'antichità classica, ma anche all'antico oriente, tuttavia a mio avviso fu bene che il Ruffini abbia ristretto il suo quadro all'età moderna, dal momento che egli voleva delineare sopra tutto il concetto giuridico della li-

bertà religiosa, poichè sotto questo aspetto giuridico, l'idea della libertà religiosa, a mio giudizio, è qualche cosa di assolutamente propria all'evo moderno, in quanto che la sua formulazione giuridica (se mi sia lecita l'espressione) viene ad essere una delle conseguenze del gran fatto dell'Evo moderno, che è la distinzione di uffizii che viene ad operarsi fra Chiesa e Stato.

Non può qui essere il caso di entrare nell'esame di particolari apprezzamenti del Ruffini, in alcuni dei quali non potrei forse essere perfettamente dell'avviso dell' egregio autore; ma conchiudo senz'altro con dire che il lavoro del Ruffini, oltre al suo valore scientifico, che è incontestabile, ha anche un valore morale, in quanto che varrà a dimostrare agli stranieri, che certo non mancheranno di prenderlo in considerazione, che anche qui in Italia, frammezzo a quella specie di torpore e di indifferenza, che suole, non del tutto a torto, esserci attribuita di fronte a questi argomenti, che pur destano così grande interesse negli altri paesi civili, sonvi uomini di scienza, che ne sentono l'altissima importanza e ne fanno oggetto di studî coscienziosi, imparziali e profondi. Dopo ciò non mi resta che ad affrettare coi voti la pubblicazione del 2° volume, che riferendosi al secolo decimonono potrà anche interessarci più direttamente.

Il Socio Savio fa omaggio all'Accademia, a nome della Direzione dell'Istituto Sociale, d'una miscellanea di poesie su *La spedizione di S. A. R. il Principe Luigi di Savoia Duca degli Abruzzi al polo nord*, Torino, Bona, 1900.

Tra le pubblicazioni giunte in dono, il Segretario segnala quelle del Socio Savio, che il Socio stesso volle cortesemente regalare all'Accademia.

Il Socio Cipolla presenta una nota del prof. Ferdinando Gabotto, *La questione dei fuorusciti di Chieri 1339-54*, che è inserita negli *Atti*.

Il medesimo Socio Cipolla legge un suo scritto intitolato: *Un amico di Cangrande I della Scala e la sua famiglia*. La Classe con votazione secreta unanime ne approva la stampa nelle *Memorie* accademiche.

LETTURE

La questione dei fuorusciti di Chieri (1337-1354).

Nota del Prof. FERDINANDO GABOTTO.

Forse fin dall'estate del 1337, certo dalla primavera dell'anno successivo, le violenze dei Balbi e di altri nobili chieresi avevano indotto i maggiorenti della parte popolare a cacciare dalla terra quella nobiltà riottosa e prepotente, cui più non bastavano a raffrenare gli *Statuti* della " Società di San Giorgio „ nè le norme del diritto comune (1). Certo, fra gli espulsi erano principalmente Petrino Balbo, Antonio Bertone de' Balbi, molti dei

(1) Cibrario, *Storia di Chieri*, I, 227, 254 segg., 2ª ed., Torino, 1831. Cfr. la mia *Storia del Piemonte nella prima metà del secolo XIV*, 167, 172, 174 seg., Torino, 1894. Riguardo al tempo della cacciata dei nobili, il *Chron. vetus Carii*, ad an., in Cibrario, *Op. cit.*, II, 362, 1ª ed., Torino, 1827 (il vol. II non fu ristampato), scrive: " mcccxxxviii, die vi augusti, Iohannes marchio Montisferrati et Thomas de Salucio venerunt prope furchas Cherii ut ingrederentur dictum locum Cherii cum dcc militibus et multitudine peditum; nec potuerunt, quia terra erat bene munita per illos de Saviliano, Cunio et Monteregali, qui erant homines regis Roberti; et quidam de Cherio quos nolo nominare faciebant dictos marchiones venire Cherium. Et illi de Montecucco dederunt Montecuccum marchioni Montisferrati die sabati de sero; quod castrum erat communis Cherii „. Il Miolo, *Cron.*, in *Miscell. st. ital.*, I, 153, reca poco diversamente: " Iohannes marchio Montisferrati et Thomas de Saluciis, dolose locum potiri putantes, apud Cherium venerunt cum 600 equitibus et copia peditum. Sed quia presidio locus munitus erat ab hominibus Montisregalis, Cunei et Savillani, regi Roberto fidelibus, nichil operati sunt. 1338. 6 augusti. Cui marchioni homines Montiscuchi sese dederunt „. Per contro, un documento citato da B. San Giorgio, *Cron. di Monferr.*, 124-125, Torino, 1780, fa investire i signori di Moncucco, di tal luogo, dal marchese monferrino il 12 agosto 1337; ciò che presuppone la cacciata anteriore dei nobili da Chieri. Il 6 agosto 1338 era di giovedì; il sabato successivo era quindi l'8: neanche le determinazioni della rispondenza fra i giorni della settimana e quelli del mese servono quindi a chiarire la questione, che per ora bisogna lasciare insoluta.

Vignolia e dei Merlenghi; e questi " estrinseci ", padroni di castella e ville nel territorio, favoriti in segreto da non pochi rimasti dentro e perseveranti nei rancori contro i nemici personali e contro la maggioranza, non tardavano ad incominciare una guerra civile di depredazioni e di scaramuccie che doveva presto far sparire anche l'ultimo superstite dei liberi Comuni piemontesi (1). Le potenze circostanti, che da un pezzo andavano spiando il tempo di metter le mani su Chieri, sentirono che l'occasione era giunta: tutto si riduceva ad una gara di prontezza e di abilità.

Il primo a muoversi fu il marchese di Monferrato. Senz'essere " ghibellini " nel senso che la parola aveva omai assunto in Piemonte in mezzo alle lotte fra Solari e De Castello, in Asti, ed alle ferocie canavesane prossime a dilagar più che mai, i " fuorusciti " chieresi si erano rivolti a Giovanni II Paleologo in quanto era il nemico naturale degli Angioini e del principe di Acaia, che favorivano la parte guelfa, cui si stringeva di consueto la parte popolare di ogni luogo. Il 6 agosto 1338 il Marchese si avanzò su Chieri, probabilmente insieme cogli " estrinseci ": dentro era trama segreta di aprirgli le porte. Ma era stato prevenuto: omai si trovavano a presidio genti del re Roberto venute da Savigliano, Cuneo, Mondovì, e già si apprestava a trarre in soccorso Giacomo di Acaia, indicente quel dì stesso una congrega di truppe a tal fine. Al Paleologo bisognò ritirarsi senz'altro frutto che la dedizione spontanea dei signori di Moncucco, seppur questa non debba anticiparsi d'un anno; già l'8 il Principe era giunto a Chieri in persona, e di là sollecitava a furia rinforzi con viveri per dieci giorni (2). Il 2 settembre sappiamo esservi stata un'altra congrega dell'esercito di Moncalieri per andare a Chieri (3); ma tutta questa premura di Giacomo e del siniscalco angioino per la difesa del Comune contro Giovanni II ed i fuorusciti non era, e non poteva essere, disinteressata. E l'interesse non era soltanto di non lasciar cader Chieri in mano di un rivale, ma d'impadronirsene essi medesimi. In ottobre, il Principe manda colà a negoziare per lui il suo fami-

(1) Cibrario, *Op. cit.*, I, 254, 2ª ed., *St. del Piem.*, 174 seg.
(2) *Chron. vetus*, e Miolo, *ll. cc.*; *St. del Piem.*, 175.
(3) *St. del Piem.*, 176.

gliare Giacomo Della Torre (1), e ve lo rinvia da capo in novembre (2). Anche Bartolomeo Taverna, balivo di Val di Susa, dirige a Chieri, d'ordine del conte di Savoia, suo signore, molti messi e molte spie " a trattar cose segrete con alcuni del luogo „; nè vanno palesemente, ma " di nascosto „ (3). La chiave di tutto l'intrigo ci è porta dal noto trattato del 18 dicembre 1338, col quale Aimone di Savoia pensava ristabilir la pace in Piemonte e contentar tutti mediante il sacrifizio della libertà chierese. È noto come in virtù di questo trattato, Giacomo di Acaia doveva cedere al Paleologo la sua metà d'Ivrea, ricevendo in compenso l'autorizzazione a prender in feudo dal re Roberto metà di Chieri: l'altra metà sarebbe stata direttamente dell'Angioino (4). Così il dabben conte immaginava scongiurare gli sterminî del Canavese, che presentiva imminenti (5), e formare tale una rete d'interessi e di legami reciproci che permettesse di respirare alle straziate regioni subalpine. Non si può dire che l'intenzione non fosse buona: sull'onestà del mezzo è lecito esprimere qualche riserva, anche se la sottomissione di Chieri doveva avvenire per consenso dei cittadini e magari colla riconciliazione degl'intrinseci coi fuorusciti.

In connessione con tutta questa pratica, continuavano e si accentuavano i maneggi ed i negoziati di Acaia in Chieri stessa e cogli Angioini. In tempo che non è possibile precisare, ma che non può scostarsi troppo dalla fine del 1338 o dal principio

---

(1) *Arch. Camer. di Tor., Conti Chiav. Tor.*, Rot. XIV: " Ad expensas domini Iacobi de la Turre, pro expensis suis factis cum tribus equis et tribus famulis per novem dies, quibus stetit tam apud Querium, quam apud Taurinum, pro negociis Domini ..., per litteram Domini de mandato, datam Carniani, die VIII mensis octubris anno [M]CCCXXXVIII° ... „.

(2) *Ibidem:* " Ad expensas domini Iacobi de la Ture, familiaris Domini, factas apud Querium, Montemcalerium et Taurinum per quindecim dies finitos die XVIII^a^ mensis novembris anno [M]CCCXXXVIII ... „.

(3) *Ibidem: Conti Castell. Avigl.*, Rot. XXXI: " Libravit pluribus exploratoribus et nunciis, quos secrete misit apud Cherium, eques et pedes, pluribus vicibus, ad tractandum cum quibusdam de Cherio aliqua secreta ..., III sol., VI den. gross. turon. „.

(4) *St. del Piem.*, 179. Cfr. i miei opuscoli *Pinerolo ed i suoi recenti storici*, 19, Pinerolo, 1893, e *Di alcune questioni di storia subalpina*, pagg. 5-6, Torino, 1893.

(5) Cfr. il mio lavoro *Un millennio di storia eporediese*, 214, Pinerolo, 1900 (nella mia " Bibl. della Soc. stor. subalp. „, t. IV).

del 1339 — probabilmente in gennaio di quest'anno —, Martinetto di San Martino, vicario di Torino pel Principe, fu in Asti " per trattar affari „ di Giacomo; non senza passare per Chieri e trattenervisi, con Merlo di Piossasco e Corrado di Gorzano (1). Nel febbraio seguente è la volta di Giacomo Della Torre, rinviato a Chieri il 22 (2); ed i rapporti e gl'intrighi per l'effettuazione del trattato del 18 dicembre non erano ancor cessati nel maggio (3), sebbene omai una questione fra i Chieresi ed i sudditi di Margherita di Savoia, marchesana vedova di Monferrato e zia del conte, désse luogo ad attriti anche fra il governo savoino ed il Comune di Chieri, non ancora terminati poi in gennaio 1340 (4). In questo frattempo, in aprile 1339, il Prin-

---

(1) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Chiav. Tor.*, Rot. XIV: " Libravit Martineto de Sancto Martino, in quibus Dominus sibi tenebatur, videlicet in tresdecim florenis auri, pro eo quia ipse vicarius fuit apud civitatem astensem pro negociis Domini tractandis, cum duodecim equis et sex armigeris; item in octo florenis pro expensis quas ipse olim vicarius et Gonradus de Gorzano et dominus Merlo de Plossasco fuerunt apud Querium pro negociis Domini, ubi steterunt per quinque dies „.

(2) *Ibidem*, Rot. XV: " Ad expensas domini Iacopi de la Turre, destinati per Dominum apud Taurinum, Montemcalerium, Cherium et alibi pro certis et secretis negociis Domini exequendis; et stetit cum quatuor equis [et] quatuor famulis in Taurino per sex dies finitos die XXII februarii MCCCXXXIX ... „.

(3) *Ibidem:* " Pro quibusdam expensis factis per ipsum Guiglotum, eundo diversis vicibus ultra montes ad dominum Dalphinum, et ad regium Senescallum, apud Ast, pro negociis Domini ..., per litteras Domini de mandato datas die XII mensis madii MCCCXXXIX ... „.

(4) *Ibidem, Conti Castell. Avigl.*, Rot. XXXII: " Ad expensas sui ipsius [Bartholomei Taberne, bayllivi vallis Secusie], et septem equitum cum armis secum, factis apud Pynarolium, ubi fuit per duas vices finitas die quinta mensis maii anno [M]CCCXXXIX^{no} ad consulendum et conferendum cum domino Principe et domino abbate Sancti Michaelis super quod illi de Cherio minabantur offendere terram domine Marchionisse, sororis Domini, que Domina eidem baillivo tramisit ambasiatores suos propter hoc, videlicet Martinum Pampara et Dalphinum de Lanceo ... — Ad expensas suas et novem armatorum cum ipso, ipsum asociancium, eundo versus Ciriacum et Casellas ad visitandum loca, que timebant de illis de Cherio; et ibi fuit per duos dies finitos XXII die mensis maii anno [M]CCCXXXIX°.... — Ad expensas sui ipsius et sex hominum cum armis secum, asociancium dominos Petrum de Revoyre et Aymonem de Verdone, milites, visitantes terram domine Marchionisse et castra, quia timebatur de guerra illorum de Cherio; ubi fuit per tres dies finitos XIX die mensis ianuarii [M]CCCXL ... „.

cipe veniva sempre considerato dai Chieresi come fido alleato, e realmente egli e le sue terre li aiutavano di milizie, di carri, di macchine da guerra, ricevendone poco stante ricambio di preziose informazioni per la difesa di Riva (1). Continuando a premere i fuorusciti coll'aiuto di Giovanni II, gl'intrinseci pronunciarono il 5 giugno essere in facoltà di ognuno offendere quei " ribelli „ (2); ai quali, benchè uniti cogli estrinseci d'Asti, infliggevano poi il 15 grave rotta presso il casale di Petrino Balbo: caddero nella mischia molti de' fuorusciti, e 100 loro cavalli furono condotti come bottino dentro la terra (3). Nondimeno, i borghesi fin allora preponderanti si sentivano sfuggir di mano il potere, sia per l'incalzar degli estrinseci, sia per l'attitudine assunta dagli elementi plebei, specialmente conciatori e calzolai, i quali, penetrati nella Società di San Giorgio e saliti poco a poco a' primi ufficî, accennavano ad arrogarsi ogni autorità ad esclusione dei popolani grassi (4). Bisognava scegliere un signore: forse l'urto con Savoia valse a far pendere la bilancia piuttosto a favore di Angiò che di Acaia; forse l'una e l'altra di queste potenze cercando di soprafarsi a vicenda, gli ufficiali provenzali furono più scaltri e più larghi di promesse: comechessia, la domenica 18 luglio il Maggior Consiglio di Chieri, ossia la fazione che omai la costituiva da sola, deliberò darsi a re Roberto lasciando Giacomo ridevolmente frustrato delle sue speranze, delle sue fatiche e dei suoi intrighi (5).

Il Principe, ad onta di questa disillusione, non si staccò dagli Angioini, coi quali continuò a combattere i Ghibellini canavesani, il marchese di Monferrato ed i fuorusciti chieresi. I

---

(1) *Arch. Com. di Moncal.*, *Ordin.*, vol. II, f. 158 *v.* Cfr. il mio *Inventario e regesto dell'Archivio Comunale di Moncalieri*, n. 671, Torino, 1900.

(2) *St. del Piem.*, 181 seg.

(3) *Chron. vetus*, e Miolo, *ll. cc.* Cfr. *St. del Piem.*, 182 e 185, dove, tratto in errore dai cronisti, ho malamente sdoppiato un unico fatto. Il secondo combattimento va identificato col primo.

(4) *St. del Piem.*, 182.

(5) *Chron. vetus*, e Miolo, *ll. cc.* Cfr. Cibrario, *Op. cit.*, I, 255 seg., 2ª ed. Per la data, rigetto ora l'interpretazione, da me accolta altra volta, secondo cui il mese, mancante nei cronisti, sarebbe stato il giugno stesso, e quindi corrigenda l'indicazione " domenica 18 „ in " venerdì 18 „ o " domenica 20 „ (Cfr. *St. del Piem.*, l. c.). Basta notare che in luglio il 18 cadeva appunto di domenica, e modificare al riguardo.

documenti del periodo della dominazione provenzale in Chieri sono molto scarsi: tuttavia sappiamo che gli estrinseci non cessavano di molestare gl'intrinseci, desolar le campagne, bruciare e saccheggiare, costringendo il Comune e la Società di San Giorgio a ricorrere a provvedimenti di sgravio ed a più energiche misure di repressione. Il 18 aprile 1340 avvenne uno scontro di qualche importanza: 40 berrovieri, fra cui parecchi fuorusciti, furono assaliti e rotti dagl'intrinseci presso San Silvestro; quasi tutti caddero uccisi o vennero fatti prigionieri (1). Un po' più tardi, il 17 luglio, un nuovo atto del Consiglio generale della Società di San Giorgio dichiarava " ribelli „ quanti dessero aiuto o ricovero ai " ribelli „ precedenti; otto giorni dopo, il 24, assolveva dal fitto annuo i fittavoli che non potessero coltivar le terre affittate a cagione della guerra dei fuorusciti (2). Nel 1341 erano già riannodate le più intime relazioni fra gl'intrinseci di di Chieri e Giacomo di Acaia, su cui ora principalmente riposava la difesa degl'interessi guelfi ed angioini in Piemonte; ed anche Savoia tornava a negoziare amichevolmente con Chieri, inviandovi numerosi messi, e persino il castellano di Rivoli, Aimone di Verdon, ad un colloquio presso Moncalieri, forse per togliere ogni rimasuglio di dissensi (3). In giugno 1342 sappiamo che Torino e Moncalieri avevano appunto ricevuto ingiunzione dal Principe di soccorrere ad ogni richiesta gli occupanti chieresi: il 26, infatti, spedivansi dal primo di quei Comuni 50 clienti, ed il 2 luglio Giacomo invitava tutti gli uomini del secondo a tenersi pronti, con viveri per otto giorni, a fine di cavalcare quandochessia li chiamassero appunto i rettori di Chieri. Non passarono due dì che il vicario, il capitano ed i savî di questa terra mandavano a' Moncalieresi lettere instanti ed affannose, in cui si diceva " aspettar di ora in ora i nemici vegnenti sopra di loro per certo trattato, di cui dubitavano assai se non erano soccorsi in tempo da loro: soltanto in essi aver confi-

---

(1) *Chron. vetus*, 362.

(2) Cibrario, II, 309 segg.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XXXVIII: " In stipendiis suis [Aimonis de Verdone, castellani Rippolarum], factis apud Montemcalerium pro quadam dieta, quam tenuit cum illis de Querio, et ducebat secum quatuor socios... „.

denza; perciò supplicarli di aiuto immediato, senza di che gravi pericoli erano sospesi sul proprio capo „. La domane era già invaso il territorio chierese; epperò reiterata la domanda di pronto soccorso, che si mise subito in marcia da Moncalieri sotto quattro capitani del luogo (1). Tale situazione durava ancora, o si era rinnovata, in aprile 1343: il 21 vedesi di nuovo minacciata Chieri dai Monferrini coi fuorusciti, soccorsa d'ordine del Principe da Moncalieri; e così da capo fra il 24 ed il 28 giugno (2). Nello sfacelo della dominazione angioina, ogni dì accelerantesi dopo la morte del re Roberto, gl'intrinseci di Chieri, governandosi di nuovo quasi liberamente per se stessi, vedevano la necessità di stringersi sempre più ad Acaia, che consideravano come loro unica tavola di salvezza contro i fuorusciti e contro il Paleologo. Gli estrinseci si erano fortificati nel castello di Gamenario, fra Santena, Cambiano e Villastellone: di là davano gran travaglio. Finchè venuto in Piemonte, in qualità di nuovo siniscalco, Reforza d'Agoult, gli occupanti chieresi ne invocarono l'aiuto per isnidare il nemico da quel suo covo: ciò che ne seguì è abbastanza noto perchè non mi occorra ridirlo partitamente. Reforza assediò e prese, non senza inganno, il castello; ma fu rotto e morto il 22 aprile 1345 da Giovanni II e dall'accolta dei ghibellini del Piemonte, che ripresero tosto Gamenario, ma non poterono ottener Chieri per il rapido intervento di Giacomo di Acaia, vero vincitore di una battaglia non combattuta da lui (3). Da questo momento l'influsso sabaudo si afferma e si mantiene costante in Chieri fin quando diventa inevitabile la vera e propria dedizione.

Durante tutto l'estate e l'autunno del 1346 fu uno scambio vivissimo di comunicazioni fra i governi di Savoia e di Acaia da un lato, di Milano dall'altro; nè soltanto, è chiaro, per le cose d'Ivrea e del Canavese (4), ma per tutta quanta la situa-

---

(1) *St. del Piem.*, 199 segg. Il nome di uno dei quattro capitani moncalieresi, ivi scritto " d'Erpo „ dev'esser corretto in " De Episcopo „.

(2) *Ibidem*, 205, 208.

(3) *Ibidem*, 211 segg., e le fonti ivi citate.

(4) *Un millennio di st. epored.*, 238. Cfr. anche *Arch. Camer. di Tor., Conti Castell. Cavallerm.*, Rot. XX: " Libravit certis clientibus qui dictum castellanum [Robaldum de Caburreto] associaverunt eundo apud Chayrium pro negociis Domini et in veniendo de Savillano ad Dominum... [ante diem XVII mensis septembris anno Domini MCCCXLVI].

zione politica subalpina (1). Dopo la battaglia di Pollenzo, ognuno si preparava ad arraffare quanto più potesse della successione angioina (2): per quanto riguarda Chieri, vi troviamo inviato da Torino, verso la metà di gennaio 1347, per affari del Principe, il suo famigliare Antonio Sicco (3), cui segue in principio di aprile il balivo segusino Guglielmo di Montbel, per parte di Amedeo VI e dei suoi tutori (4). Questi sforzi sabaudi per promuovere la dedizione spontanea del Comune chierese non potevano però sfuggire all' attenzione del marchese di Monferrato, sempre ben servito dai fuorusciti: onde risolvette di prevenirli. Il 28 aprile s'impadroniva egli di Vergnano (5), e veniva quindi a porre il campo dinanzi a Chieri stessa, insieme con genti, od almeno con insegne, viscontee, provocando proteste del Papa al signor di Milano (6). Il 2 maggio, il Paleologo aveva certamente già incominciato l'assedio (7); il 3 vediamo il castellano princi-

---

(1) Ai documenti publicati fra gli *Estratti dai* " *Conti* „ *dell'Arch. Camer. di Tor. relativi ad Ivrea*, nn. 452 segg., aggiungo ora questi altri, desunti dal medesimo Archivio, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLV: " Libravit sibi ipsi [Aimoni de Verdone, castellano Rippolarum], in expensis suis ... eundo ad dominum Mediolani, missus per dominum Comitem pro negociis ipsius domini Comitis; ad que vacavit per trigintaduos dies finitos die decimaoctava mensis iulii anno MCCCXLVI°, cum tribus equis ... — In expensis suis, euntis una cum domino Petro de Ponte, de mandato domini Comitis, ad dominum Mediolani pro negociis Domini, ubi stetit dictus dominus Aymo per trigintatres dies, cum tribus equis, finitos die decima mensis decembris anno MCCCXLVI ... „; *Conti Castell. Vigone*, Rot. XXXIV: " Libravit domino Hugoni de Bozosello, castellano Vigoni, in quibus Dominus sibi tenebatur pro eo quod ipsos concesserat Iohanni Carrossio pro expensis faciendis apud Mediolanum, ubi erat pro negociis Domini ..., per litteras Domini de mandato datas die V octubris anno eodem [MCCCXLVI] ... „.

(2) *St. del Piem.*, 220-221.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Chiav. Tor.*, Rot. XXI: " Ad expensas Anthonii Sicci, missi per Dominum apud Charium pro certis negociis ipsius Domini exequendis..., per litteras Domini, datas die XIIII ianuarii [MCCCXLVII]... „.

(4) *Ibidem*, *Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLV: " Ad expensas suas [Guillelmi de Montebello, baillivi Vallis Secusie], et trium sociorum suorum, factas eundo ad loquendum Queyriensibus pro secretis negociis Domini; et ibi stetit per duos dies et unam noctem, ut per litteram Domini et tutorum suorum de mandato, datam die XII mensis aprilis [MCCCXLVII] ... „.

(5) MIOLO, 154.

(6) CERASOLI e CIPOLLA, *Clemente VI e Casa Savoia*, 29, Torino, 1898.

(7) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLV: " Cuidam exploratori misso in exercitu Marchionis ante Cherium ad sciendum statum ipsius anno MCCCXLVII, secunda die maii, XLIII sol. vien. escucellatos „.

pesco di Gassino porre un presidio a Tondonico (1); il 5, è notizia di altre genti moncalieresi a dirittura a guardia di Chieri (2). In questo mentre, essendo omai virtualmente conchiuso dagli emissarî precedenti il trattato di dedizione, scendevano ad attuarlo i tutori di Amedeo VI: Lodovico di Savoia, barone di Vaud, ed Amedeo, conte di Ginevra. Il 7 e l'8 erano già a Susa con molti gentiluomini, fra cui notevoli Pietro di Compey, Guigo di Pont-Vitry, Berlione di Foraz, Guglielmo d'Annecy e più altri (3); e tosto si dirigevano su Chieri colla scorta di 27 uomini d'arme somministrati dal castellano stesso di Susa e rimasti poi sino al 20 (4). Si andava formando così una numerosa cavalcata, a cui parteciparono man mano il balivo Montbel (5), il castellano rivolasco Aimone di Verdon (6), Giovan-

---

(1) *Ibidem, Conti Castell. Gassino*, Rot. XVII: " Ad stipendia duorum clientum, quos tenuit in munitione et custodia Theodoniti per octos dies..., per literas Domini datas die III madii anno eodem (*1347*)... ".

(2) *St. del Piem.*, 225.

(3) *Arch. cit., Conti Castell. Susa*, Rot. XXXV: " Ad expensas domini Ludovici de Sabaudia factas [apud] Secusiam die VII maii [MCCCXLVII] per totam diem. — Ad expensas domini comitis Gebennarum, factas apud Secusiam die martis VIII maii [MCCCXLVII] eundo in Pedemonte pro tractatu de Querio; presentibus domino Petro de Compeyso, domino Guigone de Pontevitreo, domino Mare[*scallo*] de Sabaudia, domino Berlione de Foraz, domino Guillelmo de Aynessiaco, militibus; cantore Gebennarum et Guigone de Sancto Albano et pluribus aliis ... ".

(4) *Ibidem:* " In stipendiis viginti septem hominum arm(at)orum equitum super roncinis, quos tenuit et habuit de mandato dominorum Ludovici de Sabaudia et Amedei comitis Gebennarum in loco Querii per decem dies continuos finitos die XX mensis maii exclusive anno Domini MCCCXLVII°... ".

(5) *Ibidem, Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLV: " In stipendiis ipsius bayllivi [Guillelmi de Montebello], una cum septem armigeris equitibus cum armis secum, videlicet domino Petro Fuserii, dicto Cornu, Humberto Luppe, Martino de Crosaco, Iohanne de Cigniaco et Philipo de Castelleto, decem dierum inceptorum die XI^a^ mensis may anno [M]CCCXLVII°, quibus fuerunt, una cum dominis tutoribus, videlicet Ludovico de Sabaudia et Amedeo comite Gebennarum, in cavalcata Querii facta pro ingressu ipsius loci ..., per litteram dictorum dominorum tutorum de testimonio, datam Rippolis, die XXII may anno MCCCXLVII ..., XXVI flor. et II partes unius floreni auri p. p. ".

(6) *Ibidem, Conti Castell. Rivoli*, Rot. XLV: " Libravit sibi ipsi dictus dominus Aymo [de Verdone, castellanus Rippolarum] quondam, in quibus Dominus eidem tenebatur, tam pro ipsius et aliorum equitum cum armis stipendiis, quos habuit in servit[*i*]o Domini cavalcate facte in receptione

nino Provana signore di Coazze (1); mentre già ben 400 clienti li avevano preceduti di sei giorni sotto il comando di Lodovico Rivoyre, attento a provvedere alla sicura difesa della piazza fino all'arrivo dei supremi rappresentanti sabaudi (2). Arrivato appena il Rivoyre colle sue genti dinanzi a Chieri, i borghesi gli aprirono premurosamente le porte, cacciando il 13 il vicario angioino Antonio Tapparelli, e stipulando quindi il 19 l'atto solenne di dedizione. Per quanto concerne i fuorusciti, stabilivasi in tal atto che i nuovi signori — cioè il Conte ed il Principe per indiviso — avrebbero dovuto tenerli esclusi in perpetuo, essi ed i loro discendenti, non ammettendoli neppure in altri luoghi dipendenti da essi signori fuori del Chierese, e confiscandone i beni a pro' del Comune (3). È caratteristico che subito dopo, il 29, vedonsi mandati il Verdon e Lancillotto di Châtillon alla corte viscontea, dov'erano già stati più volte per altri affari, a chiedere al signor Luchino di non opporsi all' occupazione sabauda di Chieri (4). Il governo savoino comprendeva che l'importante acquisto tornava sgradito a Milano, che pur vi aspirava per sè o per Monferrato: perciò, dopo averlo fatto, si studiava di assicurarselo coi negoziati, tentando, benchè invano,

---

Cherii et aliorum locorum noviter aquisitorum, quam pro stipendiis quadragintasex clientum missorum in munitionibus castrorum Cherii ... „.

(1) *Ibidem, Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLV: " Libravit Iohanino Provane, de Carniano, condomino Covaciarum, pro stipendiis suis decem dierum, quibus stetit nomine suo et aliorum suorum consortum in cavalcata predicta Querii ... „.

(2) *Ibidem:* " Allocantur sibi per eandem litteram [datam Rippolis, die XXII may MCCCXLVII] ..., quos libravit domino Luddovico Ravoyre, qui sibi debebantur pro stipendiis quatuorcentum clientum, quos apud Cherium, pro custodia dicti loci, ante adventum in partibus illis dictorum dominorum tutorum, tenuit secum per sex dies idem dominus Luddovicus, VII^{xx}X florenos auri „.

(3) *St. del Piem.*, 225 seg. Cfr. CIBRARIO, I, 262 segg.; II, 315 segg.

(4) *Arch.* cit., *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLV: " Libravit sibi ipsi dominus Aymo [de Verdone], in expensis suis factis apud Mediolanum, ubi fuit una cum Lanceloto de Castillione ad dominum Mediolani, missi per dominos tutores, quando primo intraverunt Cherium, ad tractandum cum dicto domino Mediolani ut non esset contrarius Domino in Cherio; et ibi steterunt in eundo et reddeundo per vigintiduos dies finitos die decimanona mensis iunii MCCCXLVII, quo tempore erat caristia in partibus illis ... „.

di scongiurare la grossa guerra che se gli andava addensando al di sopra, e larvando colle buone parole le nuove conquiste di Cherasco, Mondovì, Cuneo e Savigliano, che intanto continuava a pigliare (1).

Divampate le ostilità fra Milano, Saluzzo e Monferrato, da una parte, Acaia e Savoia, dall'altra (2), vediamo in ottobre 1347 farsi rassegne di cavalieri e di fanti a Torino, a Moncalieri ed a Chieri: inviato a tal fine Giovanni di Verdon, detto Cocart, figlio del zelante castellano di Rivoli (3). In dicembre, Chieri era di nuovo minacciata gravemente dal Paleologo, ed il momento appariva tanto più grave, in quanto si era scoperta una congiura per tradir la terra ai nemici. L'autorità od il numero dei compromessi doveva esser molto grande, se il vicario Rivoyre non osava assumere sopra di sè la responsabilità dell'arresto e della punizione dei traditori, ma preferiva recarsi in persona a chiedere istruzioni a Torino (4); donde apputo fu deciso di rinforzare il presidio coll'invio — il 14 — di 100 clienti da Moncalieri (5). Fallite le prime pratiche di pace svoltesi direttamente fra i belligeranti prima dell' arrivo del " paciere „ inviato dal Papa (6), ancora l'8 febbraio 1348 la Principessa era obbligata

---

(1) *St. del Piem.*, 226 segg.

(2) *Ibidem*, 231 segg. Cfr. anche l'altro mio scritto *La campagna subalpina del secondo semestre 1347 secondo un nuovo documento*, in " Bollett. stor. bibliogr. subalp. „, II, 117 segg.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLV: " Libravit dictus Iohannes de Verdone dictus Cocard sibi ipsi, eunti, se quinto eques cum armis, apud Taurinum, Montemcalerium et Cherium ad videndum monstras equitum et brigandorum; ad que vacavit cum praedictis per quatuor dies finitos undecimo die mensis octobris anno MCCCXLseptimo ... „.

(4) *Ibidem*, *Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLVI: " In stipendiis suis [Lancilloti de Castillione, baillivi Vallis Secusie], et decem hominum equitum cum armis secum, habencium quilibet magnum equum, qui a[*d*] mandamentum domini Principis et domini Ludovici Ravoyrie, vicarii de Querio, venerunt apud Thaurinum ad deliberandum cum ipsis quod esset agendum de illis qui tractabant prodire Querium ...; et fuerunt ad idem per duos dies completos ... inceptos die x decembris [MCCCXLVII] ..., cx sol. vien. „.

(5) *St. del Piem.*, 233.

(6) *Un mill. di st. epored.*, 241, e le fonti ivi citate. Cfr. per i negoziati diretti fra i belligeranti, *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLVI: " In stipendiis suis [Lancilloti de Castillione, baillivi Vallis Secusie], et quatuordecim hominum equitum cum armis secum..., qui per litteram Domini

a sollecitar da Torino i suoi ufficiali moncalieresi a mandare a Chieri 50 uomini, in vista di qualche nuovo pericolo urgente (1); ed anche dopo gli accordi del 29 aprile imposti dal legato pontificio — Giovanni vescovo di Forlì —, rimanevano rancori e questioni da cui dovevano scaturir presto nuove lotte. Intanto si viveva in continuo sospetto ed allarme (2): i fuorusciti di Chieri stavano sempre, per così dire, alle porte, devastando il paese ed intrigando nella terra. Nonostanti i severi divieti, e le pene rigorosamente applicate, le relazioni degli estrinseci con amici del luogo perduravano, a gran pericolo di questo: nel 1348, o nei primi mesi dell'anno successivo, furono sottoposti a grosse multe Formaggio di Marentino, oste, per aver dato da bere a Giacomo di Cortansone ed a Filippino Aicardi, banditi; tre Raschieri, una donna ed altre persone, per esser state a parlar coi ribelli in Moncucco; Alasina di Guglielmo Vecchi, per una gita fatta al casale di Petrino Balbo (3). Naturalmente, in queste

---

de mandato et memoriale sibi aportatum de Chamberiaco per Guidonem Barberii super tractatu pacis inter Dominum et capitaneum Mediolani et Marchionem iverunt apud Thaurinum ad Principem, convocato Consilio Domini ibidem propter hoc die III ianuarii anno [M]CCCXLVIII; et fuerunt ibidem per IIII dies completos..., XV lbr. vien. — In stipendiis suis, et tresdecim hominum equitum cum armis secum, qui ad mandamentum domini castellani Scalarum et domini Humberti bastardi [de Sabaudia], ambassiatorum Domini, venerunt ad ipsos apud Thaurinum, ubi tractabatur de pace inter Dominum et Marchionem; et fuerunt ibidem per quatuor dies finitos prima die Quadragesime anno [M]CCCXLVIII..., XIIII lbr. vien. „.

(1) *St. del Piem.*, 234.

(2) *Ibidem*, 235 segg.; *Un millennio*, 245 segg. Cfr. *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Chiav. Tor.*, Rot. XXI: " In iusticia que fieri debebat de Mapheolo de Papia et de filio Tonsi de Monesterio, spicis, qui comburi debebant(ur), lignis et paleis et cordis et aliis necessariis emptis ad idem; et dum essent ad iusticiam, ipse spice fuerunt per Dominam absolutis (*sic*), XXI solidos, VI denarios „.

(3) *Arch. cit.*, *Conti Castell. Chieri*, Rot. I: " Recepit [Guillelmus Provana, receptor reddituum et expensarum Cherii], de Fromagio de Marentino, quia contra ordinamenta dedit comedere et bibere Iacobo de Cortesono et Philipono Aynaudi, bannitis, pro medietate Dominorum [Comitis et Principis], XII libras, X solidos. — Recepit de Obertino Rascherio, quia contra ordinamenta ivit ad locum Montiscuchi, et locutus fuit cum dominis dicti loci rebellibus Dominorum et Comunis Cherii; condempnatis in quinquaginta libris, pro tercia parte ad Dominos pertinente; et alie due partes

condizioni abbondavano ladronecci ed omicidî, e quindi non erano rari i supplizî capitali (1). Sono ricordati nello stesso tempo messaggeri da Chieri a Milano (2), ed altri più frequenti e più insigni a Chieri stessa da parte del Principe, per cui era vicario Martino di Castellamonte e giudice Antonio Baldizzone di Bestagno: in principio di marzo 1349 vennevi poi egli stesso, Giacomo di Acaia, in persona; per qual ragione s'ignora (3), ma

---

pervenerunt ad vicarium et Comune, XVI lib., XIII sol., IIII den. — Recepit de Aymoneto Rascherii, pro eodem et eodem modo, [*ut supra*]. — Recepit de Bertolomeo Rascherio, pro eodem et eodem modo, [*ut supra*]. — Recepit de Spagnolio, filio condam Raymundi Çanre, pro eadem causa, [*ut supra*]. — Recepit de Anthonella filia condam Laurentii Bochi, quia contra ordinamenta ivit ad locum Montiscuchi ad loquendum cum rebellibus; condempnata in quinquaginta libris; deducta tercia parte pertinente ad vicarium et alia tercia parte pro accusatore, et reliqua tercia pars pervenit tam Dominis predictis quam Comuni dicti loci, VIII lib., VI sol., VIII den. — Recepit de Alaysina Guillelmi Vetuli, quia contra ordinamenta ivit ad casale Pettroni Bertoni, rebellis; condempnata in quinquaginta libris ..., VIII lib., VI sol., VIII den. „.

(1) *Ibidem:* " In iusticiis factis de Ribaudono de Villanova et de Vivando Gamba de Castiglono, qui propter furta, robaria et homicidia fuerunt suspensi ... „.

(2) *Ibidem:* " Libravit ... Clerico, messagerio Domini, misso ad dominum Mediolani cum litteris ipsius domini Principis ..., per litteras Domini de confessione datas die XV mensis iunii MCCCXLVIII ... „.

(3) *Ibidem:* " Ad expensas Nacarini, menestrerii Domini, missi per Dominum cum uno runcino et uno famulo, et stetit uno sero et uno mane... per litteras Domini datas die VII iulii anno eodem (*1348*) ..., XVIII sol.. VI den. astenses. — Ad expensas domini Nicolini de Berlenda, iudicis generalis, missi per Dominum apud Charium, cum duobus equis et duobus famulis, pro certis negociis Domini peragendis; et stetit quinque diebus ...; per litteras Domini datas die V augusti [MCCCXLVIII], VII lib. — Ad expensas predicti Nacarini, missi per Dominum alia vice apud Charium pro certis negociis ipsius Domini; et stetit cum uno runcino et uno famulo uno sero et uno mane ...; per litteras Domini datas die XIII septembris [MCCCXLVIII]..., XIII sol. — Ad expensas predicti domini Nicolini Berlende et Cardoni de Lucerna, missorum per Dominum apud Charium pro certis negociis ipsius Domini exequendis; et steterunt quatuor diebus cum sex equis...; per litteras Domini datas die XV novembris [MCCCXLVIII] ... XVIII sol. — Ad expensas Peyreti Provane, missi per Dominum apud Charium, cum tribus equis et famulis, pro certis negociis Domini peragendis ..., per litteras Domini datas die VIII februarii MCCCXLIX ..., XVIII sol. ast. — Ad expensas hospicii Domini apud Charium ..., per litteras Domini de confessione datas

non sarebbe illecito sospettare che fosse omai per motivo di guerra contro i fuorusciti, a' danni dei quali lo vediamo certo dal 25 al 31 maggio col castellano rivolasco Rodolfo di Moûtiers, con Umberto bastardo di Savoia, col Rivoyre, col Löes e con altri nobili signori savoiardi (1).

Nella sua ultima cavalcata chierese, il Principe aveva reiterato il divieto di dare qualsivoglia aiuto ai ribelli (2); ma comunque foss'egli obbedito, il provvedimento riusciva sempre di scarso effetto. Dai loro posti fortificati nella campagna, continuavano a molestar gli occupanti; ed ora che, riuscita vana ogni pratica di accomodamento, il marchese di Monferrato riapriva vigorosamente le ostilità (3), il 25 giugno ridiventava necessario fornir Chieri di presidî fin dalla lontana valle di Susa (4). Anche stavolta, l'accorrere del balivo era determinato dalla comparsa di Giovanni II, con molte genti, dinanzi a Chieri, ed a timori di congiure dentro la terra in favore di lui (5). Ma omai

---

die VII marcii [MCCCXLIX]... — Ad expensas Francisci Roche, missi apud Charium pro certis negociis Domini peragendis..., XXXIX sol., VI den. ast. — Martino de Castromonte vicario Charii... — Anthonio Baudiçono de Bestagno, iudici Charii... „.

(1) *Ibidem*, *Conti Castell. Rivoli*, Rot. XLVI: " Ad expensas suas [Rodulphi de Monasterio, castellani Rippolarum], et trium sociorum cum armis et equis, factas in faciendo vastum bonorum campestrium certorum foriuscitorum Cherii, rebellium Domino et domino Principi, cum dominis Humberto de Sabaudia domino Alti-Villarii et Exclose, Ludovico Revoyre domino Domeyssini, Petro de Loyes, militibus, et Iohanne Mistrale canonico masticonensi et gebennensi, quibus dominus Princeps mandavit ut ad faciendum dictum vastum accederent cum armigeris equitibus Vallis Secusie, quos habere valerent; ubi vacavit cum domino Principe et dictis militibus, ad mandatum dictorum militum, per septem dies integros finitos die lune XXV mensis may anno [M]CCCXLIX°... „. Cfr. anche *St. del Piem.*, 238.

(2) *St. del Piem.*, 238.

(3) *Ibidem*; *Un millennio*, 242 segg.

(4) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLVI: " In stipendiis suis [Lancilloti de Castellione, baillivi Vallis Secusie], et quindecim equitum secum cum armis, qui fuerunt ad mandamentum domini Sancti Amoris apud Cherium pro securitate loci, et ibi steterunt per vigintiquinque dies inceptos die XXV mensis iunii [MCCCXLIX]..., c lib. vian. „.

(5) *Ibidem*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLVII: " In stipendiis Petri de Rupecula, domicelli, et septem sociorum cum armis, euncium apud Cherium ad mandamentum dicti bayllivi, quia Marchio ibidem venerat cum pluribus armatis, et dubitabatur de tractatu in villa; ubi stetit per duos dies finitos XXV die mensis iunii [MCCCXLIX]... „.

la pace si negoziava sul serio (1): il 25 settembre, Giovanni Visconti, arcivescovo e signore di Milano, pronunciava quel suo arbitrato, in cui, rispetto a Chieri, si stabiliva che il marchese di Monferrato ne restituisse tutte le terre e castella, tranne Moncucco e Vergnano che gli venivano lasciati, e fossero tenuti i fuorusciti, i quali le occupavano, a prestar omaggio al conte di Savoia entro un mese; Amedeo VI riammettesse in patria ed in grazia detti estrinseci chieresi e componesse tutte le loro discordie cogl'intrinseci, condonando ad essi le taglie ed ogni altra imposta pel tempo in cui erano stati fuori; si facesse, infine, un nuovo catasto, secondo cui fossero ripartite le gravezze per l'avvenire (2). Sembrava così dovesse aver termine con generale soddisfazione l'omai lunga questione dei fuorusciti di Chieri: Pietro della Rochette fu mandato da Rivoli, ancora in settembre, perchè la loro riammissione non désse luogo a disordini (3); non è quindi senza stupore che vediamo d' un tratto la vertenza, anzichè sciolta, più grossa che mai.

Per quali motivi gli estrinseci che dovevano esser riammessi in Chieri, e di cui si credeva così imminente la restituzione, rimanessero fuori per altri due anni, è difficile spiegare. Certo, che Amedeo e Giacomo di Acaia, chiamati dagli occupanti, non volessero compromettersi con essi per favorire i fuorusciti, è cosa affatto naturale (4): nondimeno la colpa non deve

---

(1) *Ibidem*, *Conti Castell. Vigone*, Rot. XXXV: " Libravit Francisco Bollero, castellano Vigoni, quos solvit Guillelmono Tavano pro suis expensis eundi apud Mediolanum ad Dominos pro certis arduis negociis Domini..., per litteras Domini de confessione datas die XII iulii [MCCCXLIX]... „. Cfr. però *Conti Castell. Susa*, Rot. XXXVII: " In stipendiis Guillelmeti de Turre de Belentro, locum suum [Petri Villenci, castellani Secusie] tenentis, et quinque sociorum secum cum equis et armis ..., quindecim dierum finitorum die IX mensis iulii MCCCXLIX exclusive, quibus steterunt in servicio Domini apud Cherium „.

(2) *St. del Piem.*, 240 seg. Cfr. B. San Giorgio, 156 seg.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLVII: " In stipendiis Petri de Ruppecula et trium eius sociorum equitum cum armis, euncium de mandato domini comitis gebennensis appud Cherium mense septembri anno MCCCXLIX, pro custodia loci, quia forinseci intrare debebant dictam villam; et ibi steterunt per tres dies ... „.

(4) Cibrario, I, 278 segg. Cfr. il mio libro *L'età del Conte Verde in Piemonte (1350-1383)*, 83, Torino, Stamperia Reale, 1895.

esser stata tutta di Savoia, ma in gran parte delle proteste degl'intrinseci e delle pretese degli altri, perchè fin dal 21 ottobre 1349 stesso erano chiamati dal Conte a Ciriè, — dove poco prima egli si era incontrato e trattenuto amichevolmente col Paleologo (1) —, il podestà ed alcuni savi di Chieri " per il fatto della pace ", ossia, come si può credere, della pacificazione tra occupanti e fuorusciti chieresi (2). Un po' più tardi, in tempo che non ci è dato precisare, Lancillotto di Châtillon, già stato a Chieri altre volte in qualità di balivo segusino, ed ora balivo di Val d'Aosta, vi tornava e rimaneva più giorni, allo stesso oggetto di trattar la pace fra intrinseci ed estrinseci, insieme coll'abate di San Michele della Chiusa, con Pietro Fasolino, inviato visconteo, e con Antonio di Parella, castellano di Gassino e rappresentante di Acaia. Stavolta chi fece mancare l'accordo si sa con sicurezza essere stato il marchese di Monferrato, il quale ricusò di rimettere ai fuorusciti i loro castelli presidiati dalle sue genti, pretendendo probabilmente — a giudicare dai negoziati posteriori — che prima fossero i banditi riammessi in patria dal Conte e dal Principe, poi verrebbero le restituzioni da parte sua. Sembra che il rifiuto ad acconsentire alla prepotenza monferrina venisse specialmente da parte di Giacomo, perchè il Parella fu a Chieri due volte (3): nel frattempo sarà andato a prendere istruzioni dal suo signore. I negoziati del

---

(1) *St. del Piem.*, 241; *Un millennio*, 244.

(2) *Arch. cit.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLVII: " Ad expensas ipsius [Rodulphi de Monasterio, castellani Rippolarum], et trium sociorum cum ipso, euncium apud Ciriacum, mandatus per dominum Comitem; ubi steterunt per tres dies finitos XXV die octubris anno M°CCCXLIX, et mandavit ei Dominus ut quosdam de Cherio cum potestate dicti loci duceret ad ipsum Dominum pro facto pacis; per litteram Domini de mandato, datam Ciriaci, die XXI dicti mensis ... ". Cfr. *Estr. dai* " *Conti* " *etc.*, n. 500.

(3) *Arch. cit.*, *Conti Castell. Aosta*, Rot. XXXIX: " Ad expensas sui ipsius [Lancilloti de Castellione, baillivi Vallis Auguste], factas apud Querium, ubi fuit cum domino abbate Sancti Michaelis de Clusa pro tractando de pace inter intrinsicos et extrinsicos dicti loci ..., et vacavit ibidem per duodecim dies cum octo equis, quia dominus Marquio noluit reddere castra extrinsicis ..., XXIV flor. "; *Conti Castell. Gassino*, Rot. XVIII: " Ad expensas ipsius [Anthonii de Parella], castellani [Gaxini], missi per Dominum apud Cherium ad loquendi (*sic*) cum domino Abbate Clusino et Petro Faysolino pro certis negociis Domini, et duabus vicibus ..., VII lib., IX sol. ".

Châtillon, nominato " commissario „ speciale del conte di Savoia per la pratica chierese insieme con Lodovico Rivoyre e con Pietro di Villens, castellano di Susa, presso Giovanni II, dal 28 febbraio al 3 marzo 1350, fallirono totalmente (1); talchè il Fasolino, tornato a Milano, veniva tosto rimandato da Giovanni Visconte direttamente ad Amedeo VI ad intimargli le pene stabilite nella sua sentenza arbitrale del 25 settembre antecedente per non aver rimesso in Chieri i fuorusciti secondo il disposto di essa. Di ciò appena informato il Châtillon, gli corse incontro da Aosta ad Ivrea, e tanto disse e perorò la causa del suo signore ch'era un po' anche la giustificazione dell'opera propria, da indurlo a ritornare indietro a riferire che il torto non era davvero tutto di Savoia (2). A Milano, intanto, nel marzo stesso, erano stati inviati da Chambéry Rodolfo di Moûtiers, castellano di Rivoli, e Bonifacio De la Motte, scriba comitale (3): or vi andavano anche il Châtillon ed il Rivoyre, ed in principio di maggio si recavano a riferire intorno ai negoziati al Conte Verde ed al suo Consiglio, quindi rifacevano un'altra volta la strada da Chambéry a Milano, e poi ancora da Milano a Chambéry, aggiuntovi anche Ugo Bernard, sia per la questione dei fuorusciti di Chieri, sia per la pratica di nozze di Bianca di Savoia,

---

(1) *Ibidem, Conti Castell. Susa*, Rot. XXXVII: Ad expensas suas [Petri Villenci, militis, castellani Secusie], factas cum quatuor equis, cum domino Ludovico Ravoyrie et Lanceloto de Castellione, commissariis Domini in hac parte, apud Cherium, ad tractandum cum domino Marchione de retornatione forissecorum de Cherio et aliis tractandis cum dicto Marchione; et ad hoc stetit, incluso accessu et reditu, per ses dies finitos die quarta mensis marcii anno Domini MCCCquinquagesimo... „.

(2) *Ibidem, Conti Castell. Aosta*, Rot. XXXIX: " Ad expensas sui ipsius [Lancilloti de Castellione] quinque dierum, factas Yporrigie, ubi fuit ad loquendum cum domino Petro Feyselini, qui volebat ire Chamberiacum ad denuntiandum Domino quod incurrerat penas contentas in pace Domini et domini Marchionis, quia Dominus non reduxerat extrinsecos infra Querium; et excusato Domino per ipsum baillivum, dictus dominus Petrus reversus fuit apud Mediolanum, III flor., quartum b. p. „.

(3) *Ibidem, Conti Castell. Riv.*, Rot. XLVIII: " Ad expensas suas [Rodulphi de Monasterio, castellani Rippolarum], cum tribus equis, et Bonefacii de Mota, clerici Domini, cum duobus equis, factas eundo de Chamberiaco Mediolanum, stando ibidem et redeundo apud Costam, ad Dominum; ad que vacaverunt per vigintiocto dies finitos die penultima marcii anno MCCCLI... „.

sorella di Amedeo VI, con Galeazzo Visconti, nipote dell'arcivescovo Giovanni ed uno dei suoi eredi designati (1). L'andirivieni dei " commissarî „ savoini condusse finalmente a fissare una dieta o, come noi diremmo adesso, una conferenza nella capitale lombarda: vi dovevano intervenire, dinanzi all'Arcivescovo, il marchese di Monferrato, il balivo valdostano e Giovanni Ravais, dottore in legge e consultore per Savoia; ma quest'ultimo mancò all'appuntamento. Il Châtillon, ripartito da Chambéry il 31 ottobre 1350, discusse più e più volte col Paleologo, sempre insistendo l'uno a chiedere, e l'altro a negare, la restituzione dei castelli occupati dai Monferrini (2). Se questi castelli fossero Vergnano e Moncucco, riservati nella pace a Giovanni II, il torto dei Sabaudi sarebbe stato manifesto: perciò è lecito pensare si trattasse di altri luoghi. La conclusione fu, anche stavolta, che le conferenze non valsero a conchiuder nulla.

Fin dall'agosto, intanto, erano incominciati i rumori di guerra, specialmente fra Acaia e Monferrato, forse per gli aiuti che il Paleologo dava a Tomaso II di Saluzzo contro il Principe, ma non senza anche qualche connessione coll' affare dei

---

(1) *Ibidem*, *Conti Castell. Aosta*, Rot. XXXIX: " Ad expensas sui ipsius [Lancilloti de Castellione], octo dierum quibus stetit Chamberiaci, presente domino Ludovico Revoyre, ad reportandum Domino et eius Consilio ea que negociati fuerunt apud Mediolanum super facto Domini, per litteram Domini de mandato veniendi ad Dominum; et fuerunt facte dicte expense mense maii anno [M]CCCL..., VI flor. b. p. — Ad expensas sui ipsius, vigintitrium dierum, factis recedendo a Chamberiaco, eundo Mediolanum, ibidem stando, presentibus dominis Ludovico Revoyre et Hugo Bernardi, militibus, et tractando super facto forissitorum de Querio et matrimonii sororis Domini, et redeundo apud Chamberiacum, ad Dominum, mense maii anno [MCCC]quinquagesimo; per litteram Domini de mandato eundi et alloquandi, datam Chamberiaci, die XII maii anno [MCCC]L..., XVII flor., I quartum boni ponderis „.

(2) *Ibidem:* " Libravit ad expensas sui ipsius..., factas recedendo a Chamberiaco in vigilia Omnium Sanctorum anno [M]CCCL°, et eundo apud Mediolanum, et ibidem stando pro quadam dieta tenenda pro Domino cum domino marchione Montisferrati super facto forissitorum Querii, ad quam dietam debebat venire dominus Iohannes Revas, et non venit; et ideo tenuit plures dietas coram domino Archiepiscopo, quia dictus Marchio petebat reduci forissutos (*sic*) infra Querium, et Baillivus dicebat contrarium, quia dictus Marchio non reddiderat Domino castra que prius habere debebat et que tenebat, XVI flor. et dimidium „.

fuorusciti di Chieri. Questi timori, aggravatisi via via più nel settembre, non senza allarmi fin per Torino (1), si fecero ancor maggiori nel dicembre per le informazioni recate a Pinerolo da Antonio di Parella, sempre castellano di Gassino, circa le concentrazioni di truppe che si facevano nello Stato monferrino (2). Di qui subito vediamo organizzarsi dal Parella stesso un largo spionaggio alla frontiera ed oltre (3), finchè in luglio 1351 vanno a dirittura clienti moncalieresi a presidio di Chieri per sei giorni (4). Ma omai la risoluzione si avvicinava. Fin dall' 11 giugno 1351 medesimo Amedeo VI aveva rimandato a Chieri, a trattar cogl'intrinseci, coi fuorusciti e cogli ambasciatori di Milano, il Châtillon ed il Moûtiers: quegli non potè andare, ma questi fu sul posto, conferì, venne via, tornò da capo a negoziare la riammissione dei banditi. Nella prima metà di luglio egli aveva già fatto ritorno a Chambéry un'altra volta per esporre lo stato della pratica, e veniva rinviato a Chieri col Rivoyre, che si spinse fino a Milano, mentre scendeva pure in Piemonte, come nuovo vicario chierese pel Conte Verde, Pietro sire d'Urtières (5).

---

(1) *L'Età del Conte Verde*, 81.

(2) *Arch. cit.*, *Conti Castell. Gass.*, Rot. XVIII: Ad expensas ipsius [Anthonii de Parella], castellani [Gaxini], qui de Gassino apud Pinarolium venit pro congregationibus que fiebant per marchionum (*sic*) Montisferrati et pro certis aliis negociis ocurentibus ..., per litteras Domini de confessione datas die x decembris MCCCL..., LX sol. „.

(3) *Ibidem:* " In nunciis et spicis missis a[*d*] plura et diversa loca pro negociis Domini et causa sciundi conditionem marchionis Montisferrati, et eciam notificando Domino [*conditionem*] ipsius Marchionis..., IIII libr., x sol. vianensium debilium „.

(4) *L'Età del Conte Verde*, 82.

(5) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLIX: " In expensis suis [Rodulphi de Monasterio, castellani Rippolarum], cum tribus equis, factis apud Querium, ubi missus fuit per Dominum ad tractandum cum illis de Querio et cum ambayssiatoribus Mediolani quedam sibi iniuncta per Dominum; et debebat ire cum ipso Lancelotus de Castillione, qui ire non potuit; ut per litteram Domini de mandato eundi, datam.... Chillon, die XI mensis iunii [MCCCLI]; ubi vacavit per novem dies... — In expensis suis, factis ibidem, ubi fuit iterato de mandato Domini ad tractandum quod foressiti Querii reducerentur infra villam et in bonis suis, ut per litteram Domini, datam ... Versoie, die XIX mensis iunii predicti... — Ad expensas ipsius castellani, cum tribus equis, viginti dierum quibus vacavit veniendo de Cherio ad Dominum apud Chamberiacum, et ibidem existendo

Ora il marchese Giovanni, premuroso più di far sua Casale che di conservare alcuni castellucci del Chierese, aveva bisogno di essere aiutato, anzichè contrastato, dal nipote sabaudo, divenuto effettivamente, dal febbraio, cognato di Galeazzo Visconti (1). Dal canto suo, Amedeo VI non poteva esitare a somministrare al zio, ancora senza eredi, l'appoggio materiale e morale di alcuni cavalieri per la cavalcata di Casale (2), pur di comporre finalmente la questione dei fuorusciti di Chieri, i quali, abbandonati, e stanchi del lungo esilio e dalla lunga guerra, erano anch'essi ben più remissivi del passato: soltanto gl'intrinseci dovevano mostrare apertamente il loro malcontento. Decisa dal Conte, per le insistenze dell'arcivescovo di Milano e per le circostanze della situazione politica generale, la restituzione degli estrinseci in Chieri (3), vennero prese le cautele ed i provvedimenti necessarî ad impedire che l'una parte o l'altra scendesse a pericolose violenze. D' ordine di Amedeo, dal 21 al 27 agosto 1351 Ibleto di Challant e Negro, bastardo della stessa famiglia, si recavano dalla Valle d'Aosta nel baliato di Susa, e congregate le genti del medesimo, andavano con esse e col balivo Aimone — pur egli un Challant — a rafforzare il presidio chierese, di

---

pro negociis Domini Cherium tangentibus; per litteram Domini de mandato, datam Chamberiaci, die XVI iulii MCCCL primo.... — Ad expensas domini Ludovici de Ravoyre, militis, consiliarii Domini, cum quinque sociis equitibus, et ipsius castellani, cum quatuor equis, factas eundo de Chamberiaco apud Querium et ibidem stando pro certis negociis Domini sibi iniunctis ibidem pertractando; et inde fuit dictus dominus Ludovicus Mediolanum, et dictus Dominus Rodulphus [de Monasterio] venit ad Dominum apud Montemmelianum et Vallem Augustam; ubi vacaverunt per sexagintaunam dies inceptos (*sic*) die XVI mensis iulii MCCCLprimo, finitosque die XV septembris inclusive anno eodem.... — Libravit domino Petro domino Urteriarum, destinato per Dominum ad partes Pedemontis et alibi pro negociis Domini, ut per literam Domini..., datam in Montemeliano, die decimanona mensis iulii MCCCLprimo... „.

(1) *L'Età del Conte Verde*, 80.

(2) *Arch. cit., Conti Castell. Susa*, Rot. XXXIX: " In stipendiis septem hominum equitum cum armis ..., qui fuerunt, ad mandamentum per dominum Aymonem de Chalanz dominum Fenicii, bayllivum Vallis Secusie, de parte Domini factum, in cavalcata domini Marchionis apud Casale sancti Evasii; et fuerunt ad idem per duodecim dies finitas VIII die mensis augusti exclusive anno MCCCLprimo ... „.

(3) *L'Età del Conte Verde*, 83.

cui assumevano allora il comando Guglielmo De la Baulme ed Umberto bastardo di Savoia, dandosi il cambio varie truppe segusine per tutto settembre e parte di ottobre (1). In questo

---

(1) *Ibidem*, 82. Cfr. *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Susa*, Rot. XXXIX: " In stipendiis sex hominum equitum cum armis ..., qui fuerunt ad mandamentum dicti bayllivi apud Cherium pro custodia dicti loci; et fuerunt ad idem per sex dies incluso redditu, ut per litteram dicti bayllivi de testimonio, datam Avilliane, die ultima augusti MCCCLI.... — In stipendiis suis et decem hominum equitum, cum armis et corseriis secum, qui ad mandamentum dicti bayllivi venerunt de Secusia apud Avillianam ad eundum versus Cherium in cavalcata per gentes Domini mandata ibidem; et fuerunt ad idem per duos dies, ut per litteram dicti bayllivi de testimonio datam [*ut supra*]... — In stipendiis Iohannis de Cignico, eius locumtenentis, apud Secusiam, et duorum sociorum equitum cum armis secum, cum corseriis, qui fuerunt ad mandamentum dicti bayllivi per eundem castellanum transmissi apud Cherium; et fuerunt ad id per octo dies inceptos prima die septembris anno MCCCLI. — Item in stipendiis suis, et trium armigerorum hominum equitum cum armis, cum corseriis secum, qui fuerunt ad secundum mandatum dicti bayllivi ibidem in Cherio, ubi fuerunt ad idem per octos alios dies, ut per litteram dicti bayllivi datam Avilliane, die IX septembris anno predicto... — In stipendiis Iohannis de Cigniaco, ipsius castellani locumtenentis, et septem hominum equitum cum armis, cum corseriis secum, qui fuerunt ad mandamentum dicti bayllivi in cavalcata per gentes Domini mandata apud Cherium pro reducione foresiorum apud Cherium; et fuerunt ad idem per octo dies inceptos die XXII mensis septembris anno predicto..... — In stipendiis Amedei Bertrandi domini Brusolii, et unius socii secum, equitum, cum armis [*et*] cum equis, qui fuerunt apud Cherium ad mandamentum dicti bayllivi in cavalcata ibidem mandata pro forissicis Cherii ibidem reducendis; et fuerunt ad id per sex dies integros... „; *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLIX: " Ad expensas quatuor equorum et duorum valletorum ipsius castellani factas apud Querium per octo dies, quibus stetit ibidem in societate dominorum Guillelmi de Balma et Ludovici Revoyre, consiliariorum Domini, et fuit ipse cum uno domicello ad expensas victuales ipsorum sine equis et valletis per dictos octo dies inceptos die XVI mensis septembris MCCCLprimo; item ad expensas ipsius, cum tribus equis, factas eundo de Querio apud Vallem Augustam, ubi fuit ad Dominum pro tractatu Querii et negociis supradictis Domino recitandis, et ibidem stando et inde redeundo, ubi vacavit per quatuordecim dies finitos die octava mensis octobris anno predicto ... — In stipendiis Guillelmeti de Bordello, Iohannis Galosii et dicti Ravet, cum curseriis et armis, missorum apud Querium ad mandamentum Domini Aymonis de Chalant, baillivi Vallis Secusie, pro reductione forissecorum Querii, ubi steterunt per alios sex dies integros; per litteram dicti domini baillivi de testimonio, datam Querii, die secunda mensis octobris MCCCLprimo ... „.

frattempo, il Conte Verde, disceso per Val d'Aosta in Piemonte, si abboccava in Torino con Mafiolo (ossia Matteo) Visconti, fratello di Galeazzo, il 27 agosto, od in quel torno; e subito dopo andava egli in persona a Milano: allora appunto, il 20 settembre, per mero arbitrato dell'Arcivescovo, i fuorusciti poterono rientrare in Chieri dopo quattordici anni di bando (1).

Come si prevedeva, questa restituzione degli estrinseci non ricondusse la pace fra le parti chieresi, ma portò anzi le discordie dentro la terra. Già qualche disordine sembra fosse stato al momento dell'ingresso dei fuorusciti (2); il 23 settembre, poi, il Comune doveva, per la sicurezza interna, assoldare una bandiera di fanti e proibire di ricevere alcuno nella terra senza " bolletta „ del Conte o del Principe (3). Il 5 novembre, essendo venuto Amedeo VI in persona da Ciriè a Chieri, gli prestarono omaggio ligio nelle persone, negli averi e nei luoghi loro, Manfredo Bertone Balbi, a nome anche dei fratelli Milone e Beneitino, pel castello di Pessione; Manfredo e Guglielmo Vignolia, pel castello di Ponticelli; Avareto od Agnareto Vignolia ed il predetto Guglielmo per la " casa „ di Gamenario e la loro parte di Santena, salvi i diritti del vescovo di Torino (4). A togliere motivo di questioni, il Conte Verde si fece donare il 9 dal Comune il castello di Tondonico, per cui verteva litigio (5): nondimeno, tosto ch'egli si fu allontanato, ribellavano i signori di Baldisseto, per cui dovettero accorrer di nuovo il castellano rivolasco e le sue genti ad urgente richiesta del vicario chierese Pietro di Urtières (6). In dicembre, vedesi andare a Chivasso,

---

(1) *L'Età del Conte Verde*, 83, correggendo l'anno del viaggio di Amedeo VI in Piemonte ed a Milano, come già in *Un millennio*, 246. — Cfr. G. Della Chiesa, *Cron. di Sal.*, in *M. h. p.*, *SS.*, III, 987.

(2) *L'Età del Conte Verde*, *l. c.*, n. 6: Negro, bastardo di Challant, ebbe danneggiato il cavallo quando fu a Chieri col balivo segusino " quando forensiti de Cherio fuerunt retornati apud Cherium per ipsum balivum et Consilium Domini „ (*Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLVIII).

(3) *Arch. Com. di Chieri*, *Convoc.*, vol. III, ff. 13-14. Cfr. *L' Età del Conte Verde*, 82.

(4) Bosio, *Santena e i suoi dintorni*, 294 segg., Asti, 1884.

(5) *Arch. Com. di Chieri*, *l. c.*, f. 27. Cfr. *L'Età del C. V.*, 83.

(6) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. XLIX: " In stipendiis ipsius castellani et trium sociorum secum cum equis et armis, et unius socii cum curserio, sex dierum integrorum quibus steterunt et fuerunt apud

a conferire col marchese di Monferrato per questa faccenda, il balivo segusino Challant; indi proseguire a Chieri, col De la Baulme e con Umberto bastardo di Savoia, " per riordinare il reggimento del luogo „ (1). Ma l'opera loro giovò certo ben poco, se già in principio del 1352 è notizia di nuovi omicidî e tumulti in Chieri (2). Il 28 febbraio il Maggior Consiglio del Comune era chiamato a provvedere alla " custodia, protezione e difesa „ dei castelli e ville del territorio; ed in quei giorni medesimi persino un famiglio del vicario veniva ferito da un figlio di Bonifacio Boveto, onde bisognò sollecitare un rinforzo di alcune genti d'arme da Avigliana (3). Assente il vicario, una nuova grave rissa provoca in marzo l'intervento personale del capitano di Piemonte — Antelmo di Urtières, parente del vicario stesso —, col Moûtiers e con altre truppe (4); in settembre finalmente, le discordie si erano talmente accentuate, che il giorno 3 i commissarî del Conte invitavano le due fazioni, dette ora degl'" investiti „ e dei " ridotti „, ad esporre le loro lagnanze, affinchè le querele potessero venir definite dal loro signore giusta il pronunciato di Giovanni Visconti. Quel dì medesimo, i ridotti, si dichiaravano pronti a darle per iscritto, protestando però di non voler concedere ad alcuno la podestà di arbitrare, ma solo di mandare ad effetto la sentenza precedente dell'arcivescovo (5).

Querium ad mandamentum domini Petri domini Urteriarum, vicarii Querii, pro facto rebellionis dominorum de Baudisseto ...; per litteram Domini directam omnibus castellanis et subdictis Domini Vallis Secusie de mandato eundi ad mandamentum dicti vicarii quandocumque ipsos mandaverit, datam Avilliane, die XXIII novembris MCCCLI ... „.

(1) " Pro ordinatione regiminis civitatis „ (*Conti Castell. Avigl.*, Rotolo XLIX). Cfr. *L'Età del C. V.*, 83 seg.

(2) CIBRARIO, I, 292, 2ª ed.; II, 336.

(3) *L'Età del Conte Verde*, 84, da fonti inedite (*Arch. Com. Chieri, Convoc.*, vol. III, f. 17 *v.*; *Conti Castell. Avigl.*, Rot. XLIX).

(4) *Arch. Camer. di Tor., Conti Castell. Riv.*, Rot. XLIX: " In expensis ipsius castellani, et quinque sociorum equitum secum, factis apud Querium, ubi fuit una cum domino Antelmo de Urteriis, capitaneo Pedemontis et Canapicii, pro bono statu terre Querii ordinando et pro rixa habita ibidem in absencia domini Urteriarum, vicarii dicti loci; et vacavit ibidem per septem dies integros et completos, cum eius comitiva predicta, ut per litteram dicti Capitanei de testimonio, datam Querii die XXIIII marcii MCCCLII... „.

(5) *L'Età del C. V.*, 84. Cfr. CLARETTA, *Sulle antiche Società dei nobili della Republica di Chieri e sul suo patriziato sotto il dominio della R. Casa di Savoia*, 13-14, 34-36, Torino, 1880.

Questi, infatti, ricominciava a far la voce grossa; epperò andava tosto a lui Giacomo Marêchal, castellano di Rivoli, intorno alla metà di ottobre 1352, e poi ancora più volte nell' anno seguente (1). Ma il 31 ottobre 1352 stesso (2), il Visconti rimproverava acerbamente al Comune chierese che un ribandito fosse stato appiccato, un secondo imprigionato, un terzo ferito in guisa da non aver più speranza di vita, e che il vicario avesse proibito ai " ridotti „ di uscir fuori della terra di Savoia e di Acaia sotto pena di 500 lire e del taglio di una mano o di un piede. Replicavano il vicario ed i savî esser stato rimesso in libertà il carcerato, non potersi punire tutti i misfatti, imitarsi l'esempio di Lombardia nel divieto generale a tutti i cittadini di uscir dallo Stato senza licenza scritta; ma alle parole contradicevano, come di regola i fatti, e Guglielmo Vignolia, avendo ricusato di ricevere certi militi del vicario nelle sue rocche di Ponticello e di Santena, e lasciarne trar grano, veniva sostenuto a sua volta in prigione; talchè si provocava un nuovo intervento visconteo. Il 10 gennaio seguente, l'Arcivescovo ammoniva i Chieresi di liberare il Vignolia, desistere dai processi iniziati contro di lui o contro altri ribanditi, non pretendere il grano riposto nei loro castelli; con minaccia di procedere ai fatti se non bastassero le parole. La risposta del Comune, che di queste dava molti, di quelli nessuno, continuando i processi e condannando gl'imputati a grosse multe, non riuscì naturalmente a soddisfare il prelato lombardo, il quale annunziava il 26 di quel mese stesso aver dato ordine al podestà di Asti ed al suo capitano di Piemonte di soccorrere i ribanditi e gli estrinseci (ve n'erano dunque

---

(1) *Arch.* cit., *Conti Castell. Riv.*, Rot. L: " Ad expensas ipsius [Iacometi Marescalli], castellani [Rippolarum], factas eundo de Chamberiaco versus Mediolanum die xv octubris et ibi stando et deinde apud Rippolas redeundo, cum tribus equis, pro negociis Domini, ut per litteram ipsius de mandato, datam Chamberiaci, die xiiii octubris mccclii ... „.

(2) Il Cibrario, I, 282 segg., assegna il documento al 1353, ed i seguenti al 1354. Nell'*Età del C. V.*, 87 seg., ho accolte queste date, esprimendo riserve; ora un nuovo esame ed i nuovi dati m'inducono francamente ad anticiparle, anzichè ritardarle. Inutile avvertire che nel volume dei *Convocati* del Maggior Consiglio di Chieri ai documenti in questione manca la data dell'anno, ed il posto che occupano in esso è pure indizio che appartengano al 1352-1353 piuttostochè al 1353-1354.

di nuovo), se mai gli occupanti di Chieri tentassero, come n'era voce, di assalire i possessi (1). Un esercito milanese si trovava infatti già nel cuore del Monferrato, non senza intesa con Acaia, mentre Savoia soccorreva il Paleologo (2). A questo punto le nostre notizie vengono meno da tutte le parti: possiamo però ritenere che l'intromissione del Visconti non riuscì punto efficace, perchè nel 1354 sentiamo di nuovo parlare di congiure in Chieri per dar la piazza al Monferrino (3), il quale ricompensava con questi intrighi Savoia degli aiuti passati e futuri. Ma era la politica di quei tempi; ed il Conte Verde non se ne impermaliva, perchè l'usava anch'egli al bisogno.

Riassumendo, la cacciata dei nobili da Chieri involse il Comune in una lunga guerra, e lo costrinse a sottomettersi prima agli Angioini, poi a' Sabaudi; e nondimeno la parte popolare dovette finir per riammettere di nuovo gli espulsi, senza che da ciò fosse ristabilita la pace: di qui le nuove violenze, i nuovi interventi e le nuove congiure, che preparavano, prima delle compagnie di ventura, lo stato miserando sulla fine del sec. XIV di una terra così florida ottant'anni avanti. Felici i tempi nuovi che sanno trarre ammaestramento dagli antichi!

---

(1) *L'Età del C. V.*, l. c.

(2) *Ibidem*, 85.

(3) *Arch. Camer. di Tor.*, *Conti Castell. Riv.*, Rot. LI: " In stipendiis suis [Stephani Provane, castellani Rippolarum], To[r]chiani de Cerveriis cum duobus equis, Anthonii Barralis cum duobus equis, Aniquini de Montafia cum duobus equis, Iohanneti de Gerbo, Martini Brutini, Iohannis et Henrieti de Tosta, factis eundo cum Iohanne de Fenicio, locumtenente bayllivi Vallis Secusie, de Rippolis apud Querium pro succursu Querii, qui tunc dicebatur quod debebatur tradi domino Marquioni..., VI florenos et dimidium boni ponderis „.

Sunto della Memoria: *Un amico di Cangrande I Della Scala e la sua famiglia;* del Socio Carlo Cipolla.

Dante Alighieri disse che le " opere „ di Cangrande furono " mirabili „. È bene studiare accanto alle " opere „ dello Scaligero, anche quelle dei suoi collaboratori. Fra questi è poco conosciuto finora il giudice Pietro da Sacco, che forma oggetto alla Memoria presente. Pietro da Sacco come diplomatico servì Cangrande nelle trattative con Lodovico il Bavaro. Pare che egli sia stato coinvolto anche nella famosa guerra di Ferrara. Fu ambasciatore anche a Venezia. Morto Cangrande, servì i suoi successori, nei momenti in cui estesissima era la Signoria Scaligera, prima che la lega fra Venezia, Firenze e i Carraresi le desse un crollo tale da ridurla entro brevi confini. In questo secondo periodo della sua vita, Pietro da Sacco fece parte di una commissione incaricata di girare da città in città per esaminare l'azienda delle pubbliche imposte. Presenta interesse anche l'inventario dei suoi libri, delle sue mobiglie e degli altri arredi di casa, fatto al momento della sua morte (1339).

In questa Memoria si studiano poscia anche la sua famiglia, e i suoi discendenti nel sec. XIV. Così si dimostra, con un esempio, come sorgevano ed ingrandivano quelle famiglie che aiutarono i principi delle nuove Signorie. Sorgendo da basse origini, lavorando nelle industrie, ovvero occupandosi come giudici o come notai, queste nuove famiglie si innalzavano a poco a poco. Nel sec. XV diventeranno finalmente famiglie patrizie.

La Memoria è condotta in gran parte sopra fonti inedite, e in ispecie sui documenti della famiglia dei conti Sacco, tuttora esistente. L'Archivio dei Sacco trovasi in un villaggio presso il Lago di Garda.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi

CLASSI UNITE

R. ACADEMY OF SCIENCES.

Adunanza del 30 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Berruti, D'Ovidio, Naccari, Camerano, Segre, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Pezzi, Ferrero, Boselli, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio, Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi unite, del 9 dicembre 1900.

Il Presidente notifica che giusta la deliberazione dell'Accademia il Vice Presidente Cossa si recò a Milano a rappresentare l'Accademia stessa nelle onoranze rese alla memoria del rimpianto prof. Brioschi.

È comunicata la seguente relazione della Commissione, composta dei Soci Peyron, Brusa, Allievo, per il conferimento del premio di Filosofia Gautieri pel triennio 1897-1899.

Chiarissimi Colleghi,

La Commissione nominata per conferire il premio Gautieri alla migliore delle opere filosofiche pubblicate nell'ultimo triennio 1897-99, ha l'onore di riferire all'Accademia intorno il procedimento del suo esame ed il risultato delle sue proposte.

Alla Segreteria dell'Accademia furono mandate le seguenti opere:

Ferrari A., *Il fondamento della morale*, Studi. Alessandria, 1899; 8°.

Valdarnini A., *Principio, intendimento e storia della classificazione delle umane conoscenze secondo Francesco Bacone.* Firenze, 1880; 8° (*fuori concorso*).

— *Andrea Cesalpino filosofo.* Discorso. Firenze, 1882; 8° (*Id.*).

— *Saggi di filosofia sociale.* Torino, 1890; 8° (*Id.*).

— *Il metodo sperimentale di Aristotile e Galileo.* Torino, 1898; 8°.

— *Saggi di filosofia speculativa.* 2ª ediz. Bologna, 1899; 8°.

— *La Scuola in Italia.* Asti, 1899; 8°.

Gambarotta G., *L'adulterio e la teorica dei diritti necessarî.* Torino, 1898; 8°.

Gizzi G. G. *Sensazione, sentimento, emozione, commozione, affetto e passione.* Firenze, 1899; 8°.

— *Il fenomeno di sostituzione, contributo alla teoria della conoscenza.* Roma, 1899; 8°.

Villa G., *La Psicologia contemporanea.* Torino, 1899; 8°.

Cosentini F., *La Sociologia e G. B. Vico.* Savona, 1899; 8°.

Gentile G., *Rosmini e Gioberti.* Pisa, 1898; 8°.

— *La filosofia di Marx.*

Morando G., *Corso elementare di Filosofia.* Milano, 1898-99, 3 vol.; 8°.

Paoli A., *La Scuola di Galileo nella Storia della filosofia.* Pisa, 1899; 4°, Parte 1ª.

Zuccante G., *Intorno alle origini della morale utilitaria dello Stuart Mill.* Milano, 1897; 8°.

— *Ancora intorno alle origini della morale utilitaria dello Stuart Mill. I precursori dello Stuart Mill in Inghilterra.* Milano, 1898; 8°.

— *La morale utilitaria dello Stuart Mill. Esposizione della dottrina.* Milano, 1899; 8°.

Ambrosi L., *La psicologia dell'immaginazione nella storia della filosofia.* Roma, 1898; 8°.

— *Che cos'è la materia?* Roma, 1899; 8°.

Martini A., *Il metodo in generale: l'analisi e la sintesi.* Ascoli Piceno, 1899; 8°.

Puccini R., *Il progresso morale e le sue leggi.* Siena, 1899; 8°.

Rossi G., *La funzione storica dell'idealismo morale nel pensiero moderno.* Livorno, 1898; 8°.

De Sarlo Francesco, *Metafisica, Scienza e Moralità.* Studi di filosofia morale. Roma, Tip. Giovanni Balbi, 1898. Un volume in-8° di complessive pagine 270.

Alla Circolare mandata dalla Segreteria dell'Accademia ai soci residenti e non residenti per la proposta di opere meritevoli di essere prese in considerazione, rispose il socio Renier richiamando l'attenzione della Commissione sull'opera *Rosmini e Gioberti* di G. Gentile, ed il socio Villari proponendo il conferimento del premio all'opera *Unità della coscienza* di R. Ardigò, ed in caso negativo, all'opera *La Psicologia contemporanea* di G. Villa, senza però motivare il suo giudizio a tenore della circolare.

La Commissione fu di avviso di non sottoporre ad esame le opere incompiute ed in corso di stampa e di non prendere in considerazione i trattati scolastici più o meno elementari, gli opuscoli brevi, in cui la discussione dell'argomento è circoscritta entro confini troppo angusti.

La Commissione ricorda all'Accademia il giudizio che a relazione del compianto socio Nani fu già dato nel 1897 per il sessennio 1891-96 sulle tre opere dell'Ardigò, cioè: *La scienza dell'educazione*, 1893; *Il vero*, 1891; *La ragione*, 1894. L'Acca-

demia ritenne allora che la prima non era che una compilazione di studenti con tutti i difetti inseparabili da tal genere di lavori, e che le altre due sono di secondaria importanza e, nonostante i loro pregi, inferiori anche ad alcuna delle precedenti dello stesso autore che meritamente gli valsero il titolo di principe dei positivisti italiani. Esaminando ora l'ultima opera di lui apparsa nel 1898 *L'Unità della coscienza*, essa anzitutto avverte che questo volume non è che un riepilogo delle opere precedenti e, come l'autore stesso dichiara, il suo testamento filosofico, e nota inoltre che per il valor suo sta persino alquanto al di sotto delle altre, siccome fu pure notato dai critici.

Guido Villa, *La Psicologia contemporanea*. Torino, Fratelli Bocca, 1899. Un vol. in-8° grande di pagine xvi-660.

Il Villa aspirando al premio Gautieri destinato alla migliore pubblicazione filosofica ha mandato all'Accademia la sua opera *La Psicologia contemporanea*, dove sostiene che la psicologia non è scienza filosofica.

Egli chiama il suo lavoro " una semplice introduzione storico-critica allo studio della psicologia contemporanea ", ma il titolo che gli appose in fronte, mostra come abbia inteso di descriver fondo a tutta la scienza psicologica, della quale ha delineato lo svolgimento storico ed ha determinato il concetto, l'ufficio, i metodi e le leggi. Sulle ruine dell'antica psicologia filosofica egli si adopera a costruire la nuova psicologia sperimentale traendone i materiali dalle più ragguardevoli opere pubblicate in questi ultimi anni in Germania, in Francia, in Inghilterra e negli Stati Uniti d'America. Egli ha lavorato sui volumi altrui con intelligenza, con amore; ha meditato e ripensato il pensiero dei psicologi antichi e moderni, e bene spesso ne riferisce le opinioni, le dottrine, le parole, commentandole e facendone suo pro. L'opera sua è commendevole per ampia e molteplice erudizione, per acutezza di analisi, per larghezza di vedute, per temperanza di forma e per certa qual potenza d'ingegno, che affronta i problemi della scienza e ne tenta lo scioglimento; ma di contro a siffatti pregi stanno molti e gravissimi difetti.

Anzitutto sono notevoli e gravissime le lacune, che vi si riscontrano. Delineando in un lunghissimo capitolo lo svolgi-

mento storico della psicologia, egli tace affatto di Francesco Bacone, mentre il suo concetto negativo dell'anima ha informato tutto lo sviluppo della psicologia inglese da' suoi tempi sino a noi. Parimente egli ha dimenticato la *Psicologia* di Guglielmo Tiberghien, professore all'Università libera di Bruxelles, la quale per valore scientifico non la cede punto a molte pubblicazioni da lui ricordate. Ma una inescusabile lacuna è questa, che chiamando a storica rassegna i lavori psicologici dai tempi antichi sino ai giorni nostri, egli italiano abbia passato sotto silenzio l'opera monumentale di un sommo pensatore italiano, Antonio Rosmini, *La Psicologia,* la quale per le sue stupende analisi del senso e dell'istinto e per le sue profonde indagini psico-fisiologiche sta alla pari con qualunque opera psicologica di altre nazioni.

Altra non meno grave lacuna va avvertita. Il Villa ha passato in assoluto silenzio il nome e le opere di due insigni pensatori italiani contemporanei, che hanno consacrato il loro poderoso ingegno a propugnare e promuovere quella medesima psicologia positivistica e sperimentale tanto da lui caldeggiata, voglio dire *La filosofia e la Scuola* di Andrea Angiulli, e *La Psicogenia moderna* di Pietro Siciliani. Tutto intento a leggere e meditare i volumi pubblicati negli altri stati d'Europa e nell'America, forse gli ha fallito il tempo per occuparsi delle pubblicazioni nostrali; ma ciò non giustifica la sua asserzione, che in Italia riguardo a studi psicologici siasi fatto poco meno che nulla.

Pieno di giovanile entusiasmo per la nuova psicologia sperimentale, il Villa parte dal preconcetto, che la psicologia filosofica fondata sulla sostanzialità dell'io umano manifestata nei suoi fenomeni, va rovesciata per lasciare il campo al puro fenomenismo. Ma una psicologia, forte della tradizione di tanti secoli, debbe pur avere il suo valore scientifico, ed ha diritto di essere giudicata dalla critica, la quale secerna le parti buone e sane dalle deficienti e malsane, giacchè il progresso anche nell'ordine della speculazione non istà nel distruggere il passato e creare dal nulla, bensì nell'esplicare l'implicito ed innovare l'antico. Ora nella *Psicologia contemporanea* del Villa questa critica si lascia desiderare, ed il nuovo principio del puro fenomenismo non è dimostrato.

Il Villa fermò il corso dei suoi studi esclusivamente alle

conclusioni del Wundt e non tenne conto dei risultati di parecchi altri laboratorii di psicologia della Germania, dell'America, dell'Inghilterra, della Francia, dell'Italia, posteriori a quello del Wundt e da esso indipendenti. Il pensiero medesimo di quel filosofo pensatore tedesco non sempre è fedelmente ritratto, e tal fiata è compromesso con raffronti e conclusioni, che sarebbero forse ripudiate dal Maestro. Oltre di che nella conclusione della sua opera l'autore scambia l'indirizzo di tutta quanta la psicologia con quello di una scuola particolare più o meno *idealistica*.

Il fondamento della morale. Studi del Dott. Prof. Ambrogio Ferrari. Alessandria, 1899.

In tutti i secoli e presso tutte le genti l'egoismo fu sempre detestato come una spregevole ed ignobile immoralità. Per lo contrario il prof. Ambrogio Ferrari nel suo volume *Il fondamento della morale*, mandato all'Accademia pel conferimento del premio Gautieri, imprese a sostenere, che l'essenza della moralità dimora nel piacere personale, nell'interesse individuale. Egli si argomenta così di nobilitare l'egoismo elevandolo alla sua più alta sfera, ma è pur sempre egoismo. Secondo lui, l'io umano individuale contiene in sè stesso la ragione del proprio operare, la legge o norma direttiva delle sue azioni, la felicità sua propria, che è lo scopo finale della sua vita. Il sentimento del piacere, ossia l'utile, l'interesse proprio è l'unico movente d'ogni atto virtuoso. Ecco formolato il suo sistema etico, da lui appellato utilitarismo egoistico od egoismo razionale.

La parte teorica espositiva dell'opera cammina di conserva colla parte storica critica, la quale però ribocca di frequenti e lunghe citazioni, che per sè sole tengono pressochè la metà del grosso volume. È un lavoro commendevole per lucidità di idee, per ordine logico, per temperanza di forma, per erudizione filosofica segnatamente contemporanea; malgrado però questi pregi, fallisce al suo intendimento. Poichè l'autore pose a fondamento del suo sistema un concetto etico siffattamente angusto e restrittivo, che non gli permise di abbracciare il problema etico in tutta la sua comprensiva ampiezza e discorrerlo nelle singole parti. Egli non tenne conto dei due punti cardinali del problema etico, la libertà del volere e la ragion del dovere, cioè sacrificandoli alla incli-

nazione naturale dell'uomo per la felicità, la quale considerata per sè stessa non ha nessun carattere morale; come pure non mostra una giusta e lucida coscienza del conflitto tra l'egoismo dei sensi e l'egoismo dello spirito, tra il dovere ed il piacere, tra la virtù e la felicità, tra l'interesse ed il sacrificio, epperò non concilia, ma confonde. Egli poi compromette tutto il suo sistema fondamentale sulla felicità, col trascurare del tutto il solenne, misterioso fatto del dolore umano. Che più? La distinzione tra l'egoismo morale e l'egoismo immorale, a cui egli accenna a pag. 459, colpisce a morte la sua dottrina, poichè quella distinzione reclama un principio superiore siccome criterio necessario a sincerare il vero e ragionevole egoismo dallo ignobile e disonesto.

Prof. Giuseppe Zuccante, *Intorno le origini della morale utilitaria dello Stuart Mill. — Ancora intorno le origini,* ecc. ecc. — *La morale utilitaria dello Stuart Mill; esposizione della dottrina.*

Il prof. Zuccante ha presentato una esposizione della morale utilitaria dello Stuart Mill, preceduta da due altri brevi opuscoli riguardanti le origini della medesima. È uno studio conscienzioso ed accurato, che fedelmente ritrae la dottrina del moralista inglese, illustrandola con raffronti storici e seguendola ne' suoi particolari talvolta sino alle minuzie, ma uno studio sostanzialmente storico, anzichè critico, e l'autore stesso ci promette che pubblicherà altra volta la critica della dottrina esposta.

Per questa ragione la Commissione si astiene dal pronunziare il suo giudizio intorno il presente lavoro dell'autore.

Giovanni Vidari, *Rosmini e Spencer. — L'Etica di Guglielmo Wundt.*

Il prof. Giovanni Vidari ha pubblicato due lavori storico-critici intorno la filosofia morale, che rivelano un ingegno robusto, vivace, sereno, fortemente temprato alle meditazioni speculative.

Nella sua monografia *Rosmini e Spencer* egli espone, apprezza e raffronta la dottrina morale di questi due pensatori, sebbeno per rispondere al titolo generale posto in fronte al volume, avrebbe dovuto altresì esporre la dottrina psicologica di

amendue, che egli stesso giudica logicamente connessa colla prima.

Se così avesse adoperato, non avrebbe appuntato il Rosmini di *relativa scarsezza di cognizioni psicologiche* (pag. 89), mentre poi la stessa psicologia dello Spencer, malgrado la sua originalità e gli splendidi pregi, non regge alla critica.

Lo studio espositivo critico del Vidari pone in bella luce i punti più salienti della dottrina morale dei due illustri filosofi, e procede diritto al suo scopo, sempre ammisurato e chiaro. Ciò nullameno non sempre l'esposizione risponde alla fedeltà storica ed oggettiva. Ad esempio, egli annovera il Rosmini fra i filosofi intellettualisti, mentre questi accanto all'intuizione originaria, pone siccome facoltà distinta, originaria e primordiale anch'essa il sentimento e definisce l'uomo un soggetto animale, intellettivo e volitivo. Così pure il Rosmini non ripone, siccome egli asserisce, il supremo principio morale in Dio, ma nell'essere ideale.

Sebbene l'Autore sembri avversare il sistema monistico, non si comprende tuttavia come poi egli sostenga che il dovere domini bensì la vita, ma penetrandovi in forma man mano più pura e più alta quanto più la scienza procede.

Anche l'altro lavoro del Vidari è uno studio espositivo critico, in cui ritrae lucidamente la parte sostanziale dell'etica di Guglielmo Wundt, poi la ricompone a sintetica unità e ne sottopone ad un severo esame critico il metodo ed i principii. Le sue riflessioni acute ed ingegnose mostrano in lui un profondo studio del problema etico, gli appunti, che egli muove alla dottrina del pensatore tedesco, colpiscono giusto, e la avrebbe rovesciata dalla sua base, se avesse avvertito che il Wundt nega la sostanzialità individuale dell'anima umana.

Francesco De Sarlo, *Metafisica, Scienza e Moralità;* Studî di filosofia morale. Roma, Tipogr. Balbi, 1898. Un vol. in-8 di complessive pag. 270.

È questa un'opera di un giovane d'ingegno, meritevole di essere presa in attenta considerazione. L'autore si propose di discutere il problema delle attinenze tra la vita etica e la vita speculativa, tra il pensiero e l'azione, tra la moralità e la scienza; e dimostra che questi due termini conservano mai sempre tra

di loro una reciproca relazione. Egli esordisce nella prefazione con un esame critico intorno il risveglio speculativo in Germania, in Francia, in Italia, in Inghilterra, nelle sue attinenze colla moralità della vita pratica sociale, soffermandosi segnatamente intorno l'originalità e la ragione della grande vitalità del movimento speculativo inglese contemporaneo.

Entrando in materia, egli sottopone ad un severo esame i principali indirizzi dell'etica contemporanea, che egli riduce a quattro; il naturalistico, il pantelistico, l'idealistico ed il teistico. A tal uopo egli distingue due punti di vista principali, sotto cui può essere tentata l'interpretazione del mondo e della vita; il punto di vista puramente *esplicativo*, e quello *valutativo*, e pone in chiaro, che il concetto della persona è il principio supremo, che concilia insieme i due indirizzi del pensiero, esplicativo e valutativo, perchè spiega la realtà ed illumina la coscienza morale intorno il valore delle azioni e delle cose.

L'opera dell'autore si compie con un'appendice, in cui discorre del socialismo come concezione filosofica, e della vita morale e sociale; ed anche qui il principio della personalità è il concetto supremo, che domina ed informa il suo pensiero.

Il De Sarlo mostra una mente speculativa e serena, che nutrita di forti studi si addentra nella critica de' sistemi e nei problemi della scienza e ne ricerca la ragione ultima nell'unità di un concetto supremo.

Giovanni Gentile, *Rosmini e Gioberti. — La filosofia di Marx. Studi critici.*

L'autore lumeggiando le due grandi figure italiane di Rosmini e di Gioberti dà prova di bello e colto ingegno. Egli sostiene, che Rosmini mutuando da Kant il principio *Pensare è giudicare*, costrusse sopra di esso tutto il suo sistema filosofico, al quale innestò poi il suo dommatismo teologico correggendo Kant. In altri termini per lui Rosmini sarebbe Kant che afferma e nega sè stesso. Interpretazione assai discutibile, poichè il pronunciato Pensare è giudicare, non contiene in sè nè il criticismo kantiano, nè l'idealismo rosminiano, e certamente la teoria logica e la filosofia morale del pensatore di Rovereto non sono figlie legittime del soggettivismo del pensatore tedesco.

Venendo poi al Gioberti, l'autore sostiene che egli formò la

sua mente sul rosminianismo perchè nei suoi studi giovanili accolse il principio *Pensare è giudicare*, sicchè per lui Gioberti non è che lo stesso Rosmini disvolto e recato al perfetto compimento di sè. Interpretazione discutibile anche questa; ma ad ogni modo l'autore spiega una critica acuta e sagace, e mostra di avere seriamente studiate le dottrine filosofiche dei nostri due grandi pensatori italiani, sebbene le abbia interpretate con molta libertà di pensiero.

Qui giova mettere in rilievo un pregio particolare di questa opera: per meglio ritrarre nella loro fedeltà storica le due figure, acconciamente ha saputo innestare la loro biografia nella formazione del loro pensiero filosofico rispondente al risveglio politico dell'Italia.

Nell'altro suo volume l'autore si è argomentato di esporre e discutere quella che egli chiama la filosofia di Marx, ma che in realtà è niente più che un impasto di socialismo, di idealismo hegeliano e di autoteismo fichtiano. Quindi non è meraviglia se la sua esposizione procede in principio alquanto intricata. Le sue considerazioni critiche sono ingegnose ed acute; nel materialismo filosofico del Marx egli addita una intrinseca contraddizione, che gli toglie ogni valore.

Questi due giovanili lavori del Gentile mentre rivelano in lui una profonda coscienza speculativa, sono un felice preludio di quanto egli potrà fare in servigio degli studi filosofici, come ne porgono argomento anche le sue due recentissime pubblicazioni su B. Spaventa e sull'insegnamento della filosofia nei Licei.

Dottore Luigi Ambrosi, libero docente nella R. Università di Roma. *La Psicologia dell'immaginazione nella storia della filosofia* (Esposizione e Critica), di pag. xxxiv, 562. Roma, Società editrice Dante Alighieri, 1898.

L'autore pose in fronte alla sua opera un titolo, che risponde fedele al suo contenuto. Poichè il suo non è un lavoro teorico speculativo, ma un lavoro storico critico, dove egli chiama ad ordinata rassegna i più notevoli pensamenti dei psicologi intorno la facoltà immaginativa, e la conforta con opportune ed ingegnose considerazioni critiche. L'esposizione, per quanto ampia e diffusa, presenta qua e là delle lacune, e non sempre la critica risponde alla fedeltà storica. È suo intendimento di

far scaturire dallo studio di tante disparate ed esclusive dottrine una perfetta teoria scientifica dell'immaginazione, e questo è il vero difetto dell' opera, poichè la storia per sè sola non potrà mai fare adeguazione perfetta colla scienza.

Dello stesso autore abbiamo altresì un opuscoletto di poche pagine inscritto *Che cosa è la materia?* dove egli seguendo una dottrina già da altri professata intende di identificare spirito e materia in uno stesso concetto, e dimostrare che la coscienza di sè non importa una sostanza semplice, ma una unità composta; però non si rese ragione delle difficoltà insormontabili tra cui si perde il suo tentativo.

Il secondo opuscolo (di pag. 79) è di gran lunga inferiore all'opera sovra ricordata, siccome quello che riproduce soltanto idee altrui, onde non pare meritevole di essere preso in una seria considerazione.

Resta però sempre il lavoro sull'immaginazione, che ad avviso della Commissione ha pregi cospicui, sia perchè il tema apparisce pressochè nuovo anche in confronto del lavoro di Colozza sull'*immaginazione nella scienza*, sia ancora perchè l'autore svolge il tema in tutta la sua ampiezza storica, ed agevola così proficuamente al psicologo lo studio di questa facoltà umana.

CONCLUSIONE

Nella abbondante produzione filosofica dell'ultimo triennio, la Commissione ha creduto di dover distinguere tutte le pubblicazioni in due categorie: le une di indole speculativa e teorica, le altre di indole storico-critica.

Nella prima categoria non parve alla Commissione di scorgerne alcuna di tale valore, da dovere essere segnalata di preferenza per il premio, anche avendo riguardo in modo speciale all'opera del De Sarlo, *Metafisica, scienza e moralità* che è di tutte, in questa classe, la più pregevole.

Condotta per tal modo a fare la sua scelta fra le opere della seconda categoria, la Commissione unanime ha riscontrato come particolarmente degne di essere proposte per il premio

quella di Giovanni Gentile, *Rosmini e Gioberti*, e l'altra di Luigi Ambrosi, *La psicologia dell'immaginazione nella storia della filosofia*. I meriti di queste due opere si controbilanciano, per guisa che alla Commissione ora non rimane altro se non proporre che il premio venga diviso in parti uguali fra le medesime.

Torino, 24 dicembre 1900.

La Commissione.
B. Peyron, *Presidente.*
E. Brusa.
G. Allievo, *Segretario relatore.*

Avendo il Socio Brusa esplicitamente dichiarato che, meglio ponderata ogni cosa, anche l'opera di Guido Villa sulla *Psicologia contemporanea*, sebbene non scevra di lacune e di difetti, ha pur tuttavia molti pregi, sorge lunga e vivace discussione intorno alla assegnazione del premio.

L'Accademia decide che nell'adunanza del 13 gennaio 1901 si venga anzi tutto a definire se il premio abbia o no ad essere diviso in due parti, e quindi si voti a quale o a quali dei tre candidati, Giovanni Gentile, Luigi Ambrosi, Guido Villa, esso debba essere aggiudicato.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 30 Dicembre 1900.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Berruti, D'Ovidio, Camerano, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della seduta precedente, che viene approvato.

Egli dà poi lettura di una lettera inviata al Presidente dal Socio Volterra, il quale fu con recente decreto trasferito dietro sua domanda dall'Università di Torino a quella di Roma. Il prof. Volterra esprime il rammarico che prova nel prender commiato dai colleghi dell'Accademia ricordando con parole molto cortesi i vincoli amichevoli che lo stringono ad essi. Il Presidente si farà interprete, rispondendo al gentile saluto, dei sentimenti dell'Accademia, che si duole di non aver più fra i suoi Soci residenti il Socio Volterra. Conforme agli statuti Accademici e in conseguenza della dichiarazione da lui fatta, egli verrà in data d'oggi inscritto fra i Soci nazionali non residenti.

Il Segretario presenta alla Classe un opuscolo del Socio corrispondente Righi intitolato: *Les ondes hertziennes.*

Si stabilisce che nell'adunanza del giorno 13 gennaio si eleggerà il Segretario della Classe e la Commissione per il premio Vallauri spettante alle scienze fisiche.

Il Socio D'Ovidio presenta una memoria del Dott. Francesco Severi intitolata: *Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio.* Verrà esaminata dai Soci D'Ovidio e Segre.

Il Socio D'Ovidio legge anche a nome del Socio Segre la relazione sopra la memoria del Prof. Gino Fano intitolata: *Nuove ricerche sulle congruenze di rette del III° ordine prive di linee singolari.* La relazione propone che la Memoria venga letta alla Classe. Approvata la relazione e compiuta la lettura, si accoglie la Memoria per l'inserzione nei volumi accademici.

Il Socio Camerano presenta una nota del Dott. Raffaele Issel intitolata: *Saggio sulla fauna termale italiana. Nota II^a^.* Sarà inserita negli *Atti.*

Il signor Ing. Federico Hesselgren, che l'anno scorso inviò all'Accademia per averne un giudizio una nota su argomento di acustica musicale, manda ora un'altra nota su argomento simile e allo stesso fine. Si risponderà che mancando ora nella Classe persona che possa trattare con competenza la questione, non è possibile soddisfare il desiderio dell'autore.

LETTURE

Saggio sulla fauna termale italiana.

Nota II del Dott. RAFFAELE ISSEL.

Credo utile riassumere nel quadro sinottico seguente (Vedi pag. 4 e 5), l'elenco degli animali studiati nelle acque termali italiane e già menzionati nella mia precedente nota (1). Avverto però che le specie contraddistinte con asterisco non figuravano nella nota I perchè vennero osservate o determinate dopo la pubblicazione di questa. Durante il mio soggiorno a Vinadio avevo già trovato un individuo giovane di *Actinophrys sol* nelle *muffe* a 35°; una piccola quantità di alghe, speditami dalle Terme in novembre, me ne offerse alcuni completamente sviluppati. Del *Limnebius truncatellus* catturai due soli esemplari a 37-38°. L'*Hydroporus tessellatus*, omesso nella nota I, vive nel Bottaccio a 30-35°.

La fauna termale delle sorgenti esplorate è dunque abbastanza ricca, poichè 82 sono le forme specificamente determinate, ed abbiamo un totale di circa 110 se vi aggiungiamo quelle che ancora non vennero denominate. Il fatto che l'elenco delle specie di Vinadio rappresenta pressochè la metà di questa cifra dipende da che esso è frutto di osservazioni molto più minuziose e prolungate di quelle compiute presso le altre sorgenti.

Dalle osservazioni zoologiche ora esposte emerge chiaramente un fatto: nelle sorgenti esplorate si trova una ben distinta *fauna termale*. Valgono a dimostrarlo le seguenti considerazioni:

(1) " Atti R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXXVI, pag. 53.

Quadro sinottico delle specie citate.

	Campiglia Marittima	Massa Marittima	Acqui	Valdieri	Vinadio	Acque Albule
Protozoi.						
RIZOPODI.						
Pelomyxa villosa Greeff					+	
Amoeba proteus Ehrb.					+	
„ *radiosa* Duj.					+	
„ *verrucosa* Ehrb.					+	
„ *polypodia* Schultze					+	
Centropyxis aculeata Ehrb.				+	+	
Difflugia globulosa Duj.				+		
„ *pyriformis* Perty				+		
Pseudodifflugia amphitrematoides Archer				+		
Euglypha alveolata Duj.				+	+	
Quadrula symmetrica Wallich				+		
Arcella vulgaris Ehrb. var. *discoides*				+		
Trinema enchelys Ehrb.				+		
Actinophrys sol Ehrb.*					+	
FLAGELLATI.						
Cyatomonas truncata Fresenius					+	
Phyllomitus undulans Stein					+	
Petalomonas sp.					+	
Peranema tricophorum	+			+	+	
Entosiphon sulcatum Duj.					+	
Chilomonas paramecium Ehrb.					+	
CILIATI.						
Enchelys tarda Quennersted					+	
Paramecium aurelia Müller	+		+		+	
Cyclidium glaucoma Ehrb.	+		+		+	
Glaucoma margaritaceum Ehrb.	+			+	+	
„ *pyriformis* Ehrb.					+	
Loxocephalus granulosus Kent				+	+	
Nassula aurea Ehrb.			+			
Chilodon cucullus Ehrb.					+	
Lionotus sp.					+	
Metopus sigmoides Clap. e Lachm.					+	
Aspidisca lyncaster Stein					+	
Oxytricha gibba Clap. e Lachm.					+	
Vorticella nebulifera Ehrb.					+	
„ *citrina* Ehrb.					+	
Vermi.						
ROTIFERI.						
Philodina roseola Ehrb.			+	+	+	
Adineta vaga Davis				+	+	
Distyla gissensis Eckstein	+			+	+	
Monostyla sp.				+		
Monostyla sp.					+	
Metopidia lepadella Ehrb.	+			+	+	
Diaschiza semiaperta Ehrb.					+	
NEMATODI.						
Gordius Villoti Rosa					+	
ACANTOCEFALI.						
Echinorynchus proteus Westrumb.		+				
ANELLIDI.						
Aeolosoma thermale n. sp.	+				+	
Pristina sp.	+					
Tubifex rivulorum Linn.	+					
Allurus tetraedrus Savigny					+	
Lumbricus sp.		+				

	Campiglia Marittima	Massa Marittima	Acqui	Valdieri	Vinadio	Acque Albule
Molluschi.						
GASTEROPODI.						
Ancylus lacustris Linn.		+				
Limnaea palustris Müller		+				
„ *peregra* Müller						+
„ *truncatula* Müller		+		+		
Planorbis laevis (?) Alder		+				
Melanopsis etrusca Villa	+	+				
Bythinella etrusca Paladilhe		+				
Bythinia tentaculata Linn.		+				
Valvata piscinalis Müller		+				
Theodoxia fluviatilis Linn.		+				
„ *prevostiana* Partsch	+					
Artropodi.						
CROSTACEI.						
Cypris sp.					+	
Cypris sp.			+			
Cyclops sp.					+	
Lamproglena pulchella Nordman		+				
Gammarus fluviatilis Roesel		+				
Palaemonetes varians Leach		+				
Telphusa fluviatilis Belon		+				
INSETTI.						
Ditteri - *Chironomus* sp., larva			+	+		
Stratiomys sp., larva				+		
Coleotteri - *Hydroscapha gyrinoides* Aubé				+	+	
Parnus luridus Erichson						
Helophorus alternans Gené	+			+		
Coelostoma hispanicum Küster						+
Berosus affinis Brullé	+					
Limnebius truncatellus Thomson*					+	
Laccobius gracilis Motsch			+	+	+	
„ *Sellae* Sharp						
Philhydrus salinus Bedel				+		+
Helochares dilutus Erichson	+					
Gyrinus distinctus Aubé var. *colymbus* Er.	+					
„ *elongatus* Aubé	+					
Hydroporus tessellatus Drapier*	+					
Bidessus geminus Fabr.	+		+			
Rincoti - *Hydrometra stagnorum* Linn.	+					
Velia sp., larva	+					
Gerris lacustris Linn.	+					
Notonecta glauca Linn.			+			
Corisa hyeroglyphica Dufour			+			
Nepa cinerea Linn.						+
Vertebrati.						
PESCI.						
Anguilla vulgaris Linn.	+					
Squalius cephalus Linn.		+				
Telestes muticellus Bonap.		+				
Leuciscus aula Bonap. varietà	+					
Blennius vulgaris Pollini	+					
BATRACI.						
Rana esculenta Linn.	+	+				
Bufo viridis Laurenti	+					

A. A una data temperatura si manifesta una spiccata analogia tra le faune di acque termo-minerali diverse. Qualcuno potrebbe obbiettare che i rappresentanti delle infime classi animali non sono efficaci termini di confronto perchè cosmopoliti. Ma l'analogia cui accennavo sussiste anche per classi elevate, e, quel che più importa, sussiste indipendentemente dalla composizione chimica, dalle condizioni topografiche e climatiche.

Mi spiego con un esempio. Quattordici sono le specie di coleotteri aquatici che ho rinvenuto in cinque località differenti, e cinque di tali specie sono comuni a due località; se poi ci limitiamo alle tre famiglie *Hydrophilidae*, *Dityscidae*, *Hydroscaphidae*, famiglie ricchissime (tranne l'ultima) di generi e di specie, risulta che sopra 11 specie, 5 sono comuni a due località. Infatti il *Laccobius gracilis* Motsch, si trova ad Acqui e a Vinadio, il *Bidessus geminus* Fabr. ad Acqui e a Campiglia, l'*Helochares dilutus* Erichson a Campiglia e a Valdieri, l'*Hydroscapha gyrinoides* Aubé si rinviene a Valdieri e a Vinadio (1), il *Coelostoma hispanicum* Küster vive a Valdieri ed alle Acque Albule.

B. Nelle acque termali esplorate si rinvengono forme considerate finora come peculiari. Così il *Laccobius Sellae* Sharp. di Valdieri, così la *Melanopsis etrusca* Villa, caratteristica delle acque termo-minerali della Maremma toscana.

Non è la prima volta che una specie italiana viene indicata come esclusivamente termale; così, a mo' d'esempio, il Garbini, accennando al rotifero *Eosphora elongata* vivente nelle Terme di Caldiero, lo dice peculiare a quella località (2) e il gasteropodo *Hydrobia aponensis* Martens è noto da lungo tempo come specie propria delle Terme di Abano; soltanto venne descritta dal De Stefani (3) come varietà della stessa (var. *foxianensis*) una *Hydrobia* rinvenuta in acqua clorurato-sodica a 19°,5 presso Pieve a Fosciano in Garfagnana.

---

(1) Un esemplare di coleottero delle *muffe* di Valdieri, che andò perduto poco dopo la raccolta si riferiva molto probabilmente al *Limnebius truncatellus* Thomson. Con questo le specie comuni a due località sarebbero 6.

(2) Bibl., 16.

(3) Bibl., 11ᵃ.

C. Gli abitatori delle acque termo-minerali si sono modificati nel senso di acquistare una maggiore resistenza agli agenti termici, come si può vedere dal seguente specchietto in cui ho riunito i massimi da me osservati per ciascun gruppo animale:

Protozoi
- Rizopodi 54° 1/2
- Flagellati 51°
- Ciliati 46°

Vermi
- Turbellarie 40°
- Rotiferi 46°
- Gastrotrichi 41-42°
- Nematodi 44° 1/2
- Anellidi 40-41°

Molluschi
- Gasteropodi 41°

Artropodi
- Crostacei 40°
- Aracnidi 38°
- Insetti { Ditteri (larve) 38°; Coleotteri 46°; Rincoti 40° }

Vertebrati
- Pesci 26°
- Batraci 40°.

Quantunque questi massimi non siano molto elevati, in taluni casi raggiungono e superano il grado mortale, sperimentalmente determinato, di animali affini viventi in acque comuni; dobbiamo quindi ritenere che il loro protoplasma si è, mediante un progressivo adattamento, modificato nelle sue proprietà chimiche. Inoltre l'adattamento termico naturale, come l'artificiale, innalza il grado a cui si manifesta la morte per ipertermia; dei *Laccobius Sellae* viventi a 38°, che sottoposi ripetutamente a lento riscaldamento coll'aggiungere a poco a poco acqua calda al recipiente che li conteneva, morirono a 49-50°.

Questo adattamento ha prodotto delle modificazioni morfologiche? È certo che modificazioni molto notevoli non esistono,

nè posso per ora pronunziarmi intorno a quelle lievi che possono qua e là presentarsi. Chiunque abbia studiato a lungo le faune d'acqua dolce, sa come in molte specie occorrono differenze individuali assai accentuate; i rotiferi, in ispecial modo, sono straordinariamente variabili (1). Per conseguenza è compito non facile il poter asserire se una specie è modificata oltre ai limiti ordinari e più difficile ancora il decidere se le variazioni osservate si debbono attribuire alla anormalità dell'ambiente. A risultati concludenti non si potrà certo pervenire senza un numero grandissimo di confronti e misure, nè senza l'impiego di razionali *metodi statistici*, quali vennero escogitati recentemente da parecchi autori (2).

I fattori di variabilità sono poi così numerosi che soltanto l'esperienza varrà a stabilire la loro relativa importanza. Mi limiterò ad accennare come gli animali termofili abbiano soventi volte statura minore di quella che presentano, in media, i loro parenti delle acque comuni, e a notare come la mia osservazione sulla statura dei *Palaemonetes varians* che alligna a 25-27° nelle acque termali delle Venelle, concordi con quella del Garbini relativa ai *Palaemonetes* viventi alla stessa temperatura nelle Terme di Caldiero (3).

D. La fauna delle acque esplorate è ben degna di essere considerata quale complesso distinto anche per la sua ricchezza in generi e specie. Basti il dire che alle Terme di Vinadio ho rinvenuto 32 specie animali in un sottilissimo strato d'acqua di neppur 2 m^2 di superficie, e basta confrontare il variopinto brulichio di specie diverse che offre al microscopio un piccolo grumo di oscillarie termali colla povertà presentata dalle acque fredde vicine, anche laddove vegetano rigogliose le alghe.

In generale osservai che fino a 40° circa può vivere in acque termo-minerali una fauna che per ricchezza di individui e di specie può stare a pari con quella delle acque comuni più popolate. Fra i 40° ed i 45° circa scompaiono molte specie e ne restano alcune che spesso sembrano compensare la scarsezza

(1) Bibl., 39.
(2) Bibl., 6^a, 6^b.
(3) Bibl., 15.

delle specie col numero grandissimo degl'individui. A temperature più alte la vita animale non è rappresentata che da poche forme singolarmente favorite dall'adattamento.

Per quanto concerne i massimi osservati in relazione col clima, se si ammette, come i fatti lo provano, che una parte della fauna termale derivi dalla fauna delle acque fredde circostanti, era logico il prevedere che tali massimi dovessero essere più bassi in climi più freddi.

Infatti per animali provenienti, a mo' d'esempio, da un'acqua a temperatura media di 10° e adattati a 35° l'ampiezza dello adattamento subìto sarà di 25°, mentre animali provenienti da un'acqua con media di 20° potrebbero, colla stessa ampiezza di adattamento, abituarsi a 45° (s'intende che la proporzione sussiste soltanto entro a certi limiti). Ora, confrontando i dati del mio catalogo, trovo appunto che alle Terme di Vinadio, ove per grande altezza sul livello del mare (1325 m.) le acque comuni sono di 7 od 8 gradi più fredde che ad Acqui, la *Philodina roseola* ha il suo *optimum* a 40-42° e va rapidamente diminuendo da 42° a 46°, mentre invece ad Acqui lo stesso rotifero appena può dirsi comune intorno a 40°, mentre è straordinariamente abbondante a 44° $^1/_2$. Nondimeno, essendo la mia previsione appoggiata per ora da un sol fatto, non ardisco di considerarla come pienamente giustificata.

Per quanto concerne l'adattamento in relazione col tempo impiegato a conseguirlo, le tre località in cui ho fatto osservazioni miscroscopiche a temperatura molto elevata (Vinadio, Valdieri, Acqui) non si trovano nelle condizioni più favorevoli per adattamenti molto prolungati.

Non bisogna dimenticare, infatti, che su questo punto le esigenze della zoologia sono opposte a quelle della cura termale per cui spesso si richiede che canali e serbatoi vengano vuotati e ripuliti. Nelle Alpi Marittime poi le valanghe e le nevicate, durante i rigori invernali, nuocciono certamente alle Leptotricee, e, se non le distruggono del tutto, alterano tuttavia le condizioni termiche del loro *habitat*, sopratutto ove tali vegetali non sono sommersi, ma soltanto bagnati dall'acqua termale. Non è quindi improbabile che in paesi caldi e dove l'uomo non turbi in verun modo le condizioni naturali delle sorgenti, si trovino animali a temperature più elevate di quelle che ebbi a misu-

rare. Che ciò sia possibile lo dimostrano, oltre ad alcune osservazioni in natura, che sembrano degne di fede, i risultati sperimentali veramente singolari ottenuti nel 1891 da Dallinger sopra flagellati appartenenti ai generi *Tetramitus* e *Monas*. Innalzando con grande lentezza e precauzione il calore di una stufa, Dallinger riuscì ad abituare a 70° quei protozoi viventi normalmente a 15°.

In varî argomenti addotti mi sembrano sufficienti a legittimare l'espressione di *fauna termale* che fin da principio della presente Memoria ho creduto opportuno di adottare.

La ricchezza e il carattere uniforme di tale fauna sono più o meno subordinate alle ricche e peculiari vegetazioni termofile che alla medesima offrono asilo e nutrimento.

Ho potuto inoltre verificare che molti dei suoi elementi sono costanti nelle acque che abitano; in un campione d'acqua con pochi filamenti di *Oscillaria* speditomi nella passata primavera da Campiglia, rinvenni, tranne poche eccezioni, gli stessi protozoi, rotiferi ed anellidi che vi avevo osservato nella primavera del 1899.

Che tale fauna sia fino ad un certo punto indipendente dalla temperatura esterna, lo dimostra il fatto che nei giorni più rigidi del passato inverno un campione di Leptotricee, che il mio amico dottor Chiabrera gentilmente mi recò da Acqui, apparve non meno popolato da *Philodina roseola* e da Anguillulidi di quelli che esaminai nello stesso punto ai primi di maggio.

Per ultimo credo utile di presentare un tentativo di classificazione della fauna termale, fondato sulla origine evidentemente molteplice dei suoi elementi. Questi, secondo il mio parere, si dovrebbero aggruppare in cinque categorie, come segue:

1° Un gran numero di specie provenienti dalle acque dolci ordinarie. Sono sopratutto *le specie molto comuni, molto adattabili*, a *distribuzione geografica assai estesa*. Così la *Philodina roseola* che in tre delle sorgenti esplorate resiste tanto al calore da lasciarsi indietro, tranne pochissime eccezioni, tutti gli altri metazoi, e diffusissima sotto ogni latitudine ed appartiene anche alla fauna nivale (1).

(1) Bibl., 6.

Parimenti il *Chilodon cucullus* che alle Terme di Vinadio appare come il ciliato meglio adattato è comunissimo ovunque. Nelle vicinanze di Bollengo (Ivrea), lo rinvenni con una certa frequenza perfino in quei depositi mucillaginosi, ferruginei per limonite e dovute all'attività di particolari alghe, che sogliono trovarsi lungo le rive dei ruscelli a lenta corrente.

A Valdieri e a Vinadio bastano poche osservazioni per convincersi che la fauna termale deriva in parte da quella dei dintorni. Così la *Centropyxis aculeata*, la *Difflugia globulosa* e la *Philodina roseola* tanto abbondanti nelle *muffe* termali di Valdieri prevalgono anche in uno stagno situato a 1950 m. di altezza, presso al rifugio Genova del C. A. I.

Il *Chilodon cucullus*, il *Glaucoma margaritaceum* e un *Cyclops* della stessa specie di quello delle acque termali si trovano in parecchie raccolte d'acqua fredda in prossimità dello Stabilimento di Vinadio. Del resto la grande diffusione di una specie in ambienti svariati e tra loro lontani dimostra di per sè stessa la sua maggiore attitudine ad abituarsi anche a condizioni estreme.

2° Animali provenienti dal mare per migrazione periodica (*Anguilla vulgaris*) o che lasciano riconoscere una origine marina recente (*Palaemonetes varians*).

Dico *recente* perchè risulta dagli studî del Barrois (1), che il *Palaemonetes*, omai limitato, nella regione mediterranea, ad acque dolci e salmastre, nel mare del Nord ha appena iniziato la sua trasformazione da specie marina in ispecie di acqua dolce.

3° Animali che mancano alle acque comuni della regione, ma si ritrovano in quelle di altre regioni più calde (*Hydroscapha gyrinoides*).

4° Animali che non solo si rinvengono in territorî più caldi, ma sono simili a congeneri fossili assai più diffusi. Tal'è la *Melanopsis etrusca*. Infatti il suolo della pianura Campigliese, ove sgorgano le acque termali, è in buona parte costituito da un travertino ove insieme a detriti vegetali si rinvengono numerose *Melanopsis* fossili uguali a quelle tuttora viventi, e queste appena si distinguono dalle *Melanopsis* che abbondano nelle ligniti postplioceniche di Terni, associate ad una *Theodoxia*.

---

(1) Bibl., 1.

Sappiamo inoltre (1) che il genere *Melanopsis* presentava una diffusione grandissima nel miocene superiore, mentre ora è in via di estinzione e, fenomeno strano, alligna ancora in due regioni situate quasi agli antipodi; la zona mediterranea e la Nuova Zelanda. Le *Melanopsis* si possono quindi considerare come *relitte*.

5° Animali che per i loro caratteri si reputano specificamente distinti da tutti i congeneri delle acque comuni (es. *Laccobius Sellae*).

Evidentemente gli animali delle due prime categorie sono giunti nei punti caldi delle acque termali risalendo da punti più temperati o da affluenti freddi verso le sorgenti oppure vi sono stati trasportati dai consueti agenti di dispersione (uccelli, venti, straripamenti). Se l'adattamento a temperature molto elevate possa compiersi nel corso della vita individuale o richieda il succedersi di parecchi generazioni non si può per ora decidere; è certo però che le esperienze di adattamento artificiale rendono la seconda ipotesi più accettabile della prima.

Credo che per le acque di Caldana il vento sia fra tutti gli agenti di dispersione il più importante; la pianura campigliese infatti viene di sovente spazzata da violenti libecciate che sogliono imperversare per parecchi giorni consecutivi. Invece le acque delle Venelle, limpide, pescose, situate in posizioni tranquilla e coperta di rigogliosa vegetazione, si prestano specialmente al trasporto degli organismi per mezzo degli uccelli acquatici.

Passando agli animali della quarta categoria, sembra evidente che essi siano sopravvissuti nelle acque termo-minerali perchè ivi persistono quelle condizioni di temperatura e di salinità che in altre epoche geologiche avevano permesso e favorito la loro diffusione sopra vastissime plaghe (2).

Resterebbe ancora da studiarsi l'origine degli animali appartenenti alla terza e quinta categoria, ma nelle nostre cognizioni intorno alle faune d'acqua dolce rimangono tuttora tante e sì vaste lacune che qualunque discussione in proposito sarebbe prematura.

In un prossimo lavoro mi adopererò a completare le os-

---

(1) Bibl., 28.
(2) Bibl., 28.

servazioni relative alle sorgenti già esplorate, corredandole con nuove ricerche eseguite in altre acque termali italiane, onde vedere se le conclusioni cui finora son giunto appaiono suscettibili di più ampia applicazione. Mi propongo inoltre di descrivere e di illustrare, quando sia possibile, le singole forme animali con particolare riguardo alle variazioni morfologiche che essi presentano in confronto alle affini di acque comuni.

Ma per avere una cognizione più completa della fauna termale, non bisognerebbe trascurare quanto si riferisce alla fisiologia ed alla biologia della medesima. Per citare un esempio, sarebbe cosa utile per la biologia generale e relativamente facile lo studiare, in un ambiente tanto anormale, i fenomeni della riproduzione e dello sviluppo. E insisto sull'*anormale* non tanto per l'alta temperatura, quanto per la *costanza* della temperatura elevata.

Osserverò infine come le esperienze sull' innalzamento del punto mortale ottenuto mercè l'adattamento termico artificiale, sull'ampiezza e sulla durata di tale adattamento in varie condizioni, sarebbero molto interessanti se eseguite sopra animali termofili.

Importerebbe a tal uopo di moltiplicare il più possibile gli esperimenti operando sulla stessa specie a varie temperature, comparando tra di loro i risultati ottenuti con animali che si presumono di origine diversa e con animali d'acque comuni. Confido che altri potrà mietere in questo campo ancora incolto, il quale promette frutti non meno abbondanti di quelli che da uno studio puramente faunistico e morfologico si potrebbero sperare.

Mi professo ancora una volta riconoscente al prof. C. Parona e adempio al dovere di ringraziare i professori G. Cattaneo e R. Gestro che mi sono stati larghi di aiuti e di consigli, come pure altri che mi hanno prestato valido aiuto, sia nella ricerca del materiale di studio, sia nella determinazione del medesimo.

Fra i primi ricordo i fratelli Merciai miei ospiti a Campiglia, il sig. I. Niccolini farmacista di Massa Marittima e il figlio avv. F. Niccolini, il sig. L. Benedetti concessionario dello stabilimento termale di Vinadio, il dott. C. Onda direttore sanitario del medesimo, il sig. P. Marini concessionario delle Terme di

Valdieri, i dottori C. Tamburini ed L. Sansoni direttori sanitari pure a Valdieri, e il dott. De Alessandri direttore delle Terme di Acqui.

Fra i secondi debbo menzionare con gratitudine il sig. Dodero che determinò tutti i coleotteri enumerati nella presente Memoria, nonchè i professori L. Camerano, E. Giglio-Tos, L. Maggi, D. Rosa, D. Vinciguerra, il dott. A. Brian e il sig. G. Mantero, che mi soccorsero colla loro competenza quando ebbi a consultarli per qualche caso dubbio.

BIBLIOGRAFIA

1. Barrois T., *Note sur le* Palaemonetes varians *Leach, suivie de quelques considérations sur la distribution géographique de ce crustacé,* " Bull. Soc. Zool. de France „, T. II, n° 5-6, 1887.
2. Barrois T., *Contribution à l'étude de quelques lacs de Syrie.* Extrait de la " Revue biologique du Nord de la France „. Lille, 1894.
3. Bertoni M. et J., *Les eaux thermales d'Acquarossa.* Dongio, Andreazzi.
4. Baudi F., *Catalogo dei coleotteri del Piemonte.* Torino, 1889.
5. Buscalioni L., *Sulle Muffe e sull'*Hapalosiphon laminosus *Hausgirg delle Terme di Valdieri.* Estr. dal giorn. " Malpighia „, a. IX. Genova, 1895.
6. Calloni S., *La fauna nivale con particolare riguardo ai viventi delle alte Alpi.* Pavia, 1890.

6[a]. Camerano L., *Lo studio quantitativo degli organismi ed il coefficiente somatico.* " Atti della R. Accad. delle Sc. di Torino „, vol. XXXV, 1900.

6[b]. Id., *Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di variabilità, di variazione, di frequenza, di deviazione e di isolamento.* Ibidem.

7. Costa O. G., *Fauna del Regno di Napoli.* Crostacei, fol. 1, 19 apr. 1847.
8. Davenport C. B. and Castle W. E., *Studies on Morphogenesis.* III. *Acclimatization of Organisms to high temperatures,* " Archiv für Entwickelungsmechanik der Organismen „, II Bd., II Heft, Juli, 1895.
9. De Alessandri D., *Guida storica, medica e pittoresca alle Terme d'Acqui.* Acqui, 1888.
10. De Launay, *Recherche, captage et aménagement des sources thermo-minérales.* Paris, 1899.
11. De Stefani E., *Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée.* Liège, 1891.

11[a]. Id., *Molluschi viventi nelle Alpi Apuane, nel Monte Pisano, e nell'Apennino adiacente.* Siena, 1883.

12. De Varigny M. H., *Les températures extrêmes dans la vie des espèces animales et végétales,* " Revue scientifique „, t. LI, 1893.
13. Fischer P., *Manuel de Conchyliologie.* Paris, 1887.
14. Ganglbauer L., *Die Käfer von Mitteleuropa.* Wien, 1899.

15. Garbini A., *Appunti di carcinologia veronese.* Verona, 1895.
16. Id., *Appunti per una limnobiotica italiana.* " Zool. Anz. „, XVIII Jahrg., 1895.
17. Garelli G., *Delle acque minerali d'Italia e delle loro applicazioni terapeutiche.* Torino, 1864.
18. Gineste F., *Mollusques des eaux minérales des Pyrénées françaises,* " Bull. Soc. Malacol. de France „, n. 2, 1885.
19. Giulj G., *Storia naturale di tutte le acque minerali di Toscana ed uso medico delle medesime.* Firenze, 1833.
20. Jervis G., *Guida alle acque minerali d'Italia.* Torino, 1876.
21. Kellicott D. S. e Columbus O., *An Odonate nymph from a thermal spring,* " Journal of the Cincinnati Society of Nat. History „, vol. XIX, n. 2.
22. Linton E., *Mount Sheridan and the continental divide.* A lecture delivered before the Academy of Science and Art of Pittsburg on Friday evening. March 18, 1892.
23. Lotti B., *Descrizione geologico-mineraria dei dintorni di Massa Marittima.* Memorie descrittive della carta geologica d'Italia. Roma, 1893.
24. Maggi L., *Sulla storia natur. degli esseri inferiori (Infusori).* Milano, 1874.
25. Marieni L., *Acque minerali.* Milano, Vallardi.
26. Marchisio B., *Guida alle terme di Valdieri.* Torino, 1898.
27. Moniez R., *Description d'une nouvelle espèce de* Cypris *vivant dans les eaux thermales de Hammam-Meskoutine,* " Bull. Soc. Zool. de France „, T. 18, n. 3-4.
28. Pantanelli D., Melanopsis *fossili e viventi d'Italia.* Estr. dal vol. XII del " Bullettino della Società malacologica italiana „. Modena, 1886.
29. Pavesi P., *I viventi delle Acque Albule.* Estr. dall' " Italia giovane „. Milano, anno VII, fasc. 2.
30. Perroncito E., *Osservazioni fatte alle Terme di Valdieri,* " Annali della R. Accademia di Agricoltura di Torino „, vol. 32, anno 1889.
31. Régnard P., *Recherches expérimentales sur les conditions physiques de la vie dans les eaux.* Paris, 1891.
32. Richardson H., *Description of a new Crustacean of the genus* Sphaeroma *from a warm spring in New Mexico,* " Proceeding U. S. National Museum „, vol. XXII, n. 1189.
33. Schivardi P., *Guida alle acque minerali e ai bagni d'Italia.* Milano, 1896.
34. Schmarda L., *Zoologie.* Zweite Auflage, I Band, pag. 169. Wien, 1877.
35. Soubeiran J. L., *Essai sur la matière organisée des sources sulfureuses des Pyrénées.* Paris, 1858.
36. Tournier H., *Description d'un nouveau coléoptère appartenant au genre Laccobius Er.,* " Mittheilungen der schweizerischen Entomologischen Gesellschaft „. Schaffhausen, 1879.
37. Vandelli D., *Tractatus de thermis agri patavini.* Padova, 1761.
38. Verworn M., *Fisiologia generale.* Prima versione italiana. Torino, 1898.
39. Wesenberg Lund C., *Ueber dänische Rotiferen und über die Fortpflanzungsverhältnisse der Rotiferen* (Vorläufige Mittheilung) " Zoolog. Anzeig. „, XXI Band, 1898.

Relazione sulla Memoria del Prof. Gino Fano, intitolata: *Nuove ricerche sulle congruenze di rette del 3° ordine prive di linea singolare.*

In questa Memoria l'A. espone delle ricerche sulle congruenze di rette del 3° ordine, una parte delle quali egli aveva già nel 1894 riassunte in una Nota pubblicata nei nostri Atti. Come il Kummer nel 1866 aveva determinato i sistemi di raggi del 1° e del 2° ordine, così il Fano in quella Nota e nella Memoria attuale ha esaminato specialmente quelle proprietà delle congruenze del 3° ordine, prive di linee singolari, che conducono a determinarne le varie specie e a costruirle. Questo problema è notevolmente più difficile che quello trattato da Kummer: ed in fatti per risolverlo l'A. ricorre alle più svariate considerazioni. Non solo occorrono i metodi usati da Kummer e perfezionati da altri (e specialmente dal sig. Sturm nel suo trattato di geometria della retta), ma anche la considerazione delle congruenze di rette come superficie dello spazio a cinque dimensioni, e parecchie proposizioni di geometria sopra una curva o sopra una superficie algebrica. Così, una volta dimostrato per mezzo di ricerche sui raggi multipli e sui punti singolari delle congruenze, non che su taluni luoghi geometrici connessi a queste, che il genere sezionale di una congruenza $(3, n)$ (cioè il genere della rigata in cui la congruenza è segata da un complesso lineare) è $< n$, e nello stesso tempo (tranne due eccezioni che vengono studiate a parte) è < 5; l'A. applica un importante teorema publicato solo da poco dai sig.[i] Castelnuovo ed Enriques: da cui si conchiude che la congruenza è una varietà ∞^2 riferibile ad una superficie rigata. Allora si vede subito che questa rigata dovrà essere razionale, oppure ellittica. Nel 1° caso la ricerca si riduce a quella ben nota dei sistemi lineari di curve piane di dato genere (≤ 4). Nel 2° caso — che l'A. non aveva considerato nel 1894 — alle generatrici della rigata el-

littica corrisponderanno ∞^1 schiere di rette giacenti in quadriche di una certa rete: e a seconda che la base di questa si compone solo di un numero finito di punti, o comprende anche una retta, ecc., si hanno più specie di congruenze. In conclusione risultano ben determinati nelle loro proprietà più salienti i varî casi che posson presentare le congruenze del 3° ordine, quando non abbiano infiniti punti singolari, nè si compongano delle tangenti principali di una superficie.

Basta questo cenno per mettere in evidenza l'importanza della Memoria del Prof. Fano. Noi proponiamo che essa venga accolta nei volumi accademici.

E. D'Ovidio.
C. Segre, *relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 6 Gennaio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Ferrero, Boselli, Cipolla, Brusa, Pizzi, Savio e Renier Segretario.

Si approva l'atto verbale della seduta antecedente, 23 dicembre 1900.

Il Segretario dà lettura d'una lettera in data 29 dicembre con la quale il prof. Pigorini accompagna una terza Relazione della missione archeologica di Creta. Nello stesso tempo presenta varî esemplari della suddetta Relazione dovuta al dott. Luigi Pernier e recante il titolo: *Lavori eseguiti a Festos dalla Missione archeologica italiana dal 2 giugno al 16 settembre 1900,* Roma, tip. dei Lincei, 1900.

Il Socio Rossi fa omaggio all'Accademia, a nome dell'autore, del volume del prof. G. B. Gerini, *Gli scrittori pedagogici italiani del secolo XVII,* Torino, Paravia, 1900, e tributa lode all'opera con la seguente relazione:

Da parecchi anni il prof. G. B. Gerini consacra la sua attività ed il breve tempo libero dalle molteplici occupazioni scolastiche ad illustrare i pedagogisti nazionali. Così per tacere della Memoria: *Le dottrine pedagogiche di M. T. Cicerone, L. A.*

Seneca, M. F. Quintiliano e *Plinio il Giovane, precedute da uno Studio sull'educazione presso i Romani*, e della Monografia: *Paolo Mattia Doria, filosofo e pedagogista* (1), pubblicò nel 1896 un primo volume sui pedagogisti italiani col titolo: *Gli scrittori pedagogici italiani del secolo XV*, al quale fece seguire ben tosto un secondo volume, in cui trattò dei pedagogisti italiani del decimo sesto secolo, cosicchè questo, che oggi presento all'Accademia, forma il terzo volume della serie dei pedagogisti nazionali.

Come nei due precedenti, anche in questo volume l'autore procura di lumeggiare i singoli scrittori, dando dei medesimi le maggiori notizie biografiche e bibliografiche, e col premettere alla esposizione della dottrina pedagogica un cenno su quella psicologica ne toglie occasione di mettere in rilievo le figure di alcuni letterati poco noti, onde l'opera sua può anche essere con vantaggio consultata dagli studiosi della storia letteraria. Numerosi sono gli autori, che in questo volume passa in rassegna, poichè egli discute non solo di quanti trattano *ex professo* di educazione, ma pazientemente raccoglie le idee di chi ne parla solo di passaggio, come ad esempio, del Campanella, al quale il Gerini consacra un lungo e notevole studio. Egli, infatti, raccogliendo le idee di quel grande pensatore dalle molteplici opere del medesimo, e specialmente dalla *Città del Sole*, tra le altre cose dimostra essere stato il filosofo Calabrese il primo ad accennare chiaramente al metodo intuitivo, e ad insorgere contro la mitologia, preludendo così al romanticismo.

L'esame delle idee educative di alcuni cartesiani porge il destro all'autore di soffermarsi alquanto a lungo sulla fortuna del cartesianismo in Italia verso il fine del secolo XVII ed in principio del secolo XVIII, argomento che finora fu appena sfiorato dagli storici della filosofia.

Il Gerini, il quale si propose di provare la tradizione pedagogica italiana, con questo terzo volume ha fatto un passo avanti nella dimostrazione della sua tesi, epperò auguro che

---

(1) Di questa monografia parlò già molto favorevolmente l'anno passato il nostro Direttore di Classe, nel farne, a nome dell'autore, l'omaggio all'Accademia, ed il favorevole giudizio del nostro collega trovai anche confermato nella " Deutsche Zeitschrift für ausländisches Unterrichtswesen ", annata VI, p. 92.

conduca a termine l'opera intrapresa dando alle stampe il volume su gli scrittori pedagogici italiani del secolo XVIII, che egli afferma di avere già ultimato.

Ma giudici ben più competenti di me in questa materia sono i nostri Colleghi, il prof. Renier che nel *Giornale storico della letteratura italiana*, lodando la cura paziente e perseverante posta dal Gerini in questo lavoro, chiama *ampia e dotta la disquisizione sul Campanella, e felicemente pensato e buono il capitolo sul cartesianismo.* Ed il prof. Allievo nella sua opera: *La pedagogia italiana antica e moderna*, scrive: " Il Gerini ci ha pre-
" sentato in bella mostra la lunga ed onorata schiera dei peda-
" gogisti italiani dei secoli XV, XVI e XVII, in tre successivi
" volumi, condotti con serietà di proposito, con retto criterio,
" con accurata e sagace indagine, e noi facciamo voto, perchè
" conduca ad integrità di componimento l'opera così felicemente
" intrapresa ".

Sono inoltre presentate le seguenti pubblicazioni:

1°, dal Presidente: Giuseppe Orano, *Il patibolo e l'ergastolo di fronte all'errore giudiziario,* Roma, 1900;

2°, dal Socio Manno: alcuni opuscoli di argomento filosofico del prof. Michelangelo Billia;

3°, dal Socio Ferrero: l'opuscolo di G. Bargilli, *Giovanni Francesco Fiammelli e i suoi quesiti militari,* Roma, Voghera, 1900.

Il Socio Cipolla presenta per gli *Atti*, ove sono inserite, queste due note:

1°: Giuseppe Calligaris, *Sul significato della parola " romanus " in Paolo Diacono*;

2°: Arturo Segre, *Lodovico Sforza duca di Milano e l'assunzione al trono sabaudo di Filippo II il Senzaterra.*

In adunanza privata fu eletta la Commissione per il premio di Storia di fondazione Gautieri, che sarà conferito nel 1901. La Commissione riuscì composta dei Soci Cipolla, Ferrero e Savio.

LETTURE

Sul significato della parola romanus *in Paolo diacono.*

Nota di GIUSEPPE CALLIGARIS.

Come è noto, P. d. inizia il suo principale *corpus historicum* colla *historia romana* cioè col racconto di Eutropio da lui ampliato, a cui fa seguire la continuazione propria movendo da Valentiniano Augusto, da un periodo in cui era forte ancora e potente il mondo romano, e costituito sulle sue antiche basi, e giungendo fino ai tempi di Giustiniano quando, presso quello che era stato l'*occidentale regnum*, in terre una volta romane, si erano già stabilite numerose popolazioni germaniche.

Di una popolazione germanica, della *gens Langobardorum* che si stanziò in Italia quando, dopo Giustiniano, mani più deboli ressero le sorti del *regnum Romanorum*, egli nella *h. l.* narrò le gesta e pur comprendendo col suo sguardo un cerchio più ampio che non paresse richiedere il titolo del lavoro, ne espose le vicende prima che entrasse nelle terre romane italiane, e dopo che fu stanziata in una parte d'Italia strappata all'impero invano riluttante (1).

In questo agitarsi ed urtarsi di popoli, in questo conflitto del mondo romano colla barbarie germanica, che significato ha la parola *romanus* che P. adopera così spesso? Ebbe P. il concetto del permanere ideale della *Romania*, che tante invasioni avevano lacerata, in maniera che i vinti, anche nelle terre occupate dagli invasori, continuassero per lui ad essere *romani*, cioè, idealmente, sudditi dell'impero, separati momentaneamente

(1) Sulle relazioni fra la *h. r.* e la *h. l.* cfr. le osservazioni del Tamassia nell'orazione inaugurale del Congresso tenuto in Cividale nei giorni 3, 4, 5 settembre 1899 per l'XI centenario di P. d. in " Atti e Memorie „ del Congresso stesso. Cividale, Fulvio, 1900, p. 27.

da quello, colla violenza, ma a quello uniti di spirito, o, per lui, cessava la Romania là dove sorgevano regni barbarici, sicchè ai vinti più non convenisse il nome glorioso che prima li comprendeva? O, cessata la dominazione dell'impero, continuò, almeno, a vedere nei vinti i rappresentanti e gli eredi di un passato di civiltà e di gloria, i componenti la Romania morale che tutti li raccogliesse ad unità? ebbe ciò il senso della *romanità* dei vinti, soggiogati dalla forza barbarica? O Paolo distingue fra occupazione ed occupazione, fra luoghi e luoghi e mentre pare in certi casi dimentichi la romanità dei vinti, in certi altri casi la ricorda?

Se noi ci proponessimo di risolvere simili quesiti rispetto a più secoli e a scrittori diversi, la risposta varierebbe da secolo a secolo e da scrittore a scrittore: sebbene noi ci riferiamo solo a Paolo, ci troviamo però di fronte a difficoltà non leggere, specialmente per il modo in cui Paolo usa delle sue fonti, che suole riprodurre per lo più testualmente. Credo però che si possa egualmente rintracciare il pensiero di Paolo dal confronto dei vari passi che importano per le nostre ricerche, dai luoghi che spettano sicuramente a Paolo, dalle parole, dalle osservazioni che egli va intercalando nei varî brani che raccoglie, dallo spirito generale che anima le sue pagine.

Per questa via si potrà forse arrivare a scoprire se P. abbia a questo proposito, e fino a che punto, un concetto chiaro e determinato e come lo applichi nel suo racconto.

***

Nella *h. r.* noi troviamo ancora in tutto il suo splendore quell'impero che è romano, come romani sono l'imperatore o gli imperatori che " divisis tantum sedibus „ reggono l'impero comune *che è uno*: romani sono l'esercito, l'amministrazione, il territorio. Molti sono i popoli soggetti all'impero, e ciascuno abita nelle regioni proprie, distinte coi proprii nomi, ma, posti sotto l'impero, costituiscono il mondo romano, la *Romania*, la qual parola P. leggeva in Orosio, ma non ripeteva (1). Senza insi-

(1) Pauli Orosii, *Adversus paganos historiarum libri VII.* Lugduni Batavorum, apud Gerardum Potuliet, 1738, lib. VII, c. 43, p. 584-5. Si parla di

stere su questo concetto, così evidente, senza insistere sul significato delle prime aggressioni barbariche in terre romane (che Paolo ricorda, ma con parole non sue) (1), le quali non distruggono la *Romania* che persiste finchè l'autorità dell'impero non si sia ritirata del tutto dalle terre invase (2), preferisco

---

Ataulfo che " Gothorum populis... rex praeerat... „ il quale... " militare fideliter Honorio imperatori, ac pro defendenda Romana repubblica impendere vires Gothorum praeoptavit „. Dapprima però aveva avuto altri disegni: " ut, obliterato Romano nomine, Romanum omne solum, Gothorum imperium et faceret et vocaret: essetque, ut vulgariter loquar, *Gothia* quod *Romania* fuisset; fieretque nunc Ataulphus, quod quondam Caesar Augustus „. Visto però impossibile il suo piano, aveva voluto almeno " ut gloriam sibi de restituendo in integrum, augendoque Romano nomine, Gothorum viribus quaereret, habereturque apud posteros Romanae restitutionis auctor, postquam esse non potuerat immutator „.

(1) Sulle fonti di P. in *h. r.*, XI, XII e XIII (i primi due capitoli), cfr. nell'ediz. Droysen (in *M. G. H.*, *auct. antiquiss.*, II) la prefaz. a p. xli.

(2) Paolo Orosio (lib. VII, c. 40) ci descrive nella sua prosa bella e fluente le desolazioni che avevano apportate nella Gallia le molte popolazioni Germaniche che l'avevano invasa: " excitatae per Stiliconem gentes Alanorum.... Suevorum, Vandalorum, multaeque cum his aliae... Rhenum transeunt, Gallias invadunt, directoque impetu Pyrenaeum usque perveniunt: cuius obice ad tempus repulsae; per circumjacentes provincias refunduntur. His per Gallias bacchantibus... „ sorgono, l'un dopo l'altro, due usurpatori nella Britannia (*tiranni*, come li chiama Orosio) il secondo dei quali Costantino, passa in Gallia " saepe a barbaris incertis foederibus illusus „ e manda giudici nella Spagna, che sono accolti da quelle provincie, meno da due giovani, Didimo e Veriniano, disposti a resistere al tiranno. Questi allora invia nella Spagna il proprio figlio Costante fatto Cesare da monaco, " cum barbaris quibusdam „. A questi barbari dopo la vittoria, è affidata la difesa dei Pirenei, " remota rusticanorum fideli et utili custodia „ sì che " cunctas gentes, quae per Gallias vagabantur, Hispaniarum provinciis immittunt „. Questa divisione pare alleggerire il peso del giogo barbarico sui miseri abitanti della Gallia e della Spagna: " ... barbari, exsecrati gladios suos, ad aratra conversi sunt, residuosque *Romanos* ut socios modo et amicos fovent, ut inveniantur iam inter eos (cioè i barbari) quidam *Romani* qui malint inter barbaros pauperem libertatem, quam inter *Romanos* tributariam sollecitudinem sustinere „ (c. 41, p. 579).

Paolo (*h. r.*, XII, 17) mal riassume tutto questo passo per riportare poi testualmente una parte delle ultime parole riferite: dalle quali vediamo il nome *romano* adoperato per indicare i sudditi dell'impero in Gallia e in Ispagna, per contrapporli alla ferocia germanica, in quelle terre dove già incrudelisce, senza che si sia ritirata l'autorità romana.

far notare altro concetto che pur risulta evidente dalle pagine di P., che egli però aveva desunto dalle sue fonti, mutuandone persin le parole. Le terre da cui si ritirano le armi e l'autorità romana, cessano di far parte della Romania, che appare quindi avere in primo luogo e sopratutto un significato politico, e indicare le terre su cui si stendeva l'autorità politica dell'impero, piuttosto che non lo spirito e la civiltà di Roma.

Quando le armi romane si allontanarono dalla Britannia (1), " Britanni (2) Scottorum Pictorumque infestationem non ferentes, Romam mittunt ac sui subiectione promissa, contra hostes auxilia flagitant „. Una legione di soldati, mandata colà, respinge i nemici, " sed mox ut discessere Romani, advecti iterum navibus hostes, obvia quaeque sibi conculcant. . . . rursumque advolant Romani caesumque hostem trans maria fugant... (*h. r.* XIII, 5). Rinnovatesi più tardi le incursioni, i Britanni rinnovano le loro suppliche ad Ezio, a cui mandano " epistulam lacrimis aerumnisque refertam „. Ezio non può accoglierne le domande perchè distratto da altre cure e allora " quidam Britannorum strenue resistentes hostes abigunt, quidam vero coacti hostibus subiciuntur. Deinde subactam Picti extremam eiusdem insulae partem eam sibi habitationem fecere, *nec ultra exinde hactenus valuerunt expelli. At vero residui Brittanorum, dum continue Scottorum impetus formidarent, ultra iam de Romanorum praesidio diffidentes* Anglorum gentem cum suo rege Vertigerno ad defensionem suae patriae invitavere „ (*h. r.* XIII, 17). Le parole distinte dal corsivo son di Paolo, e ne svelano il pensiero, che corrisponde perfettamente a quello che è svolto nella fonte cui attinge cioè in Beda: concetto reso più chiaro ancora da quanto si legge poco dopo: " Ambrosius Aurelianus, qui solus forte Romanae gentis Saxonum caedi superfuerat, purpuram induit, victoresque Saxones saepe Brittonum ducens exercitum superavit, atque ex eo tempore nunc hi, nunc illi palmam habuerunt, donec Saxones potentiores effecti tota per longum insula potirentur „ (*h. r.* XV, 19, cfr., per questo passo, Droysen, in *praef.* cit., p. L).

---

(1) Beda, *Hist. Gentis Angl.*, c. XI, ne parla: " ex quo tempore Romani in Britannia regnare cesserunt „ (Bedae *Opera*, III, 8 ed. Coloniae Agrippinae, 1612).

(2) La fonte è Bedâ (*loc. cit.*, c. XII).

I brani ora letti non han bisogno di spiegazione: è evidente la distinzione fra Britanni e Romani. Il nome di Romano qui spetta solo all'antica autorità politica dominante sull'isola, cioè all'impero, che mandava le sue legioni, i suoi funzionari, da uno dei quali discendeva quell' Ambrogio Aureliano, che forse solo superstite " romanae gentis „ aveva condotto ancora una volta i Britanni alla vittoria.

***

Più fecondo per noi di risultati può essere l'esame di quei passi in cui P. ci narra lo stanziarsi delle prime popolazioni germaniche in Italia, nel cuore cioè del romanesimo.

Accennato a quel che era avvenuto nel mondo romano in oriente e in occidente fino ad Augustolo, tenendo conto sopratutto delle lotte fra gli imperatori, nelle quali ebbe non poca parte l'Italia, contrappone quel che avveniva *apud Romanos* a ciò che fuor delle terre romane andava preparando Odoacre a danno d'Italia (1). " (*h. r.* XV, 8) Haec dum apud Romanos geruntur, Odovacer cum fortissima Herulorum multitudine, fretus insuper Turcilingorum sive Scirorum auxiliis Italiam . . . properare contendit „. . . . " Apud Liguriae terminos „ (XV, 9) gli si fa incontro Oreste patrizio, ma invano: " per universas idem barbari urbes diffusi, cunctam sine aliqua tarditate Italiam iuri proprio subdidere, multasque tunc civitates parantes resistere extinctis habitatoribus ad solum usque deiecere „. Animato da sì prosperi successi (XV, 10), Odoacre " statim regiam arripuit dignitatem „ ed Augustolo " cernens universam Italiam Odovacris viribus subdi, inopinabili metu perterritus, sponte miserabilis purpuram abiciens . . . imperialem deposuit maiestatem „. L'aggressione di Odoacre sarebbe dunque vera e propria invasione, uno strappare l'Italia all'impero in Occidente a cui restava sol più l'Italia, un sostituire l'autorità di un barbaro all'autorità romana, sicchè ad Augustolo, perduto il dominio, nulla rimaneva possibile che l'abdicazione: " ita Romanorum *apud Romam*

---

(1) Non entro nella questione delle fonti, così ardua per i libri XIV, XV, XVI della *h. r.* (cfr. Droysen, *loc. cit.*, p. L e sgg.): ricorderò solo le concordanze in molti punti con Jordanes, rispetto a questo racconto (cfr. *h. r.* in *loc. cit.* nell'ediz. Droysen).

imperium toto terrarum orbe venerabile, et Augustalis illa sublimitas, quae ab Augusto quondam Octaviano coepta est, cum hoc Augustolo periit „ (1). Perisce però solo " apud Romam „, ma prosegue nell'imperatore risiedente a Costantinopoli, oramai unico erede del potere imperiale romano.

La Signoria di Odoacre, sostituitasi in Italia all' autorità dell'impero, è pur brevemente ricordata in *h. l.* 1, 19 a proposito delle lotte che Odoacre stesso ebbe a sostenere contro i Rugi, anzi in quel luogo si ricordano le varie genti che obbedivano all'autorità di lui: i Turcilingi, gli Eruli, una parte dei Rugi, e accanto a questi, i *populi* d'Italia: " adunatis igitur Odoacer gentibus quae eius dicioni parebant, id est Turcilingis et Herolis Rugorumque partem quos iam dudum possidebat, nec non etiam Italiae populis, venit in Rugiland, pugnavitque cum Rugis „. Ecco gli *Italiae populi* distinti dai *Romani* ora che sono sottoposti all'autorità di un barbaro: eppure l'impero dei Romani continuava in Costantinopoli, nè erano caduti mai i diritti dell'impero sulle terre che una volta aveva occupate, e tanto meno sull'Italia. Teodorico aveva quindi data una base legittima alla sua conquista chiedendo a Zenone imperatore " Italiam sibi dari „ (*h. r.* XV, 14), ma potè solo occuparla dopo aspra lotta coll'invasore di prima. All'Isonzo Odoacre gli era venuto incontro " cum grandi suorum exercitu totisque ... Italiae viribus „, frase che risponde a quel che abbiam letto nella *h. l.*, dei *populi Italiae* chiamati a combattere contro i Rugi, ma all'Isonzo e a Verona Odoacre era stato battuto, e Teodorico aveva potuto avanzarsi vittorioso fino a Milano. Tosto accorrono a lui " magna ... multitudo militum, pluresque Italiae populi „ (*h. r.* XV, 16). Ma quelle dedizioni non furono tutte sincere perchè, " paucis interiectis diebus, rursus dediticius exercitus, Tuffa quodam nomine instigante, Odovacris se partibus reddidit „. I *milites* di cui P. parla, sono probabilmente i barbari di Odoacre: ma la frase è insolita nel nostro scrittore, per cui *miles*

(1) Di questa mutazione così leggiamo in Jord., *Get.*, 46: " (Odoacer) Augustulum... de regno pulsum... exilii poena damnavit; sic quoque *Hesperium Romanae gentis imperium*... cum hoc Augustolo periit... Gothorum dehinc regibus Romam Italiamque tenentibus; interea Odoacer rex gentium omnem Italiam subiugatam... obtinuit „.

ha, nelle Storie, il senso proprio e determinato di soldato dell'impero, e non si riferisce mai a forze germaniche. Paolo era forse indotto a insistere in questo senso dal significato che *miles* e *militia* avevano ai suoi giorni nelle terre imperiali: qui può aver deviato dalla sua abitudine per qualche frase che forse leggeva in alcune delle sue fonti (1).

La morte di Odoacre fè Teodorico solo padrone d' Italia. " Theodoricus, extincto apud Ravennam Odovacre, totius Italiae adeptus est ditionem „ la quale pareva così cessar definitivamente di far parte dell' impero (2). Ma non cessavano i diritti dell'impero su alcuna delle terre che un giorno ad esso avevan obbedito. Quando Giustiniano, (*h. r.* XVI, 11) " Romanorum principum nonus ac quadragesimus, Augustalem adeptus est principatum „ e " ad reparandum rei publicae statum animum intendit „, assalì, colla spada di Belisario, non solo nemici posti fuori degli antichi confini Romani, come i Persiani, che, " transgressis Romanorum terminis, eorum regiones graviter populabantur „ ma si volse pur contro quelli che s'erano stanziati in terre già romane, per cacciarli, e riaver quelle terre.

Cominciò dai Vandali, " qui iam multis labentibus annis „ possedevano l'Africa: li vinse e li cacciò; e persin Cartagine " post annum suae excisionis nonagesimum sextum, *recepta est* „ (*h. r.* XVI, 14): frase che P. mutuava da Beda (3). Anche all'Italia rivolse il suo sguardo Giustiniano, e, approfittando dei torbidi che agitavano i Goti, mandò Belisario contro il re Teodato " ut . . . etiam Italiam a Gothorum . . . servitio liberaret „ (*h. r.*

---

(1) Cfr. An. Vales., 51: " et perambulavit Theodericus patricius Mediolanum et tradiderunt se illi maxima pars exercitus Odoacris nec non et Tufa *magister militum*, quem ordinaverat Odoacer cum optimatibus suis... „.

(2) Si confrontino le frasi con cui cominciano nella *h. r.*, XV, i due capi 8 e 19. Nel primo leggiamo: " haec dum apud Romanos geruntur „, con cui si accenna a contese fra imperatori, e a fatti che si svolsero pure in Italia, che allora faceva parte del mondo romano. Nel c. 19 invece accennandosi all'Italia che lo stanziarsi di Teodorico aveva vie più staccata dall'impero, P. scrive: " haec dum apud Italiam geruntur „, giacchè i *populi Italiae* non son più sotto l'impero dei romani, ma sotto la spada di un barbaro, che anzi minaccia uccidere " universos Italiae populos „ (*h. r.*, XVI, 8) se Giustino imperatore " in Orientis partibus „ prosegue a combattere l'eresia ariana.

(3) *De sex aetatibus mundi* (ediz. cit., t. II, 115).

XVI, 15). Si combattè aspramente coi Goti, e gli indigeni d'Italia, ricordati accanto ai Goti, soffrirono assai nell'infuriare della lotta. A Napoli, nella sua prima spedizione, Belisario infierì " non solum in Gothos, qui ibi morabantur, sed etiam in cives „ (*h. r.*, XVI, 16). Solo Narsete liberò l'Italia " Italiam ad rei publicae iura reduxit „ (XVI, 23), cioè sottomise all'impero la popolazione che prima serviva ai Goti (cfr. *h. l.* II, 5). Assai più brevemente P. dirà nella *h. l.* 1, 25: " hac tempestate Iustinianus augustus Romanum imperium felici sorte regebat...; per Belisarium patricium... Africam... totam post annos nonaginta et sex *Romano imperio restituit*... „ e pur brevemente ricorderà le vittorie di Belisario sui Goti, per fermarsi più a lungo su quella di Narsete, ottenuta in parte coll'aiuto dei Langobardi, che erano stati, nel loro soggiorno in Pannonia, " Romanae reipublicae adversum aemulos adiutores „ (*h. l.* II, 1). Nella guerra gotica, a richiesta di Narsete, Alboino aveva infatti mandato in Italia " electam e suis manum qui Romanis (all'esercito imperiale) adversum Getas suffragium ferrent „. " Qui per maris Adriatici sinum in Italiam transvecti, sociati Romanis pugnam inierunt cum Gothis „ (*h. l.* II, 1).

Dai passi riferiti, che potrebbero aumentarsi ancora, noi vediamo che per P. la Romania risponde all'impero, cioè al territorio su cui domina l' imperatore col suo governo, colle sue legioni, colle sue leggi (1), al corpo politico romano col suo capo (2) alla *romanità* dà un significato essenzialmente politico: della *romanità morale* che permane nei vinti, anche ridotti sotto forza barbarica, non si occupa, sebbene vinti e vincitori, abitanti nelle stesse terre, siano ben distinti nella mente di lui.

Di fronte alla Romania, armati contro essa, son molti barbari che fanno spesso scorrerie nelle terre romane, che strappano ai Romani i possessi. Tra questi nemici v'è quel complesso di *gentes*, comprese un dì nella popolosa *Germania*, descrittaci

---

(1) Quindi la frase che riguarda l'opera legislativa di Giustiniano, il quale " leges... Romanorum, quarum prolixitas nimia erat et inutilis dissonantia, mirabili brevitate correxit „ (*h. l.* 1, 25).

(2) Romani saran dunque in senso largo tutti i sudditi dell'impero; in senso più ristretto *romano* si dirà il governo, romane le legioni e le leggi.

da P. con sì vivi colori (1). " Multae . . . ex ea (Germania) saepe gentes egressae sunt „ le quali " partes Asiae, sed maxime sibi contiguam Europam adflixerunt. Testantur hoc ubique urbes erutae per totam Illyricum Galliamque, sed maxime miserae Italiae, quae pene omnium illarum est gentium experta saevitiam. Gothi siquidem Wandalique, Rugi, Heroli atque Turcilingi, nec non etiam et aliae feroces et barbaricae nationes e Germania prodierunt „ (*h. l.* 1, 1).

E questo contrasto fra *Romani* e *Germani* ricorre spesso nelle pagine di Paolo: Wodan o Godan, il quale " ab universis Germaniae gentibus ut deus adoratur, ipse est qui Mercurius apud Romanos „ (*h. l.* 1, 9); i sette che dormono misteriosamente da tant'anni nella caverna, " in extremis . . . Germaniae finibus „ " quantum ad habitum spectat, Romani esse cernuntur „ (*h. l.* 1, 4).

Così P. contrappone alla *lingua barbarica* che parlavano i Germani, la lingua ufficiale dell'impero, la latina, e quella che nella sede orientale dell'impero aveva finito per imporsi, la greca (2). Questo contrasto ci appare ancora nelle notizie che P. ci dà sulla pestilenza terribile che aveva colpita l'Italia appena liberata dai Goti ed aveva infierito " in provincia prae-

---

(1) *Germania* ha per P. un significato territoriale e indica una regione particolare dell'Europa, entro confini determinati, abitata da popoli che, sebbene possano essere in lotta fra loro, han vincoli particolari che li collegano. La Romania è il territorio dipendente dall'impero, abitato da popoli vari, legati nella comune sudditanza, che dà loro il nome di Romani.

(2) P. ricorda chiaramente questo imporsi dell'elemento greco sull'impero che era pur sempre romano, e ciò specialmente per tempi a lui più vicini; mentre l'impero e le istituzioni son sempre romane, son greci invece gli uomini che formano l'esercito romano, i funzionari, lo stesso imperatore. La frase che P. adopera in *h. l.* II, 5 cioè *servire grecis* equivale a *servire imperio*. Sessualdo, che cadde così eroicamente sotto le mura di Benevento, era stato " a Grecis captus „ e " imperatori delatus (*h. l.* V, 7). Nel combattimento di Forino fra i soldati dell'impero e i Langobardi, un Langobardo " qui regium contum ferre erat solitus, quendam Greculum eodem contulo utrisque manibus fortiter percutiens, de sella super quam equitabat sustulit eumque in aera super caput suum levavit. Quod cernens Grecorum exercitus . . . immenso pavore perterritus, in fugam convertitur „ (*h. l.* V, 10). Le crudeltà fatte coll'imperatore romano Costante contro i *Romani* (sudditi dell'impero) eran dovute agli ordini imperiali e alla *Grecorum avaricia*, la qual frase P. aggiungeva alla sua fonte, cioè al *liber pontificalis* (*h. l.* V, 11).

cipue Liguriae „ (*h. l.* II, 4). Mario Aventicense (*M. G. H., Auct. Antiquiss.* XI, 2, Chron. Minora, p. 238, a. 570: an. IIII cons. Iustini iun. Aug. ind. III) aveva detto semplicemente: " hoc anno morbus validus cum profluvio ventris et variola Italiam Galliamque valde afflixit et animalia bubula per loca supra scripta maxime interierunt „.

P.,con animo di artista, ci presenta una splendida descrizione del flagello, ma ne circoscrive i limiti con queste parole: " *haec quidem mala intra Italiam tantum* usque ad fines gentium Alamannorum et Baioariorum *solis Romanis* acciderunt „ (*h. l.* II, 4), volendo significare che questi mali, risparmiati i Germani, avevano colpito solo i sudditi dell'impero, i Romani, e precisamente quelli che erano " intra Italiam „.

Ma ben presto i Romani d'Italia furono minacciati da male più grave: una parte d'Italia, e i sudditi dell'impero che l'abitavano, furono strappati all'impero, e violentemente sottomessi dai Langobardi. Narsete sarebbe stato, secondo P. e le sue fonti, colui che li avrebbe invitati " ut paupertina Pannoniae rura desererent et ad Italiam . . . possidendam venirent „ (*h. l.* II, 5): al suo invito la *gens* intera si avviava verso la nuova sede " cum uxoribus et natis omnique suppellectili „ (*h. l.* II, 7) e con loro i Sassoni, che vennero in numero di " plus quam viginti milia virorum cum uxoribus simul et parvulis „ (II, 6). È tutto un popolo che viene ad occupare violentemente una terra romana, dove si fisserà.

Entrato nella provincia della Venezia o più precisamente, " in civitatis vel potius castri Foroiulani terminos „ Alboino stabilisce " Gisulfum . . . suum nepotem . . . Foroiulanae civitati et totae illius regioni praeficere „ (*h. l.* II, 9) e la sua autorità si stenderà sui Langobardi che egli si scelse e trattenne nelle terre toccategli, e sugli antichi abitatori, rimasti soggetti agli invasori, e che prima dell'invasione eran sudditi dell'impero o *romani.*

Intanto Alboino si avanzava e " *eiectis militibus*, invasit omnia usque ad Tusciam praeter Romam et Ravennam vel aliqua castra . . . in maris litore constituta „ (II, 26). Come dicemmo, la parola *miles* ha in P. d. e specialmente nelle storie, un significato preciso: accenna a *soldati* nel senso romano, o imperiale, cioè quali poteva averli l'impero, non accenna a forze germaniche, per le quali adopera però la parola *exercitus.*

L'occupazione langobarda è abbastanza facile: " nec erat tunc virtus *Romanis* ut resistere possint, quia et pestilentia quae sub Narsete facta est plurimos in Liguria et Venetiis extincxerat, et post annum, quem diximus fuisse ubertatis, fames nimia ingruens, universam Italiam devastabat ".

Sotto il nome di *Romani* sono indicati qui, in opposizione ai Langobardi, gli abitanti dell'Italia considerati forse ancora come sudditi dell'impero: l'accenno alla pestilenza ed alla fame ne tolgono ogni dubbio: i *milites* erano stati scacciati, gli *abitanti del paese* non avevan potuto far resistenza perchè decimati dalla pestilenza e indeboliti dalla fame: e a loro ben s'addice il nome di *Romani* perchè resistono ancora o cercano resistere ai Langobardi, non sono ancora loro soggetti. Forse altra ragione ancora, come vedremo, spingeva P. a dar questo nome ai popoli d'Italia, a chiamarli ancora *Romani* quando politicamente cessavano di esserlo. In altri luoghi che incontreremo più avanti nella *h. l.* (II, 31, 32; V, 37), parrebbe che P. conceda ancora il nome di *Romani* ad abitanti d' Italia soggetti ai Langobardi, dopo che questi si furono stabiliti nella penisola. Su quei passi ritorneremo a suo tempo, per studiarne il valore.

***

Quando i Langobardi si furono stanziati in Italia colla violenza e colla conquista, l'Italia rimase di fatto come divisa in due parti, ciascuna costituita sotto autorità speciale: una *pars Romanorum*, comprendente quanto spettava ancora all'impero, ed una *pars Langobardorum* che abbracciava quanto i Langobardi avevano tolto all'impero. I confini delle due parti sono tutt'altro che ben determinati e precisi, anzi si intrecciano in modo così aggrovigliato, che ogni momento può sorgere nuova causa di urti e di conflitti. I Langobardi (che, secondo P., sarebbero venuti in Italia col concetto preciso di occuparla) penetrarono ovunque fu loro possibile, si arrestarono solo davanti agli ostacoli che per loro furono insormontabili. L'impero invece e i *romani* li considerarono dapprima come predoni, e videro la loro impresa come una scorreria. Questa però ben tosto si mutò in

conquista stabile di parte d'Italia, e l'impero dovette se non esplicitamente, almeno col fatto, riconoscere il nuovo stato di cose e far pace, sin dai tempi di Agilulfo, coi suoi vincitori. Ma furon paci fittizie, non durature, chè i due avversari i Langobardi e l'impero stavan sempre colle armi alla mano, pronti a combattersi.

E le due *parti*, se non precisamente così come nella mente di Paolo, dovettero assai presto trovarsi come legalmente costituite l'una di fronte all'altra (1). Paolo ce le presenta, come è naturale, fin dai primi tempi della conquista e quando ci nomina una *pars Romanorum* ed una *pars Langobardorum* egli intende parlare delle due potenze, delle due forze, stabilite l'una contro l'altra.

Il famoso Droctulf, forse quello che Gregorio M. dirà: " de hostibus ad rempublicam venientem „ (2) " a Langobardis confugerat, seque *partibus imperatoris tradens, sociatus militibus* Langobardorum exercitui fortiter resistebat „ (in Brescello) (*h. l.*, III, 18). Agilulfo aveva posto l'assedio a Perusium, dove s'era ricoverato il duca Langobardo Maurisione " qui se Romanorum partibus tradiderat „ (*h. l.*, IV, 8).

Di fronte alla romana è la *pars Langobardorum*. Sin dai tempi di Agilulfo, " partibus Langobardorum se tradidit castrum quod Vulturina vocatur; milites vero (i soldati dell'impero che presidiavano il *castrum*), Brexillum oppidum igni cremantes, fugierunt „ (*h. l.*, IV, 28).

Nella *pars Langobardorum*, che pure forma un tutto unito, P. distingue vari centri d'attività particolare, fra cui considera come principali Forumiulii, Spoleto, Benevento, e ci parla di

---

(1) Non mi pare definitiva nè superiore ad ogni obbiezione, sebbene degna di essere meditata, l'affermazione del Hartmann che dal 680 c. dati la legale partizione d'Italia fra l'impero e i Langobardi (v. Hartmann, *L'Italia e l'impero di Occidente fino ai tempi di P. d.*, in " Atti e Memorie del Congresso storico tenuto in Cividale nei giorni 3, 4, 5 sett. 1899 „ (XI centenario di P. d.). Cividale, Fulvio, 1900, p. 152; e, dello stesso autore, *Geschichte Italiens im M. A.* II, 1, dal titolo significativo: *Römer und Langobarden bis zur Theilung Italiens*. Leipzig, Wigand, 1900, pp. 270 sgg.

(2) Il Bethmann credette che il D. ricordato qui da P. sia quello che Gregorio M. ricorda in IX, 9 (ediz. Ewald-Hartmann); Hartmann (in nota a IX, 9 di Greg. Magno) lo nega.

langobardi Friulani, Spoletini, Beneventani, Tusci, ai quali ha dato il nome la città o il territorio in cui risiedono.

È noto che talora P. sostituisce *Samniti* a *Beneventani* (*h. l.*, IV, 44 e IV, 46) col qual vocabolo non vuol indicare altro che i Langobardi abitanti nel Beneventano ai quali attribuiva l'antico e classico nome degli indigeni del paese, nel modo stesso che chiamerà col nome di *hispani* i Visigoti di Spagna (1).

Non è mio proposito cercare quali siano state le relazioni di questi vari centri con il *rex* e tanto meno come queste relazioni si siano andate svolgendo, e neppure se tutti i ducati rappresentassero veri e proprii centri di attività particolare, o solo alcuni fra essi, forse i più importanti, forse quelli posti al confine, e più lontani dal centro del regno. Dalle parole di P. risulta che il primato regio, esteso a tutto il *regnum*, nulla toglieva a quei centri principali della loro libertà d'azione, quando specialmente si trattava di combattere nemici che fossero fuori della *pars Langobardorum*.

Come i Langobardi friulani son quasi sempre da soli in lotta cogli Slavi, così i Langobardi Beneventani o Spoletini sono più spesso in lotta coi Romani (2). I Langobardi di questi vari centri formano un particolare *exercitus*; il re solo può muovere " cum omni Langobardorum exercitu „ (*h. l.*, VI, 54).

Nelle terre langobarde convivono due popolazioni; il popolo germanico organizzato in società, e i vinti: ci interesserà vedere come P. denomini questi ultimi. Per ora volgiamoci alla *pars romanorum*.

---

(1) Parlando di Alboino P. aveva detto che questo re aveva regnato *in Italia* (*h. l.* II, 28) e a ragione, chè Alboino era re di un popolo non di un paese. — P. stesso chiamerà però Desiderio *Ausonius rex*, o indicherà col nome di *gentes ausonias* i Langobardi vinti da Carlo Magno. Sono espressioni che P. adopera nei carmi, dove non vi può essere sempre quella esattezza rigorosa di espressione che meglio conviene alla prosa, tuttavia mi paiono degne di attenzione.

(2) Ricordiamo una frase degna di nota in *h. l.* VI, I: " dum ista *aput Langobardos trans Padum* geruntur (e si riferisce a quanto vien narrato nel 5° libro sul regno di Pertarido e Cuniberto, e sulla ribellione di Alahis) Romualdus Beneventanorum dux congregata exercitus multitudine, Tarentum expugnavit „ e Brindisi, e soggiogò al suo dominio " omnem illam quae in circuito est latissimam regionem „.

Anche qui distinguiamo vari centri, con particolari milizie. P. ci parla di Venetici (milites) (*h. l.*, VI, 54); di *milites Ravennates* (*h. l.* III, 19; VI, 11; VI, 49); Rosmunda potè sperare di divenir *domina Ravennatium* (*h. l.*, II, 29), e Rotari combattè " cum Ravennantibus romanis „ (*h. l.*, IV, 45).

Invece in *h. l.*, VI, 54 si descrive lo sforzo generale dei Romani d'Italia contro i Langobardi: " Romani, elatione solita turgidi, congregati *universaliter*, habentes in capite Agathonem Perusinorum ducem, venerunt ut Bononiam comprehenderent „; nel qual periodo è certo che colla parola *Romani* si indicano le milizie delle varie regioni soggette all'impero in Italia, riunite sotto il loro capo.

La parola *Romano*, anche nella *h. l.*, ha, in primo luogo, il senso già da noi esposto; indica cioè il mondo dell'impero romano, riunito sotto il suo capo che è l'imperatore, colle sue terre e i suoi sudditi (1).

Spesso però questo concetto sì ampio pare chiudersi in limiti più angusti e restringersi ad indicar solo l'autorità dell'impero la quale era presente in Italia e con essa il mondo che potremo dire romano-italiano. Fra questa autorità incaricata di combattere gli invasori, e i Langobardi vi furono lunghe lotte finchè Agilulfo diè inizio a nuove relazioni facendo pace " cum... viro sanctissimo papa Gregorio atque Romanis „ (*h. l.*, IV, 8). La pace fu rotta da una improvvisa offesa dei *romani*: " capta est filia regis Agilulfi cum viro suo Gudescalco nomine de civitate Parmensi, ab exercitu Gallicini patricii et ad urbem Ravennatium sunt deducti „ (*h. l.*, IV, 26). Sorse quindi nuova discordia " Langobardis cum Romanis propter captivitatem filiae regis „ ed Agilulfo uscito di Milano, volse le sue armi contro Cremona e Mantova e le espugnò " dans veniam *militibus* qui in ea erant revertendi Ravennam..... Tunc etiam partibus Langobardorum se tradidit castrum quod Vulturina vocatur.... „. Allora solo " reddita est filia regis a Smaracdo

(1) In questo senso, la parola *romano* ricorre in *h. l.* IV, 36: " Focas... *Romanorum regnum invadens*, per octo annorum curricula principatus est... Persae... adversus rempublicam gravissima bella gerentes, multas *Romanorum* provincias et ipsam Hierusolimam auferunt „. Il qual ultimo periodo è tratto da Beda, ma si accorda ottimamente con tutto il pensiero paolino (Bedae, *De sex aetatibus mundi*, ediz. cit., II, 115).

patricio, cum viro ac filiis ac rebus cunctis; factaque est pax... „ o, a dir meglio, una tregna fino all'aprile (*h. l.*, IV, 28) rinnovata poi nel novembre (*h. l.*, IV, 32) " mense Novembris rex Agilulf pacem fecit cum Smaracdo patricio in annum unum, accipiens a Romanis duodecim milia solidorum „. Ad onta però di tutte le tregue, i due campi stavano sempre pronti alle offese. Arichi, duca di Benevento, aveva mandato a Rotari re il suo figlio Aione: " qui cum Ravennam venisset, Ticinum pergens, ibi ei Romanorum malitia talis potio data est, quae eum mente excedere faceret „ (*h. l.*, IV, 42).

Rotari riprende la guerra di conquista, invade le " Romanorum civitates ab urbe Tusciae Lunensi universas quae in litore maris sitae sunt, usque ad Francorum fines... „ (*h. l.*, IV, 45) e in particolare combattè coi " Ravennantibus Romanis „ " ad fluvium Aemeliae quod Scultenna dicitur „ e in quella battaglia " a parte Romanorum, reliquis terga dantibus, octo milia ceciderunt „ (1).

Continuarono le lotte Grimoaldo e Liutprando: Grimoaldo distrusse per vendetta " Forumpopuli Romanorum civitatem, cuius cives eidem quaedam intulerant Beneventum proficiscenti „: " Quadragesimorum tempore per Alpem Bardonis Tusciam ingressus, *nescientibus omnino Romanis* „, nel sabato prima di Pasqua, nell'ora " qua baptismum fiebat „ si era gettato sulla città, e aveva fatta tale strage " ut etiam diaconos ipsos, qui infantulos baptizabant, in ipso sacro fonte perimeret „ (*h. l.*, V, 27) (2). Assai più importante sarà l'opera di Liutprando, che P. sintetizza ricordando che egli " multa contra *Romanos* bella gessit in quibus semper victor extitit „ (*h. l.*, VI, 54).

Ma oltre alle guerre che fanno i re, vi son pur quelle che combattono i duchi: Gisulfo " ductor Beneventanorum „ occupa

(1) La fonte è l'*Origo* (n. 6), ma l'accenno espresso ai Romani di Ravenna è aggiunto da P.

(2) L'ing. Emilio Rosetti, in *Forlimpopoli e dintorni*, 2ª ediz. Milano, Capriolo e Massimino, 1900, p. 11, riferisce nel testo il racconto di Paolo, e in nota spiega che Grimoaldo venendo da Pavia, giunto a Piacenza " invece di seguire per l'Emilia, cosa che avrebbe potuto mettere in sospetto l'Esarca, se ne passò in Toscana per l'*Alpe di Bardone*, situata fra Parma e Lucca. Indi proseguì per Arezzo, di dove penetrò all'improvviso in Romagna senza dubbio per la *via Clusentina* o di *Bagno di Romagna*.

" Suram Romanorum civitatem „ (*h. l.*, VI, 27): gli stessi langobardi beneventani avevano invaso il " castrum Cumanum „. P., nel narrare questo episodio, segue il racconto del *liber pontificalis* (G. pont. Gregorii II, ed. Duchesne, I, 400), ma dove la fonte ricorda solo che il *castrum* era stato invaso dai Langobardi " pacis dolo „ e che per l'opera del duca napoletano, di Teodimo suddiacono e rettore, e dell'esercito, fu ricuperato, " sic castrum recipere potuerunt „, P. aggiunge per conto suo la notizia che il *castrum* fu invaso dai *Langobardi beneventani*, e la conclusione: " castrum ipsum *a Romanis* est receptum „ (*h. l.*, VI, 40; cfr. *h. l.*, VI, 44).

I *Romani* non sono meno pronti dei Langobardi a prendere le armi, e alle loro scorrerie rispondono con altre offese: P. ci fa sapere che i patriarchi non potevano più abitare in Aquileia " propter Romanorum incursionem „ e avevano dovuto cercar rifugio a Cormons (*h. l.*, VI, 51). Le quali offese, in generale, potevan farsi o da tutte le forze romane d'Italia riunite o da quelle di alcuno dei vari loro centri (*h. l.*, VI, 54).

*
* *

Negli esempi riferiti il nome *romano* ha un senso particolare e si riferisce all'autorità politica che in Italia rappresenta l'impero, armata delle sue milizie e dei suoi funzionari; spesso però ci ricorre pure per indicare i sudditi dell'impero; quegli abitanti d'Italia che son nelle terre dipendenti dall'impero.

Fra le lotte sostenute da Agilulfo contro i suoi duchi ribelli, P. ricorda quella contro Gaidulfus che s'era chiuso nell'isola Comacina; il re vincitore era entrato a forza nella vietata fortezza, e, cacciatine gli occupatori, aveva trasportato a Pavia: " thesaurum..... ibidem a Romanis positum „ (*h. l.*, IV, 3). Quel tesoro si conservava già da lungo tempo in quell'isola (*h. l.*, III, 27) e i Langobardi l'avevano trovato la prima volta che s'erano impadroniti di quel saldo riparo, dopo la lunga resistenza di Francione " magister militum „; " inventae sunt..... diviciae multae quae *ibi de singulis fuerant civitatibus commendatae* „; ecco il tesoro posto lì dai *Romani* cioè dai sudditi dell'impero, nel momento dell'invasione langobarda, da quei sudditi che, romani allora, dovevano in breve essere assoggettati dai Lango-

bardi. Se pure non si vuole semplicemente indicare che quel tesoro non apparteneva in origine ai Langobardi, ma ai vinti, che, per ragione di contrasto, sarebbero chiamati *romani*. Notiamo però che P. li chiamava tali, quando, da molto tempo, erano sottomessi ai langobardi.

Morto il patriarca Severo, " ordinatur in loco eius Johannes abbas patriarcha in *Aquileja vetere cum consensu regis et Gisulfi ducis* „ (*h. l.*, IV, 33); è un patriarca nominato in terra langobarda. All'incontro " in Gradus..... ordinatus est *Romanis* Candidianus antistis „. Morto Candidiano, " apud Grados ordinatur patriarcha Epiphanius, qui fuerat primicerius notariorum, *ab episcopis qui erant sub Romanis*... „. Nel parlare delle due ordinazioni di Grado io credo che P. indica due concetti diversi. Candidiano fu ordinato patriarca *per i Romani*, cioè per quelli che abitavano terra romana, in contrapposizione a Giovanni, eletto per quelli che erano nelle terre langobarde. Epifanio, eletto pure per i Romani, era stato ordinato dai vescovi *qui erant sub Romanis*: concetti che in fondo si corrispondono perchè i vescovi che erano sotto l'autorità dell'impero ordinavano un patriarca la cui autorità solo si esercitava sulle terre romane. Io crederei quindi che la lezione del Waitz " ordinatus est Romanis (cioè per i Romani) Candidianus antistis „ sia lezione giusta, e di senso chiarissimo, e non sia punto necessario quell'*a* che alla parola *Romanis* aggiunse nel famoso codice forogiuliese la mano più recente che lo corresse (1).

Parliamo ora del tradimento di Oderzo (*h. l.*, IV, 38), quale ci è narrato da P. d. essendo per noi inutile ogni discussione sul valore del racconto paolino. " Taso et Cacco „ duchi entrambi del Friuli, vennero entrambi uccisi a tradimento " in civitate Opitergio „ da Gregorio il " patricius Romanorum „ che " promittens Tasoni, ut ei barbam, sicut moris est, incideret, eumque sibi filium faceret „ aveva attirato nella città, senza che avessero alcun sospetto, i due giovani, con una schiera eletta di compagni. Ma appena entrati in Oderzo, il patrizio ne aveva fatto chiudere le porte e aveva mandato " armatos milites super Tasonem eiusque socios „. I traditi si dispongono a vender cara

(1) Vettach G., *Paolo Diacono*, Studi, in estr. da " Archeografo Triestino „, N. S., XXII, p. 72.

la vita, " ultimumque sibi data pace valedicentes, per singulas civitatis plateas, hac illacque dispersi, *quos cumque obvios* habere poterant trucidantes, cum magnam stragem *de Romanis* fecissent, ad extremum etiam ipsi perempti sunt „. Evidentemente in quei *Romani* trucidati nella pugna disperata non dobbiamo solo riconoscere dei *milites*, ma vi dobbiamo pure comprendere cittadini in genere, che i Langobardi colpivano in quanto *romani*, cioè loro nemici.

Altrove P. è ancora più esplicito. La lotta contro i Langobardi era stata diretta finora o dall'autorità superiore residente in Italia a nome dell'impero, o dai capi delle singole divisioni della Romania italiana. Al tempo di Costantino Augusto " qui et Constans est appellatus „ venne invece contro i Langobardi, per strappar l'Italia dalle loro mani, lo stesso capo supremo del mondo romano, l'imperatore (*h. l.*, V, 6-10), il quale aggredì il ducato beneventano, provocando l'intervento del re langobardo nella lotta.

Lo sforzo dei Romani non riescì, e l'imperatore, deluso nelle sue speranze, " cum nihil se contra Langobardos gessisse conspiceret, omnes saevitiae suae minas *contra suos*, *hoc est Romanos*, retorsit „ (*h. l.*, V, 11). P., in questa breve introduzione, che premise al racconto delle rapacità imperiali, quali trovava descritte nel *liber pontificalis* (G. pont. Vitaliani, ed. Duchesne, I, 343-4) contrappose ai Langobardi i sudditi dell'impero in Italia, comprendendoli sotto il nome di *Romani*. Furono gli abitanti di Roma che provarono per primi l'ingordigia imperiale; ma ben altri pesi gravarono sugli abitanti dell'Italia inferiore: " ingressusque (imperator) Siciliam..... habitavit in Syracusa, et tales afflictiones imposuit populo seu habitatoribus vel possessoribus Calabriae, Siciliae, Africae atque Sardiniae, quales antea numquam auditae sunt „ così gravi " ut alicui spes vitae non remaneret „.

***

Se col nome di *Romani* P. distingue quelli che son tuttora sudditi dell'impero, in che modo denomina egli quelli, che, sudditi un dì dell'impero, ora soggiacciono alla dominazione longobarda?

Notiamo in primo luogo che non in Italia solo si incontravano antichi sudditi dell'impero sottoposti a forza germanica,

ma bensì in tutto l'occidente romano. Paolo ha occasione spesso di parlare di questi popoli, che un giorno facevan parte del corpo politico dell'impero, che avevano subìto l'influenza del romanesimo, ma non pare neppur accorgersi della loro romanità, sia pur quella morale; tanto è lontano dal considerarli ancora, almeno idealmente, come sudditi dell'impero: in nessun caso mai egli chiama questi popoli col nome di Romani, dopo che han cessato effettivamente di dipendere dall'impero romano (1).

Dovendo P. nominare un abitante della Gallia con cui ebbe occasione di parlare nel viaggio che fece in quella regione, dice espressamente: " audivi quendam nobilissimum Gallorum referentem „ (*h. l.*, I, 6) frase che accenna ad un indigeno del paese, in opposizione a Franco (2).

Anche in Italia noi vedemmo caduto il nome *Romano* quando parlammo degli *Italiae populi*, delle *Italiae vires*, soggette ad Odoacre, e dell'Italia sottomessa a Teodorico. P. ricorda pure i *populi* dei vinti gravati dal giogo langobardo (*h. l.*, III, 16), rammenta col nome di *populus* gli abitatori delle varie città (3),

---

(1) Nella *h. r.* abbiam letto un passo in cui P., sulle orme di Orosio, dà il nome di *Romani* a vecchi sudditi dell'impero, abitanti in terre in cui si erano già stabilite genti germaniche, e nella Gallia e nella Spagna. Notiamo, prima di tutto, che l'espressione è di Orosio; in secondo luogo che dalla Gallia e dalla Spagna l'autorità dell'impero non s'era ancor ritirata. Ricordiamo invece quello che leggemmo dei *Britanni* dai quali vedemmo distinti quelli che appartenevano alla *gens romana*.

(2) Orosio (*hist.* VII, 32) nel brano seguente illustra il concetto a cui ora ho accennato: " Burgundionum quoque novorum hostium novum nomen... ripae Rheni fluminis insederunt... eorumque esse praevalidam et perniciosam manum, Galliae hodieque testes sunt, in quibus praesumpta possessione consistunt, quamvis, providentia Dei, omnes christiani modo facti, catholica fide, nostris clericis quibus obedirent receptis, blande, mansuete, innocenterque vivant, non quasi cum *subiectis Gallis*, sed vere cum fratribus christianis (*ed. cit.*, p. 549-50).

(3) Cfr. *h. l.* III, 24, IV, 14, ecc.; parlando di Metz, quale era nei primi anni dell'èra volgare, ricorda che essa abbondava di " copiosis populorum turbis „ (G. Ep. Mett. in *M. G. H. SS.*, II, 261). In *h. l*, V, 2, P. ricorda le *Ticinensium civium turmae* che accorrevano a Bertarido; e al capo 39 le *civitates* dell'Austria langobarda che Alahis si guadagnò o colla forza o colle blandizie. Mi pare però che qui si alluda ai langobardi delle singole città più che alla generalità del *populus* dei vinti. — Son però questioni non facili a risolversi; cfr. P. Villari, *Le invasioni barbariche in Italia*, Milano, Hoepli, 1901, p. 322-3.

e talora, per indicare i vinti, adopera ancora una espressione più rude, come là dove ci dice la ragione per cui il patriarca Callisto era venuto a stabilirsi a Forumiulii (*h. l.*, VI, 51). " Anteriore tempore „ Fidenzio vescovo " de castro Iuliensi „ cioè di Giulia Carnica " cum voluntate superiorum ducum „ si era stabilito " intra Foroiulani castri muros „ e a lui era successo, nella sua dignità, Amatore. Sino ad allora " superiores patriarchae „, perchè non potevano abitare sicuri in Aquileia, a causa degli assalti degli imperiali " sedem non in Foroiuli, sed in Cormones habebant „.

Il patriarca Callisto non volle più che ciò continuasse; a lui che era " nobilitate conspicuus „ dispiaceva " ut in eius diocesi *cum duce et Langobardis* episcopus habitaret, et ipse tantum *vulgo* sociatus vitam duceret „. Perciò caccia da Forumjulii il vescovo Amatore " atque in illius domo sibi habitationem statuit „.

Qualunque sia il significato che diamo alla parola *vulgus*, certo dovremo vedere in essa il contrapposto di *dux* e di *Langobardi* e quindi vedervi in prevalenza i vinti, ora soggetti ai Langobardi.

Eppure nella *h. l.*, in alcuni passi, pare che P. continui a chiamar Romani quelli che lo furono un giorno ed allora eran sudditi dei Langobardi. Egli ha in realtà assai di rado occasione da nominare i vinti, dei quali non si cura, giacchè la sua attenzione di storico è attratta dal popolo vincitore: la turba dei vinti in nessun luogo si afferma; più che vedersi, essa si travede nelle pagine dello scrittore langobardo, che solo quasi la nomina per ricordare il grave giogo impostole dai vincitori. Clefi, il secondo re Langobardo che regnò in Italia, che " langobardi. . . . aput Italiam, omnes communi consilio . . . in urbe Ticinensium sibi regem statuerunt „ uccise o cacciò (alios gladiis extinsit, alios ab Italia exturbavit) " *multos Romanorum viros potentes* „ (*h. l.*, II, 31) (1).

---

(1) Si paragonino le parole di P. con queste notizie di Mario Aventicense (a. 573, ann. VII cons. Iustini aug. iun. ind. VII): " hoc anno dux Langobardorum nomine Clebus genti ipsius rex ordinatus est, et plures *seniores* et *mediocres* ab ipso interfecti sunt „. P. ci dice che gli uccisi non furono Langobardi, ma *Romani*.

La quale persecuzione proseguì ancora nel periodo dell'interregno: anche allora: " multi *nobilium romanorum* ob cupiditatem interfecti sunt. Reliqui (dei Romani) per hospites divisi, ut terciam partem suarum frugum Langobardis persolverent, tributarii efficiuntur „ (*h. l.*, II, 32). Senza entrare nella questione così discussa dell'interpretazione di questi passi, voglio solo notare che qui si parla senza dubbio di ricchi, di proprietari che erano nelle regioni dove s'erano spinti i Langobardi, e che questi tali son chiamati Romani.

Si potrebbe forse notare che P. non considerava ancora la conquista come assodata, o, a quel modo che poco prima (II, 26) aveva dato il nome di *Romani* ai sudditi dell'impero resistenti all'invasione Langobarda, così ora proseguiva a chiamar tali quei *possessores* che i Langobardi, come nemici, assalivano e disperdevano per desiderio di preda. Ma ad ogni modo si tratta di rapporti fra vincitori e vinti, e, dato quanto abbiamo osservato finora, non dovremmo aspettarci più di veder chiamati i nuovi soggetti col nome ancora di Romani.

Cresce però la nostra meraviglia quando leggiamo in *h. l.*, V, 37 che Teodote, una donna vivente in Pavia al tempo di re Cuniperto, era " ex nobilissimo Romanorum genere orta „ forse discendente da quei *romani* di nobile stirpe, che avevano provata la ferocia Langobarda. In questo racconto figurano tre personaggi: Hermelinda, la moglie del re, " ex Saxonum Anglorum genere „; Cuninepert, il re, che è Langobardo; Theodote, che non appartiene ad alcuna stirpe germanica, ma è *romana* e di nobile stirpe. I tre passi, avvicinati e confrontati fra loro, ci mostrano che P. in certi casi dava ancora il nome di Romani ad individui appartenenti a popolazione un giorno romana, ma ora soggetta a dominazione barbarica. Il che ci avverte che qui il senso della parola *romano* è diverso da quello di solito trovato: non accenna a particolare condizione politica; ma a vero e proprio carattere etnografico impresso dalla conquista, dalla civiltà romana. E questo carattere di romanità egli lo trova in Italia (1): nei vinti che sono sottomessi ai Langobardi, e spe-

(1) Appena occorre avvertire quanta differenza vi sia fra quel che qui leggiamo e ciò che trovammo in *h. r.* XV, 19, dove vedemmo distinto un individuo di stirpe romana dalla generalità dei Britanni; e nella Gallia

cialmente in individui in cui la *nobilitas* della stirpe pareva acuire questo senso della romanità, la quale P. rileva appunto per contrapporla ad individui o a popoli di altra razza, non romani.

I passi ora riferiti della *h. l.*, non ci autorizzano a credere che P. avesse chiaro il senso di questa *romanità* per tutti i vinti sottoposti ai Langobardi; ce lo farebbero credere invece altri passi già studiati e che ora richiamiamo alla mente del lettore (cfr. *h. l.*, II, 26; IV, 3, e quel che diciamo più sotto a proposito del carme 6° di P. " Aemula Romuleis „): è certo però che P. intuiva più chiaramente la Romanità in quegli individui che per la nobiltà della stirpe portavano questo carattere più spiccato (1).

***

Se il senso della romanità non è dunque per P. affatto perduto per quel che riguarda individui e popolazioni d'Italia soggette a dominazione barbarica, in altri casi pare invece, che il nome del popolo barbarico dominante in una regione sia stato, direi, assorbito dal nome della popolazione indigena, una volta romana, in mezzo a cui signoreggia.

Come abbiam già visto chiamati Beneventani, Spoletini, Friulani, i Langobardi risiedenti o nella città o nel territorio di Benevento, Spoleto, Forogiulio, sotto il loro duca, così in *h. l.*, III, 21, leggiamo un *Hispanos* che equivale a *Visigoti*: la parola ed il concetto P. li trovava già in Gregorio di Tours

---

stessa, P. ci parlerà di Galli nobilissimi (*h. l.* 1, 6) che non chiamerà mai *romani;* e trattando dei parenti di Agiulfo, 26° vescovo di Metz, ricorderà che questi aveva il padre appartenente *a nobile famiglia senatoria* " patre ex nobili senatorum familia orto „ senza dirla per questo romana, mentre per parte di madre era franco " ex Chlodovei regis Francorum filia procreatus „ (G. Ep. Mett. in *M. G. H. SS.* II, 264).

(1) Poca luce può arrecare in proposito quel che leggiamo in *h. l.* IV, 22 dove si parla di modificazioni che in tempi posteriori a Teodolinda i Langobardi vennero introducendo nella loro foggia di vestire, e che " *de Romanorum consuetudine traxerant.* La parola *romano* qui ha senso assai largo ed accenna in genere a quel mondo con cui i Langobardi erano venuti in contatto più diretto col loro stanziarsi in Italia. Su questo passo v. T. Hodgkin, *Sulla relazione etnologica fra i Langobardi e gli Angli*, in " Atti e Memorie del Congresso storico tenuto in Cividale nei giorni 3, 4, 5 sett. 1899 „ (XI cent. di Paolo d.). Cividale, Fulvio, 1900, p. 174).

(*Hist. Franc.* VI, 40) e vi si deve essere arrivati passando per l'espressione i *Goti ispani*, la quale del resto troviamo pure in P., nello stesso passo ora citato della *h. l.* (Hispanos Gotthos). A queste espressioni se ne devono avvicinar altre in cui *Ausonia* ed *Italia* paiono confondersi con *Langobardia*, per un processo facilissimo e facilmente spiegabile (1): e nell'epitaffio per Ansa regina, P. saluta la sua elogiata come " Ausonii coniux pulcherrima regis „ (carme 8), come nel famoso carme " a principio saeculorum „ aveva lodata l' " *alta pace* „ per cui " nunc exultat *Ausonia regio*, Desiderio simulque Adelchis regnantibus „ (car. 1), le quali espressioni non devono però farci credere che P. avesse meno chiara visione del suo popolo, o che meno gli apparisse distinto nella sua interezza primitiva. Basta leggere il carme per convincersi del contrario.

A questo proposito si potrà ricordare un'espressione ch'è nel carme 6° " Aemula Romuleis „ dove si lodano le costruzioni innalzate da Arichi di Benevento. Sorgono " moenia „ dice P. " aemula Romuleis ... templis „ " ampla procul fessis visenda per aequora nautis „. Le costruzioni romane però " externis sumpsere aucmenta rapinis, Et toto exuviis miserorum ex orbe petitis, Dum male perduntur viduatae civibus urbes „. Gli edifizi di Arichi invece " ex causis capiunt exordia iustis, Impensisque probis nullo et cum crimine partis „.

S'aggiunga oltre a ciò che quelle erano innalzate da individui " luminis ... aeterni expertes „, che di queste invece è autore " catholicus princeps Arichis „ in cui alle virtù del corpo si aggiungono quelle dell'animo ... " quem sic sapientia compsit, Redderet ut variis satis artibus esse potentem, quo merito *Latiae* dicatur *gloria gentis*, *Bardorum et culmen*, pietatis cultor et index „.

È certo che *Latiae gentis* equivale a *Latinae gentis* (2), ma è difficile trovare il senso, la ragione precisa di questo elogio di Paolo, che distingue nettamente i *Bardi* dalla gente

---

(1) Carlo M. è colui che " gentes ... subdidit Armis Ausonias (*Poetae aevi Carol. I* (ediz. Dümmler), *Pauli et Petri diaconorum carmina*, carme 20) e che *Italiae accepit Christo de munere sceptrum* „ (carme 25; cfr. carmi 22, 23).

(2) Cfr. carme 14, dove si dice del terribile Sigifrid che " caret Latiis indocto corde loquellis „.

latina; che proclama Arichi gloria della gente latina, e *culmen* dei Bardi: a noi basta aver accennato a questo contrasto.

D'altra parte vediamo già in P. iniziato quel processo per cui il nome del popolo barbarico si imporrà alla regione che occupa.

L'Erulo che dall'alto di un albero contempla la battaglia fra i suoi e i Langobardi, e veduta la disfatta degli Eruli compiange la *misera Herolia* colpita dall'ira di Dio (*h. l.*, I, 20), nel suo pensiero, comprendeva il complesso del suo popolo, sotto il suo *rex*, la sua potenza, la sua gloria. Quando invece leggiamo che Agilulfo " causa eorum qui ex castellis Tridentinis captivi a Francis ducti fuerant, Agnellum episcopum Tridentinum *in Francia* misit „ (*h. l.*, IV, 1), vediamo in questa parola compreso il complesso dei Franchi, ma insieme non esclusa la regione da essi abitata (1). *Francia* significò in origine quel che *Herolia*, cioè il complesso dei popoli Franchi (2): la *Francia* venne poi a fissarsi nella Gallia, come la *Langobardia* si stabilirà in Italia: nel modo stesso che in Italia si chiamerà *Langobardia* quel luogo dove i Longobardi dominarono, così in Gallia vedremo il nome di *Francia* esteso al territorio che la Francia occupò o conquistò. In Paolo riesce difficile trovare il significato preciso della parola, giacchè possiamo cogliere in essa i due concetti notati, ma ancora confusi ed incerti.

***

Ed ora è tempo di trarre una conclusione delle nostre ricerche. La parola *romano* non ci appare in P. con un significato solo e nettamente determinato: dal significato di *cittadino di Roma* essa assorge a concetto assai più vasto, e comprende tutto quel complesso di popoli e territori che vennero a formare il possesso e i sudditi di Roma prima, dell'imperatore poi. Romano è l'impero, l'esercito, il complesso dei funzionari, il governo: son romane le terre che appartengono all'impero e romani i sudditi che le abitano. Tutto questo mondo su cui si stende l'autorità dell'impero è il mondo romano, che si contrappone

(1) Euoin duca Tridentino, per ottener pace dai Franchi " ad Gallias perrexit „ (*h. l.* IV, 1), si rivolse cioè alla regione dove avrebbe trovato i Franchi.

(2) Cfr. Ducange alla parola *Francia* e specialmente le parole che riporta di Eumenio in " Panegyrico Constantino filio Constanti dicto „.

alla barbarie, fra cui è pure la barbarie germanica. In P. *la Romania* cioè il complesso di questo mondo romano, ha specialmente un significato politico: cessano di farvi parte le terre che non son più sotto l'autorità dell'impero: non son più *romani* quelli che cessano di esser sudditi dell'imperatore.

In Paolo non appare mai il concetto, che fu pur vagheggiato, di considerare i re barbari, capi dei Germani stabiliti in una terra romana, come vicari dell'imperatore nel governare gli indigeni, sì che, indirettamente almeno, l'autorità imperiale non cessasse in quella terra.

Egli invece considerò i re barbari dell'occidente come veri conquistatori e padroni delle conquiste, come distruttori della Romania politica dove penetrarono colle loro armi, e nei vinti, che una volta furono romani, non vide che dei sudditi dei barbari. Questo modo di vedere le cose non è forse troppo *romano*, chè per il *romano*, unico governo legittimo è quello dell'impero, mentre le incursioni barbariche non sono per lui che depredazioni, scorrerie, che reputa temporanee, e che non vengono a scindere l'unità della *Romania*.

Venuti in Italia i Langobardi, P. distingue subito una *pars langobardorum* ed una *pars romanorum* o *imperatoris:* romano è il governo che continua nell'Italia imperiale, romani gli abitanti che son in essa: tale non è più, in senso politico, la popolazione una volta romana ora soggetta ai Langobardi.

Ma la *Romania* non fu solo un fenomeno politico, chè la conquista romana non fu tutta materiale, e cessata in una regione la dipendenza all'impero, non cessò in essa ogni traccia di Romanità. Di questa Romanità morale e intellettuale P. non si occupò, o almeno non la fe' rilevare in tutte le terre che già spettarono all'impero: egli la ricorda invece in Italia per i vinti dai Langobardi, e specialmente per quegli individui in cui la coscienza romana era rinsaldata dalla nobiltà.

Ecco perchè P. chiama *romani* individui soggetti ai Langobardi: questa appellazione non ha alcun significato politico, ma ha valore puramente etnografico, ed è adoperata in opposizione a *germanico;* P. aveva probabilmente il concetto della *Romanità morale* di tutti i *popoli* d'Italia, mentre la *Romanità* politica persisteva in una piccola parte della penisola.

Lodovico Sforza, Duca di Milano, e l'assunzione al trono sabaudo di Filippo II, il Senzaterra (1496).

Appunti storici del Prof. ARTURO SEGRE.

Sommario. — Morte di Carlo Giovanni Amedeo. — Buone relazioni tra il Moro e Bianca di Monferrato, e malanimo con Filippo. — Il Moro istiga Massimiliano d'Austria contro il nuovo Duca sabaudo, e sulle prime riesce nell'intento. — Ercole I d'Este invece manda ambasciata a Torino: dispetto del Moro. — Anche Massimiliano riconosce Filippo Duca di Savoia. — Ambasciate sabaude presso Massimiliano disceso in Italia. — Conclusione.

Il 16 aprile 1496 moriva il Duchino di Savoia, Carlo Giovanni Amedeo, ed era innalzato al trono l'ultimo fratello superstite del Duca Amedeo IX, il famoso e turbolento signore di Bressa, Filippo, detto il *Senzaterra* (1). Gli occhi delle principali potenze italiane ed in ispecie della Repubblica Veneta e del Duca di Milano, Lodovico Sforza, il *Moro*, si fissarono nel ducato sabaudo, ansiosi tutti e preoccupati dell'atteggiamento che a loro riguardo avrebbe preso il nuovo Duca (2). Il passato del *Senzaterra*, a dir vero, prometteva triste avvenire: Filippo aveva con maneggi segreti ed aperti, con atti di ribellione più o meno palesi, amareggiato il governo del fratel suo, dei Duchi Filiberto I e Carlo I e la reggenza di Bianca di Monferrato, vedova di Carlo I e madre infelice del defunto Duchino. Inoltre negli ultimi anni erasi legato a Francia con nodi che parevano saldi. La morte del nipote lo chiamò al trono quando era in procinto di assumere il governo del Delfinato, affidatogli dal re Carlo (3).

(1) Gabotto, *Lo Stato Sabaudo da Amedeo VIII ad Emanuele Filiberto*, vol. 2°, pag. 526 (Torino, Roux, 1893).

(2) *Id.*, III, 6-7 (Torino, Roux, Frassati e C., 1895).

(3) *Id.*, II, 525.

Non appena fu noto l'avvento di Filippo corse voce nella popolazione veneziana che Carlo VIII volesse dividere lo Stato sabaudo tra quello e Gian Giacomo Trivulzio, lasciando al primo il Piemonte, al secondo le terre d'oltr'Alpe (1). Era voce destituita d'ogni fondamento e del tutto assurda; essa però ci dimostra quanto gli ultimi avvenimenti facessero ritenere grande l'influenza francese sul ducato sabaudo. Il Doge, Agostino Barbarigo, ed il senato tuttavia non prestarono fede a simili dicerie; bensì vollero cattivarsi l'animo di quel principe, che conoscevano intelligentissimo, ed esplorare nel tempo stesso quanto di vero vi fosse nel suo attaccamento a Francia. Marco Sanuto fu tosto eletto ambasciatore presso il nuovo Duca, e l'accoglienza e le parole ricevute da Filippo (2) dimostrarono all'oratore che il *Senzaterra* nutriva sentimenti di buon italiano. Venezia decise allora di stabilire a Torino un'ambasciata residente, convinta forse che dopo tanti anni di decadenza politica il Ducato sabaudo avrebbe riconquistato la potenza e la stima dei tempi di Amedeo VIII (3).

Ben diversa fu la condotta del Duca di Milano, il pauroso e malfido Lodovico il *Moro*. L'azione di questo principe in Piemonte durante gli ultimi anni era stata notevole, causa le buone relazioni ed i vincoli di parentela che univano il *Moro* alla reggente Bianca. Bianca aveva favorito la calata di Carlo VIII nel 1494, quando questa era convenuta agli interessi sforzeschi, ed aveva accolto il re a Torino con grandi onori (4). In seguito quando il *Moro* la ruppe col monarca francese e si unì in lega

---

(1) Malipiero, *Annali veneti dall'anno 1457 al 1500* (in " Arch. storico italiano ", serie 1ª, tomo VII, parte 1ª), pag. 431. Il Malipiero dice *vescovo di Tressa* probabilmente perchè vide scritto *mons.r di Bressa*, e credette vescovo Filippo. *Tressa* è certo un errore di trascrizione dell'editore.

(2) Sanuto, *I Diari*, tomo 1° (Venezia, 1879, col. 143, da cui il Gabotto, III, 11. V. anche Malipiero, pag. 432.

(3) V. su questi fatti e le relazioni tra Filippo e Venezia il mio: *Delle relazioni tra Savoia e Venezia da Amedeo VI a Carlo II (III) (1366-1553)* [estr. dalle " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", serie 2ª, XLIX (1899)], pag. 26-28.

(4) Delaborde, *L'expédition de Charles VIII en Italie*. Paris, Firmin-Didot, 1888, pag. 397-98. — Usseglio, *Bianca di Monferrato, duchessa di Savoia*. Torino, Roux, 1892, pag. 298. — Gabotto, II, 511-12.

colla Repubblica Veneta, pur continuando a concedere il passo ai Francesi, essa aveva tenuto informato il medesimo delle mosse regie e del duca Luigi d'Orléans (1). Aveva pur chiesto una volta fossero allontanate le genti milanesi dal territorio sabaudo, poichè vedeva il Piemonte esausto di mezzi cibari, ma si era appagata, sembra, della risposta che i ministri lombardi avevano dato al suo ambasciatore, Filippo Vagnone, che cioè le milizie sforzesche sarebbero partite quando i Francesi chiusi in Asti avessero ripassato le Alpi (2). Il *Moro* protesse in seguito Bianca, quando il Marchese di Mantova, Francesco Gonzaga, colle genti della Repubblica veneta, irritata delle comodità trovate sempre dai Francesi in Piemonte, iniziò rappresaglia nel territorio

---

(1) *Biblioteca Marciana di Venezia.* Mss. italiani, classe VII, cod. DXLVII: " Registrum Litterarum Mag.corum D. Sebastiani Baduario equitis et Benedicti Trivisano oratorum ad Ill.mum D. Ducem Mediolani 1494 De mense Novembris XXII „, fol. 112 *r*-113. Badoer al Doge. Milano, 11 aprile 1495, ore XV. " El mag.co Domino Bartholomeo Calcho per comandamento del Sig.r me ha mandato per uno secretario in questa hora a far lezer lettere scrive S. Ex.tia al Mag.co oratore suo de lì, et lettere de la Duchessa de Savoglia del zorno de heri da Turino, per le qual manda lettere de viiii del Castellan de Sussa directe al thesaurier suo, significandoli, che havendo mandà suo messi a Breanzona eran zonte lanze 100, et altre cento se atendevano, et per el marchesà de Saluzo ne dovean passar etiam 400, et che per el Duca de Orliens hera facto devulgar queste zente venir azò con quelle Sua Sig.ria vadi ad incontrar la christ.ma M.tà per acompagnarla poi in Franza. Subzonzendo dicta Duchessa havere procurrato cum dechiarirli manchamento de le victuarie proveder che dicte zente non se mettesseno a passare; et però questo Sig.re a preffati suoi oratori scrive haver deliberato asecurarse del luoco de Aste non per ambicion alcuna, ma per proveder a la segurtà de le cose sue „. — La lettera della Duchessa ricordata dal Badoer fu pubbl. dal Gabotto, II, 519, n. 1.

(2) *Id.*, fol. 130. Badoer al Doge. Milano, 29 aprile 1495. " Il Duca ha comunicato quanto li ha esposto el Mag.co D. Philippo Vagnono, orator de la Duchessa de Savoglia, mandatoli per farli intender..., Dechiarandoli esser S. S.ria sta astricta fare le provisioni necessarie per securrità del stado suo, et non per offender alcuno per i respecti altre volte dechiariti, et facendosi ritornar le zente sono in Aste da là da monti et che più non ne vengano fuori, faria etiam lui ritornar le sue adrieto „. Invece da lettere della Duchessa si aveva di altre genti calatesi allora: fol. 182 *r*. Sebastiano Badoer, Girolamo Lion cav., Francesco Capello e Marco Zorzi al Doge. Milano, 25 maggio 1496.

sabaudo, sicchè alla morte di Carlo Giovanni Amedeo l'armonia tra Bianca e lo Sforza era o sembrava perfetta.

Ma con Filippo le cose apparvero ben diverse. Il Moro credeva nemico mortale il sire di Bressa, quindi dall'aprile del 1496 non ebbe altro pensiero che di nuocergli e denigrarlo agli occhi del pubblico, e porgli ostacolo all'assunzione al trono. Era Filippo oltr'Alpe, in viaggio alla volta del Piemonte; il Moro pur mandandogli complimenti e parole in quantità, avvertì le Potenze del pericolo che correva l'Italia innanzi all'espandersi della politica francese di qua dell'Alpi, e si rivolse specialmente al Re dei Romani, Massimiliano I, aprendogli del tutto l'animo suo. Massimiliano aveva guerra aperta col Re francese, a cui non sapeva perdonare l'invasione d'Italia del 1494-95; voleva scendere nella penisola per risollevare l'autorità sua tanto depressa e prendere la corona imperiale a Roma. Il 18 aprile quindi Lodovico, vedendo il terreno adatto, ordinò per lettera ad Erasmo Brasca, suo ambasciatore alla corte cesarea, di annunziare a Massimiliano la morte del Duchino di Savoia ed il grave pericolo che incombeva su Milano, quando il *Senzaterra*, nemico personale di casa Sforza, non ostante le proposte infide di matrimonio tra una sua figlia e Massimiliano, primogenito del Moro stesso, fosse stabilito sul trono sabaudo. Bianca averlo informato che tutti i passi delle Alpi stavano ancora in mano sua; considerasse adunque la M. S. quali tumulti sarebbero nati in Italia, se Filippo fosse divenuto arbitro dei detti valichi, e volesse scriverne alla Duchessa (1). Dobbiamo notare che Bianca un mese innanzi aveva mandato in Germania un'ambasciata sotto Guglielmo, signore di Motta Alciata, ad iscusare presso Massimiliano la sua condotta amichevole coi Francesi, con dire che le condizioni geografiche e politiche del ducato le avevano vietato e le impedivano tuttora di fare ostacolo a Re così potente (2). L'imperatore accolse di buon grado il consiglio del Moro. Scrisse alla reggente condolendosi della sciagura che l'aveva colpita, le indirizzò parole di conforto, promettendo aiuto, e le raccomandò pure di conservare gelosamente le redini dello

(1) *Appendice*, Doc. 2°. — Circa la proposta di matrimonio v. anche Sanuto, *I Diarî*, I, 206, e da questo Gabotto, III, 11-12.

(2) *App.*, Doc. 1°.

Stato. Indirizzò nel tempo stesso un proclama agli Stati generali di Savoia, e deputò ad ambasciatore presso la Duchessa, Giorgio, signore di Pietraplana, con commissione tuttavia di passare dapprima a Milano, e di governarsi colla Duchessa secondo le istruzioni che il Moro avrebbe dato (1).

Lo Sforza comprendeva nondimeno la difficoltà di escludere dal ducato Filippo, i cui diritti non ammettevano discussione. Quindi pochi giorni dopo la prima commissione al Brasca, fece avvertire Massimiliano che era forse opportuno l'invio presso Filippo d'un ambasciatore cesareo, il quale esplorasse le intenzioni e le mosse del principe sabaudo, com'egli Moro aveva fatto in quei giorni per doppia via, in Savoia ed in Francia (2). Massimiliano dopo alcuni giorni di meditazione decise di meditare ancora circa l'invio dell'ambasciatore, poichè riteneva che il Ducato appartenesse ora all'impero. Avere in altri tempi i duchi di Savoia tenuto partito contrario al medesimo, esserne quindi stati banditi. In seguito l'imperatore Federico III aver investito nuovamente il Duca Carlo I ed i suoi discendenti maschi. Con Carlo Giovanni Amedeo essersi spenta tale discendenza maschile, dunque le cose tornare nello stato primiero, cioè il ducato essere devoluto all'impero. Massimiliano rispose quindi a Lodovico che avrebbe esaminato la cosa prima di mandare ambasciatori o scrivere al *Senzaterra*, ed intanto che non l'avrebbe chiamato Duca di Savoia (3).

I primi passi del Moro adunque erano coronati da esito felice; ma non riuscirono ugualmente quelli rivolti alle corti italiane, ed in ispecie alla ferrarese. Ercole I d'Este, duca di Ferrara, sebbene legato da stretti vincoli di parentela col Moro, suo genero, aveva tenuto sempre politica indipendente, sicchè pur conoscendo l'animo ostile dello Sforza al nuovo Duca sabaudo, non esitò nella metà di maggio del 1496 a mandare presso la corte di Torino un ambasciatore, Antonio Bevilacqua. Muoveva Ercole a questa decisione l'invito alla pace che Filippo rivolgeva sia al re francese, sia al Moro, al quale non mostrava quell'ostilità esteriore che poteva il passato lasciar temere, ed il

(1) *App.*, Doc. 2°.
(2) *App.*, Doc. 3°.
(3) *App.*, Doc. 4°.

ricordo di cortesie ricevute in altri tempi da Filippo, quando esso Ercole erasi recato in Francia. Volendo tuttavia usar riguardo al genero, diede commissione al Bevilacqua di passare nell'andata e nel ritorno per Milano, e d'informare il Moro d'ogni cosa. Il 17 maggio, giunse l'oratore estense a Milano, conferì con Lodovico, gli fece noto il più destramente possibile la causa e lo scopo della sua missione, disse che Ercole non poteva astenersi dall' ufficio di congratulazione, come si usava con tutti i principi nuovi venuti al trono, e che desiderava conoscere anche la volontà del genero in tal cosa. Rispose il Moro egli pure aver mandato Galeazzo Visconti Sanseverino presso il *Senzaterra,* ed approvare la decisione dello suocero, tanto più che in tal modo questi avrebbe preso esatta conoscenza delle cose francesi in Piemonte, ma aggiunse con una punta di palese amarezza, che scorgeva Ercole pauroso della potenza francese e cupido dell'amicizia di Filippo, rappresentante della medesima nella penisola. Il Bevilacqua osservò che il Duca estense in tutte le comunicazioni fatte ad esso Moro aveva proceduto con intera buona fede. Replicò il Moro con voce eccitata che s'aveva falsa opinione a Ferrara circa la potenza del re, che lo si riteneva gran principe, mentre era debole, senza gente nè danaro. Avergli esso tolto il soccorso degli Svizzeri; saperlo quindi privo di fanteria, ed in condizioni che impedivano ogni calata. Essere la condotta dello suocero suo così insensata che tutta Italia lo credeva francese di elezione: qual contegno avrebbe dunque tenuto coll'imperatore, quando anche costui fosse disceso nella penisola? Il Bevilacqua rispose brevemente che Ercole non avrebbe in tal caso mancato al dover suo. Era desiderio del Moro che lo suocero mandasse almeno un'ambasciata a Massimiliano, ma l'Estense tutto intento a cattivarsi la parte francese, se n'era schermito e si schermiva (1).

Il 21 maggio arrivò il Bevilacqua a Torino. Trovò Filippo

---

(1) *App.*, Doc. 5°. — Prima dell'invio del Bevilacqua, Antonio Costabili, oratore estense a Milano, ebbe conferenze coll'ambasciatore sabaudo, le cui osservazioni incontrarono l'approvazione del Duca ferrarese. *Arch. di Stato di Modena. Carteggio degli ambasc. da Milano*, f. 15. Il Duca Ercole I al Costabili, Ferrara, 14 maggio 1496. — Ercole era da tutti ritenuto amico di Francia: v. Sanuto, I, 187 ecc.

già stabilito nel ducato, ma sofferente dagli acciacchi. Ebbe tuttavia accoglienza lusinghiera, poichè il *Senzaterra,* accorto politico, seguiva senza esitazione la linea di condotta tenuta fino dai primi giorni di regno. All'orator milanese, il Visconti, fece esso ottimo viso mostrando desiderio vivissimo di accordarsi col Moro e trattenere questo principe da ogni rottura colla Francia. Le dicerie su una calata regia erano diminuite; la voce comune diceva che Carlo VIII in quell'anno restava nel suo Stato. I ministri sabaudi lasciavano ben intendere che 3000 lancieri francesi erano in pronto, e che una grossa armata si raccoglieva in Provenza per veleggiare contro Napoli con 500 lancieri e 6000 Svizzeri, in attesa d'una calata del re per le vie alpine. ma la cosa sembrava pur sempre improbabile. A Torino stavano in quei giorni due oratori francesi (1). Il 22 maggio ebbe il Bevilacqua, che desiderava intendere qualcosa delle trattative regie, udienza dal Duca, il quale usò termini molto elevati e pieni di nobiltà. Disse nulla amare meglio che indurre il Moro all'amicizia del re, perchè ove quello avesse continuato la politica antifrancese, sarebbe stato causa della rovina prossima. Presentò quindi l'oratore estense ai francesi, che asserirono certa una nuova spedizione verso Napoli. E veramente 600 lancieri stavano entrando in Piemonte, sicchè il Bevilacqua, compiuti gli uffici avuti in commissione, fece ritorno a Ferrara, ripassando per Milano, dove conferì col Moro, che esortò a conservarsi buon francese (2). Aveva Lodovico in quei giorni ricevuto calde istanze da un oratore del re Carlo, il Rigaut, ma la sua risposta era stata secca e breve: desiderare l'amicizia regia e la conservazione della pace, ma dovere grande rispetto al re dei Romani, pur desiderando d'accordare insieme i due sovrani (3). Il Bevilacqua lodò la risposta e ritornò in patria (4).

Filippo adunque si reggeva saldo sul trono. Massimiliano I, nonostante le prime dichiarazioni, comprese che era meglio ras-

---

(1) *App.*, Doc. 6°.

(2) *Arch. di Stato di Modena. Cancelleria ducale, Carteggio da Torino*, b. 1ª. Bevilacqua ad Ercole I. Milano, 28 maggio 1496.

(3) Gabotto, III, 12-13.

(4) V. n. 1. Altra missione ferrarese in Torino trovo venti giorni dopo la partenza del Bevilacqua, per trattare col Rigaut. V. *Archivio cit.*, loc. cit. Bonaventura Mosti, Torino, 17 giugno 1496.

segnarsi innanzi ai fatti compiuti. Egli voleva scendere nella penisola e preferiva tener bene disposto un principe signore delle Alpi. Nell'avviarsi dunque verso l'Italia scrisse a Filippo lettere gratulatorie, mostrando riconoscerlo Duca di Savoia. Il *Senzaterra* inviò subito alla corte cesarea il signor di Viry, ai primi di luglio, per ringraziare la M. S. dell'onore fattogli, giurare fedeltà (1) e chiedere nel tempo stesso l'investitura. Il Viry incontrò a Bormio il 26 luglio l'imperatore, e disse che ove le esequie del defunto nipote e le gravi spese dell'ultima guerra non avessero esaurito l'erario ducale, il suo signore sarebbe andato a compiere in persona il dover suo. Massimiliano rispose sulle prime in forma generica, ma poche ore dopo accordò l'investitura (2). Filippo voleva conquistare pienamente l'animo imperiale. Stimò quindi opportuno di non limitare i suoi uffici alla sola legazione del Viry, ed ai primi di settembre, quando Massimiliano entrò nella penisola (3), deputò a fargli onore alcuni

---

(1) Nei *Conti dei Tesorieri generali di Savoia*, n. 140 (1496-97) fol. 220 *r*-21 (*Arch. Camerale di Torino*) trovo ricordato Guglielmo di Motta Alciata come inviato presso Massimiliano in questi giorni. Di qui il Gabotto, III, 19. — Al contrario nei *Dispacci al Senato veneto di Francesco Foscari e di altri oratori presso l'imperatore Massimiliano I nel 1496* (in " Arch. stor. italiano „, serie 1ª, tomo VII, p. 2ª), pag. 750, Foscari al Doge, 10 luglio 1496, e pag. 782 Foscari col Dandolo si dice espressamente essere " Monsignor di Viry „ l'ambasciatore sabaudo. Massimiliano poi annunziando la venuta del Viry, diceva essere questi " homo d'autorità, che viene con cavalli 25 „ (pag. 750, lett. cit.), mentre nei *Conti* cit. il Motta Alciata è fatto partire con 1 servo e 2 cavalli, seguito ben misero per un ambasciatore che andava a prendere investitura d'un ducato ampio quanto il sabaudo. Ammettiamo pure che Massimiliano abbia ingrossato le cifre: se l'errore fosse stato notevole, il Foscari ed il Dandolo l'avrebbero avvertito nella loro lettera del 26 luglio (pag. 782). Infine è singolare che della precedente missione del sig. di Motta Alciata in Germania durante la reggenza di Bianca, i *Conti* non facciano cenno. Che il tesoriere Sebastiano Ferrero, sig. di Gaglianico, abbia nella fretta scritto un nome per l'altro, e fatto di due missioni diverse, del Motta Alciata e del Viry, una sola?

(2) *Dispacci* cit., pag. 782. Foscari e Marco Dandolo al Doge, Torino, 26 luglio 1496 e pag. 785 l'altra dello stesso giorno: " E fu conchiuso di fare la investitura all'orator di Savoia, e così seguì „. — L'investitura costò al Duca 1735 fiorini. V. *Arch. Camerale, Conto* cit., fol. 279. Torino, 12 dicembre 1496.

(3) Sulla calata di Massimiliano v. Ulmann, *Kaiser Maximilian I auf urkundlicher Grundlage dargestellt*; Stuttgart, 1884, vol. 1°, pag. 465 e sgg.

personaggi notevoli dello Stato, Aimone di Montfaucon, vescovo di Losanna, Giacomo di Bussy, signore di Herye, governatore di Nizza, e Sebastiano Ferrero, signore di Gaglianico, tesoriere di Savoia, i quali col celebre Pietro Cara e sèguito di ben 127 persone incontrarono Massimiliano a Vigevano (1), ricevuti alle porte dal Moro stesso con tutti gli ambasciatori convenuti presso la Maestà Cesarea (2). Questa accordò agli oratori sabaudi accoglienza buona, ma, pare, senza trattare alcuno degli affari politici che certo essi avevano in commissione (3). Visitando il Duca di Milano i quattro ambasciatori, lo esortarono, come già aveva fatto il loro signore un mese prima (4), ad interporsi tra il re di Francia e Massimiliano per rappacificarli (5), ma n'ebbero, come Filippo, risposta dubbiosa (6). Sembra che poi il re dei Romani non siasi più occupato di Filippo nè dei suoi Stati, sebbene durante il viaggio alla volta di Genova abbia detto all'ambasciatore veneto Francesco Foscari che sarebbe stato opportuno assicurare i passi di Piemonte (7).

---

in Pastor, *Geschichte der Päpste im Zeitalter der Renaissance von der Wahl Innocenz VIII bis zum Tode Julius' II*; Freiburg und Breisgau, Herder'sche Verlagsbuchhandlung, 1899, pag. 368.

(1) Sull'incontro loro v. Sanuto, I, 305, 307; Gabotto, III, 25 e Foscari, *Dispacci* cit., pag. 857; Foscari e Dandolo, Vigevano, 9 settembre 1496.

(2) Sul ricevimento v. Foscari, pag. 874. Vigevano, 12 settembre 1496: " L'Illustrissimo Duca, espedito a ore ventitrè e mezza da S. M., andò ad incontrare li Oratori di Savoia; e tutti noi Oratori li facessimo compagnia; i quali trovassimo circa un miglio fuor della terra, venuti con onorevole comitiva „.

(3) *Id.*, pag. 878. Foscari e Dandolo. Vigevano, 13 settembre 1496: " Gli Oratori di Savoia sono stati uditi publicamente; et *post generalia* si rimisero a trovarsi con S. M. quando le sarà più comodo per dichiararle altre cose a nome del Signor loro. La R. M.tà li ha ben veduti et corrisposti di parole amorevoli „.

(4) Gabotto, III, 22.

(5) Foscari, *Dispacci*, ecc., pag. 883-84. Vigevano, 13 settembre 1496.

(6) *Id.*, " Al che risponde: lui essere stato sempre inclinato a pace e che è per fare quanto piacerà a S. M. „.

(7) *Id.*, pag. 888-89. Tortona, 24 settembre 1496: " Per quanto posso comprendere mi par vedere S. M. inclinata alle cose del Piemonte; perocchè la disse: ' Sarìa pur buono assicurare una volta questi passi '; ed anche il giorno precedente, essendo a caccia, mi usò parole di simile sostanza „.

Altrove venne narrata dell' opera benefica di Filippo in favore della pace italiana (1). Fu sventura che il 7 novembre 1497 egli sia morto dopo sì breve regno (2). Era l'unico principe che avrebbe potuto trattenere con arti diplomatiche e militari lo straniero fuori d'Italia, l'unico Duca sabaudo che abbia in quegli anni posseduto le qualità necessarie a rialzare il Piemonte dalla decadenza nella quale si trovava ed a ritirarlo dall'abisso dove da mezzo secolo andava precipitando.

Doc. 1°.

1496 — 17 marzo Bretten (" Bret „).

Zaccaria Contarini, oratore veneto presso il re dei Romani, Massimiliano I, al Doge Agostino Barbarigo. — È giunto un ambasciatore sabaudo, venuto per giustificare la Duchessa Bianca di Monferrato del passo accordato in Piemonte al re di Francia, Carlo VIII. Esso dichiara non potere la Duchessa vietare il passo al detto re, che in tal caso lo troverebbe dal marchese di Saluzzo, Lodovico II, e per rappressaglia occuperebbe in pochi giorni lo stato sabaudo. Se Massimiliano vuol chiudere l'Italia al re, obblighi il marchese a far l'omaggio dovuto al Duca di Savoia: allora tutti i passi delle Alpi saranno in mano sua (3).

(*Bibl. Marciana di Venezia, Mss. ital., classe VII, cod. DCCXCIX. Registrum litterarum Mag. et Clar.mi Eq. Dom. Zachariae Contarini et Benedicti Trivisani oratorum ad Ser.mum Romanorum Regem,* 1495-96, fol. 32 r.).

".... Hieri gionse quì uno orator de Sabaudia, nominato mon. dela Mota. Hozi è venuto a visitatione mia. Dice chel se partì da Moncalier a dì 18 del passato et haver facto la via de Millano per cosse lha havuto di tractar cum quel Ill.mo Duca. La causa dela venuta sua esser prima per iustificare la sua Ill.ma madama de qualche imputatione datali che

(1) Sanuto, I, 605 e sgg. — Gabotto, III, 48-50. — *Delle relazioni,* ecc., pag. 27-28.

(2) Gabotto, III, 73.

(3) La lettera è nota a Marino Sanuto, che però la riassume in brevi parole. *I Diarî,* I (Venezia, 1879), col. 87. " *A dì 16 ditto,* zonse un orator di Savoia nominato monsignor de la Mota. Partì di Monchalieri a dì 18 dil passato, et fece la via per Milano „.

la sia sta francexe et per dechiarire a questa M.tà se lha dato el passo al re de Franza lo ha facto de consentimento de quella. Ben è vero che chi astrenzesse quella Duchessa a devedar el passo a francexi saria farla inimica de quel re, quale havendo de li altri passi de Intrar in Italia, come è il passo Ragnello et pertuso, che sono del marchese de Saluzo, in tre giorni li potria tuor tuto el Stato. Ma se questa M.tà vorà chel re de Franza non habi passo de Intrar in Italia, el bisognerà che lastrenzi lantedicto marchexe a recognoscer el Duca de Sabaudia per suo superior, como de iure è obligato. Il che è officio de questa R. M. per esser supremo s.or del uno et laltro stato. Et quando el faci questo, el potrà dir de haver in suo arbitrio et dispositione tuti li passi et ingressi de Italia. Dice demum che, expedito da questa M.tà, vole andar a Vormes a far reverentia ala M.tà dela Regina et... alo Ill.mo arciduca Fhilippo..... „.

Doc. 2°.

1496 — 25 aprile Augusta.

Id. a *id.* — Lodovico il Moro, duca di Milano, ha scritto al suo amb.re, Erasmo Brasca, di avvertire Massimiliano del pericolo in cui si troverebbe, quando il ducato sabaudo, ora che è morto il Duca Carlo Giovanni, passasse al sig.re di Bressa, Filippo, suo capitale nemico. Essere necessario quindi impedire l'avvento al trono del medesimo, se no il re di Francia avrebbe libero del tutto il passo in Italia. S. M. mandasse adunque un amb.re alla Duchessa Bianca per confortarla e scrivesse lettere ai principali del paese. — Massimiliano ha deciso di seguire il consiglio del Moro, e manda Giorgio di *Pietraplana* amb.re alla Duchessa. A Milano questi deve ricevere istruzioni da quel Duca sulla condotta da tenere. Ha scritto pure il re dei Romani lettere alla Duchessa ecc. (1).

(*Bibl. Marciana di Venezia* ecc., cod. cit. fol. 42 r.).

" S. P. [*Serenissimo Prencipe*] etc..... Domino Herasmo Brascha me ha monstrato lettere del duca di millan de 18, che lo advisa de la morte del Duca de Sabaudia, et le commette la debi far intender a la R. M. et dechiarirli se quel stato è per venir a le mano de mons.r De Bressa, quanto pericolo sia per accrescer ale cose sue per esser dicto mons.r Ini-

(1) Sanuto, I, 125. Da lettere dell'oratore in Germania: " Et havendo inteso il re, per lettere di 18 dil ducha di Milano, la morte dil duca di Savoia et la creatione di Filippo monsignor di Brexa al ducato, comesse a domino Georgio de Pietraplana andasse *nomine suo* oratore a Milano, poi in Savoia, Et ancora dete licentia *repatriandi* a domino Cristoforo Scroften era orator a Venecia „.

mico capitale di Sua Ex., benchè a li de passati lo habi ricerchato del parentado de una sua figliola in maximiliano, primogenito del prefato Duca, La quale cosa non li parendo conveniente, le respoxe che lo faria cum el secundo figliolo (1). Preterea che li faci Intender, che havendo quella Duchessa a li giorni passati mandato a dire a S. M.tà che tuti li passi de Sabaudia erano in libertà sua, quella po ben considerar che se mons. De Bressa haverà quel stato et li passi, et consequenter tuto sarà in disposition dil re de Franza. Per il che Sua Cel. Doveria accelerar la venuta in Italia per assecurarse de dicti passi. Li commette *ulterius* che debi exhortar la R. M. a mandar una persona da conto a quella Duchessa per tenirla ben edificata cum lettere di credenza a li principal, et altri da poter usar, dove serà bisogno. — Per un post scriptas quel Duca commette a D. herasmo chel debi ben advertire come se resente la M. R. di questa morte, et le provisione monstra voler far. Ho ricerchato dicto orator in hac re. El qual dice che la R. M. se ne ha doluto assai et ha scripto a quella Duchessa condolendosi de dicta morte et confortandola a star di bon animo, chel non li mancherà di ogni subsidio et favore et de venir in persona ad aiutarla, et che la debi tenir el stato et passi ben custoditi. Ha scripto in *eadem*... a li tre stati del paese, et ha commesso a D. Georgio de Petraplana vadi a Millano et de li in Sabaudia cum la Instructione li darà quel Duca. Ha scripto etiam a le comunità de Berna et filiburg (2) che rechiedendole quella Duchessa aiuto non li debino manchar, Cum dechiarirli el pericolo nel qual le se attroveria, sel re di Franza potesse disponer de quel Stato. *Demum* ha scripto al Duca de Millano che sel pretende darli subsidio de zente li manderà do mille fanti cum li sui capitanei..... „.

Doc. 3°.

1496 — 27 aprile id.

Id. a *id.* — Il duca di Milano scrive che il ducato di Savoia spetta di diritto a Filippo, s.re di Bressa, e che sarebbe bene S. M. mandasse un amb.re ad intrattenerlo ed esplorare i suoi intendimenti. Così fa egli pure e manda anche in Francia per ricercare quali siano le relazioni del medesimo con quel re e coi signori di Bourbon.

(*Bibl. Marciana di Venezia*, loc. cit., fol. 43 r.).

"..... Da Millano quel Duca scrive che havendo el Stato de Sabaudia

---

(1) *Id.*, col. 206. Lettere di Marco Dandolo, oratore a Milano: " *Item* che si praticava una zerta praticha di noze dil fiol dil ducha di Milan chiamato conte di Pavia, di età di anni 5, in la fia di Philippo, monsignor ducha di Savoia. *Tamen* non have effecto „.

(2) Friburgo.

a pervenir a mons.r De Bressa, come le par spectar de Jure, saria a proposito che questa M.tà li mandasse uno suo per Intertenirlo Cum quella, et esser advisata deli sui andamenti, et che epso Duca ha mandato uno suo al prefato mons.r et un altro in franza per sapere come sta con quel re et cum li signori de barbon. Per altre lettere commette al orator debe instar che la R. M. li rispondi resolutivamente a quello molte volte ha scripto et mandato a dir viva voce per Domino Angelo Da florentia „.

Doc. 4°.

1496 — 6 maggio id.

Id. a *id.* — S. M. ritiene che il ducato di Savoia sia a lui devoluto, e non vuol riconoscere il sig.re di Bressa come duca, finchè non sia stata esaminata la cosa legalmente.

(*Id.*, fol. 46 r.).

S. M. " ..... Ha etiam risposto ala requisitione di mandar uno a mons. De bressa per intertenirlo, etc., Come per le precedente mie significai a V. S.tà chel li vole haver bona consideratione et che ha per opinione quel Stato esser devoluto a lo Imperio, perchè *alias* queli dela casa de Sabaudia furono contra limperio, et *ex consequenti* restorono privati dele raxone lhavenno in quel Stato, et che la M.tà dello Imperator Frederico (1) *de plenitudine potestatis* tolse a gratia et investì il padre di questo duca novamente morto et li sui discendenti per linea masculina, i quali essendo hora manchati, sua M.tà tene che quel stato sia nel termine era avanti questa Investitura, et hase remesso a volerla veder et examinar avanti chel li mandi alcuno nè li scrivi, nè el nomini Duca di Sabaudia..... „.

Doc. 5°.

1496 — 17 maggio Milano.

Antonio Bevilacqua ad Ercole I d'Este, duca di Ferrara. — Udienza avuta da Lodovico il Moro. — Parole ostili di questo pel re di Francia.

(*Arch. di Stato di Modena, Cancelleria ducale, Carteggio degli amb.ri estensi a Torino*, b. 1).

" Ill.mo Sig.r mio. hozi sum stato cum questo Ex.mo Sig.re et factoli intender che V. S. per servare la consuetudine che sempre è stata che ciascuno sig.re l'uno con l'altro se congratuli de le prosperità che accadeno, et ancora per le amorevole demostratione che l' Ill.mo Duca de

(1) Federico III padre e predecessore di Massimiliano.

Savoia havea facto a V. S. alandata sua dal Christianissimo Sig.re di Franza, quella era debitore di fare qualche demostratione de allegrezza per questa sua creatione del ducato de Savoia, et per questo v. Cel.ne me havea ellecto che andasse a sua S. per fare questo effecto, ma che prima V. S. me havea comandato che io venisse da sua Ill.ma s.a per intendere se quella volea chio facesse cosa alcuna, et che tuto quello che per sua Cel.ne me fusse comandato era paratissimo ad obedire. sua Cel.ne me respose che quella havea facto prudentissime deliberatione et chio andasse in bona ora et chio ritrovaria il mag.co meser Vesconte apreso a quel Sig.re mandato per sua Ill.ma Sig.ria, et che ala ritornata mia io saperia ragionare de queste cose francesi, cignandomi che le cose del re di Franza siano a mal termine. Io li respoxi: Ill.mo Sig.re qualche fiata v. S. ha dimandato al sig. mio il parere suo circa queste pratiche francexe, il quale non mancho desideroxo del ben et conservatione dil stato di v. Cel.ne, cha dil suo proprio, continuamente ha ricordato a quella tuto quello che sua S. ha iudicato essere al proposito dil stato suo, reputando che ogni sinistro che accadesse a v. S. il prefato s. mio ne fusse partecipe tanto quanto sua Cel.ne, per lo amore et affinitade commune, Et sel accadesse che v. S. havesse havuto Inditio eroneo in questo, non seria però che quella non havesse fidelmente facto intendere a sua Cel.ne quel che a lei è parso al proposito dil stato suo, ma chel fine seria quel daria la sententia. Alora Sua S. se alterò un pocho, et me dixe: vui altri crediti che questo re di Franza sia un gran sig.re asai più che non è. Lui non ha nè gente nè dinari, perchè habiamo operato chel non potrà havere sguizari, et non havendo non scio che fantaria possi condur in Italia. Vui havete facto tanto che non solamente tuta Italia, ma ancora lo re de Romani ve ha per franzoxi, et venendo come indubitatamente il virà, io voria sapere come farà il Sig.re duca de' Ferrara con lei. Io respoxi: Sig.re sel re de romani venirà in Italia, il sig. mio non manchara del debito suo, perchè nè sua maestà nè altri potentati de Italia iustamente se poteno dolere de sua s.a et subito me subvensse che v. Cel.ne haria facto meglio a mandarli uno ambassatore, si come haria desiderato lui et a recordato a v. S. In questo vene lo oratore veneto, et rupe il parlar nostro. Ala ritornata mia credo serò meglio informato, et forsi potrò parlare più arditamente con sua Cel.ne, se retrovarò le cose in contrario dil qual me depinge sua Cel.ne, et dil tuto ne darò adviso a v. S. ala quale me racomando. Mediolani, 17 mag, 1496 „.

Eiusdem D. V.

Servus Anto. bevilacqua.

Doc. 6°.

1496 — 22 maggio Torino.

Id. a *id.* — Arrivo a Torino. — Informazioni varie. (loc. cit.).

" Ill.mo Sig.r mio. heri sera gionsi a Torino, et ho ritrovato questo Ill.mo Sig. cum uno pocho di gotta, ma presto serà libero, perchè è pocho male, et è in uno piede, sì come altre volte sua S. me pare ne sia defectoxa. Sua Ex. me mandò molti baroni incontra e fami honore grandissimo. Ancora non ho habuto audientia da sua Cel.ne. Questa matina se parte il mag.co meser vesconte, il quale, come scia v. S., è stato da questo Ill.mo s. e molto accarezato e ben visto, e pare che sua S. sia molto desiderosa de intendersi ben cum lo Ill.mo Duca de Milano, al quale non resta persuadere che Sua Sublimitade non voglia romperse cum il Christianissimo Re di franza allegando molte ragione sopra questo, et affermandoli li soi consigli essere da bon e fidel parente. Heri sira parlai cum il mag.co meser vesconte, il quale per niente non crede che la maestà dil re di Franza habia a venire in Italia in persona ma solum mandarli. Io ho parlato cum questi de questo Ill.mo s., li quali me certificano il prefato re havere messo in ordine tre millia lanze et sua maestà armare una grossissima armata in provenza, la quale in termine de x o a xii zorni afermano se partirà per andare alla volta del reame di napoli, et suxo dicta armata dicono che mettono cinquecento lanze et sei millia sguizari, et partita che sera ditta armata, me affermano la maestà dil re venirà in Italia, ma prima va in Provenza a vedere partire l'armata; dui oratori francesi sono qui a Torino, ancora non ho parlato con loro. Io vederò hozi intendere qualche cosa, et havendo messo, subito ne darò avixo a v. Cel.ne, ala quale humilmente me racomando „. Taurini xxij maij 1496.

Eiusdem D. V.

Servus Anto. bivilaqua.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

TORINO — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

CLASSI UNITE

R. ACADEMY OF SCIENCES

Adunanza del 13 Gennaio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO SENATORE PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Naccari, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Graf, Boselli, Cipolla, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario. — Il Socio Ferrero scusa la propria assenza.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi Unite del 30 dicembre 1900.

L'Accademia procede alla votazione pel conferimento del premio di Filosofia Gautieri per il triennio 1897-1899. A grande maggioranza l'Accademia approva la divisione del premio in due parti uguali. Di queste due parti, l'una è assegnata dal voto dell'Accademia al prof. Giovanni Gentile del R. Liceo Vittorio Emanuele II di Napoli, per l'opera *Rosmini e Gioberti,* l'altra al prof. Guido Villa del R. Liceo Torquato Tasso di Roma, per l'opera *La psicologia contemporanea.*

Compiendosi il sessennio di Presidenza del Socio Senatore Giuseppe Carle, e non essendo egli più rieleggibile a norma dell'art. 3° dello Statuto accademico, l'Accademia passa ad eleggere il nuovo Presidente. Riesce eletto alla carica triennale di Presidente dell'Accademia, salvo l'approvazione sovrana, il Socio Prof. Comm. Alfonso Cossa.

Il Presidente Carle ringrazia l'Accademia per il favore dimostratogli nel sessennio e porge i suoi auguri al nuovo Presidente. Il Socio Cossa ringrazia il Presidente ed i Colleghi per la dimostrazione di stima e di fiducia con cui essi lo hanno onorato.

Il Socio Berruti, interpretando l'intenzione dei Colleghi, ringrazia il Presidente Carle in nome della Accademia per la premura ed il senno con cui ha guidato durante un sessennio l'opera del nostro Istituto. Gli Accademici si associano plaudenti alle sue parole.

Gli Accademici Segretari
Andrea Naccari
Rodolfo Renier.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 13 Gennaio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. GIUSEPPE CARLE
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Cossa, Vice Presidente dell'Accademia, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente seduta che viene approvato. Egli presenta poi il terzo volume del *Formulaire de Mathématiques*, offerto in dono all'Accademia dal Socio Peano, che n'è autore, e tre volumi intitolati: *Rapports presentés au Congrès international de Physique réuni à Paris en 1900,* inviati in dono all'Accademia dal Comitato ordinatore di quel Congresso.

Il Socio Salvadori offre in omaggio l'elenco stampato delle proprie pubblicazioni.

Il Socio Camerano legge de' cenni biografici del Socio corrispondente Edmondo de Selys Longchamps testè defunto. Saranno inseriti negli *Atti*.

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Sopra alcune particolari congruenze di rette del terzo ordine,* nota del prof. Gino Fano, presentata dal Socio Segre,

2° *Sui principii che reggono la geometria delle rette,* nota del prof. Mario Pieri, presentata dal Socio Peano,

3° *Sulla sostanza cromatofila endoglobulare in alcuni eritrociti,* nota del prof. Antonio Cesaris-Demel, presentata dal Socio Naccari, a nome del Socio Foà che non potè intervenire all'adunanza.

Il Socio Segre anche a nome del Socio D'Ovidio legge la relazione sulla memoria del dott. Francesco Severi, intitolata: *Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio*, concludendo per la lettura alla classe. Approvata la relazione e compiuta la lettura, si accetta la memoria per la sua inserzione nei volumi accademici.

Il Socio D'Ovidio presenta uno scritto del dott. Tommaso Boggio, che sarebbe destinato ai volumi accademici. È intitolato: *Sulle funzioni di Green d'ordine qualunque e la loro applicazione all'integrazione di alcune equazioni differenziali.* Sarà esaminata dai Soci D'Ovidio e Volterra.

LETTURE

MICHELE EDMONDO Barone di SELYS LONGCHAMPS

Brevi parole di commemorazione del Socio LORENZO CAMERANO

Il vertiginoso svolgersi dei fatti più importanti del risorgimento italiano dopo il 1859 che, in breve volger d'anni, condusse alla costituzione della Nazione italiana, mentre era salutato con entusiasmo sincero dalle menti illuminate e liberali di tutte le Nazioni incivilite, faceva sorgere l'opposizione implacabile di tutti coloro che nel nuovo avvenimento storico vedevano con terrore il trionfo delle idee germogliate dalla Rivoluzione francese.

Non è d'uopo ricordare qui le correnti di ostilità palesi e larvate che da tutte le Nazioni europee vennero dirette contro la Nuova Italia: non è d'uopo neppure ricordare il grande lavoro compiuto da tutti gli uomini schiettamente liberali che in poco meno di dieci anni, dopo la proclamazione del Regno d'Italia, operò quel rinnovamento generale delle idee che rese possibile il più grande avvenimento del secolo che testè si è chiuso; la caduta, voglio dire, del Potere temporale.

In questo lavoro l'Italia ebbe cooperatori ed amici in tutte le Nazioni incivilite: ad essi è giusto e doveroso vada dall'Italia un tributo di gratitudine.

Uno di questi uomini benemeriti fu Michele Edmondo Barone di SELYS-LONGCHAMPS, morto a Liegi il giorno 11 del dicembre scorso nella grave età di 87 anni.

Il Barone di Selys-Longchamps nacque a Parigi il 25 maggio 1813, e fece i suoi studi universitarii a Liegi nella quale città rimase fino alla sua morte. Ricco di censo, si applicò attivamente allo studio della zoologia, pel quale nutriva amore vivissimo; ma in breve la vita politica lo trasse a sè, e fu

eletto a far parte della Camera dei deputati, dove sostenne con grande larghezza di idee i principii più liberali. Nell'anno 1855 venne eletto senatore pel circondario di Waremme. I suoi elettori gli rinnovarono costantemente il mandato fino all'anno scorso, in cui la grave età non gli concesse più di ripresentarsi alle elezioni generali. Durante il Ministero liberale del Belgio fu per varii anni presidente del Senato.

Per tutta la sua vita fu amico sincero ed entusiasta dell'Italia, e seguì con amore e trepidazione le vicende fortunose del nostro risorgimento cooperando, cogli scritti e colla parola, a rendere accetta ai suoi concittadini la causa italiana.

Negli anni 1838 e 1840 visitò l'Italia, prendendo parte a quei congressi di naturalisti italiani che tanta parte esercitarono a preparare il nostro risorgimento. Egli strinse amicizia con tutti i nostri migliori zoologi, coi quali per lunghi anni mantenne sempre rapporti cordialissimi. Nel 1866 ritornò in Italia e così esprime le impressioni ricevute dalla sua nuova visita (1) " Such is the sum of the notes which I took during " my last journey to Italy, in January 1866. I revisited there " fine museums, enriched and augmented; but, alas! how many " of the *savans* who had greeted me in 1838 and 1840 had been " snatched away by death! I no longer met Prince Charles " Bonaparte and Riccioli of Rome, Géné of Turin, Philippi di " Filippi and the Abbé Bernardo Marietti of Milan, General " Albert de la Marmora and the Marquis Carlo Durazzo of " Genoa, Risso and Verany of Nice, the Abbé Francesco Bal- " dacconi of Sienna, Dr. Carlo Passerini of Florence, Carlo Porro " of Lombardy — this last murdered by Croatians in 1848 on " their flight from Milan, whence he had been brought as an " hostage. — May their memory always remain blest to me! " It is consoling always to be able to assert that the Italian " ornithologists who have followed their footsteps are equally " filled with the love of science, which is always held in honour " in the New Italy — *una e libera*, where I found, as of old, " an hospitaliy and a cordiality worthy of imitation among other " nations ".

---

(1) *Notes on various Birds observed in Italian Museums in 1866*, " The Ibis ". 1870, pag. 454.

Le idee liberali del Barone di Selys de Longchamps e il suo amore per l'Italia lo fecero designare da Leopoldo II a capo della missione destinata ad annunziare al Re d'Italia la morte di Leopoldo I e l'avvenimento al trono di Leopoldo II. Delle parole dette da lui in quell'occasione (1) sono da ricordarsi le seguenti:

" La Belgique et l'Italie sont régies par des libres institu-
" tions, qui ont entre elles une grande affinité. Les deux peu-
" ples, avides de conserver leur indépendance veulent le progrès
" pacifique au point de vue moral, comme au point de vue ma-
" tériel — en un mot l'ordre et la liberté.

" La Belgique et l'Italie, favorisées par la Providence, sont
" gouvernées par des Princes, dont la loyauté perpétue la po-
" pularité! . . . . . „. " En me choisissant pour porter à Votre
" Majesté l'expression de tels sentiments, le roi des Belges m'a
" fait un honneur auquel j'ai été d'autant plus sensible, que
" toute ma vie, je n'ai cessé de ressentir les plus vives sym-
" pathies pour l'Italie „.

Dopo il doloroso fatto di Mentana così egli scriveva al compianto Vittore Ghiliani, il ben noto entomologo del Museo Zoologico di Torino (2):

" J'ai eté désolé des derniers événements romains. . . . . En
" Belgique les gens éclairés sont très favorables à l'Italie. Ne
" jugez pas du tout l'opinion de notre pays par la présence
" parmi les zouaves de quelques centaines de jeunes paysans
" fanatiques et ignorants de nos provinces *Flamandes*, dont la
" population rurale ressemble à celle des campagnes de l'Irlande.
" — Il y a aussi un certain nombre de jeunes nobles des mêmes
" provinces qui sont infectés de mêmes idées. Voilà tout „.

Per molti anni il Barone Selys de Longchamps ebbe rapporti cordiali col Museo zoologico di Torino, nel quale si conservano numerosi insetti da lui studiati, ed amicizia personale coi compianti Gené, De Filippi e Ghiliani e col nostro collega Conte Salvadori.

---

(1) 14 Gennaio 1866.
(2) Archivio del Museo Zoologico di Torino.

Alla morte del De Filippi così scriveva al Ghiliani (1): " J'ai connu avec une vive douleur la mort du savant de Fi- " lippi, qui m'avait toujours témoigné une grande amitié et avec " lequel en décembre 1836, j'avais eu l'honneur de travailler à " Paris à une révision de la liste des oiseaux d'Europe. Cette " perte cruelle sera d'autant plus vivement sentie que la science " attendait de lui la publication des trésors scientifiques qu'il " a dû recueillir pendant son dernier grand voyage ".

I lavori zoologici del Barone Selys de Longchamps sono numerosi. Essi riguardano particolarmente l'Ornitologia, l'Entomologia e la Micromammalogia.

Il suo primo lavoro risale al 1831, ed è il *Catalogue des oiseaux du pays de Liège* (Liège, 1831). Lo studio dell'Ornitologia, e in particolar modo dell'Ornitologia belga fu sempre oggetto delle sue cure. Intorno ad essa fece in seguito numerose pubblicazioni assai pregiate (2).

---

(1) Archivio del Museo Zoologico di Torino.

(2) *Faune Belge*. Liège, 1842.

— *Zoologischer Kalender von Belgien*, " Fror. Tagsber. ", n. 296. 1851.

— *Note sur la nomenclature zoologique*, " Bull. Acad. de Brux. ", 10, 2. 1843. - " Ann. of Nat. Hist. ", vol. 11, 1843. - " Philos. Mag. N. S. ", vol. 23. 1843.

— *Observations sur les phénomènes périodiques du règne animal et particulièrement sur les migrations des oiseaux en Belgique de 1841 à 1846*, " Nouv. Mém. Acad. de Brux. ", vol. 21. 1848.

— *Projet d'observations annuelles sur la périodicité des oiseaux*, " Rep. Brit. Assoc. Adv. Sc. ", 11 Meet. 1841.

— *Sur les oiseaux américains inscrits dans la faune européenne*, " Mém. Soc. R. de Liège ", vol. 4. 1849.

— *Bemerkungen über einige Vögel Europas*, " Naumania ". 1856.

— *Récapitulation des hybrides observés dans la famille des Anatidées*, " Bull. Acad. de Brux. ", 12, 2. 1845.

— *Additions à la récapitulation* (come sopra), " Bull. Acad. de Belgique ", vol. 23. 1856.

— *Bemerkungen über die wahren Gänse Europas*, " Naumania ". 1855.

— *Résumé concernant les oiseaux brévipennes mentionnés dans l'ouvrage de M. Strickland sur le Dodo*, " Revue Zool. ". 1848.

— *Sur les Cassenoix*, " Institut ", XIII. 1845.

— *Notice sur l'Hirondelle rousseline d'Europe et sur les autres espèces du sous genre Cecropis*, " Bull. Acad. de Belgique ", XXII. 1855.

— *Notice sur les Beccroisés leucoptère et bifascié* (ibidem), 13. 1846.

— *Note sur une migration de Cassenoix* (ibidem), 11.

— *Note sur une nouvelle Mésange d'Europe* (ibidem), 10. 1843.

Fu uno dei primi ad occuparsi dello studio dei micromammiferi europei ed importanti sono i suoi lavori sul difficile gruppo dei topi campagnuoli (1).

Si occupò pure dello studio dei pesci del Belgio e pubblicò una *Revision des poissons d'eau douce de la faune belge* (Bull. Ac. Sc. Belge, v. 14, 1888).

Ma si fu nella entomologia, dove si esplicò la maggior parte della sua attività scientifica, e in particolare modo nello studio dei Neurotteri e dei Pseudoneurotteri. Le sue monografie intorno a questi gruppi di insetti sono classiche e ad esse si ricorrerà sempre con frutto (2).

— *Analyse d'une classification des oiseaux Passeraux*, " Revue Zool. „. 1839.
— *Note sur le* Passer pusillus *Pall. et sur la* Sylvia icterina, " Revue Zool. „, 1847.
— *Note sur la famille des Récurvirostridées*, " Bull. Acad. de Belgique „, vol. 18. 1851.
— *Sur la classification des oiseaux depuis Linné*. Bruxelles, 1879.
— Lettera intorno alla pubblicazione intitolata: *A List of British Birds*. - *Ibis*. 1884, p. 118.
— *Excursion à l'île d'Heligoland*, " Bull. Soc. Zool. de France „. 1882. p. 250.
— *Considérations sur le genre Mésange*, " Bull. Soc. Zool. de France „. 1884, p. 32.
— *Sur l'acclimatation des deux espèces de Tétras en Belgique*, " Bull. Ac. Sc. Belg. „. 1893.
(1) *Note sur quelques petits mammifères du midi de la France*, " Revue Zool. „, 1843.
— *Essai sur l'histoire naturelle du Brabant. Mammifères*. Bruxelles, 1848.
— *Essai monographique sur les Campagnols des environs de Liège*. 1836.
— *Campagnols inédits*, " Revue zool. „. 1839.
— *Sur les Campagnols*, " Institut „, IX. 1841.
— *Note sur les Campagnols de la Suisse*, " Verhandlg. Schweiz. naturf. Gesel. „. Zürich, 1841.
— *Distribution géographique des Campagnols en Europe*, " Revue Zool. „, 1847.
— *Note sur deux espèces de Musaraignes observées nouvellement en Belgique*, " Bull. Acad. de Brux. „. 1841.
(2) Selys Longchamps et H. A. Hagen, *Monographie des Caloptérygiens*. Bruxelles, 1854, 289 pag. e 14 tav.
— Id., *Revue des Odonates ou Libellules d'Europe*. Bruxelles, 1850, 408 pag. con 11 tavole.
— *Énumération des Insectes Lépidoptères de la Belgique*, " Mém. Soc. R. de Liège „. 1846. - Correzioni al lavoro precedente, " Mém. Soc. Liège „, 2. 1844. " Ann. Soc. Ent. France „, 3 sér. v. 7. 1859.

Lo studio dei Neurotteri e Pseudoneurotteri occupò il Barone di Selys Longchamps per tutta la sua lunga vita durante la

---

— *Description de deux nouvelles espèces d'Aeshna,* " Bull. Ac. Brux. „, 6, 2. 1839.
— *Diagnose de trois espèces européennes d'Aeshna,* " Revue de Zool. „, 1839.
— *Synopsis des Agrionides,* " Bull. Acad. Belg. „. 1860.
— *Sur trois nouvelles espèces europ. du genre Agrion,* " Revue Zool. „. 1840.
— *Synopsis des Caloptérygiens,* " Bull. Acc. de Belg. „. Annex. 1853-54.
— *Note sur un nouveau Cordulegaster d'Europe,* " Revue Zool. „. 1844.
— Id. et Pictet, *Cordulia splendens* (ibidem). 1843.
— *Synopsis des Gomphines,* " Bull. Acc. Belg. „, 21. 1854.
Id. et Hagen, *Monographie des Gomphines,* con 23 tavole, " Mém. Soc. de Liège „, vol. 11. 1858.
— *Énumération des Libellules de la Belgique,* " Bull. Ac. de Brux. „, 7. 1840.
— *Nouvelles Libellulidées d'Europe,* " Revue Zool. „. 1841.
— *Nouvelles additions aux Libellulidées de la Belgique de 1840-43,* " Bull. Ac. de Brux. „, 10. 1843.
— *Note sur quelques Libellules d'Europe,* " Ann. Soc. Ent. France „, 2 ser. I. 1843.
— *Revision of the British Libellulidae,* " Ann. of nat. hist. „, vol. 18. 1846.
— *Liste des Libellules d'Europe et diagnose de quatre espèces nouvelles,* " Rev. Zool. „. 1848.
Id. et Hagen, *Revue des Odonates d'Europe - Complément et supplément à la monographie des Libellulidées d'Europe* „. Bruxelles, 1850.
— *Résumé géographique sur les Libellules de l'Italie continentale et insulaire,* " Mem. Accad. Sc. di Torino „, 2ª ser., vol. 11. 1851.
— *Sur la Sauterelle voyageuse observée en Belgique,* " Bull. Acad. de Belg. „, vol. 16. 1849.
— *De la chasse et de la préparation des Neuroptères.* Paris, Deyrolle, 1859.
— *La Libellula erythrea en Belgique,* " Ann. Soc. Ent. Belg. „, vol 21. 1878.
— *Note sur deux Libellulines du genre Urothemis* (ibidem), v. 21.
— *Quatrièmes additions au Synopsis des Gomphines,* " Bull. Acad. Belg. „, vol. 46. 1879.
— *Les Odonates de la région de la Nouvelle Guinée,* " Mitth. k. zool. Mus. Dresden „. 1879.
— *Nouvelles observations sur les Odonates de la région de la Nouvelle Guinée,* " Ann. Museo Civico di Genova „, XIV. 1879.
— *Quatrièmes additions au Synopsis des Caloptérygiens,* " Bull. Acad. Belge „, vol. 47.
— *Révision des Ophiogomphus,* " Soc. Ent. Belg. Compt. rend. „, 64. 1879.
— *Descr. of a new sp. of Phyllomacromia from West Africa,* " Ent. Mont. Magaz. „, v. 16. 1879.
— *La sous-famille des Psociens en Angleterre, en Belgique, en Scandinavie,* " Compt. Rend. Soc. Ent. Belge „, 71. 1880.
— *Lais Devillei* (ibidem). 1880.

quale, fino agli ultimi suoi anni, egli arricchì le nostre conoscenze intorno a questi insetti di fatti nuovi ed interessanti.

La produzione scientifica del Barone Selys de Longchamps può a taluno sembrare, considerata colle idee moderne, anti-

---

— *Sur une race de l'Ascalaphus boeticus* (ibidem), v. 23. 1880.
— *Neophya, nouveau genre de Cordulines* (ibidem). 1881.
— *Odonates des Philippines,* " Anal. Soc. Espan. Hist. Nat. „, II. 1882.
— *Sur quelques variétés ou aberrations des Zygaena de Belgique,* " Soc. Ent. Belg. Compt. Rend. „, n. 20. 1882.
— *Synopsis des Aæschinines* (ibidem), vol. 5. 1883.
— *Sur la distribution des Odonates en Afrique,* " Rev. Sc. Nat. Montpellier „, (3) v. 1. 1881.
— *Les Odonates du Japon,* " Ann. Soc. Ent. Belge „, v. 27. 1884.
— *Nouveau Mocrogomphus* (ibidem). 1884.
— *Revision des Diplax paléartiques* (ibidem). 1885.
— *Programme d'une revision des Agrionines* (ibidem). 1886.
— *Rectification concernant l'Onychogomphus Genei* (ibidem). 1886.
— *Odonates nouveaux de Pékin* (ibidem). 1887.
— *Note sur deux Crustacés Entomostracés de Belgique* (ibidem). 1887.
— *Odour observable in males of* Pieris napi, " Ent. Mont. Mag. „, v. 24. 1888.
— *Charles Donckier de Donceel,* " Soc. Ent. Belge „, 101. 1888.
— *Odonates des îles Loo-Choo* (ibidem). 1888.
— *Sur l'hivernation des deux espèces d'Odonates* (ibidem). 1888.
— *Notice nécrologique sur Eugène Bellier de la Chavignerie* (ibidem). 1889.
— *Odonates de l'Asie mineure, etc.* (ibidem), v. 31. 1889.
— *Where does Gonepteryx rhamni hibernate?* " Ent. Mont. Mag. „, 25. 1889.
— *Catalogue raisonné des Orthoptères et des Névroptères de Belgique,* " Ann. Soc. Ent. Belge „, v. 32. 1890.
— *Odonates de Sumatra,* " Ann. Mus. Civico di Genova „ (2), v. 7. 1900.
— *Palaeophlebia nouvelle légion de Caloptérygiens,* " Compt. Rend. Soc. Ent. Belg. „, 116. 1890.
— *Proneura nouveau genre d'Agrionines* (ibidem). 1890.
— *Insect migration at Heligoland,* " The Naturalist „. 1888.
— *Causeries odonatologiques,* " Soc. Ent. Belge „. 1891.
— *Odonates di Birmania,* " Ann. Mus. Civ. di Genova „ (2), vol. 10. 1891.
— *Additions aux Odonates des Philippines,* " Ann. Soc. Espan. Hist. nat. „, vol. 20. 1892.
— *Adrien Maurissen - Notice nécrologique,* " Ann. Soc. Ent. Belge „, vol. 36. 1893.
— *Causeries odonatologiques,* n. 7 (ibidem), vol. 38. 1894. - n. 8, vol. 40. 1896. - vol. 41. 1897. - vol. 42. 1898.
— *Le progrès dans la connaissance des Odonates.* Congr. internat. zool. Leyde, 1896.

quata; ma, per giudicarla, è d'uopo riportarsi colla mente al periodo dello svolgimento della zoologia, al quale essa in gran parte appartiene: a quel periodo, vale a dire, in cui imperavano le idee cuvieriane e in cui i principii evoluzionistici del Lamarck, del Geoffroy Saint-Hilaire, del Goethe si consideravano, dai più, destituiti di qualunque base scientifica e come elocubrazioni di menti esaltate e malsane.

Il Barone de Selys Longchamps non si occupò nè di ricerche anatomiche, nè delle grandi questioni biologiche che preoccuparono la mente dei Naturalisti dopo le pubblicazioni darwiniane. Certamente le cure della vita politica gli impedirono di rivolgere allo studio dei viventi tutta l'attività della sua mente eletta e del suo spirito arguto ed osservatore di cui diede splendida prova in tutti gli argomenti che egli prese a trattare. L'opera sua nel campo degli studii zoologici fu tuttavia buona ed utile, e fu opera duratura.

L'Accademia Reale delle Scienze del Belgio, le Società Entomologiche e Zoologiche del Belgio, della Francia, dell'Italia, dell'Austria, della Germania, dell'Inghilterra ebbero ad onore l'annoverarlo fra i loro soci più illustri. La nostra Accademia l'aveva nominato socio corrispondente fino dal gennaio 1841.

Il Governo Belga, il Governo Francese, il Governo Italiano lo insignirono dei gradi cavallereschi più elevati. Era stato nominato da Vittorio Emanuele II Gran Cordone dell'Ordine dei Santi Maurizio e Lazzaro.

Dalle lettere private che si conservano nell'Archivio del Museo Zoologico di Torino, dai suoi scritti pubblicati, dai ricordi di chi l'ha conosciuto personalmente, il Barone Selys di Longchamps appare uomo di grande bontà d'animo e di mente larga e liberale. La morte sua priva la scienza di uno dei suoi benemeriti lavoratori, il partito liberale Belga di uno dei suoi uomini più autorevoli, l'Italia di un amico provato e sincero.

Sui principî che reggono la Geometria delle rette.

Nota di MARIO PIERI.

Nel titolo di questa Nota si allude alla Geometria dello *spazio rigato* secondo il concetto di JUL. PLÜCKER (*): cioè dello spazio, inteso per classe o varietà di tutte le rette ch'esistono: dove qualunque figura, generalmente parlando, si definisce non come classe di punti o di piani; bensì come classe (o classe di classi) di rette. In ordine ai molti studî, che già si ebber di questo ramo della moderna Geometria — dalle prime ricerche del PLÜCKER sino alle più moderne investigazioni di F. KLEIN, C. SEGRE, R. STURM ed altri — si osserva un fatto di certa importanza nei riguardi deduttivi: ed è che tutti quanti gli Autori — se non parlan di *retta* come di un ente *numerico* — presuppongon formata e acquisita la nozione del *punto*; e reggonsi in parte sulle premesse da cui dipende l'ordinaria Geometria Projettiva. Non è dunque senza interesse il proposito di stabilire *i principî d'una geometria projettiva dei raggi*, senza nulla accettar dal di fuori; tranne, s'intende, quel fondo di pura Logica, ch'è necessario al discorso; e senza nulla presumere, insomma, di quel che appartiene ad altre dottrine analitiche o geometriche.

Scopo del presente Saggio è appunto il mostrare per sommi capi come si possa ricostruire deduttivamente il materiale dell'ordinaria Geometria Projettiva (dei punti e dei piani) sul fondamento di *due sole nozioni elementari*, tolte alla Geometria della Retta. Queste sono l'idea generale di *raggio*, e la relazione d'*incidenza* fra raggi. Le quali pertanto si assumono in qualità di primitive o dogmatiche, né son quì definite altrimenti che per

(*) " *On a New Geometrie of Space* ", Proceed. of the Royal Soc. of London, vol. 14, 1865; e Philos. Trans., vol. 155, 1865. Indi " *Neue Geometrie des Raumes* etc. ", Leipzig, 1868-69.

postulati; onde restan capaci di molte interpetrazioni oggettive. Il Lettore si avvedrà facilmente, che tutte le nostre proposiz.[i] convengono al significato di *retta projettiva* — intesa come individuo, e non come classe di punti, o di piani — per *raggio*; e al fatto dell'*incontrarsi in un punto* projettivo, ovver del *giacere in un piano* projettivo, per *incidenza* fra raggi. — Di poi tutta quanta la Geometria projettiva dei raggi si potrà dir senza più stabilita logicamente su quelle basi: sia che vogliamo introdurre le *coordinate* projettive d'un raggio variabile; sia che affrontiamo direttamente lo studio di forme rettilinee (complessi, congruenze, rigate) con gli strumenti costruttivi e sintetici della moderna Geometria: visto che a tutto ciò non fa d'uopo alcun nuovo principio deduttivo, ma solo opportune definizioni nominali ed esplicite.

§ 1°.

Il fascio di raggi.

Il termine " **raggio** „ è per denotare un certo ente primitivo — che chiameremo talvolta anche " *retta* „ — circa il quale si afferma intanto che (*):

P1. Postul.° I. **Il raggio è una classe non illusoria.** — Val quanto dire, in somma, che " *raggio* è nome comune agli enti d'una classe (non è un nome proprio) „; e che " qualche raggio esiste „.

Premesso che a e b sono raggi, con le frasi " a **taglia** b „, " a **incontra** b „, ecc., si vuole affermar che una certa relazione primitiva — significata nelle forme verbali " taglia „, " incontra „, ecc. — intercede fra la retta a e la retta b. Circa la classe " raggio „ e la predetta relazion d'" incidenza „ null'altro si sa, né si ammette, fuor di quel tanto, che si concede man mano esplicitamente dalle propos.[i] primitive o postulati.

(*) Si useranno le abbreviazioni *P, Df, Tr, Hp,* per *Proposizione, Definizione, Teorema, Ipotesi.*

P2. Postul.° II. **Ogni raggio incontra sè stesso.** — Dunque la relazione dell'" incontrare „ sarà *riflessiva*: a è un raggio, dunque a taglia a; ecc.

P3. Postul.° III. **Essendo a un raggio, esiste almeno un raggio, che taglia a senza coincider con a.** — La relazione di *coincidenza* fra raggi non differisce dall'*eguaglianza logica*; e, come questa, si può definire esplicitamente per mezzo della nozion di " *figura* „, o " *classe di raggi* „. Due rette *coincidono* (*si confondono* in una) se non esiste una classe di raggi, a cui l'una appartenga e non l'altra. Due figure coincidono, se ogni raggio dell'una spetta anche all'altra, e viceversa. Ecc.

P4. Postul.° IV. **Posto che a, b siano raggi distinti, e che a tagli b; si deduce che b taglia a.** — L'*incidenza* è pertanto una relazione conversiva o simmetrica. La relazione contraria di " a taglia b „ si afferma dicendo che " le rette a e b sono *sghembe* „.

P5-*Df.* " Date le rette a, b che s'incontrino senza confondersi, " per " **fascio** ab, „ o " **congiungente** a con b „, s'intende " la classe di tutti quei raggi, ognuno de' quali s'incontra " con ogni retta, che tagli al medesimo tempo a e b „. — La stessa figura si rappresenta col simbolo " $[ab]$ „. Sicché la prpsz.e: " x appartiene ad $[ab]$ „ viene a dire, che " x è una retta; e non esiste alcun raggio incidente a e b, ma non x „.

P6-*Tr.* " Essendo a e b come sopra, le figure $[ab]$ e $[ba]$ si " confondono; ossia ciascuna è contenuta nell'altra „.

P7-*Tr.* " Date ancora le rette a e b come sopra, ciascuna di " esse appartiene ad $[ab]$; e ogni raggio, il quale appartenga " ad $[ab]$, dovrà certamente incontrarle „. [Così dall'Hp. e dalle P2, 4, 5.]

P8-*Tr.* " E due raggi, i quali appartengano insieme ad $[ab]$, " certamente s'incontrano. „ [Dalle P4, 5, 7.]

P9-*Tr.* " E se c, d sono raggi di $[ab]$, per altro non coincidenti " fra loro, il fascio $[cd]$ sarà contenuto in $[ab]$. „ [Invero, qualunque retta incidente a e b taglia inoltre c e d per Hp

(P4, 5); dunque un raggio, che tagli ogni retta secante c e d, dovrà tagliare eziandio tutti i raggi che incontrano a e b.]

P10. Postul.° V. **Dal supposto, che due raggi a e b s'incontrino senza confondersi, e c sia un raggio di $[ab]$ non coincidente con a; si deduce, che b appartiene ad $[ac]$.**

P11-*Tr.* " Sotto la stessa Hp abbiamo, che i fasci $[ab]$ ed $[ac]$ " si confondono. „ [Invero, per P7, 9, $[ac]$ sarà contenuto in $[ab]$; e d'altra parte la sostituzione $\binom{c,b}{b,c}$ non infirma l'Hp, grazie a P7, 10, ecc.]

P12-*Tr.* " Dall'Hp della P9 consegue, che i fasci $[ab]$ e $[cd]$ si " confondono. „ [Se d coincide con a, sussiste il Tr in virtù delle P6, 11. Se a e d son distinti, bisognerà che i fasci $[ab]$ e $[ad]$ si confondano, grazie a $\binom{d}{c}$P11: per la qual cosa, c spettando a $[da]$(P6), si deduce, in virtù di $\binom{d,a}{a,b}$P11, che i fasci $[da]$ e $[dc]$ si confondono. Ecc.]

P13. Postul.° VI. **Qualunque volta due raggi a e b si tagliano senza confondersi, nel fascio $[ab]$ giace almeno un raggio diverso da a e da b.**

§ 2°.

La rete di raggi.

Dopo il *fascio*, si definisce la *rete* (da interpetrar come *stella di raggi*, o come *piano rigato*, a piacere). Le prps.i di questo § contemplano appunto *una* rete: le distinzioni e i confronti vengono appresso (§ 3).

P1. Postul.° VII. **Dato che a, b siano raggi distinti e l'un l'altro incidente; dovrà esistere un raggio, che li tagli ambedue senza giacere in $[ab]$.**

P2-*Tr.* " Esiston per certo tre raggi a, b, c, che ciascuno è di- " verso dai rimanenti e li taglia, senz'appartenere al loro " fascio. „ [L'esistenza di due rette a, b, che s'incontrano senza coincidere, emerge senz'altro dalle P1, 3 § 1. Il resto è detto in P1, date le P4, 7, 10 § 1, ecc.]. Ancora: se una retta a è data, esistono al certo due rette b e c per modo che ecc., ecc.

P3-*Tr.* " Premesso che a, b siano raggi distinti e l'un l'altro " incidente ; che c sia un raggio secante a e b, ma non posto " in $[ab]$: si deduce, ch'esiste al certo una retta d, secante " a e b ma non c. „ [Se non esistesse, c spetterebbe ad $[ab]$, contro l'Hp. Ved. le P4, 5, 8 § 1]. Anzi, scelti i raggi a e b come piace, dovranno esistere al certo due rette c e d per modo che ecc. ecc.

P4-*Df.* " Si chiama " **triraggio** „, o " **trilatispigolo** „ la figura " costituita in tre rette, di cui ciascuna incontri ciascuna; " se però non esiste alcun fascio di raggi che le contenga. „ — Tali son sempre, ad es., le rette a, b, c delle P2, 3. — I tre raggi son gli *elementi* (lati o spigoli) del trilatispigolo: e ognun vede che a questa figura — esistente a tenor di P2 — compete la doppia interpetrazione di " *trilatero* ovver *trispigolo* „.

P5-*Df.* " Dati i raggi a, b, c che siano elementi d'un trilatispi- " golo (P4), per mezzo del segno " $[a, bc]$ „ — che si tra- " duce in " **congiungente** a **con** $[bc]$ „ — denotiamo la " somma logica dei fasci di rette, ognun de' quali congiunga " la retta a con un raggio arbitrario del fascio $[bc]$ (P5 § 1). „ Dunque la frase " x appartiene ad $[a, bc]$ „ starà per la props.e: " esiste nel fascio $[bc]$ qualche retta y — necessariamente incontrata dal raggio a e diversa da questo (P5 § 1, P4, ecc.) — tale che x appartenga ad $[ay]$ „.

P6-*Tr.* " Date le rette a, b, c come dianzi, ciascuna di esse ap- " partiene alla congiungente a con $[bc]$; anzi questa con- " tiene i tre fasci $[ab]$, $[ac]$, $[bc]$. „

P7-*Tr.* " E qualunque raggio della figura $[a, bc]$ dovrà tagliar " tutte e tre le a, b, c. „.

P8-*Tr.* " Sotto la stessa Hp, due raggi spettanti alla figura $[a, bc]$ " necessariam.e s'incontrano. „ [Siano e', f' due raggi del fascio $[bc]$, tali che e spetti ad $[ae']$, f ad $[af']$. Dunque il raggio e incontra ogni retta segante ad un tempo a ed e' (P5 § 1). D'altra parte f, incontrando i raggi a, b e c (P7) taglia e' (P5 § 1) ed a.]

P9. Postul.o VIII. " **Posto che i raggi** a, b e c **siano elementi d'un trilatispigolo** (P4); **se** a' **è un** $[bc]$ **diverso**

da b e da c, e similmente b' un $[ca]$ diverso da c e da a, deve esistere almeno un raggio comune ai due fasci $[aa']$ e $[bb']$.

P10-*Tr.* " Essendo a, b, c lati o spigoli di un trilatispigolo, e b' " un raggio di $[ac]$; si deduce che il fascio $[bb']$ giace tutto " nella congiungente a con $[bc]$ (P5). „ Per la dimostr.e di questa e delle prps. che seguono intorno alla rete, mi richiamo senz'altro alla mia memoria sui " *Principî della Geometria di Posizione composti in sistema logico-deduttivo* „ — pubblicata negli Atti dell'Accad. delle Scienze di Torino, ser. 2a, tomo XLVIII (1898). Se nel § 3 di codesta mem. leggiamo dovunque *raggio* invece di *punto*; interpetrando la " *congiungente ab* di due punti distinti „ per " *fascio* individuato da due raggi a e b, che s'incontrano senza coincidere „; le premesse, da cui procedono le prps.i sul *piano projettivo* che formano oggetto di quel §, son vere anche qui — come si chiarirà tra poco (§ 4). Talchè le P10-19 intorno alla rete di raggi si specchiano logicamente nelle P10, 11, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21 della mem. cit. (pag. 16-18).

P11-*Tr.* " Se le rette a, b, c siano ancora elementi d'un trilati- " spigolo, si dimostra che le figure $[a, bc]$ e $[b, ac]$ coin- " cidono. „

P12-*Tr.* " Se, date ancora le rette a, b, c come sopra, d sia un " raggio della figura $[a, bc]$ diverso da b; tutto il fascio $[bd]$ " sarà contenuto in quella. „

P13-*Tr.* " Anzi tutte e sei le figure $[a, bc]$, $[a, cb]$, $[b, ac]$, $[b, ca]$, " $[c, ab]$, $[c, ba]$ coincideranno in una sola e medesima fi- " gura " $[abc]$ „, da chiamarsi " **rete** *abc* „. „

P14-*Tr.* " Sempre che le a, b, c formin trilatispigolo, d essendo " un raggio del fascio $[bc]$; ne inferiamo, che la rete $[abc]$ " (P13) si confonde con $[abd]$ o con $[acd]$. „

P15-*Tr.* " Dati i raggi a, b, c come sopra; se un raggio d sta " nella rete $[abc]$, ma non appartiene ad $[ab]$, si conclude, " che le reti $[abc]$ e $[abd]$ coincidono. „

P16-*Tr.* " Essendo a, b, c gli elementi d'un trilatispigolo, poscia " d, e raggi spettanti alla rete $[abc]$ — tali invero, che a,

" d, e siano ancora elementi d'un trilatispigolo — bisognerà
" che le reti $[abc]$ e $[ade]$ si confondano. „

P17-*Tr*. " Di nuovo essendo a, b, c gli elementi d'un trilatispi-
" golo; se avvien che tre raggi d, e, f, spettanti alla rete
" $[abc]$ siano ancora elementi di un trilatispigolo, le due
" reti $[abc]$ e $[def]$ coincidono. „

P18-*Tr*. " Essendo a, b, c come sopra, qualsivoglia coppia di
" raggi e, f spettanti alla rete $[abc]$, purchè non coincidenti,
" determina un fascio $[ef]$ contenuto per intero in $[abc]$. „
[Uno almeno dei raggi a, b, c sarà escluso dal fascio $[ef]$ (P4): sia per es. a; di guisa che le rette a, e, f sono eziandio gli elementi d'un trilatispigolo (P12 § 1 e P4). Or si confondon le reti $[abc]$, $[aef]$ (P6, 13, 16): sicché basta sol richiamarsi a $\binom{e,f}{b,c}$P6 e P13 per concluder la Tesi.]

P19-*Tr*. " E se nella rete $[abc]$ si dànno quattro raggi d, e, f, g
" per modo, che né d coincida con e, né f con g, dovrà esi-
" stere almeno un raggio comune ai due fasci $[de]$, $[fg]$. „

§ 3°.

Lo spazio rigato.

P1. Postul.° IX. **Se di due rette a e b, che s'incontrano senza coincidere, ognuna è tagliata da due rette sghembe c e d: allora ogni raggio, che incontri al medesimo tempo a e b, dovrà tagliare uno almeno dei raggi c, d.**

P2. Postul.° X. **E ogni raggio, che incontri tutte e quattro le rette a, b, c, d, giace nel fascio $[ab]$.**

Le dieci prps. primitive ammesse fin qui non importano alcuna restrizione circa i caratteri dell'ente " raggio „, dai quali dipende il numero delle *dimensioni* spettanti allo *spazio rigato* (alla " classe di tutti i raggi possibili „) nell' ordinaria interpetrazione fisica di quello. Lo stesso è dei cinque postulati che seguon l'undecimo (§ 4). — Benché sembri possibile svolgere dalle premesse I-X e XII-XVI una Geometria dei raggi e dei punti (stelle di raggi) equivalente alla Geom.ª delle rette e dei punti in uno spazio

projettivo da quante si vogliano dimensioni (*); qui non di meno si preferisce il convergere le deduzioni sull'ordinario *spazio di rette* (da quattro dimensioni), che per certi caratteri di dualità e simmetria va distinto dagli altri, com'è ben noto. Accetteremo pertanto il seguente:

P3. Postul.° XI. **Dati ancora due raggi a e b che s'incontrino senza coincidere, e data una retta g che non tagli a né b; sarà necessario che questa g incontri un qualche raggio di $[ab]$.** — Laonde (P7 § 1): " In qual si voglia fascio di raggi esiste una retta segante una retta data ad arbitrio „. (Già si sa che una retta non può tagliarne *due* raggi del fascio l'un l'altro distinti, senza incontrar tutti i raggi di quello: ved. P5, 12 § 1). — Questa propos.e dovrà certamente rimuoversi, da chi voglia passare agli spazî superiori.

P4-*Tr.* " Essendo a, b, c gli elementi d'un trilatispigolo; qua-
" lunque raggio x, che tagli ad un tempo a, b e c dovrà
" star nella rete $[abc]$. „ [Date le P6, 13 § 2, si può conceder, che x non appartenga a nessuno dei fasci $[ab]$, $[ac]$, $[bc]$. Sia (P3 § 2) d un raggio, che tagli a e b ma non c; esso incontra per certo una retta del fascio $[cx]$ (P3): sia questa, per es., y. Bisognerà che y tagli a, b e c, dal momento che queste sono incontrate dalle c, x per Hp. (P2, 5 § 1; ecc.). Dunque essa taglia in un tempo le quattro rette a, b, c, d; per cons.a appartiene ad $[ab]$ (P2, ecc.): sicché basta ormai richiamarsi ad $\binom{c,x,y}{a,b,c}$ P10 § 1 e P5, 13 § 2]. — Pertanto (P7 § 2): " La figura $[abc]$ si confonde con la varietà delle rette incidenti a, b e c „. E come corollario: " Più rette, di cui ciascuna incontri tutte le altre, stanno sempre in una rete. „

P5-*Tr.* " Date le rette a, b, c come sopra, e dato un raggio e
" non spettante alla rete $[abc]$; le rette di questa, che si
" appoggiano ad c, sono un fascio. „ [Il raggio e può tagliare una o due delle rette a, b, c (P4): ma in ogni modo almeno tre raggi x, y, z, giacenti rispettiv.e nei fasci $[ab]$,

(*) Ved. per es. la mem. cit. sui *Principî della Geom. di Posiz.e* ecc., §§ 11, 12.

[*ac*], [*bc*], si appoggiano ad *e* (P3); né può darsi, che tutti e tre si confondano in uno (P11 § 1 e P4 § 2). Se per es. *x* non coincide con *y*, la congiungente [*xy*] di questi sarà un fascio di raggi spettanti alla rete (P8, 18 § 2) e tutti incidenti *e* (P5 § 1). È poi fuor di dubbio, che niun altro raggio *t* della rete può appoggiarsi ad *e*: se no questa *e* giacerebbe in [*xyt*] (P4), vale a dire in [*abc*] (P17 § 2), contro l'Hp.]

P6-*Df.* " Sotto l'Hp. della P1, le reti [*abc*] e [*abd*], con un " fascio [*ab*] di comune, si diranno " **congiunte** „ fra loro. „

P7-*Tr.* " Data una coppia di raggi *a*, *b* che s'incontrano senza " coincidere, esiston *due* reti, anzi *due sole* reti (congiunte " fra loro) che la contengono. „ [Esiston due rette sghembe *c*, *d*, che si appoggiano ad ambo le rette *a*, *b* (P1, 3 § 2); quindi esiston per certo due reti congiunte [*abc*], [*abd*], come vuole il Tr (P5, 7 § 2; P6, ecc.). D'altra parte una rete passante per *a* e per *b* dovrà contener l'uno o l'altro dei raggi *c*, *d* (P1, 4): dovrà dunque coincider con una di quelle (P17 § 2).]

P8-*Df.* " Essendo *a*, *b*, *c* gli elementi d'un trilatispigolo, chia- " meremo talvolta [$ab\bar{c}$] quella rete, a cui spettano i raggi " *a* e *b* ma non *c* (P7). „

P9-*Tr.* " Si dimostra, qualmente le reti [$ab\bar{c}$], [$bc\bar{a}$] (P8) non " hanno raggi a comune, da *b* in fuori. „ [Ogni raggio comune a queste due reti, tagliando insieme *a*, *b* e *c* sta nella rete [*abc*] (P7 § 2, P4); e per cons.ª nel fascio [*ab*] comune alle reti [*abc*], [$ab\bar{c}$] (P5, ecc.) — come ancora nel fascio [*bc*], per lo stesso motivo. Ma non c'è raggio diverso da *b*, che sia comune a quei fasci [*ab*] e [*bc*] (P4 § 2, ecc.).]

P10-*Tr.* " Date le *a*, *b*, *c*, *d* tal quale in P1, le reti [$ac\bar{b}$] e [$bd\bar{a}$] " non avranno alcun raggio in comune. „ [Invero qualunque retta comune, tagliando ciascuna delle *a*, *b*, *c*, *d*, spetterebbe ad [*ab*] (P2). Ma questo fascio e la rete [$ac\bar{b}$] non hanno elementi a comune, dal raggio *a* in fuori: se no tutto il fascio (P18 § 2), e per cons. anche *b*, giacerebbe in quella rete. Similmente [*ab*] e [$bc\bar{a}$] non hanno altra retta in comune che *b*: ecc., ecc.]

Le P7, 9, 10 ne accertano dell'effettiva esistenza di reti *non aventi alcun raggio a comune*, di reti *aventi a comune un sol raggio*, e di reti con *un fascio di raggi a comune.* — Che non vi sian possibilità fuor di queste — in ordine agli elementi comuni a due reti non coincidenti fra loro — è già detto in P17 § 2.

P11-*Df.* " Due reti son per chiamarsi " **omogenee** „, se hanno " a comune un sol raggio, ovver se coincidono; " **eterogenee** „ in qualunque altro caso. „ — La relazione d'*omogeneità* fra due reti è perciò riflessiva e simmetrica; doveché la contraria è soltanto simmetrica.

P12-*Tr.* " Date le a, b, c, d come sopra, non esiste una rete " omogenea con ambo le reti $[abc]$, $[abd]$. „ — Per tanto: " Se delle reti P, Q, R avviene che P e Q sian congiunte, ed R omogenea di P (o di Q), R sarà certamente eterogenea di Q (o di P). Ved. P6, 11. „ [Una rete R abbia un sol raggio x a comune con $[abc]$, e questo ancora esterno ad $[ab]$; sicché le reti R e $[abx]$ si confondano. Non può darsi alcun raggio comune alle R e $[abd]$; perché, se un tal raggio esistesse, spetterebbe ad $[ab]$ (P2), non men che alla rete $[abc]$ (P6 § 2, ecc.), contro l'Hp. Dunque in tal caso le R e $[abd]$ non saranno omogenee (P11). — Di poi supponiamo, che x appartenga ad $[ab]$ (dunque x diverso da d; e ancor diverso da uno almeno degli a e b, per es. dal raggio a; dunque esterno ad $[ac]$, ecc.). Se avvien che R passi per d, tutti i raggi del fascio $[dx]$ son comuni alle reti R e $[abd]$ (P18 § 2): né queste però si confondono; perché il coincidere farebbe sussister due rette distinte a e b comuni alle reti R e $[abc]$, contro l'Hp: dunque le R e $[abd]$ eterogenee. Se poi d non spetta ad R, fra i raggi di R che incontrano a, e sono pertanto un fascio (P5), ce n'è sempre uno almeno — sia per es. y — che non taglia c (quindi esterno ad $[ax]$, ecc.): ché se tutti incontrasser c, spettando insomma alla rete $[acx]$, vale a dire alla rete $[abc]$ (P8, 17 § 2; P4, ecc.), bisognerebbe anche qui, come dianzi, che a e b fosser comuni ad R e $[abc]$, contro l'Hp. Dunque la rete $[axy]$ (P5 § 2) vale a dire $[aby]$ (per via di P15 § 2, visto che

x taglia in un tempo a, b, y) avendo con R a comune il fascio di raggi $[xy]$ e nessun altro raggio, sarà congiunta, e però eterogenea, di R. Ma la stessa $[aby]$ deve al certo coincider con una delle due reti $[abc]$, $[abd]$ (P7): né può coincider con $[abc]$, dal momento che tiene una retta y non incontrante c.] — Con l'ultima parte di codesta argomentazione rimane insomma provato, che

P13-*Tr.* " Qualunque volta una rete R contenga un qualche " raggio di un dato fascio $[ab]$, sarà sempre congiunta con " una delle due reti contenenti quel fascio. „ (Ved. anche P6). Anzi con una soltanto, in virtù del seguente

P14-*Tr.* " Essendo a, b, c gli elementi d'un trilatispigolo, d una " retta incidente a e b ma non c, poscia e un raggio inci- " dente a e c ma non b; le reti $[abd]$, $[ace]$ non avranno " elementi a comune, dal raggio a in fuori. „ — Sicché: " Due reti congiunte ad una medesima rete sono sempre omogenee „. [Un raggio a' comune a quelle due reti e diverso dal raggio a (dato che esista) non appartiene per certo alla rete $[abc]$: perché, in più di a, i fasci $[ab]$ ed $[ac]$ non ammetton raggi a comune (P4, 5, ecc.): dunque a' esterno ad $[ab]$, come pure ad $[ac]$. Or queste reti $[aba']$, $[aca']$ — non diverse dalle $[abd]$, $[ace]$ — si dovrebber confondere; stante che c taglierebbe ciascuna delle a, b, a'.]

P15-*Tr.* " Date ancora le a, b, c, d come sopra, qualunque rete " R, che non abbia alcun raggio in comune con $[abc]$ sarà " certamente omogenea con $[abd]$. „ [Da P14 abbiamo, che le R e $[abd]$ non saranno congiunte. In R esiston due fasci, l'uno di raggi che incontrano a, l'altro di raggi che taglian b (P5, ecc.): e questi fasci tengono un raggio in comune (P19 § 2) — sia per es. x — il quale, dovendo tagliare ambedue quelle rette, giacerà nella rete $[abc]$, ovver nella rete $[abd]$ (P1, 7, ecc.). Ma in $[abc]$ non può stare; dal momento che questa non ha raggi a comune con R. Il raggio x appartiene dunque ad ambo le reti R e $[abd]$.] — Dalle P14, 15 abbiamo in somma (P11), che: " Se di tre reti P, Q, R, le P e Q sian congiunte, ed R sia eterogenea con P, biso-

gnerà che Q ed R siano omogenee fra loro „. In altri termini: " Non esiste una rete, che rispetto a due date reti congiunte sia d'entrambe eterogenea „.

P16-*Tr*. " Due reti Q ed R, entrambe omogenee ad una mede-
" sima rete P, saranno omogenee fra loro. „ — Questo è riconoscere insomma la qualità *transitiva* nella relazione d'omogeneità fra due reti (P11). [Si può conceder, che sian tre reti distinte. In allora, se i raggi PQ e PR non coincidono; la rete Q, contenendo una retta PQ del fascio individuato dai raggi PQ e PR (P8 § 2, ecc.) sarà congiunta con una delle due reti P e P', che passan per quello (P13). Ma non è congiunta a P(P6, 11); dunque a P'. Per egual modo R è congiunta a P'. Ne viene che i fasci QP' ed RP' — e per cons. le reti Q ed R — hanno un raggio in comune (P19 § 2): né d'altra parte può darsi che n'abbian più d'uno (P6, 12). — Se poi le rette PQ e PR si confondono in una, questa è per certo comune alle reti Q ed R; ecc.]

P17-*Tr*. " Essendo P, Q, R tre reti; se avvien che nessuna delle
" Q, R sia omogenea di P, quelle due saranno per forza
" omogenee. „ — Carattere *antitransitivo* dell'eterogeneità fra due reti. [Date le P14, 15, resta il supporre, che non esista un raggio comune a P e Q. La rete Qa — determinata da un raggio a di P e da due rette di Q, le quali incontrino a (P5) — e la rete P non hanno, dal raggio a in fuori, altre rette in comune (se no le P e Q n'uscirebber congiunte alla rete Qa; e p. c. omogenee (P14), contro l'Hp): dunque saranno omogenee. Ma, in virtù di P16, non saranno omogenee le reti Qa ed R; dal momento che non son tali le reti P ed R in Hp. Or non può darsi (P15), che ambo le reti congiunte Q e Qa siano eterogenee d'una medesima rete R: dunque Q ed R omogenee; c. v. d.]

§ 4°.

Il punto ed il piano.

Scelta a piacere una quaterna di riferimento a, b, c, d, come in P1 § 3, saranno date con essa due reti congiunte $[abc]$, $[abd]$. Le ultime prps.[i] suggeriscono di partir la classe di tutte le reti possibili in *due sistemi*; ponendo nell'un sistema tutte quante le reti omogenee con $[abc]$, nell'altro quelle omogenee con $[abd]$: perciò due reti spettanti al medesimo sistema saranno sempre omogenee (P16 § 3); e all'incontro eterogenee due reti spettanti a sistemi diversi (P11, 12, 16 § 3; ecc.). Se muteremo ad arbitrio il sistema di riferimento; ovver se al posto delle due reti congiunte $[abc]$, $[abd]$ porremo due nuove reti R, R' a piacere, purché eterogenee fra loro; la partizione fondata su queste non sarà in nulla diversa dalla precedente: atteso che il sistema di tutte le reti omogenee con R (o con R') dovrà confondersi con uno dei precedenti (P13, 14, 16, 17 § 3; ecc.). Ad uno di que' sistemi può mettersi il nome di " **punto projettivo** ", all'altro il nome di " **piano projettivo** "; cosicché, per es., sian *punti* le reti omogenee con $[abc]$, *piani* le reti omogenee con $[abd]$. Per mezzo di *due* $\begin{smallmatrix}\text{punti}\\ \text{piani}\end{smallmatrix}\}$ projettivi distinti sarà sempre individuata *una retta* projettiva, o raggio, appartenente ad entrambi: laddove *un punto* ed *un piano* non avranno in comune alcun raggio, o ne avranno a comune infiniti (un fascio): ved. P11 § 3, ecc. In quest' ultimo caso si dice opportunamente, che il punto ed il piano " **si appartengono** " a vicenda; e che ciascuno è " **sostegno** " dell'altro: come ancor si suol dire che un piano — al pari di un punto — appartenga a ciascuno dei raggi che lo compongono: ecc., ecc.

L'indifferenza che c'è nell'attribuire il nome di *punto* all'uno, più tosto che all'altro, dei due predetti sistemi di reti (e il fatto che questa scelta non abbia effetto di sorta in quanto si dice appresso) involge una **dualità** perfetta fra punto e piano.

Una volta acquisiti il *raggio*, il *punto* ed il *piano*, chi voglia certificarsi dell'effettiva possibilità di cavare da questi dati tutto quanto il materiale dell'ordinaria Geometria Projettiva, non avrà che da richiamarsi a un qualche noto sistema deduttivo di questa

scienza; e da riscontrare, se le nozioni primitive e gli assiomi d'un tal sistema si possan definire e dedurre dagli enti primitivi " *raggio* „ e " *incidenza fra raggi* „, e dai postulati che versano intorno ai medesimi. Per un tal paragone mi riferisco alla memoria citata innanzi sui " *Principî della Geom.ª di Posiz.ᵉ*, ecc. „: dove i soggetti primitivi sono il " punto projettivo „ e la " congiungente due punti proj.ⁱ distinti „. Or questi termini possiamo definirli senz'altro come equivalenti a " rete omogenea con $[abc]$ „, e " classe di tutte le reti omogenee con $[abc]$, che contengono il raggio comune a due date reti fra loro distinte e omogenee con $[abc]$ „ — Leggendo d in luogo di c, si avrà la definizione di " piano proj.º „ e di " congiungente due piani proj.ⁱ (fascio di piani) „. La congiungente due $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.ⁱ distinti A e B si può indicar con " $[AB]$ „; mentre " AB „ denota soltanto il raggio comune.

Poco è da dire in ordine ai primi cinque postulati della mem. cit., racchiusi nelle tre prps. seg.ᵗⁱ:

P1-*Tr.* " Il $\frac{\text{punto}}{\text{piano}}\}$ projettivo è una classe non illusoria. „ [P2,3§2, ecc.]

P2-*Tr.* " Se P è un $\frac{\text{punto}}{\text{piano}}\}$ proj.º, esiste almeno un $\frac{\text{punto}}{\text{piano}}\}$ proj.º non " coincidente con P. „ [Se $P \equiv [efg]$ sia una rete omogenea con $[abc]$, h un raggio che tagli e, f senza incontrar g (P3,5§2; ecc.), allora la rete $Q \equiv [hef]$ (P8§3), diversa da P, sarà omogenea con P.]

P3-*Tr.* " Se P e Q son $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.ᵛⁱ, Q diverso da P, la congiun- " gente P con Q sarà classe di $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.ᵛⁱ „

Sono ancor soddisfatti i principî VI, VII, IX e X della mem. cit., in virtù delle due prps.ⁱ seguenti — e dell'anzidetta defin.ᵉ di " congiungente due reti omogenee „.

P4-*Tr.* " Dato che P e Q siano $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.ᵛⁱ non coincidenti, e che " R, S sian $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.ᵛⁱ appartenenti alla congiungente $[PQ]$, " ma diversi fra loro; è forza che le congiungenti $[PQ]$ ed " $[RS]$ coincidano. „

Il principio VIII (loc. cit., pag. 9) si può inferire da P13§1, nel modo che appresso.

P5-*Tr.* " Essendo P e Q $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.ᵛⁱ distinti, alla lor congiun- " gente $[PQ]$ spetta almeno un $\frac{\text{punto}}{\text{piano}}\}$ proj.ᵛº non coincidente

" con P, né con Q. „ [Denoti e il raggio PQ; f sia un raggio di P diverso da e; indi, nella rete Q, sia g un raggio segante f, ma diverso da e (P5 § 3, ecc.); infine h un raggio del fascio $[fg]$, distinto da f e da g (P13 § 1). Le reti $[efh]$ ed $[ehf]$ (P8 § 3) — di cui la prima coincide con P — saranno omogenee fra loro e distinte (P9 § 3, ecc.); e al modo stesso le reti $[egh]$ ed $[ehg]$ — la prima delle quali non differisce da Q. Dunque omogenee fra loro, e però coincidenti, le reti $[ehf]$, $[ehg]$ (P11, 16 § 3). Dunque esiste una rete $R \equiv [ehf]$ omogenea di P e Q, distinta da ognuna di queste, eppur contenente e. Ecc.]

Sono altresì deducibili da quanto precede i principî XI, XII e XIII della mem. cit., raccolti nelle tre prps.[i] che seguono.

P6-*Tr*. " Posto che P e Q sian $\frac{\text{punti}}{\text{piani}}\}$ proj.[i] distinti, dovrà esistere " almeno un $\frac{\text{punto}}{\text{piano}}\}$ proj.°, che non appartiene alla congiun- " gente $[PQ]$ di quelli. „ [Operando come dianzi, la rete $[fge]$ risulta omogenea con efg] e con $[egf]$.]

P7-*Tr*. " Se quattro reti P, Q, R, S saranno congiunte a una " medesima rete T — e per cons.[a] omogenee (P14, 16 § 3) — " essendo inoltre Q diversa da P, R da S; le congiungenti " $[PQ]$ ed $[RS]$ per lo meno avranno a comune una rete. „ [Invero le rette PQ ed RS giacendo in T — in quanto PQ sia comune ai fasci di raggi PT e QT (P19 § 2, ecc.) — si dovranno incontrare (P8 § 2). Se queste due rette coincidono, ciascuna delle reti P, Q, R, S, ecc., sarà comune alle due congiungenti. Se non coincidono, saranno ambedue contenute in due reti congiunte (P7 § 3), una delle quali è T: l'altra è dunque omogenea con P; dunque spetta (per definizione) alle due congiungenti.]

P8-*Tr*. " Date tre reti omogenee P, Q, R, non aventi alcun " raggio in comune (e per cons. distinte); e indicando con " p, q, r i tre raggi QR, RP, PQ (che saranno per certo ele- " menti di un trilatispigolo): esiste al certo una rete " omogenea di quelle; ma non, come quelle, congiunta alla " rete $[pqr]$. „ [R è congiunta di $[pqr]$; avendo a comune con questa i raggi p e q, ma non contenendo r. Ora (P3 § 2, ecc.)

esiste un raggio s, che incontra p e q ma non r; e un raggio t, che incontra p ed s ma non q. Sarà $[pqs]=R$; e la rete $[st\bar{p}]$ omogenea di R, perché sì l'una e sì l'altra congiunte alla medesima rete $[pst]$. Né può star che le reti $[pqr]$ $[st\bar{p}]$, sian congiunte fra loro; cioè che i raggi di $[pqr]$ secanti s formino un fascio appartenente ad $[st\bar{p}]$ (P7 § 2; P4, 6 § 3; ecc.): atteso che il raggio q della prima, mentre si appoggia ad s, non incontra t per Hp, e non può quindi appartenere alla seconda.] — In somma i tre $\begin{smallmatrix}\text{punti}\\\text{piani}\end{smallmatrix}\}$ P, Q R individuano un $\begin{smallmatrix}\text{piano}\\\text{punto}\end{smallmatrix}\}$ $[pqr]$, che appartiene a ciascuno di quelli: ma esiston sempre dei $\begin{smallmatrix}\text{punti}\\\text{piani}\end{smallmatrix}\}$ esclusi da $[pqr]$. — Il punto, o piano $[pqr]$, quando è preso per un ente individuo, si potrà designare opportunamente con " PQR "; mentre il simbolo " $[PQR]$ " starà meglio per " classe di tutte le reti congiunte a PQR ". Ecc.

Restano ancora i postul.[i] segmentarî XIV-XVIII della mem. cit.; nessuno dei quali par che si possa inferire dalle premesse I-XI del presente sistema. Ma, dopo quanto si è detto e confermato innanzi, noi potremo accettarli così come stanno anche qui. E veramente, quanto fa parte dei §§ 4°-10° (che versano intorno al *quadrangolo* piano e la relazione *armonica*, al *segmento proj.°*, agli *ordinamenti naturali* e *sensi* d'una retta proj.ª, al *triangolo* proj.°, alle trasformazioni segmentarie e al teor.ª fondamentale di Staudt) si potrebbe oramai far seguire anche qui, senza nulla modificare od aggiungere: dal momento che il fabbisogno dei §§ 1°, 2° e 3° lo abbiam riprodotto, benché sotto altra veste, in ciò che precede. Ci passeremo financo di riportare in questo Saggio le dette cinque props. primitive, da ritenersi aggregate alle precedenti I-XI; rinviando senz'altro il Lettore alla mem. cit.

Catania, Dicembre del 1900.

Sulla sostanza cromatofila endoglobulare in alcuni eritrociti.

Nota del Prof. ANTONIO CESARIS DEMEL.

(Con una Tavola).

Foà e Cesaris Demel in due note successive, comunicate all'Accademia di Medicina di Torino (1), richiamarono l'attenzione degli osservatori sulla presenza nel sangue circolante, di eritrociti, i quali presentano numerose granulazioni tingibili istantaneamente a fresco col rosso neutrale.

Queste granulazioni possono essere puntiformi o a blocchi informi, o a filamenti e si trovano solo in uno scarso numero degli eritrociti circolanti, sono abbondanti negli eritrociti del midollo delle ossa e possono aumentare o diminuire nei varî stati fisiologici e patologici dell'organismo. La loro manifesta origine midollare li fa ritenere come forme giovani e la prova sperimentale fa ritenere che la loro comparsa in circolo dinoti una utile reazione riparatrice e siano quindi di prognosi favorevole.

Questi granuli erano già stati, dal 98, colorati col rosso neutrale da Giglio Tos (2) negli eritrociti della lampreda e negli eritrociti embrionali degli altri vertebrati, non mai, come questo autore esplicitamente afferma, nei mammiferi adulti. Furono anche veduti negli eritroblasti di alcuni embrioni da Maximow (3) e da Israel e Pappenheim (4), ma nessuno prima di Foà e Cesaris-Demel li aveva studiati nell'uomo e tanto meno si era cercato di seguirne il comportamento nei varî stati fisiologici e patologici, clinicamente o sperimentalmente studiati.

(1) Foà e Cesaris Demel, *Osservazioni sul sangue*, " R. Accad. di Med. di Torino „, 10 nov. 1899. — Id., *Sui granuli eritrofili dei globuli rossi del sangue*, " R. Accad. di Med. di Torino „, 22 dic. 1899.

(2) E. Giglio Tos, *Il rosso neutrale e i granuli emoglobigeni*, " Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. „, B. 15, 1898, p. 166-172.

(3) Maximow, " Arch. f. Anat. u. Phys. Anat. Abt. „, Jahng. 1899, H 1. 2. p. 33-82.

(4) O. Israel e A. Pappenheim, " Virch. Arch. „, Bd. 143. 1896, p. 419-47.

Indipendentemente e precedentemente a queste ricerche, già dal 1898 fu dimostrato da Poggi (1), come si possano, in anemie molto gravi, colorare a fresco alcuni degli eritrociti circolanti col bleu di metilene sciolto in una soluzione fisiologica di NaCl.

Egli potè vedere che alcuni globuli rossi erano uniformemente tinti in bleu, mentre altri erano solo parzialmente colorati e presentavano nel loro interno filamenti, granuli o blocchi, di una sostanza intensamente colorata in bleu.

Poggi cercando di interpretare questo fenomeno escluse questo dipendesse da una semplice morte del protoplasma del globulo rosso, perchè allora questo si dovrebbe facilmente colorare anche con altri metodi, di più facendo morire artificialmente gli eritrociti, questi dovrebbero colorarsi tutti col bleu di metilene, il che è ben lungi dall'avverarsi.

Poggi vide che questi elementi colorabili si possono fare aumentare sperimentalmente rendendo anemico un animale col salasso o con veleni emolitici; per cui concluse che " *quei globuli degli anemici portano, fino dal loro apparire in circolo, disposizioni tali da lasciarsi tingere in modo da differenziarsi per questo dagli altri elementi* ", disposizioni poi che si possono riassumere in una minor resistenza a lasciarsi compenetrare dal colore.

Osservando poi, come questi globuli siano più poveri di emoglobina e riferendosi all' ipotesi di Mondino (2) (ch'è pure l'ipotesi di Israel e Pappenheim (3)) sulla scomparsa del nucleo negli eritrociti per dissoluzione endoglobulare, egli ritenne che il nucleo appena disfatto, permanesse sotto forma di sostanza amorfa, avente ancora la proprietà primitiva di tingersi a fresco col bleu, quale colore di natura basica. Questi elementi non sarebbero ancora evoluti, tanto è vero che si trovano abbondanti nel midollo (4) e si esagerano dopo il salasso come si esagerano

---

(1) Poggi, *Di una nuova specie di corpuscolo rosso nel sangue nelle anemie gravi*, " Il Policlinico ", 1° febbraio 1898. Vol. V, M. n. 2.

(2) Mondino, *La produzione delle piastrine e la evoluzione delle emazie nel sangue dei vertebrati vivipari*, " Rend. Acc. dei Lincei ". 1888.

(3) Loc. cit.

(4) Poggi a questo proposito così si esprime: " È logico ritenere questi globuli così colorabili, quali elementi in via di evoluzione, e la principale

i normoblasti e le forme micotiche. Poggi a questo punto si domandò se questo tentativo di rigenerazione sanguigna, appalesato dalla comparsa in circolo di questi elementi tingibili, si potesse ritenere di prognosi fausta. Colla osservazione clinica ripetuta egli non trovò giusta questa veduta aprioristica, ed osservò invece che la riparazione è insufficiente anzi è dannosa, perchè la loro facile distruzione concorre ad impoverire il sangue, aggravando lo stato anemico nell'individuo. Da ciò la conclusione che si può far diagnosi di miglioramento in un' anemia solo quando questi granuli diminuiscono o scompaiono.

Le osservazioni di Poggi furono successivamente ripetute da Bidone e Gardini (1) nelle gestanti e nei feti, da Iovane (2) nei bambini, da Belli (3) nelle anemie gravi.

Questi autori, adoperando nella colorazione il bleu di metilene in soluzioni di NaCl, secondo il metodo indicato da Poggi, tranne in qualche piccolo dettaglio, concordano con questi e nella descrizione morfologica di questi elementi tingibili, e nella interpretazione sul loro significato. Anche per questi autori i corpuscoli a granuli tingibili aumentano nelle anemie gravi ed il loro aumento è di prognosi sfavorevole.

Infine e senza tenere nessun conto nè delle osservazioni di Foà e Cesaris Demel, nè di tutti gli altri autori citati, Guarneri e Daddi (4), studiando il sangue di alcune clorotiche, osservarono che in queste molti globuli rossi presentano granulazioni di varia grandezza e disposizione, colorabili col bleu di metilene sciolto nella forte proporzione di 3-5 % in soluzioni di NaCl al 0,90 %.

---

prova sta nel reperto anatomico, avendoli trovati in condizioni normali nel midollo delle ossa quando anche non apparivano nel sangue circolante, e l'aver visto i medesimi aumentare nel midollo delle ossa degli animali salassati „.

(1) Bidone e Gardini, *Le emazie e l'emoglobina della gravida e del feto,* " Atti della Soc. ital. di ostetr. e gin. „. Vol. V. 1898. — Bidone, *Differenza tra sangue fetale e materno nelle anemie gravi delle gestanti,* " Rif. Med. „, XIV. Aprile 1898.

(2) Jovane A., *La colorazione dei corpuscoli rossi del sangue nei bambini con l'azzurro di metilene,* " La Pediatria „, n. 2, 1899.

(3) Belli, *Sulla comparsa dei globuli rossi colorabili a fresco col bleu di metilene nel sangue delle gravi anemie,* " Il Policlinico „, n. 3. 1900.

(4) Guarneri e Daddi, *Sulla metamorfosi nucleinica degli eritrociti.* Milano, Società Editrice Lombarda, 1900.

Queste granulazioni talora sono a zolle angolose, talora a linee contorte o grossolanamente foggiate a nucleo, o a catene di micrococchi , ecc. e comincierebbero a comparire preferibilmente negli eritrociti alterati di forma (microciti, poichilociti) e in manifesto impoverimento emoglobinico, e sarebbero corrispondenti a forme simili descritte da Celli e Guarneri (1) nel 1888, negli eritrociti di alcuni malarici.

Guarneri e Daddi ancora ritengono che questa alterazione non si possa assomigliare alla degenerazione anemica di Ehrlich, dimostrabile col fenomeno della policromatofilia, ma ritengono sia in stretto rapporto genetico colle piastrine, riaffermando così l'origine eritrocitica di questi elementi, origine che se fu anche recentemente ed elegantemente sostenuta da Maximow (2), noi non dobbiamo ritenere per fondata dopo i lavori recenti di Foà (3) e di Sacerdotti (4), che con metodi diversi la dimostrarono insostenibile.

Secondo i citati A. A. poi queste granulazioni si formerebbero in sito per scomposizione chimica della sostanza proteica contenuta nello stroma eritrocitico, composto come la maggior parte delle trame protoplasmatiche cellulari, da un nucleoproteide. Questa *metamorfosi nucleinica* così, sarebbe un fenomeno di involuzione che segnerebbe la morte naturale dei globuli rossi.

Per chiudere poi questa rapida rivista ricordo ancora che, come fu per la prima volta da Foà e Cesaris Demel dimostrata la presenza nel sangue circolante dell'uomo e dei mammiferi di globuli rossi a granuli eritrofili (colorabili col rosso neutrale), anche da Poggi, da Belli, da Guarneri e Daddi, e da D'Amato e Villari (5), furono ammessi, sebbene in piccola quantità, nel sangue normale circolante dell'uomo e dei mammiferi, globuli rossi a granuli cianofili (colorabili col bleu di metilene).

---

(1) Celli e Guarneri, *Sulla eziologia della infezione malarica,* " Atti della R. Accad. medica di Roma „, vol. IV, serie II, 1888-89.

(2) Maximow, Loc. cit.

(3) Foà, *Sulle piastrine del sangue,* " Accad. Med. di Torino „, 22 dicembre 1899.

(4) Sacerdotti, *Sulle piastrine del sangue,* " Accad. Med. di Torino „, 22 dicembre 1899.

(5) D'Amato e Villari, *Sulla presenza dei globuli rossi colorabili a fresco col bleu di metilene nel sangue degli individui sani e malati,* " Rivista critica di Clinica Medica „, n. 30-31, 1900.

***

L'assoluto silenzio mantenuto dai recenti e ricordati autori che adoperarono il bleu di metilene nella colorazione del sangue, relativamente ai granuli eritrofili dimostrati da Foà e Cesaris Demel, e le osservazioni cliniche dirette alla ricerca di questi globuli rossi a granuli eritrofili nell' uomo, osservazioni nelle quali o non è nemmeno lontanamente ricordato il metodo di colorazione col bleu di metilene, o se pur è ricordato non è trovata alcuna analogia con quello al rosso neutrale (1), mi fanno ritenere che a nessuno sia balenato il dubbio che i granuli tingibili col rosso neutrale fossero la stessa ed identica cosa ed avessero lo stesso significato dei granuli tingibili col bleu di metilene.

Ora, avendo io notata l'assoluta eguaglianza tra le figure del Poggi (specialmente la figura 5ª della tavola colorata annessa al suo lavoro) le figure di Guarneri e Daddi, di Iovane, ecc., rappresentanti i granuli tingibili nei globuli rossi col bleu di metilene, colle figure che si possono agevolmente ricavare dai preparati di sangue colorati istantaneamente a fresco col rosso neutrale, ho trovato pienamente giustificato il dubbio e meritevole di ulteriori osservazioni comparative per essere delucidato.

E questo io ho fatto, dolente di essere ora, per l'ufficio mio, separato dal mio amato maestro, il chiar. prof. Foà, che mi aveva associato nelle sue prime ricerche a questo riguardo.

***

Per ora io riferisco solamente sulle osservazioni che ho fatto esaminando il sangue di varî conigli adulti in perfetto stato di salute, che sacrificati, dopo di essere stati esaminati, si dimostrarono assolutamente normali.

Anzitutto ho praticato l'esame a fresco di questo sangue colle avvertenze tecniche e colle soluzioni coloranti indicate dal

(1) Pozzi, *Sulla presenza dei granuli rossi colorabili col Neutralroth e col liquido di Poggi nel sangue delle gestanti sane, malate, nelle puerpere e nei neonati*, " R. Accad. di Med. di Torino ", 1900.

Poggi (1) e dal Guarneri e Daddi (2), e con ambedue i metodi ho avuti buoni risultati ed ho potuto convincermi della presenza di una speciale sostanza variamente disposta in alcuni dei globuli rossi, e intensamente colorabile col bleu di metilene.

Ho trovata più comoda e spiccia la tecnica consigliata da Guarneri e Daddi. Io operavo così:

Sopra un vetro porta-oggetti convenientemente pulito e disgrassato, con una bacchettina di vetro pulito, ponevo una gocciola di soluzione colorante. Tosato semplicemente l'orecchio del coniglio, senza lavature antisettiche, ne pungevo un vaso marginale con un ago sterilizzato e ne raccoglievo una gocciolina di sangue colla bacchettina di vetro e colla stessa la portavo e la mescolavo alla goccia preparata di soluzione colorante, sovrapponendovi subito un vetrino copri-oggetti. Dopo un po' asciugavo il preparato avvicinando ai margini del vetrino della carta bibula, riducendo così molto sottile ed uniformemente disteso lo strato di liquido da esaminare.

Per fare le soluzioni coloranti ho adoperato parecchie varietà di bleu di metilene, che ho trovate nel mio laboratorio, provenienti da fabbriche diverse ed acquistate a varia distanza di tempo. Non ho avuti sensibili differenze di risultati da una varietà piuttosto che da un' altra, quando se ne eccettui una maggior rapidità di colorazione che ottenni con un residuo di bleu di metilene, di pochi grammi, che ho trovato in una boccetta in cui l'etichetta sporca e corrosa non lascia più distinguere la marca di fabbrica, per cui ritengo che sia facile il poter avere un bleu di metilene che si presti a queste ricerche.

---

(1) Poggi consiglia una soluzione all'un per cento di cloruro di sodio chimicamente puro, dove sia sciolto il bleu di metilene al mezzo per mille. In 5 o 6 cmc. di questa soluzione colorante, posta in una piccola provetta, si mescolano rapidamente una o due goccie di sangue. Poi si lascia depositare e dal sedimento (decantando la miscela) si fanno i preparati, ponendone una goccia sotto al vetrino. La colorazione dei globuli rossi a granuli tingibili è evidente dopo un'ora, e le osservazioni si possono continuare per 12-24 ore.

(2) Guarneri e Daddi o al siero idropeascitico o ad una soluzione al cloruro sodico al 0,90 % aggiungono 3-5 % di bleu di metilene. Filtrano la miscela dopo 2-20 ore e ne mescolano una goccia con una goccia di sangue che distendono sotto al vetrino. Dopo un'ora la colorazione è avvenuta.

Anche la quantità percentuale del bleu di metilene, può oscillare in limiti abbastanza lontani (da 0,5 % a 5 %) senza che per questo il reperto sia sensibilmente diverso. Come titolo della soluzione di NaCl (per le ragioni che dirò appresso) ho trovato ottimo il 0,75 %.

Una soverchia concentrazione di NaCl non giova alla rapidità della colorazione, anzi la ritarda.

Qualunque sia il metodo seguito, purchè la mescolanza tra sangue e sostanza colorante sia bene eseguita e i globuli rossi risultino omogeneamente distribuiti nel campo di osservazione, dopo pochi minuti (10-15) si comincia già a differenziare in alcuni dei globuli rossi la sostanza tingibile col bleu di metilene, con disposizione svariatissima come abbiamo già replicatamente ricordato. A poco a poco la colorazione aumenta di intensità, da azzurro pallido si fa sempre più intensa, tanto che generalmente dopo 30-40 minuti, ha assunto un colore bleu scuro che spicca nettamente sul fondo emoglobinico giallo, leggermente verdastro.

La disposizione di questa sostanza tingibile col bleu di metilene, sia a granuli, sia a filamenti con punti nodali, sia ad ammassi centrali od eccentrici, ecc. ecc., è assolutamente eguale a quella che assume la sostanza che si colora intensamente in rosso col rosso neutrale.

Per convincermene maggiormente (e tralasciando così il criterio immediato che potevo ricavare dalla mia lunga esperienza in questi esami) preparavo, contemporaneamente a questi preparati col bleu di metilene, altri di controllo con soluzioni egualmente titolate di NaCl e di rosso neutrale.

In questi preparati si aveva solo una più rapida, quasi istantanea colorazione della sostanza cromatofila endoglobulare, ma le figure che ne risultavano erano sempre assolutamente identiche a quelle che con maggior lentezza, ma con eguale chiarezza, erano più tardi colorate col bleu di metilene.

Ma col bleu di metilene si mettono, secondo i citati autori, in rilievo anche delle forme diffusamente colorate in bleu, con o senza grunuli.

Nel sangue di alcuni dei miei conigli normali esaminati, ho potuto riscontrare anche queste forme, ma non tutte quelle, a questo proposito, descritte. Io credo questa divergenza di risul-

tati dipenda da una errata interpretazione di alcune di queste forme descritte, e questo dico solo come semplice ipotesi, perchè queste mie osservazioni non si riferiscono per ora a stati patologici, come erano quelli nei quali furono riscontrate. Ad ogni modo ho osservato come alle volte il nucleo rotondeggiante di linfociti (quando il sottile alone di protoplasma non sia più discernibile) o forme parassitarie di saprofiti accidentalmente capitati nella miscela colorante, possono tingersi in bleu in modo assolutamente identico, ad es., ad alcune delle figure riportate dal Poggi (1) (fig. 24-25 della Tavola).

Ad ogni modo alcune (fig. 16) di queste forme diffusamente colorate in bleu io le ho trovate anche in alcuni dei miei conigli (in altri, senza una ragione palese, mancavano) e talora presentavano anche o granuli periferici più intensamente colorati, o filamenti ad ammassi centrali, ecc. ecc. (fig. 17, 18, 19, 20).

Nelle prime osservazioni di Foà e Cesaris Demel (2) fatte col rosso neutrale non sono descritte queste forme diffusamente colorate.

Riprendendo questo studio e messo sull'avviso dell'esistenza di queste forme, ho potuto convincermi che sono dimostrabili anche col rosso neutrale.

Il non averle noi osservate in passato, molto probabilmente dipende dai due metodi di colorazione allora adoperati.

Nel primo, adoperando la sostanza colorante in polvere direttamente mescolata colla goccia di sangue, si ottenevano, è vero, dei preparati molto dimostrativi, ma erano irregolarmente colorati, e si avevano dei campi più scuri dove tutti i globuli rossi avevano assunta una tinta di rame, alternati con campi più chiari, dove i globuli rossi erano giallo-chiari, senza che ai globuli rossi diffusamente più colorati si potesse dare una diversa interpretazione che non fosse quella di una sovrapposizione in massa del colore. Nel secondo, perchè si adoperava una soluzione troppo debole di rosso neutrale (eppure necessaria per l'uso al quale era destinata di contare i globuli a granuli tingibili coll'apparecchio di Thoma Zeiss) che impediva o rendeva troppo lenta questa reazione.

---

(1) Fig. I, II, III lettera *e*.

(2) Loc. cit.

Adoperando invece la soluzione di rosso neutrale all'1 % (in NaCl al 0,75 %) anche nei preparati meglio riusciti (cioè con pochi globuli rossi uniformemente distribuiti) si può vedere che mentre nei primi minuti *tutti* i globuli rossi hanno il protoplasma egualmente tinto in giallo, dopo 10-15 minuti cominciano a comparire globuli più intensamente colorati da un giallo arancio ad un vero color di rame, colore che si va sempre più accentuando col tempo, e che si manifesta preferibilmente nei globuli a granuli eritrofili ed eccezionalmente negli altri senza granuli.

Anche adoperando il rosso neutrale, ho trovato questi globuli diffusamente colorabili solo in alcuni dei miei conigli, e precisamente in quelli che li presentavano tinti in bleu, per cui ritengo che tra gli uni e gli altri vi sia l'assoluta identità.

Ma Poggi ed altri avevano asserito che questi granuli cromatofili e questa colorazione diffusa si trovavano preferibilmente in globuli rossi alterati nella forma (o microciti o poichilociti).

Dalle mie osservazioni, riferibili al coniglio normale, non si può giungere alla stessa conclusione, perchè o granuli tingibili o colorazioni diffuse si trovano in globuli rossi di forma assolutamente normale.

Di più, Poggi e gli altri osservatori hanno descritto globuli rossi a protoplasma incoloro colla sostanza cromatofila a granuli sparsi o a filamenti, ecc. o raggruppata ai due poli della cellula.

Nel coniglio normale dapprincipio io ho potuto osservare le prime di queste forme (fig. 21-22-23), non mai l'ultima, e questo solamente nei preparati colorati col bleu di metilene, non mai in quelli al rosso neutrale.

Questa fu la prima differenza apparentemente sostanziale da me riscontrata tra i due metodi. Ma questa differenza, come vedremo, non è sostanziale, è semplicemente accidentale, e di facile interpretazione.

Io ho potuto osservare, tentando di modificare i metodi di colorazione proposti, come variando la concentrazione del cloruro sodico nella miscela colorante, non solo si alterava sensibilmente la rapidità del processo di colorazione, ma se ne alterava anche il reperto.

Com'è noto, esaminando del sangue nell'acqua distillata si

osserva che i globuli rossi perdono istantaneamente la propria emoglobina, riducendosi a delle forme incolori, conosciute col nome di " ombre ". Aggiungendo all'acqua del cloruro sodico (in proporzioni crescenti 0,10 — 0,20 %, ecc.), questo ha la proprietà di ritardare il processo di dissolvimento emoglobinico, fino a che si giunge ad una soluzione, detta *isotonica*, che impedisce il dissolvimento emoglobinico. Se noi adoperiamo invece soluzioni variamente titolate di NaCl (ed inferiori al titolo alla soluzione isotonica) aggiunte di bleu di metilene (1 %), noi vediamo che appena avvenuta la mescolanza tra la goccia di sangue e la miscela colorante, compaiono subito molti globuli rossi scolorati, ridotti ad ombre, mentre altri per un certo tempo, conservano la propria colorazione giallastra emoglobinica, e quello ch'è più interessante si è l'osservare come in queste ombre si colorano istantaneamente i granuli cromatofili, e corrispondentemente i globuli rossi a granuli tingibili sono i primi a perdere le propria emoglobina.

Istologicamente così, abbiamo non solo una dimostrazione rapida della resistenza isotonica del sangue, ma vediamo come non tutti i globuli hanno la stessa resistenza, e come quelli più poveri di emoglobina o quelli nei quali l'emoglobina è meno tenacemente fissata, sono quelli che contengono nel loro interno granuli tingibili.

Il fenomeno presenta la sua massima intensità, naturalmente, quando si adoperi una soluzione semplicemente acquosa di bleu di metilene. Allora tutti i globuli rossi si scolorano e i globuli rossi a granuli tingibili sono colorati dal bleu colla stessa rapidità colla quale il rosso neutrale colora il sangue normale. Ora se noi ripetiamo le stesse osservazioni col rosso neutrale sciolto all'1 % in soluzioni saline variamente titolate, noi vediamo che il sangue mostra una maggior resistenza rispetto ad eguali soluzioni titolate aggiunte di bleu di metilene; in altre parole ad esempio, mentre col bleu in soluzione salina al 0,35 % le ombre sono subito numerosissime, col rosso neutrale sono molto più scarse. Bisogna dunque ammettere che il bleu per se stesso abbia un'azione nociva dissolvente sul protoplasma emoglobinico, mentre il rosso neutrale è meno nocivo, e questo ci spiega perchè adoperando il bleu in soluzione salina al 0,75 % compaiano molte ombre, parecchie delle quali a granuli tingibili, mentre

le stesse forme non si osservano col rosso neutrale in soluzione salina al 0,75 %.

Corrispondentemente abbiamo veduto che aumentando il titolo della soluzione salina fino ad arrivare al 2-3 % il processo di colorazione della sostanza cromatica endoglobulare è notevolmente ritardato; talora anche impedito.

La dimostrazione istologica nella varia resistenza del sangue di fronte a soluzioni saline aggiunte a sostanze coloranti, ci fa ritenere possibile che insieme colla ricerca sulla " isotonia del sangue „ se ne possa istituire un'altra " sulla isotonia cromatica del sangue „, quest'ultima più rapida e più comoda per la minima quantità di sangue necessario per queste determinazioni. Qualche prova di saggio da me praticata a questo riguardo anche sull'uomo, mi fa ritenere per fondata questa ipotesi e a questo scopo ho immaginato un piccolo apparecchio, che potrà molto giovare in queste ricerche.

Nella prima parte di questa nota ho accennato all'ipotesi di Guarneri e Daddi, sul rapporto genetico tra le piastrine e la sostanza cromatofila endoglobulare.

Una nuova prova contraria a questa ipotesi si può ricavare dalle esperienze che ho ora citate. Mentre la sostanza cromatofila endocellulare si colora istantaneamente nelle ombre globulari, quando si adoperino soluzioni saline molto deboli, od anche l'acqua pura, le piastrine non si colorano affatto o solo molto tardivamente.

Poggi, come ho ricordato, aveva interpretate le forme a granuli come forme giovani, a contenuto emoglobinico più scarso, con vedute in parte teoriche e riferentisi alle teorie neuro-vascolari di Murri, intese a spiegare l'eziologia della clorosi, in parte derivanti dall'osservazione della più pallida colorazione verdastra da quelle assunte col bleu di metilene, al confronto agli altri globuli rossi normali. La supposizione è pienamente fondata e trova appoggio del resto anche dai risultati delle esperienze di Foà e Cesaris Demel (1). Infatti allora indipendentemente dall'aver dimostrata la loro abbondanza nel midollo delle ossa, potevamo concludere che queste erano forme giovani, povere di emoglobina, paragonando la curva del tasso emoglobi-

(1) Loc. cit.

nico del sangue, colla curva della quantità di globuli rossi a granuli tingibili contenuti nel sangue.

Infatti allora abbiamo osservato come dopo il salasso, pur aumentando enormemente il numero dei globuli rossi a granuli tingibili, non aumentasse corrispondentemente il tasso emoglobinico, ma anzi l'emoglobina cresceva quando i granuli diminuivano; di più con iniezioni ripetute di lecitina questi crescevano rimanendo immutato il valore emoglobinico, e lo stesso avveniva nelle infezioni. Tutti questi fatti non si verificherebbero se il loro valore globulare non fosse minimo, come realmente è, ma fosse elevato o per lo meno normale, perchè allora al loro aumento corrisponderebbe un aumento nel tasso emoglobinico del sangue.

La colorabilità diffusa, poi, di questi elementi a granuli tingibili si può anche interpretare nel senso che il loro scarso contenuto emoglobinico renda più facilmente permeabile il protoplasma cellulare alla sostanza colorante.

Le mie nuove osservazioni confermano quindi quanto risultava già dalle osservazioni di Foà e Cesaris-Demel e di Poggi e vediamo che questi globuli a granuli sono quelli che hanno una resistenza isotonica inferiore e perdono rapidamente la loro poca emoglobina riducendosi ad ombre o si lasciano più facilmente compenetrare col colore dando luogo alle forme diffusamente colorate.

Aggiungo in fine a complemento delle mie osservazioni come i preparati che si fanno a fresco col sangue, col metodo che ho indicato, si possono poi fissare asciugandoli (purchè la mescolanza di sangue e di sostanza colorante sia ben distesa sul vetrino) semplicemente alla fiamma e montandoli poi in balsamo.

Questo metodo io ho imparato dal prof. Foà, quando ero ancora suo assistente. In questi preparati, così fissati, riescono molto evidenti le granulazioni endoglobulari quando siano state molto colorate, riescono meno bene le forme pallide, le ombre e le piastrine.

Il bleu di metilene adoperato in polvere, come Foà ha proposto invece per il rosso neutrale, mi sembra non serva allo scopo; almeno a me non è riuscito di ottenere dei preparati dimostrativi.

Infine quanto è detto e ripetuto relativamente ai globuli

rossi circolanti, si deve ripetere per i globuli rossi del midollo delle ossa. Come era noto per le precedenti osservazioni di Foà e Cesaris Demel e di Poggi, io ho riscontrato ancora nel coniglio, coi due citati metodi di colorazione, che nel midollo delle ossa gli eritrociti a granuli tingibili sono numerosissimi.

Tralasciando completamente di entrare nella questione che riguarda il significato e l'origine di questi globuli a granuli cromatofili endoglobulari, che si potrebbe desumere dall'esame di stati fisiologici e patologici dell'uomo e degli animali d'esperimento, io credo, dal semplice esame del sangue normale di coniglio, di aver dimostrato:

1° *In alcuni globuli rossi del sangue circolante e del midollo delle ossa, nel coniglio normale, si può tanto coll'impiego del rosso neutrale, come coll'impiego del bleu metilene* (ambedue nella proporzione di 1 % in soluzioni di NaCl al 0,75 %) *dimostrare la presenza di una sostanza cromatofila endoglobulare, la quale può assumere disposizioni diversissime, ma assolutamente rassomigliabili, qualunque sia delle due, la sostanza colorante adoperata.*

Questo induce a ritenere che tra le forme endoglobulari descritte da Foà, Cesaris Demel, Giglio-Tos, Israel e Pappenheim, Maximow, ecc., ecc. e colorate col rosso neutrale, e le forme descritte da Poggi, Iovane, Belli, Guarneri e Daddi, ecc., e colorate col bleu di metilene, esista l'assoluta identità.

2° *Adoperando il rosso neutrale la colorazione è più rapida, quasi istantanea e la sostanza cromatofila endoglobulare assume un color rosso rugginoso, ma riesce difficile il criterio del contenuto emoglobinico dei globuli rossi, perchè quelli poveri di emoglobina si lasciano con maggior facilità colorare diffusamente dal rosso neutrale.*

Adoperando il bleu di metilene la colorazione in bleu intenso della sostanza cromatofila endoglobulare si fa molto lentamente, ma riesce possibile un criterio sul valore emoglobinico del globulo, giudicandolo dalla colorazione più o meno verdastra che assume il protoplasma a seconda del suo maggiore o minore contenuto emoglobinico.

3° *Col rosso neutrale (a somiglianza di quanto si ottiene col bleu di metilene) si possono ottenere anche dei globuli rossi co-*

lorati diffusamente in colore di rame. Anche in questi globuli colorati diffusamente, si trova la sostanza cromatofila endoglobulare colorata più intensamente.

4° *I globuli rossi a granuli tingibili sono a scarso contenuto emoglobinico ed hanno una resistenza isotonica inferiore a quella dei globuli rossi normali, e quando siano trattati colle sostanze coloranti, in deboli soluzioni saline, dimostrano il protoplasma completamente scolorato (ombre).*

5° *Il bleu di metilene, usato in deboli soluzioni saline, ha la proprietà di colorare istantaneamente (come il rosso neutrale) la sostanza cromatofila endoglobulare, nei globuli ridotti ad ombre. Alla comune determinazione della isotonia del sangue, possiamo ora aggiungerne un'altra, sulla " isotonia cromatica „, che si può determinare coll'esame istologico.*

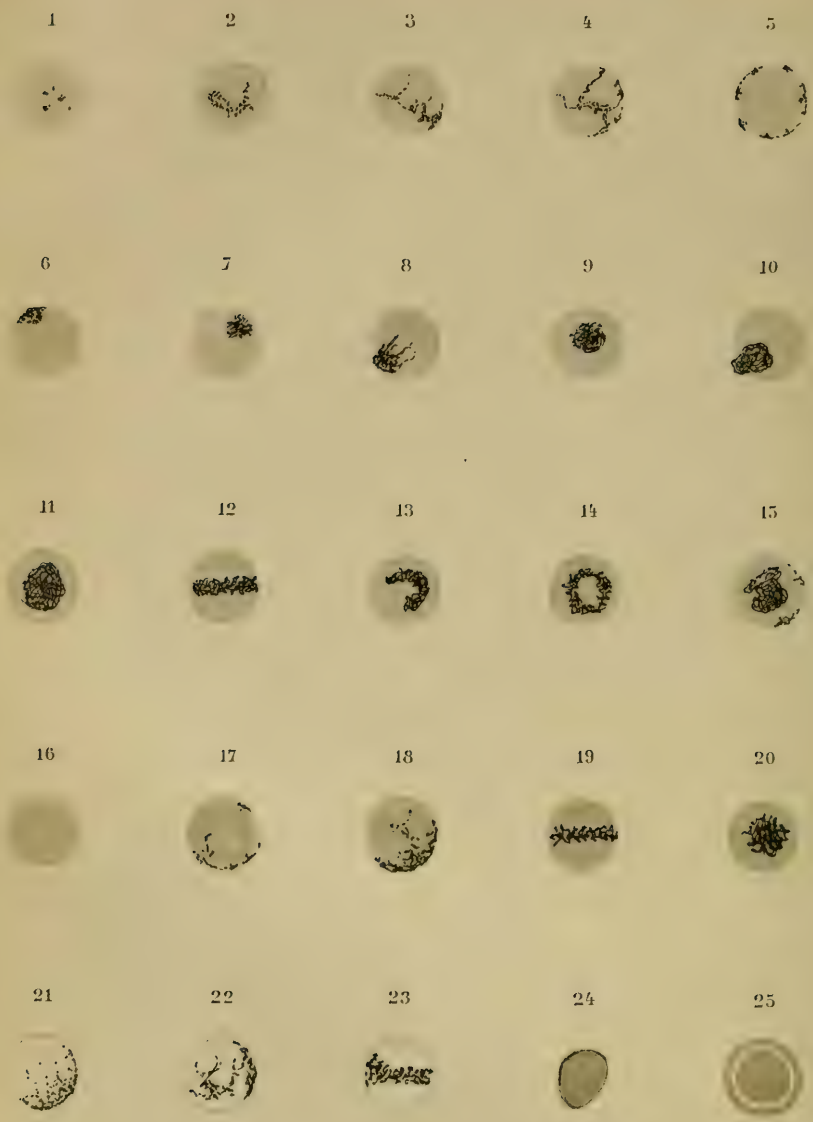
6° *Aumentando la concentrazione del cloruro sodico nelle soluzioni coloranti (2-3 %) si ritarda o si impedisce la colorazione della sostanza cromatofila endoglobulare.*

Da alcuni pochi esami fatti solo a titolo di saggio, con sangue di altri animali e dell'uomo, io mi credo, per la costanza dei reperti, autorizzato a ritenere che le conclusioni sopra esposte e riferibili al coniglio si possono estendere anche agli altri animali ed all'uomo.

Cagliari, 8 gennaio 1901.

A. CESARIS DEMEL. Sulla sostanza cromatofila endoglobulare in alcuni eritrociti.

Atti R. Accad. delle Sc. di Torino - Vol. LIII V



A. Cesaris Demel dis.

Lit. Salussolia. Torino.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1-15. — Globuli rossi con sostanza cromatofila endoglobulare come si possono ottenere, tanto col rosso neutrale come col bleu di metilene. Questi globuli hanno il protoplasma emoglobinico tinto in giallo intenso quando si adoperi il rosso neutrale, in giallo leggermente verdastro quando si adoperi il bleu di metilene.

Fig. 1, 2, 3, 4, 9, 11, 12. — Corrispondono a figure simili descritte da Guarneri e Daddi.

Fig. 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15. — Corrispondono a figure simili descritte da Poggi, Jovene, ecc.

Fig. 16-20. — Globuli rossi con colorazione diffusa (di color rame col rosso neutrale, bleu intenso col bleu di metilene), in alcuni dei quali sono visibili granulazioni cromatiche endoglobulari colorate intensamente.

Fig. 17, 18. — Corrispondono a figure descritte da Poggi.

Fig. 21, 22, 23. — Ombre di globuli rossi, prive di emoglobina e colla sostanza cromatica intensamente colorabile.

Fig. 24, 25. — Figure da attribuirsi a colorazione diffusa di nuclei isolati di linfociti o a saprofiti accidentali della miscela colorante.

Sopra alcune particolari congruenze di rette del 3° ordine.

Nota di GINO FANO.

In questa Nota mi propongo di segnalare l'esistenza di alcune particolari congruenze di rette del 3° ordine (prive di linea singolare), le quali mi sembrano meritevoli di speciale attenzione per il maggior numero di punti e piani singolari ch'esse posseggono in confronto delle congruenze più generali aventi gli stessi loro caratteri. Nella mia Memoria: *Nuove ricerche sulle congruenze di rette del terzo ordine prive di linea singolare*, che fu anche presentata recentemente a cotesta Illustre Accademia (1), non mi sono fermato a discorrere di tali congruenze, per non sviare l'attenzione del lettore dalle ricerche più generali di cui la detta Memoria è oggetto (2).

I.

Congruenze contenute in un complesso tetraedrale.

1. — Una congruenza di rette del 3° ordine contenuta in un complesso tetraedrale si può generare con due inviluppi ∞^2 di piani di 3ª classe fra loro collineari, e ha in generale il *genere sezionale* (cfr. M., n° 2) *quattro*. Infatti, se il complesso tetraedrale si rappresenta nel modo consueto (3) sullo spazio di piani, a quella congruenza del 3° ordine corrisponde un inviluppo ∞^2 di piani di 3ª classe Γ^3 (che insieme ad altro ad esso collineare

(1) Cfr. " Memorie „, ser. II, t. LI.

(2) Nel seguito, questa Memoria verrà indicata per brevità colla sola lettera M.

(3) Weiler, " Zeitschr. f. Math. u. Ph. „, 22; Loria, " Atti della R. Acc. di Torino „, vol. XIX; Reye, *Geometrie der Lage*, 2te Aufl., II; 3te Aufl., III; Sturm, *Die Grundgebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie...*, I, pp. 342, 369-71.

genera appunto la congruenza) [1]; e alle congruenze (2, 2) intersezioni del complesso tetraedrale cogli ∞^5 complessi lineari corrispondono gli inviluppi di 2ª classe (Δ^2) contenenti i quattro piani fondamentali del complesso. E questi ultimi inviluppi incontrano Γ^3 secondo inviluppi ∞^1 (sviluppabili) di 6ª classe e, in generale, di genere 4. Però, se l'inviluppo Γ^3 ha come piani doppi un certo numero k (≤ 4) dei piani fondamentali del complesso, questi saranno pure doppi per le sviluppabili intersezioni di esso cogli inviluppi Δ^2; e il genere di queste sviluppabili, che è poi il genere sezionale della data congruenza, sarà allora $4 - k$.

Quanto alla classe della congruenza, è noto che questa sarà $= 9$ se l'inviluppo Γ^3 non contiene nessuno dei piani fondamentali del complesso (che sono in pari tempo i piani uniti della corrispondenza collineare fra Γ^3 e l'altro inviluppo che con esso genera la congruenza); e discende, a partire da 9, di h unità ogni qual volta uno di questi piani diventa h^{plo} per Γ^3.

Concludiamo pertanto: *Due inviluppi ∞^2 di piani di terza classe fra loro collineari, i quali abbiano a comune k (≤ 4) piani doppi uniti* [2], *e eventualmente anche un certo numero $k' \leq 4 - k$ di piani semplici uniti, generano una congruenza di rette del 3° ordine, di classe $9 - 2k - k'$, e di genere sezionale $4 - k$, contenuta in un complesso tetraedrale.*

Ogni congruenza di 3° ordine contenuta in un complesso tetraedrale è generabile in questo modo.

2. — Prendiamo in particolare due inviluppi ∞^2 di 3ª classe fra loro collineari, i quali abbiano un piano doppio unito [3] e rispett. 0, 1, 2, 3 piani semplici pure uniti. Ricordando le pro-

---

[1] Quest'altro inviluppo (ossia la corrispondenza collineare fra esso e Γ^3) non è però individuato dalla data congruenza e dall'inviluppo Γ^3, ma dipende ancora da un parametro.

[2] Per *piano doppio unito* intendiamo un piano il quale sia doppio per l'uno e per l'altro dei due inviluppi, e corrisponda a sè stesso nella collineazione fra questi. — Del caso in cui vi sia un piano triplo unito non ci occupiamo, perchè esso condurrebbe soltanto a congruenze aventi una linea singolare.

[3] Se non vi fosse alcun piano doppio unito, si avrebbero delle congruenze di genere sezionale 4, che sono già tutte studiate in M. (§ 12 e n° 55).

prietà generali delle congruenze contenute in un complesso tetraedrale [1], si vede immediatamente che in questi casi si otterranno rispettivamente le seguenti congruenze di genere sezionale *tre*:

Una congruenza (3, 7) contenente un cono ellittico di 6° ordine con tre generatrici triple, e tre coni razionali di 4° ordine aventi rispett. queste stesse tre rette anche come generatrici triple;

Una congruenza (3, 6) contenente un cono ellittico di 5° ordine con una generatrice tripla e due generatrici doppie, un cono razionale quartico con quella stessa generatrice tripla, e due coni razionali cubici aventi rispett. per doppie le due generatrici doppie del primo cono;

Una congruenza (3, 5) contenente un cono quartico ellittico, due coni cubici razionali aventi rispett. per generatrici doppie le stesse rette che sono tali pel primo cono, e un cono quadrico;

Una congruenza (3, 4) contenente un cono cubico ellittico e tre coni quadrici, i quali ultimi avranno ciascuno una generatrice a comune col cono cubico, ma non avranno fra loro, a due a due, alcuna generatrice comune.

In tutti questi casi il piano doppio unito (π), che è il piano dei vertici dei tre coni razionali, contiene un inviluppo quadrico di rette della congruenza. In questo piano si troveranno in generale sei coppie di rette omologhe nella data collineazione, le quali saranno assi di fasci di piani contenuti rispett. nei due inviluppi ∞^2, e a due a due proiettivi e in posizione prospettiva. Nascono così sei fasci di raggi contenuti in ciascuna delle dette congruenze, e aventi i centri nel piano π dell'inviluppo quadrico.

Altri $7 - n$ fasci di rette (indicata con n la classe della congruenza) sono contenuti nei piani semplici uniti dei due inviluppi generanti la congruenza. In tutto si hanno quindi i $13 - n$ fasci del caso generale (M. § 11).

Queste congruenze contengono dunque, come quelle più generali considerate in M. § 11, un cono ellittico di ordine $n - 1$ e $13 - n$ fasci di rette; ma contengono in più tre coni

---

[1] Cfr. i lav. già cit., e anche M., n° 54.

razionali (dai cui vertici non escono raggi isolati della congruenza [1]) e un inviluppo quadrico di rette. — Esse possono rappresentarsi sul piano, come nel caso generale, in modo che alle rigate loro intersezioni coi complessi lineari corrispondano curve piane di 4° ordine con $13 - n$ punti (semplici) a comune. In questo caso si ha però la particolarità (che non si verifica nel caso generale) che *dei* $13 - n$ (≥ 6) *punti basi, sei stanno sopra una conica,* la quale è immagine dell'inviluppo quadrico di rette contenuto nella congruenza. Ciò si vede subito dalla rappresentazione duale — vale a dire sopra una stella di piani — che si ha facendo corrispondere a ogni raggio della congruenza il piano che lo congiunge al vertice del cono ellittico.

3. — Due inviluppi di piani di 3ª classe fra loro collineari con due piani doppi uniti e rispett. 0, 1, 2 piani semplici pure uniti, generano delle congruenze (3, 5), (3, 4), (3, 3) di genere sezionale *due* contenute in un complesso tetraedrale, le quali sono reciproche delle congruenze cremoniane di Hirst [2] generate da due piani in corrispondenza birazionale del 3° ordine. Queste congruenze $(3, n)$ $(n \leq 5)$ contengono due coni razionali di ordine $n - 1$ con una generatrice $(n - 2)^{pla}$ a comune e due inviluppi quadrici in più delle congruenze generali aventi gli stessi caratteri (M., n^i 65-67).

Due inviluppi di 3ª classe fra loro collineari con tre piani doppi uniti generano una congruenza (3, 3) di genere sezionale *uno*; e se vi è anche un piano semplice unito, si ha una congruenza (3, 2). Queste congruenze sono però le più generali fra quelle di egual ordine, classe, e genere sezionale; ed è noto

---

(1) E così sarà anche in seguito; i coni singolari in più che troveremo in talune congruenze saranno tutti razionali, e dai loro vertici non esciranno raggi della congruenza non appartenenti ai coni stessi. Questa proprietà trova la sua conferma nel fatto che questa speciale categoria di coni singolari (i cui vertici sono punti quadrupli della superficie focale) non entra affatto nelle due relazioni (M. n^i 40, 41) che passano fra gli ordini dei coni singolari di una congruenza di 3° ordine.

(2) " Proc. of the Lond. Math. Soc. „, vol. 16 (1885); " Rend. di Palermo „, I, p. 64.

infatti che le congruenze (3, 3) e (3, 2) di genere sezionale *uno* stanno sempre in un complesso tetraedrale [1].

Infine due inviluppi di 3ª classe fra loro collineari e aventi quattro piani doppi uniti generano una congruenza (3, 1) di genere sezionale *zero* (M., nº 58). Questa deve essere dunque una congruenza cremoniana generata da due piani omografici in posizione generale; ed essa può infatti considerarsi come generata da una corrispondenza omografica fra due qualunque dei quattro piani doppi comuni ai due inviluppi.

D'altra parte una superficie di 3ª classe con quattro piani doppi (ossia tangenti secondo coniche), e perciò di 4º ordine, non è altro che una *superficie di Steiner*. E due superficie di Steiner generiche sono sempre proiettive [2]; se poi hanno a comune i quattro piani tangenti secondo coniche, esse potranno trasformarsi proiettivamente l'una nell'altra, e in un sol modo, in guisa tale che ciascuno di quei piani doppi corrisponda a sè stesso. *Le rette intersezioni delle coppie di piani tangenti delle due superficie che si corrispondono in questa collineazione formeranno una congruenza cremoniana* (3, 1) *di genere sezionale zero.*

Più intuitivo è forse il teorema duale: *Due superficie del 3º ordine con 4 punti doppi sono sempre proiettive* (almeno se i punti doppi sono distinti). Se esse hanno a comune i punti doppi, vi è una sola collineazione che ha questi 4 punti per punti uniti e fa corrispondere fra loro le due superficie. *Le congiungenti delle coppie di punti omologhi delle due superficie formano allora la congruenza* (1, 3) *delle corde di una cubica sghemba;* e questa cubica è l'intersezione residua delle due superficie, all'infuori delle 6 rette che congiungono a due a due i 4 punti doppi comuni ad esse. Tutte proprietà elementari, che si possono anche dimostrare direttamente senza difficoltà.

---

(1) Cfr. Castelnuovo, *Sulle congruenze del 3º ordine dello spazio a 4 dimensioni*, " Atti del R. Ist. Ven. „, s. VI, t. VI, nⁱ 28, 29, 33; come pure la mia Memoria: *Studio di alcuni sistemi di rette...* " Annali di Matem. „, s. 2ª, t. 21, nⁱ 14, 6. Della congruenza (3, 2) è poi notissimo che è contenuta in *dieci* complessi tetraedrali.

(2) Ciò si deduce immediatamente dalle equazioni tangenziali di queste superficie, che, riferite al tetraedro dei piani tangenti doppi, assumono la forma:

$$\frac{a_1}{u_1}+\frac{a_2}{u_2}+\frac{a_3}{u_3}+\frac{a_4}{u_4}=0.$$

II.

Congruenze di « rette principali » di un sistema lineare ∞^3 di quadriche.

4. — Dato un sistema lineare ∞^3 di quadriche (Σ) privo di punti basi, le rette che appartengono a tutto un fascio di quadriche di questo sistema formano una congruenza $(7, 3)$ di genere sezionale 6, che è stata studiata in M. § 14, e che si ottiene come intersezione parziale dei complessi cubici formati dalle generatrici delle quadriche di due reti qualunque contenute in Σ. Le rette di questa congruenza furono chiamate dal signor Reye [1] " rette principali „ (" *Hauptstrahlen* „) del sistema lineare di quadriche. Partendo invece dalla considerazione di un sistema lineare ∞^3 con uno o più punti basi, si trovano particolari congruenze $(n, 3)$ di genere sezionale $n - 1$ $(n \leq 6)$, delle quali ci occuperemo ora brevemente.

Sia dunque Σ un sistema lineare ∞^3 di quadriche, con un numero finito $k\,(\leq 6)$ di punti basi $A_1, A_2, \ldots A_k$. Il complesso cubico formato dalle generatrici delle quadriche di una qualsiasi rete del sistema Σ conterrà per intero le k stelle A; e l'intersezione di due di questi complessi, fatta astrazione dalle k stelle e dalla congruenza $(2, 6)$ che è costituita dalle corde della quartica base del fascio comune alle due reti, sarà una congruenza $(7 - k, 3)$. Una retta generica di questa congruenza apparterrà a tutto un fascio di quadriche del sistema Σ; e la curva base di questo fascio si comporrà, oltre che di essa, di una cubica avente quella retta per corda e passante per i punti $A_1, \ldots A_k$ [2]. In particolare, se la retta considerata si suppone passante, ad es., per A_1, poichè la cubica corrispondente dovrà egualmente passare per A_1, si avrà un fascio contenente quel cono del sistema Σ (in generale individuato) che ha il vertice in A_1 stesso. Le rette della congruenza $(7 - k, 3)$ che passano per A_1 sono dunque generatrici di questo cono quadrico. Viceversa, ogni ge-

---

(1) *Geometrie der Lage*, 3te Aufl., III, p. 140 e seg.

(2) Invece il fascio delle quadriche di Σ che passano per una retta generica ad es. della stella A_1 avrebbe una cubica base passante per i soli punti $A_2, \ldots A_k$.

neratrice di questo cono appartiene a quella congruenza; poichè è generatrice comune di un fascio di quadriche di Σ, la cui cubica base residua passa per tutti i punti A.

I punti $A_1, \ldots A_k$ *sono dunque punti singolari della congruenza* $(7-k, 3)$; *e da ciascuno di essi esce un cono quadrico di rette di questa congruenza.*

Il genere sezionale della congruenza, dovendo essere inferiore all'ordine (M., n° 21), sarà $\leq 6-k$; e sarà anzi precisamente $= 6-k$. Infatti la superficie F^{10} immagine della congruenza $(7, 3)$ primitiva nello spazio S_5 (ossia nella quadrica delle rette) si è ora spezzata in una F^{10-k} e in k piani incontranti questa secondo coniche; sicchè le sezioni iperpiane della F^{10-k} dovranno formare, insieme con k loro corde, curve (composte) di genere 6 (come le sezioni di F^{10}): e ciò richiede appunto che siano esse di genere $6-k$. Questo risulterà anche confermato dalle rappresentazioni piane che troveremo per le varie congruenze $(7-k, 3)$.

5. — Le dieci coppie di piani del sistema Σ dovranno contenere tutti i punti A; epperò questi si ripartiranno, per ciascuna coppia, fra i due piani che la compongono. Ogni punto A apparterrà a uno (e in generale un solo) piano di ciascuna coppia; dunque complessivamente a 10 dei 20 piani. Considerati poi due punti basi A_1, A_2 (se tanti almeno ve ne sono), si può domandare per quante coppie di piani, fra le dieci, questi punti apparterranno a uno stesso dei due piani. Ora queste coppie di piani sono quelle che contengono la retta $A_1 A_2$, e appartengono perciò alla rete che si stacca da Σ imponendo come base questa intera retta. Questa rete avrà in generale, fuori della retta stessa, quattro punti basi (fra i quali saranno compresi eventualmente gli altri punti A), e conterrà 4 coppie di piani. Fra i 20 piani ve ne sono dunque 4 che passano per la retta $A_1 A_2$. Infine, per ogni terna di punti basi $A_1 A_2 A_3$, una delle dieci coppie di piani sarà composta del piano $A_1 A_2 A_3$ e di un secondo piano (non passante in generale per alcuno di quei tre punti).

Ogni qual volta uno dei 20 piani passa per uno solo dei punti A, dall'inviluppo di 3ª classe ch'esso contiene nel caso generale, ossia nel caso della congruenza $(7, 3)$ (cfr. M., n° 82),

si staccherà il fascio di rette A; e perciò questo piano conterrà soltanto un inviluppo quadrico di rette della congruenza $(7-k, 3)$. In un piano (fra i 20) il quale passi per i due punti basi A_1, A_2 (e non per altri), si staccheranno dall'inviluppo i due fasci A_1 e A_2; e resterà perciò soltanto un terzo fascio, più la retta $A_1 A_2$, che apparterrà ancora alla congruenza $(7-k, 3)$ come raggio isolato di questo piano singolare [1]. Infine il piano di tre punti basi $A_1 A_2 A_3$ non sarà piano singolare della congruenza, e conterrà di essa soltanto i tre raggi $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_1$.

6. — Supponiamo in particolare che il sistema lineare Σ abbia un solo punto base A. Avremo allora una congruenza (6, 3) di genere sezionale 5. Dei 20 piani che, a coppie, costituiscono quadriche degeneri di Σ, 10 (uno per ciascuna coppia) passeranno per A, e conterranno un inviluppo quadrico di rette della congruenza; mentre gli altri 10 (non passando in generale per A) conterranno un inviluppo di rette di 3ª classe. Il punto A sarà vertice di un cono quadrico appartenente alla congruenza.

La congruenza duale (3, 6) *conterrà dunque 10 coni cubici, 10 coni quadrici, e un inviluppo di rette di 2ª classe, il cui piano passerà per i vertici dei 10 coni quadrici.* Essa è un caso particolare della (3, 6) studiata in M., § 13. Essa può infatti rappresentarsi birazionalmente sul piano del suo inviluppo quadrico, facendo corrispondere a ogni suo raggio la propria traccia su questo piano; e alle rigate sue intersezioni coi complessi lineari corrisponderanno allora le ∞^5 curve di 7° ordine passanti doppiamente per i vertici dei 10 coni quadrici (dunque precisamente C^7 con 10 punti doppi; cfr. l. c.). Questi 10 punti hanno però una posizione particolare; *sono cioè i 10 punti doppi di una curva razionale di 6° ordine,* poichè è precisamente una tal curva quella che corrisponde, nella stessa rappresentazione piana, all'inviluppo quadrico di rette della congruenza. Infatti il sistema residuo di questa curva rispetto al sistema lineare di curve di 7° ordine rappresentante la congruenza deve essere costituito

---

[1] Che il raggio $A_1 A_2$ appartenga alla congruenza $(7-k, 3)$, si vede dal fatto che il cono singolare di questa congruenza uscente da A_1 appartiene al sistema lineare Σ, e deve quindi passare per tutti gli altri punti basi di questo sistema lineare.

(come si vede immediatamente) dalle (sole) rette del piano. Il piano dell'inviluppo quadrico è tangente alla superficie focale della congruenza (che è di 14° ordine) lungo la detta curva di 6° ordine, e l'incontra ulteriormente secondo la conica definita da quello stesso inviluppo quadrico.

7. — Il sistema lineare Σ abbia ora due punti basi A_1, A_2; esso darà origine a una congruenza (5, 3) di genere sezionale 4. Delle 10 coppie di piani contenute in Σ, quattro si comporranno di un piano passante per la retta $A_1 A_2$ e di un altro piano non passante (in generale) nè per A_1 nè per A_2; e le altre sei si comporranno di piani passanti l'uno per A_1 e l'altro per A_2. Perciò, dei 20 piani, 4 conterranno inviluppi di 3ª classe appartenenti alla nostra congruenza; altri 4 conterranno un fascio di rette, più il raggio isolato $A_1 A_2$ — sicchè questi 4 apparterranno ad un fascio, il fascio di asse $A_1 A_2$ —; e i rimanenti 12 conterranno inviluppi quadrici di rette. Ciascuno dei 4 fasci avrà un raggio a comune con 3 degli inviluppi cubici (essendo escluso quello il cui piano va accoppiato al piano del fascio stesso per formare una quadrica di Σ). Dai punti A_1 e A_2 esciranno coni quadrici di rette della congruenza, aventi a comune la generatrice $A_1 A_2$.

La congruenza duale (3, 5) *conterrà dunque 4 coni cubici di genere uno; 4 fasci di raggi contenuti rispett. nelle facce del tetraedro determinato dai vertici dei coni cubici, e aventi i centri in linea retta; 2 inviluppi quadrici, e 12 coni quadrici i cui vertici si ripartiranno a 6 a 6 fra i piani dei due inviluppi.* Inoltre, la retta che contiene i centri dei 4 fasci di raggi sarà in pari tempo l'intersezione dei piani dei due inviluppi quadrici. Questa congruenza è un caso particolare della (3, 5) considerata in M., § 12 (n° 76), e sarà perciò contenuta in un complesso tetraedrale. Essa risulta già rappresentata birazionalmente sul piano di uno qualunque dei due inviluppi quadrici, in modo che alle rigate sue intersezioni coi complessi lineari corrispondono le curve di 6° ordine aventi a comune 6 punti doppi (vertici di coni quadrici della congruenza) e 4 punti semplici (centri dei fasci di raggi). Ma questi ultimi punti staranno sopra una retta, ed esisterà altresì una curva di 5° ordine (immagine dell'inviluppo quadrico

contenuto nel piano rappresentativo) la quale nei 10 punti basi ha le stesse multiplicità delle sestiche anzidette.

Questa congruenza è *cremoniana* (e tali saranno anche tutte le successive); essa può generarsi mediante due piani — che qui sono quelli dei due inviluppi quadrici — in corrispondenza cremoniana del 5° ordine con 6 punti fondamentali doppi, colla condizione però che sulla retta intersezione dei due piani vi siano *quattro punti uniti*. Con ciò appunto la congruenza, che sarebbe in generale di ordine $5 + 2 = 7$ (e di classe 5), discenderà al 3° ordine.

8. — Supponiamo ora che il sistema Σ abbia tre punti basi A_1, A_2, A_3. Troveremo una congruenza (4, 3) di genere sezionale 3, contenente un inviluppo di rette di 3ª classe (in quel piano che insieme ad $A_1 A_2 A_3$ forma una quadrica di Σ); 9 inviluppi quadrici, in altrettanti piani passanti a tre a tre per uno (solo) dei punti A_i; 9 fasci di rette, in piani passanti a tre a tre per le rette $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, $A_3 A_1$; e 3 tre coni quadrici, di vertici A_1, A_2, A_3.

Questa congruenza si può rappresentare birazionalmente sul piano π del suo inviluppo di 3ª classe, facendo corrispondere a ogni raggio di essa il punto che ne è traccia. Alle rigate intersezioni della congruenza coi complessi lineari corrisponderanno le ∞^5 curve di 4° ordine passanti per i centri dei 9 fasci di rette della congruenza (centri che sono tutti contenuti nel piano π). E poichè ciascuno dei 9 fasci ha un raggio a comune con due dei tre coni A_1, A_2, A_3, si può concludere ancora che quei 9 punti basi del sistema di quartiche si distribuiranno in tre terne, le quali staranno a due a due sopra tre coniche (tracce rispett. dei coni quadrici A_1, A_2, A_3). I 9 inviluppi quadrici avranno per immagini le rette che uniscono a due a due i punti di ogni singola terna.

Questa congruenza (4, 3) fu già incontrata dal signor Montesano nella Memoria: *Su di un complesso di rette di terzo grado* (Mem. dell'Acc. di Bologna, ser. V, t. III; n° 9) come una particolare congruenza contenuta nel complesso cubico delle generatrici di una rete di quadriche. Questa rete può essere una qualunque di quelle contenute nel sistema Σ. Dal modo in cui il signor Montesano definisce tale congruenza si conclude facil-

mente ch'essa coincide con quella a cui noi qui siamo giunti; e possiamo anche aggiungere ch'essa starà sempre non in uno solo, ma in ∞^3 complessi cubici del tipo indicato (corrispondentemente alle ∞^3 reti contenute in Σ). Dalla rete di quadriche considerata dal signor MONTESANO si assurge al sistema lineare $\infty^3 \Sigma$ che contiene quella rete, aggiungendovi la quadrica spezzata nei due piani π e $A_1 A_2 A_3$ (il secondo dei quali sarebbe il $B_6 B_7 B_8$ del signor MONTESANO).

La congruenza duale (3, 4) *conterrà pertanto:*

Un cono cubico di genere uno (P);

TRE *inviluppi quadrici, aventi a due a due una retta a comune, e contenuti in piani* (λ, μ, ν) *non passanti per* P;

NOVE *coni quadrici, coi vertici contenuti a tre a tre nei piani* λ, μ, ν (ad es. L_1, L_2, L_3 nel piano λ, ...) *e aventi ciascuno una generatrice a comune col cono cubico* P;

NOVE *fasci di raggi, aventi i centri disposti a terne sulle rette intersezioni dei piani* λ, μ, ν *a due a due, e i piani passanti tutti per* P, *e ciascuno ancora per i vertici di due dei coni quadrici.* Ad es. i tre fasci aventi i centri sull'intersezione $\mu\nu$ staranno rispett. nei tre piani PL_1L_2, PL_2L_3, PL_3L_1; e analogamente per gli altri.

Le rappresentazioni immediate che si hanno di questa congruenza sui piani dei suoi inviluppi quadrici sono di ordine più elevato di quella veduta poc'anzi per la congruenza duale.

Questa congruenza è un caso particolare della (3, 4) incontrata in M., § 11 (1), come pure di quella, già particolare, incontrata in questa stessa Nota al n° 2. *Essa è contenuta in tre complessi tetraedrali*, aventi per tetraedri fondamentali rispettivamente $PL_1 L_2 L_3$ e gli altri due analoghi; l'intersezione residua di due di questi complessi è sempre la stella P (2).

9. — Passiamo al caso di quattro punti basi A_1, A_2, A_3, A_4 (che supporremo non stiano in un piano); caso che conduce a una congruenza (3, 3) di genere sezionale 2. Ciascuna faccia del

(1) V. anche la mia Memoria cit. degli " Annali di Matem. ", n° 16.

(2) Però l'intersezione *generale* di due complessi tetraedrali aventi a comune un vertice del tetraedro fondamentale è una congruenza (3, 4) contenente soltanto 6 coni e 2 inviluppi quadrici, e non contenuta in un terzo complesso tetraedrale.

tetraedro $A_1 A_2 A_3 A_4$, congiunta a un certo piano $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$ passante pel vertice opposto — e supporremo che sia α_i il piano passante per A_i —, costituirà allora una coppia di piani di Σ; e ciascuna delle altre 6 coppie di piani si comporrà di 2 piani passanti rispett. per due spigoli opposti di quel tetraedro. Questi 12 piani conterranno ciascuno un fascio di rette della congruenza (3, 3); i piani α_i conterranno inviluppi quadrici di rette; i punti A_i saranno vertici di coni quadrici appartenenti alla congruenza. *Si ha dunque una congruenza* (3, 3) *di genere sezionale due, la quale, oltre ai soliti 12 fasci di rette* (M., n° 65), *contiene 4 coni quadrici e 4 inviluppi piani di 2ª classe*, disposti in tal guisa che i piani di questi ultimi formano un tetraedro circoscritto a quello dei vertici dei quattro coni. I 12 fasci di rette si distribuiscono in 6 coppie tali che per ciascuna coppia i due centri stanno sopra una retta $\alpha_i \alpha_h$ e i due piani passano per la retta corrispondente $A_k A_l$ (essendo *ihkl* una permutazione dei 4 indici 1, 2, 3, 4).

Questa congruenza determina fra i piani α_i a due a due delle corrispondenze cremoniane di 3° ordine aventi i punti A_i come punti fondamentali doppi. Essa riferisce quindi proiettivamente fra loro i quattro fasci di raggi $A_i(\alpha_i)$: le rette della congruenza che si appoggiano ai singoli raggi di uno di questi fasci formeranno (astrazion fatta dal cono A_i e dall'inviluppo α_i) le ∞^1 rigate quadriche della congruenza (M., n° 65); e queste stesse rigate avranno per direttrici anche i raggi degli altri tre fasci $A_i(\alpha_i)$ rispett. omologhi ai primi nell'anzidetta proiettività. *Quattro raggi omologhi dei 4 fasci* $A_i(\alpha_i)$ *sono dunque direttrici di una stessa rigata quadrica.*

La congruenza potrà pertanto generarsi con *tre fasci proiettivi di complessi lineari speciali* (ossia fasci di rette) [1], ad es., $A_1(\alpha_1)$, $A_2(\alpha_2)$, $A_3(\alpha_3)$; ma vi dovrà essere anche un quarto fascio $A_4(\alpha_4)$ nelle stesse condizioni dei precedenti e sostituibile a uno qualunque di essi nella generazione della congruenza [2].

---

[1] Roccella: *Sugli enti geometrici dello spazio di rette...* " Piazza Armerina ", 1882; Hirst: *Sur la congruence Roccella...* " Rend. di Palermo ", I, p. 64. V. anche la mia Memoria degli Annali di Matem., n° 12.

[2] Questa congruenza sarà dunque un caso particolare anche rispetto alle congruenze (3, 3) con 15 punti e 15 piani singolari considerate nei lavori cit. alla nota preced.

E perciò possono prendersi ancora ad arbitrio i primi tre fasci ma non più (almeno completamente) la proiettività fra di essi. Possiamo invece procedere così. Presi comunque i tre fasci di rette $A_1(\alpha_1)$, $A_2(\alpha_2)$, $A_3(\alpha_3)$, si scelgano ancora ad arbitrio il punto A_4 e il cono singolare della congruenza uscente da questo punto, ossia un cono quadrico avente per generatrici $A_4 A_1$, $A_4 A_2$, $A_4 A_3$ (il che implica soltanto $3+2=5$ parametri, mentre la proiettività fra i tre fasci dipende da sei parametri). Allora le terne di raggi dei fasci $A_1(\alpha_1)$, $A_2(\alpha_2)$, $A_3(\alpha_3)$ che si appoggiano alle singole generatrici del cono quadrico A_4 si corrisponderanno in una proiettività, e determineranno ∞^1 rigate quadriche costituenti una congruenza (3, 3) di genere sezionale due. In questa congruenza saranno certo contenuti 12 fasci di rette, tre coni quadrici di vertici A_1, A_2, A_3, tre inviluppi quadrici nei piani $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, e, per costruzione, il cono A_4 dianzi considerato. Inoltre, se sopra una qualunque delle ∞^1 rigate quadriche contenute nella congruenza consideriamo la direttrice rettilinea uscente da A_4, vediamo che dalla rigata R^6 delle rette della congruenza che si appoggiano a questa direttrice si staccano quella stessa rigata quadrica e il cono A_4: resterà dunque un'altra rigata quadrica, tale però che da ogni punto della direttrice considerata ne escano due generatrici; e questa non potrà essere che un (quarto) inviluppo piano α_4. Nel piano di questo inviluppo staranno le direttrici uscenti da A_4 di tutte le ∞^1 rigate quadriche della congruenza. Ed è questo il modo più generale di costruire la congruenza (3, 3) di cui trattasi [1].

Questa congruenza (3, 3) *è contenuta in sei complessi tetraedrali;* potendo concepirsi come congruenza cremoniana di Hirst (n° 3) in altrettanti modi diversi, col combinare a due a due i 4 piani α_i. Essa fu anche considerata dal sig. Montesano nella sua Memoria cit. (n° 5).

Sopra uno qualunque dei piani α_i essa si rappresenta birazionalmente, in modo che alle rigate sue intersezioni coi complessi lineari corrispondono curve di 4° ordine aventi a comune un punto doppio (A_i) e 6 punti semplici. Questi ultimi non sono in posizione affatto generale; ma devono soddisfare a una con-

---

[1] Altre generazioni di questa congruenza mi sono state comunicate dal Dott. C. Carrone, il quale si propone di esporle in un prossimo suo lavoro.

dizione, che può esprimersi mediante l'eguaglianza di due certi birapporti.

10. — Se il sistema lineare Σ ha cinque punti basi (di cui mai quattro in un piano), la congruenza delle sue rette principali, astrazion fatta dalle cinque stelle aventi i centri in quei punti, è una congruenza (2, 3) di genere sezionale uno e affatto generale, contenente cinque coni quadrici e 10 fasci di rette (e contenuta in *dieci* complessi tetraedrali).

Supponiamo infine che il sistema Σ si componga di tutte le ∞^3 quadriche che passano per 6 punti fissi. Allora un fascio di quadriche contenute in Σ e passanti per una retta la quale non appartenga ad alcuno dei punti basi dovrà avere come curva base residua la cubica individuata da quei 6 punti; e quella retta sarà perciò corda di questa cubica. La congruenza $(7-k, 3)$ è dunque in questo caso $(k=6)$ la congruenza (1, 3) delle corde della cubica determinata dai 6 punti basi.

11. — Considerato un sistema lineare ∞^3 di quadriche affatto generale (e privo quindi di punti basi) come uno spazio S_3, la varietà ∞^2 dei coni di questo sistema appare come una superficie φ di 4° ordine con 10 punti doppi (dati dalle 10 coppie di piani del sistema), la quale è precisamente un *simmetroide* [1] (risultando la sua equazione dall'annullarsi di un determinante simmetrico di 4° ordine, ad elementi lineari nelle coordinate). Quei fasci contenuti nel sistema lineare ∞^3, la cui curva base si spezza in una retta (principale) e in una cubica avente questa retta per corda, saranno immagini delle *bitangenti* (tangenti doppie) del simmetroide. E potremo dire:

Ogni congruenza (3, 7) *o* (7, 3) *di genere sezionale 6 è riferibile birazionalmente alla congruenza* (12, 28) *delle bitangenti di un simmetroide.* E poichè questo simmetroide è affatto generale, potremo aggiungere (M., n° 83): *La congruenza delle bitangenti di un simmetroide, considerata come varietà algebrica* ∞^2, *ha anch'essa il genere* ($geom^{co} = num^{co}$) ZERO *e il bigenere* UNO.

Quando il sistema lineare ∞^3 considerato (Σ) ha un numero

---

[1] V. ad es.: SALMON-FIEDLER, *Analytische Geometrie des Raumes* (3te Aufl.), II, p. 468.

finito k (≤ 6) di punti basi A_i, ciascuno di questi punti è vertice di un cono contenuto in Σ, il quale (come si vede immediatamente) è un nuovo elemento doppio della varietà ∞^2 dei coni. Al simmetroide si sostituiscono dunque superficie di 4° ordine con $10 + k$ punti doppi; in particolare, per $k = 6$, una *superficie di Kummer*. E le diverse parti in cui si spezza la congruenza (7, 3) delle rette principali del sistema Σ (per i valori successivi $k = 1, 2, \ldots 6$) corrisponderanno a quelle in cui si spezza la congruenza delle bitangenti di questa superficie del 4° ordine; in particolare alle k stelle A_i corrisponderanno congruenze di 2° ordine e classe $8 - k$ (1). Per ulteriori dettagli in proposito si cfr. la *Geometrie der Lage* del sig. Reye (3te Aufl., III, §§ 17, 18).

Relazione sulla Memoria del Dr Francesco Severi " *Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio* ".

Alle note formole del Cayley, che stabiliscono dei legami relativamente semplici fra i primi caratteri di una curva algebrica dello spazio ordinario, fan seguito una lunga serie di formole, più complesse, dovute per molta parte a Zeuthen, colle quali si determinano altri caratteri della curva, relativi per esempio alle rette che hanno con questa due o più incontri, o contatti. Similmente per una curva di un iperspazio S_n, dopo le formole di Veronese e quelle che ne derivano più immediatamente, son da ricercare altre formole che diano i caratteri analoghi a quelli ora accennati: per esempio, una che esprima l'ordine della varietà costituita da quegli S_k che hanno colla curva incontri ν_1-punto, ν_2-punto, ..., ove $\nu_1, \nu_2 \ldots$ son numeri dati. Pel caso che gl' incontri sian tutti *semplici* le ricerche più recenti in proposito son dovute al sig. A. Tanturri, e si riferiscono alle curve razionali ed ellittiche. Invece il signor Severi nella Memoria attuale tratta, per curve di genere qua-

---

(1) È notevole però che già per $k = 1$ la congruenza (12, 28) di genere zero e bigenere uno si spezza in due, una (2, 7) e una (10, 21), *entrambe razionali*.

lunque, vari problemi speciali relativi a casi in cui si hanno incontri *multipli*. Così nella 1ª Parte egli determina gli ordini di alcune rigate costituite da particolari corde della curva (giacenti in iperpiani osculatori, ecc.); e il numero delle corde, ognuna delle quali sta negl' iperpiani osculatori dei proprî estremi. E nella 2ª Parte calcola: il numero degli S_{n-2} che hanno colla curva due contatti di dati ordini, e di quelli S_{n-2} che son tangenti in un punto ed hanno colla curva $2n - 5$ ulteriori incontri; il numero degli S_{n-3} con due dati contatti ed un incontro semplice; per $n = 2r + 1$, il numero degli S_r tangenti che hanno r ulteriori incontri [e anche l' ordine della varietà M_{r+1} degli S_r $(r + 2)$secanti]. In particolare per le curve degli spazi a 4 e a 5 dimensioni vengono determinati tutti quanti i numeri relativi a spazi con dati contatti.

Meritano menzione anche gli strumenti adoperati dal signor Severi: i quali consistono spesso in ingegnose applicazioni del principio di corrispondenza sulla curva di genere p; e invece, per talune questioni relative allo S_5, nel metodo funzionale, già usato dal Cayley nel caso più semplice delle curve di S_3, e qui per spazi superiori agevolato dall'A. per mezzo dell'integrazione preliminare di un' ampia classe di equazioni funzionali che si presentano in varie ricerche di geometria numerativa (*).

L'importanza del lavoro del Severi, non solo per se stesso, ma anche come avviamento alla risoluzione delle questioni più generali sugli spazi aventi incontri e contatti vari colle curve algebriche, c'induce a proporne l'accoglimento nel volume delle Memorie.

E. D'Ovidio,
C. Segre, *Relatore*.

L' Accademico Segretario
Andrea Naccari.

(*) Di quest'integrazione l'A. s'è pure servito, pei problemi delle coniche secanti o tangenti a curve gobbe, nelle due Note publicate in questi *Atti* nel 1900.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 20 Gennaio 1901.

PRESIDENZA DEL PROF. BERNARDINO PEYRON

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Rossi, Manno, Bollati di Saint-Pierre, Ferrero, Boselli, Cipolla, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 6 gennaio 1901.

Il Segretario dà lettura della lettera con cui il prof. Giovanni Gentile ringrazia l'Accademia per la parte del premio Gautieri che gli fu aggiudicata nell' adunanza plenaria del 13 gennaio.

Il Socio Ferrero presenta a nome della Società di Archeologia e Belle Arti della provincia di Torino la pubblicazione recentissima: Ermanno Ferrero, *L'arc d'Auguste à Suse,* Turin, Bocca, 1901. Il Socio Manno dà indicazioni sulla dotta e suntuosa opera, tributandole lodi, alle quali si associa il Socio Cipolla.

Il Segretario rammenta tra le pubblicazioni pervenute in dono quella inviata dal Socio straniero Enrico Alessandro Wallon, cioè l'atto verbale di una seduta tenuta in suo onore dall'Accademia delle iscrizioni e belle lettere di Parigi per ce-

lebrare il cinquantesimo anniversario della sua nomina a Socio dell'Accademia stessa.

Il Socio Pizzi legge la sua commemorazione del Socio straniero Ferdinando Massimiliano Müller di cui la Classe gli diede incarico. È inserita negli *Atti*.

Compaiono parimenti negli *Atti* le seguenti due note:

1°, Annibale Pastore, *Saggio sopra l'esperienza mediata*, presentata dal Socio Pizzi;

2°, Carlo Cipolla, *Un litigio fra Venezia e Savona nel 1324*, presentata dall'autore.

LETTURE

MASSIMILIANO MÜLLER

Brevi parole di commemorazione del Socio ITALO PIZZI.

Gli Studi orientali hanno patito di recente una grave iattura nella morte del professore Massimiliano Müller della Università di Oxford, e della grave iattura si risentiranno essi a lungo, perchè egli non solo fu uno dei maestri nella difficile disciplina, ma anche di quelli che hanno saputa fondarla in parte, aprirle nuove vie, schiuderle, per così dire, orizzonti più vasti e avviar le menti dei cultori a nuove idee, a nuovi concetti. L'opera di tali maestri non solo è feconda in sè, ma è più feconda ancora e produttiva in quanto muove e strascina con sè l'intelligenza e la mente di tanti altri, i quali, senza quella guida, o si arresterebbero nella via o incerti e mal sicuri se ne allontanerebbero. La Germania, l'Inghilterra e la Francia vantano, per cotesto, i nomi fulgidi d'un Roth, d'uno Spiegel, d'un Rawlinson, d'un Kuhn, d'un Burnouf; l'Italia, per tacer d'altri insigni, quelli non meno fulgidi d'un Gorresio, d'un Flechia, d'un Amari, d'un Ascoli; e di questa nobile schiera fu il Müller, del quale ora lamentiamo la perdita, mentre la gloria sua va divisa, non contesa, tra Germania, che gli diede i natali, e Inghilterra che gli fece onore ospitandolo e n'ebbe onore per averlo fatto uno de' suoi.

Massimiliano Müller nacque a Dessau il 6 di dicembre del 1823, figlio a Guglielmo Müller, che fu letterato e poeta di grido. Fece gli studî a Lipsia sotto la guida sapiente del Brockhaus il quale lo consigliò a dedicarsi in particolare a quello del sanscrito. De' suoi rapidi progressi in quest'ardua disciplina fa testi-

monianza la traduzione del libro sanscrito lo *Hitopadeça*, cioè il " Buono ammaestramento, „ raccolta di novelle e di apologhi narrati con intendimento morale. Uscì nel 1844, e faceva conoscere, nel traduttore, più che un principiante. Ma altro lavoro, e ben più arduo e importante, chiamava a sè, fin d'allora, il giovane e già valente sanscritista, la pubblicazione e la traduzione del più antico e importante libro sacro indiano, il *Rigveda*. Si recò, pertanto, dapprima a Berlino, poi in Inghilterra, ove ebbe l'aiuto d'un altro gran maestro, il Wilson. Ad Oxford, più tardi, fu professore in quell'Università, e da Oxford, dal 1850 in poi, per mezzo secolo, mandò fuori le opere sue che percorsero tutto il mondo civile e colto, destando ovunque ammirazione di sè, ricevendo da ogni parte testimonianze luminose di stima, tra le quali non vuolsi tacere quella d'un Collegio di Brahmini d'India, che, esaminata attentamente l'edizione del *Rigvedā*, la proclamarono perfetta, superiore di gran lunga a tutti i manoscritti loro, anche i più autorevoli. Ebbe infinite attestazioni d'onore da tutti i corpi scientifici e letterari delle maggiori città del mondo, e questa Accademia nostra si onorò di averlo ascritto tra i suoi Membri corrispondenti esteri. Morì sulla breccia, perchè l'instancabile sua attività non gli permetteva di riposarsi ed egli attendeva pur sempre alle sue dotte e laboriose pubblicazioni.

Queste, oltre la traduzione dell'*Hitopadeça* già mentovata, sono: la traduzione del soave idillio di Kalidâsa, il *Meghadûta*, o la *Nuvola Messaggiera* (1848); la Grammatica Sanscrita; l'edizione del *Pratiçakhya* al *Rigveda* (1856); gl'Inni sacri dei Brahmini (1867), molti trattati, molti articoli, molte dissertazioni di mitologia, di linguistica, di filologia, di storia orientale, di religione, di filosofia. Queste però sono le opere minori, tuttochè pregevolissime. Le opere che, come a dire, hanno valore e importanza universale e hanno dato impulso veramente valevole agli studî, sono: *Le letture sulla Scienza del linguaggio,* alle quali si aggiungono le *Nuove letture;* l'opera che, con titolo alquanto singolare, si chiama *Schegge d'una officina tedesca*, e comprende molte dissertazioni di filologia, di linguistica, di mitologia comparata, di storia religiosa, di letteratura; l'edizione e traduzione, già ricordate, del *Rigveda*, e la pubblicazione grandiosa, alla quale hanno collaborato i più dotti orientalisti d'Eu-

ropa, dei libri sacri d'Oriente. Vi son compresi, tradotti in inglese, il *Rigveda,* l'*Avesta*, il *Corano*, i libri dottrinali pehlevici, i libri cinesi, il *Tripitaka,* il *Dhammapadam*, e gli altri libri buddhistici. Aggiungasi l'*Introduzione alla Scienza della Religione*, in cui, con ardito e nuovo pensiero, si giunge a stabilire che si possono classificare e distinguere tre grandi religioni, una ariana, una semitica, una turanica, secondo la grande spartizione linguistica di genti ariane, semitiche, turaniche. E v'è infine l'altra opera, *L'origine e lo sviluppo della Religione* (1878), in cui si tenta di spiegare secondo i fenomeni naturalistici l'origine delle religioni, specialmente dell'indiana.

Queste opere, perchè scritte anche con evidente e perspicua chiarezza, ricche di molta erudizione, ma non sovraccariche e imbarazzate, con un buon senso raro, fecero un gran bene, giova affermarlo, non tanto ai dotti, quanto, e più ancora, a quelli tutti che, pur non occupandosene *ex professo*, desiderano d'essere informati adeguatamente delle grandi questioni letterarie e scientifiche che sono oggetto di studio per i dotti. In Italia, in particolare, dove gli scritti del Müller poterono esser meno conosciuti al pubblico che altrove, vi ebbero tuttavia maggior seguito le *Letture sulla Scienza del Linguaggio*, egregiamente tradotte nella nostra lingua dal Prof. Gherardo Nerucci. Se ora sono alquanto antiquate, se molte volte, per lo slancio della mente comprensiva e poetica dell'autore, sorvolante facilmente sulle difficoltà, riescono più fantasiose che veramente scientifiche, diedero tuttavia vigoroso impulso perchè molti fra noi si consacrassero agli studî orientali e ai glottologici, intesi a descrivere e a spiegar la natura di questo meraviglioso fenomeno che è il linguaggio umano, intesi a interpretare i grandi monumenti della parola, tramandatici dalla più remota antichità. All'opera benefica di quelle letture l'Italia deve assai più che non alle altre, sebbene scritte con maggior freno e però più scientificamente rigorose, ma aride talvolta e nude, d'un altro insigne cultore di queste discipline, che fu il Whitney.

Ma non in ciò soltanto, cioè nell'opera scientifica e letteraria, consiste il merito di lui. Ebbe amarezze, sentì gli assalti dell'invidia altrui, ebbe inimicizie, nè, forse, la patria germanica volle o seppe collocarlo e mantenerlo a quel posto ch'egli si meritava per l'alto valore, e che gli fu dato, invece, dall'Inghil-

terra; ma egli non rispose che equanime e calmo agli assalti altrui, nè ebbe mai parole acerbe per alcuno; anzi, parendogli troppo doloroso il trovarsi inimicato con uno dei più valenti confratelli di disciplina, nell'occasione d'un gravissimo e improvviso lutto di famiglia, invocò pace dall'avversario e l'ebbe. Era onorato dell'amicizia degli uomini più illustri del secolo ora tramontato, ed essi stimavansi onorati della sua. Egli però s'intratteneva anche con gli umili, anche con chi s'avventurava giovane e incerto per l'ardua via delle discipline da lui coltivate, e per tutti aveva sempre una dolce parola d'incoraggiamento anche se qualcuno errava, perchè questi grandi non adoperano mai coi minori il linguaggio stizzoso, aspro, ironico, che è quello d'alcuni critici moderni quando si pongono ad esaminare le opere altrui. Chi scrive queste linee, consacrate alla sua memoria, per debito di gratitudine che ha verso di lui, avendo avuto l'alto onore di essere stato in relazione con lui per più di due decine d'anni, ricorda ora i consigli paterni che ne ha ricevuti al principio della sua carriera di studî, gli avvertimenti savi, le parole d'incoraggiamento e di conforto. Massimiliano Müller, insomma, era un gran sapiente, ma sapeva essere anche uomo, ciò che torna a lode grandissima di lui, perchè c'è un proverbio orientale che dice: " Quanto è facile diventar dottore; quanto è difficile essere uomo! „.

Un litigio tra Venezia e Savona nel 1324.

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Nell'Archivio Comunale di Savona (1) si conserva una lettera originale di Giovanni Soranzo, doge di Venezia. Porta la data del 6 ottobre, indizione settima. Una tarda mano vi appose l'anno 1309. E per verità nel 1309 correva la settima indizione. Ma allora il dogado era tenuto da Marino Zorzi, poichè il Soranzo non fu eletto che nel 1312. Avendo questi tenuto quell'officio sino al 1328, la lettera di cui occupiamo, si dovrà quindi rimandare al 1324, il solo anno, che, durante il suo dogado, portasse la settima indizione.

La lettera è senza dubbio originale. Ha i due margini laterali ripiegati; questi hanno alcuni tagli, destinati evidentemente a ricevere una cordicella, che serviva a chiudere la lettera, cordicella che probabilmente era poi assicurata e fermata dal sigillo.

Il contenuto della lettera si riferisce a una questione mercantile. Un dalmatino, di Ragusa, ritornando da Tunisi, colla sua nave carica di lana, di biade e di altre mercanzie, era stato assalito da due navi savonesi, di cui erano armatori Giacomo *de Bonacato* e Paganino Doria. Ciò era accaduto all'altezza di Porto Pisano. Com'è noto, Porto Pisano è da secoli distrutto e interrato; si trovava vicino a Livorno (2). I Savonesi condussero la catturata nave a Lerici, non lungi da Sarzana; la spogliarono di ogni mercanzia, e, vuota, la resistituirono al patrono. Anzi ritennero prigioniero lo stesso scrivano. Di qui il lagno che il dalmatino fece a Venezia, e che questa presentò a Savona.

---

(1) *Pergamene sparse*, originale. Ringrazio i signori cav. Federico e cav. Agostino Bruno, per la cortesia squisita, colla quale mi facilitarono gli studî che ebbi occasione di fare, nella state del 1900, nell'Arch. di Savona.

(2) P. Vigo, *Statuti e Provvisioni del Castello e Comune di Livorno.* Livorno, 1893, prefazione pag. LXXVI sgg.

Pur troppo non sono in grado di completare le notizie recateci da questa lettera, con altri dati, nè di origine savonese, nè di origine veneziana.

I volumi più antichi dei *Misti* del Senato Veneziano andarono quasi del tutto perduti. Dei primi XIV volumi dei *Misti* si conservò appena un frammento del I volume, con atti degli anni 1300-1302. Fuori di ciò, di quei volumi non rimane altro che l'indice, il quale fu pubblicato da G. Giomo (1). Da questi indici (dove i documenti sono spesso riferiti senza data) apprendiamo la notizia di varî litigi insorti tra Veneziani e Savonesi (2). Talora i Veneziani mandavano a Savona qualche loro messo " occasione damnorum nostrorum „. Si parla anche " de facto Aytonis de Auria „. Ma questo *factum* non può identificarsi con quello al quale il nostro documento si riferisce, poichè la lettera del Soranzo parla di Paganino e non di Aitone D'Oria.

È noto che le relazioni fra Venezia e Tunisi erano allora fiorenti. Il doge Soranzo aveva da pochi anni rinnovato i trattati antichi con Tunisi, come vediamo da un documento in data 12 maggio 1317 (3).

Del litigio che la lettera del doge Soranzo ci fa in parte conoscere, ignoro anche la fine. Probabilmente i Savonesi dovettero risarcire i danni, non foss'altro per isfuggire alle rappresaglie, che senza dubbio il governo Veneziano avrebbe conceduto, in danno di essi e in favore della parte lesa.

" Johannes Superancius Dei gratia Veneciarum, Dalmacie atque Chroacie dux, dominus quarte partis et dimidie tocius Imperij Romanie, nobilibus et sapientibus viris . . . Rectoribus Saone, amicis dilectis, salutem et dilectionis affectum. Querelam dilecti fidelis nostri Felicis de Grade, de Ragusio, non sine mentis perturbacione nuper recepimus, quod, dum de partibus Tunisij, cum quadam eius navi, onerata lana, blado et aliis mercibus, versus Portum Pisanum (4) tenderet navigando, due galee vestre armate, quarum armatores erant Ja-

(1) *Le rubriche dei libri* " *Misti* „ *del Senato*, " Arch. Ven. „, XVII e sgg.
(2) " Arch. Ven. „, XXIV [1892], pp. 96-97.
(3) Thomas, *Diplomatarium Veneto-Levantinum*, I [Venezia, 1880], pp. 101-2.
(4) *Ms.* pis,.

cobus de Bonacato et Paganinus de Auria, ipsam navim ipsius sic oneratam forte per unum milliarium longe a dicto Portu Pisano (1) violenter ceperunt, eamdem conducentes Lerice, ubi per quindecim dies detinuerunt eamdem, et (2) exonerari facientes postea ipsam, et retinentes quicquid in ipsa erat, vacuam dimiserunt, et patrono eius restituerunt predicto, retinentes tamen eciam scrivanum navis ipsius, propter que omnia dampnifficatum se asserit ad magnam peccunie quantitatem. Et ideo gravati ex hoc et merito considerantes maxime quod hec sunt, et esse dignoscuntur contra veri sinceritatem amoris, quem vobiscum conservavimus et conservare intendimus nostro posse, nobilem amicitiam vestram requirimus instanter, et affectuose rogamus, quatenus sic effectualiter vobis in predictis placeat providere, quod quidem noster fidelis Felix, sic per vestrates iniuste damnificatus, satisfacionem integram recipiat de sibi ablatis occasione prefata, ut, contentus ob hoc, nobis querellam non replicet, qui sibi et aliis nostris subditis pro conservacione ipsorum iurium efficimur debitores.

" Dat. in nostro ducali palacio, die sexto octubris, VIJ Indicionis.

Esternamente: " Nobilibus et Sapientibus viris . . . Rectoribus Saone „.

Di tarda mano: 1309.

---

(1) *Ms.* pis,.

(2) Voce aggiunta di prima mano nell'interlinea.

Saggio sopra l'esperienza mediata.

Nota di ANNIBALE M. PASTORE.

Ἀπὸ δέ γε τῶν σωματικῶν, ὡς ἐξ εἰκόνος ἐναργεστάτης, ἀναφοιτᾷν ἀναγκαῖον ἐπὶ τὰ πνευματικά.

S. Cirillo Alex., *In Oseam.*

INTRODUZIONE

1. — Quando vogliamo gettare uno sguardo ai risultati della scienza moderna, per orientarci nel gran seno della realtà multiforme e multicolore, noi siamo costretti a cedere a la tendenza naturale di introdurre qualche ordine, anzi l'unità nella molteplicità dell'esperienza.

Il problema dell'unità, invero, costituisce gran parte della tradizione classica della Filosofia.

Ma il presente lavoro avendo per oggetto di esporre e di esaminare per sommi capi il processo ed i risultati fondamentali dell'esperienza mediata per scoprire i limiti e i diritti della *Psicologia introspettiva* esclude rigorosamente da la prima parte ogni considerazione che non abbia per base l'esperienza mediata, l'astrazione e le convenzioni logiche.

Considerando le cose da questo punto di vista, possiamo dire che la tradizione classica del pensiero non à mai perduto di mira i seguenti punti consacrati da la storia della filosofia in generale e della filosofia greca in particolare:

1° l'accordo della Filosofia e della Matematica o più precisamente delle Scienze fisiche e delle Scienze morali;

2° il problema dell'unità e la sua risoluzione successiva nei tre problemi: cosmologico, antropologico, psicofisiologico;

3° il postulato fondamentale del metodo meccanico descrittivo (*analogico*) in tutto ciò che si riferisce a l'esperienza mediata.

2. — Fu già notato da molti un movimento importantissimo che porta oggi un certo numero di filosofi a la Matematica ed a la Fisica ed un certo numero di matematici e di fisici a la Filosofia, anzi si può sostenere, con gravi ragioni, che se questa unione, notissima nell'antichità, riuscì poi meno apparente in un lungo periodo storico, in verità non esistette mai una separazione tra la Scienza e la Filosofia, tutt'al più bisogna riconoscere che alcuni scienziati ed alcuni filosofi si sono ignorati reciprocamente. Ora i gravi danni prodotti da questo scambio di idee sono largamente compensati da' risultati importantissimi, tanto per la speculazione quanto per la scienza, che filosofi e scienziati si apportarono scambievolmente; a rannodare pertanto il filo interrotto della tradizione filosofica italiana, sigillata con tanta ricchezza da' nostri grandi filosofi del rinascimento, e a promuovere quel vivo moto di rinnovamento dello spirito umano, da cui noi Italiani rimanemmo esclusi da troppo tempo, io credo che convenga transigere con l'enorme fastidio della superfetazione dommatica tuttavia esistente in quasi tutte le scuole, poi con serena libertà di spirito esaminare e saggiare tutti i sistemi, amici e nemici, che vanno incontro francamente al *massimo tra i bisogni intellettuali dell'età*; cioè a la riconciliazione della Scienza positiva colla Filosofia.

Nella ricerca di quel tanto di vitale, di umano e di storicamente efficace che la Filosofia deve portare a l'opera della civiltà, proclamiamo una buona volta apertamente che tutti i sistemi sono uguali, di fronte a la critica, allorquando rendono conto ugualmente bene di tutte le particolarità che si osservano ne' fenomeni, o per dir meglio, allorquando giunti a la determinazione di alcuni rapporti costanti, possono metter capo ad una nozione fondamentale comune che sussista indipendentemente da essi medesimi.

3. — Le scienze naturali e la Filosofia d'altronde sono conciliate da l'ideale che sovrasta ad entrambe ed appaga il diritto della sintesi naturale a la ragione umana: congiungere insieme tutte le cognizioni in un sapere unico o universale e trovare la legge suprema da la quale si possano trarre tutte le leggi particolari. Il problema dell'unità è così ad un tempo il problema scientifico ed il problema filosofico per eccellenza, giacchè quello che più preme non è la semplice registrazione ma l'organizzazione razionale de' fatti.

Ora pur riconoscendo i grandi diritti della scienza sperimentale moderna, la sicurezza de' suoi metodi, il numero sempre crescente delle sue scoperte e delle sue applicazioni, non possiamo dimenticare che tutta l'esperienza mediata muove da un punto di partenza, raggiunto già nella Filosofia greca da la scuola di Leucippo d'Abdera, dopo i primi bagliori della scienza intorno a le concezioni cosmologiche della realtà, ed elevato poi dopo Galileo a postulato fondamentale dell'esperienza mediata. — Dare ragione dell'infinita varietà e complessità dei fenomeni concreti per mezzo delle condizioni meccaniche e ridurre tutte le differenze di qualità a differenze di quantità. —

4. — Tali sono a punto i presupposti dell'esperienza mediata a la quale, dando pure tutta l'estensione possibile, giustificata del resto da le sue ottime prove, noi dobbiamo ancora domandare quale sia il valore delle conquiste scientifiche così fondate, cioè se riesca a cogliere la realtà nella sua pienezza e concretezza o debba contentarsi di rilevarne o descriverne solo alcuni lati; se doni, insomma, la più feconda orientazione al pensiero ed a la vita pratica dell'uomo.

Ma noi ci guarderemo bene dal domandare a l'esperienza mediata ciò che essa logicamente non può dare, cioè se tradisca o no la causa della speculazione filosofica, poichè un falso concetto della natura e della scienza non deve lanciarci a pretese illegittime nè scemarci il coraggio del vero.

L'ESPERIENZA MEDIATA

Capitolo I. — Il processo.

1. — Prima di rispondere nettamente a questa domanda: Che cosa è la scienza? — noi dobbiamo far breve menzione di un'altra questione preliminare. Sappiamo che lo spirito umano seguendo il procedimento normale nell'acquisto delle cognizioni, à dato origine a due classi di scienze naturali distinte:

1° Scienze naturali fisiche;

2° Scienze naturali psicologiche o comunemente dette morali.

Ora, de' due modi di considerare l'esperienza: *mediata* e *immediata*, quello dell'esperienza mediata o delle scienze fisiche, non solo si è sviluppato storicamente prima dell'altro ma, poco a poco, e sopratutto pei grandissimi vantaggi metodici, potè invadere anche il campo delle altre scienze — per modo che il concetto moderno della scienza non riuscì a foggiarsi sul tipo delle scienze morali — ma più tosto su quello delle scienze fisiche.

In seguito a' lusinghieri risultati dell'esperienza mediata, la Meccanica conquistò trionfalmente l'Astronomia, impose linguaggio a le teorie fisiche, investe ora con successo la Chimica, affronta la Biologia, minaccia la Psicologia e perfino a la Metafisica offre un sublime rifugio nella Meccanica razionale.

Che la scienza fisica con la descrizione si sviluppi e con essa finisca maisempre, è opinione notissima; da le rappresentazioni pure e semplici primordiali a la conoscenza scientifica, dai fatti a le leggi, l'operazione intima e fondamentale di questa formazione è la comparazione. Da ciò si comprende come E. Mach, nella sua breve lezione (1) si proponga seriamente di giustificare l'opinione seguente di Kirkhhoft: la meccanica ha per oggetto la descrizione più completa e più semplice possibile de' movimenti che si offrono a noi nella natura.

Queste brevi considerazioni metodologiche preliminari gettano già una grande luce sopra la natura ed il carattere fondamentale della scienza. Infatti: se il metodo dell'esperienza mediata in genere, riposa sul postulato fondamentale del metodo meccanico descrittivo, noi possiamo conchiudere che nel mondo reale non v'hanno che fatti dati tutti su lo stesso piano. Dunque ogni distinzione, ogni classificazione, ogni costruzione sistematica di essi non à che un valore logico e soggettivo; cercare la natura intima della scienza non vorrà dir altro che cercare il valore dell'organamento logico delle cognizioni. Questa semplificazione, la quale spiega chiaramente la possibilità e la praticità della scienza, facendone una vera e propria costruzione sistematica ricavata da un mondo affatto conoscibile, cioè *regolarizzabile* conformemente a le esigenze dell'umano pensiero, ci

(1) E. Mach, *Ueber das Prinzip der Vergleichung in der Physik*. Leipzig, Vogel, 1894.

costringe a sposare al postulato fondamentale dell'esperienza mediata quest'altra proposizione, chiarissima genitrice dell'Idealismo: — Quale che sia il fondamento misterioso sul quale riposano i fenomeni, l'ordine con cui essi si producono è esclusivamente determinato da le leggi del nostro proprio pensiero. —

2. — Rifare nel nostro pensiero un universo logico simile a l'universo reale, tale è lo scopo del *problema cosmologico*. Leibniz vedeva in ciò un'*analogia* con la projezione geometrica che può rappresentare oggetti solidi con superficî, superficî con linee, linee con punti. La presenza di questo problema in tutta la storia della Filosofia è un fatto innegabile (1). Quando le scienze fisiche, circa la metà del secolo nostro, per reagire a le intemperanze degli Idealisti, fin dal principio del secolo " *bombinantes in vacuo* ", cercarono anch'esse di abbracciare in una sintesi scientifica provvisoria la totalità delle cose, fondandosi unicamente su' risultati dell'esperienza mediata, non fecero altro che raggruppare sistematicamente tutte le leggi supreme trovate coll'esperienza e col calcolo. Ciò che dona a punto a le ricerche scientifiche il carattere positivo è l'impiego del calcolo e del metodo sperimentale, e lo scopo finale è sempre la conquista e la sistemazione delle leggi. Ora la via che segue lo spirito umano per giungere a questa conoscenza è la seguente.

Noi abbiamo da un lato gli oggetti e i fenomeni della natura fisica che supponiamo regolati da un sistema di leggi fisiche sconosciute (*sistema cosmico*). Da l'altro lo spirito umano che accoglie e si rappresenta questi oggetti e questi fenomeni logicamente (*sistema logico*), partendo da l'ipotesi che esista un certo accordo fra il modo di procedere della Natura e il modo di procedere dello spirito umano. Proseguendo nella via della conoscenza e fondandoci sempre sopra questa ipotesi, non ancora verificata da l'esperienza, noi ci formiamo de' fenomeni esteriori delle imagini e cerchiamo di formarcele in modo tale che le conseguenze logiche delle imagini siano a la loro volta imagini delle conseguenze naturali degli oggetti; termine medio fra le imagini e

---

(1) Questo periodo cosmologico nella filosofia greca primitiva, fu posto in chiara luce da G. Allievo e giustificato cronologicamente e psicologicamente, rispetto a le altre fasi successive, ne' suoi limpidi *Studi psicofisiologici*. Cfr. " Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino ". Serie II, t. 45.

la verificazione delle loro conseguenze è un sistema di equazioni fondamentali a cui è possibile giungere per diverse vie. Quel processo che si compie nell'associazione empirica di più rappresentazioni; in un ordine di idee più largo, si ripete per le singole teorie della fisica matematica, le quali — a giudizio del Hertz che à svolto ampiamente la questione de' *modelli dinamici* di un sistema materiale (1) — non sono altro che modelli dinamici delle cose; e quello che è vero per le singole teorie della Fisica matematica è vero anche per l'intero edifizio della Meccanica razionale. Così è che noi da prima conosciamo solo il mondo delle alterazioni fenomeniche mediate; quindi intravvediamo vagamente l'unità nel mondo de' sistemi o modelli ipotetici provvisorî; poscia, ricavato da essi il sistema delle equazioni fondamentali, con un ultimo slancio sintetico, volendo riprodurre tutto il processo della *machina rerum,* imaginiamo una costruzione ideale e suprema delle leggi, che sia la più esatta riproduzione del sistema naturale, e trovi la sua verificazione logica nella costanza de' fatti conosciuti. Questo modo di considerare le cose ci conduce a due punti di capitale importanza:

1° In ogni teoria ciò che vi è d'essenziale sono le equazioni fondamentali;

2° Se un fenomeno ammette una spiegazione meccanica completa ne ammette infinite che rendono conto egualmente bene di tutte le particolarità rivelate da l'esperienza.

Queste conclusioni sono state esposte con molta autorità — per un altro campo — da Lorenz, da Hertz e da Poincaré e non sembra che sia più possibile evitarle. Riassumendo i risultati, mi sembra di poter conchiudere, che il problema cosmologico, dal punto di vista dell'esperienza mediata, deve assumere la forma tipica seguente:

1° Fatti fisici;

2° Teorie;

3° Sistema di equazioni fondamentali.

3. — Anche in ordine al *problema antropologico* l'esperienza mediata, prendendo ad oggetto tutto il mondo interiore aperto da Socrate e valendosi da un lato di tutti i risultamenti scien-

---

(1) H. Hertz, *Die Prinzipien der Meckanik in neuem Zusammenhange dargestellt.* Leipzig, I. A. Barth, 1894.

tifici ottenuti da le singole discipline speciali, che vivono nel gran campo dell'Antropologia, da la Biologia a la Sociologia, — da l'altro dai progressi innegabili ottenuti da la Psicologia sperimentale, coi metodi più adatti, che ci permettono di ricorrere più sicuramete a l'esperienza obbiettiva nella ricerca dei fatti psichici elementari, cercò e cerca di arrivare a la scientifica spiegazione dell'essere umano. È vero che qui gli scienziati convennero tosto nell'ammettere che la forma scientifica dell'Antropologia non può consistere in un imprestito di procedimenti da tale o tale altra scienza, ma in una sola *attitudine*: la sottomissione ai fatti. Ma spinti da la necessità della generalizzazione cedettero anche qui a la tendenza di introdurre un ordine nella molteplicità de' fatti; e partendo dal vecchio postulato: la realtà non è che un gruppo di relazioni — restrinsero la ricerca delle equazioni fondamentali a questo problema storico: *Come uno stato si trasforma da un altro?* —

La Storia per tal modo diventa una realtà scettica; la Morale à le sue leggi come qualunque altro fenomeno, nè le cerca fuori della vita ma nelle relazioni stesse in cui si moltiplica la vita; la società umana insomma è tutta quanta soggetta a leggi determinate che possono formare oggetto di varie scienze distinte: Nomografia, Nomogonia, Nomologia e va dicendo. Ma il solo tentare di raggiungere un simile risultato presuppone nuovamente la possibilità di presentare il problema antropologico, sotto la forma tipica del primo problema considerato:

1° Fatti antropologici;

2° Teorie;

3° Sistema di equazioni fondamentali.

Così per altra via siamo giunti al medesimo risultato del primo problema.

4. — In ordine al *problema psicologico* dove si fa tanta acerba la lite, noi avremmo dovuto sottilizzare molto una quarantina d'anni fa, ma ora la critica dell'esperienza ci spalanca la via maestra, proseguendo nella quale giungeremo a gli stessi risultati dei due primi problemi. Invero " poniamoci — come dice l'Allievo — sul terreno dei fatti, dove la Fisiologia e la Psicologia s'incontrano come in un campo comune. Nella cerchia della *presente* vita tellurica, e della nostra *attuale* esperienza, esiste una corrispondenza tra i fenomeni mentali del pensiero

del sentimento, della volontà ed i fenomeni fisiologici dell'organismo; le funzioni cerebrali porgono a lo spirito certe condizioni del suo intimo operare e del suo manifestarsi esteriore. L'osservazione si ferma a questo passo psicofisiologico e non procede oltre a questo punto. L'argomentare, come fanno i seguaci del Monismo fisiologico, dal semplice rapporto di corrispondenza e di condizionalità fra i fenomeni mentali e fisici, a la loro identità è un pretto sofisma che snatura il fatto, confondendo due termini essenzialmente distinti „ (1).

Gli scienziati più severi e più sereni dividono tutti questo modo di vedere, perchè sanno bene che il vero metodo scientifico non confonde nè sopprime nulla dei termini su cui si eleva, quindi, pur difendendo la realtà distinta del fatto sia fisico, sia psichico, convengono nel dichiarare che tra la vita fisica e la mentale ci corre una corrispondenza ed un parallelismo innegabile.

Ora è a punto sopra questi principî che si giustifica, per l'esperienza mediata, una scienza esatta dei rapporti che uniscono i due mondi; la quale, se anche potrà parere insufficiente ad alcuni non potrà mai essere dichiarata illegittima.

Tutto è scritto in qualche luogo — ha detto Goethe — si tratta solo di trovarlo!

Ma l' esperienza mediata per arrivare al suo scopo non ha bisogno d'altro. Le basta da un lato il principio del parallelismo psicofisico, che le permette di stabilire alcune relazioni determinate tra la così detta causalità fisica e la causalità psichica, tra loro diverse tanto quanto differiscono i due punti di vista; da l'altro la conoscenza delle leggi fondamentali della natura e delle leggi fondamentali dei processi psichici da cui può trarre un'imagine o teoria o modello provvisorio dello stato attuale delle cose e formarselo in modo tale che le conseguenze logiche dell'imagine siano a loro volta imagine delle conseguenze naturali dei fatti psicofisiologici. Queste prime ipotesi bastano a condurle al sistema delle equazioni fondamentali psicofisiologiche; cui essa può anche fermarsi come al significato più largo e più profondo di tutte le sue ricerche.

---

(1) Giuseppe Allievo, *L'uomo ed il cosmo.* Torino, Tipogr. Subalpina ed. 1891, pag. 206-207.

Ma il solo tentativo di raggiungere un simile risultato presuppone nuovamente la possibilità di presentare il problema psicofisiologico, sotto la forma tipica dei due primi problemi considerati:

1° Fatti psicofisiologici;
2° Teorie;
3° Sistema di equazioni fondamentali.

Capitolo II. — I risultati.

1. — Per ragioni di brevità e di semplicità abbiamo riunito nell'unico problema antropologico i tre problemi: biologico, psicologico, sociologico — che meriterebbero un posto distinto. Il lettore comprende senz'altro che tutti questi problemi — considerati esclusivamente dal punto di vista dell'esperienza mediata — non si ribellano ai due termini estremi: *Esordire dai fatti e risalire a le leggi.* Di problema in problema, siam giunti così a tre gruppi di leggi distinte; ora da una prima sintesi grossolana di queste leggi essenziali a la vita, in cui le varie sintesi parziali si trovano più o meno vagamente classificate, secondo quell'intuizion spontanea che ognuno di noi porta in germe in sè medesimo e che sviluppa poi nel corso dell'esperienza, noi ci eleviamo gradatamente ad una ricostruzione sistematica dell'universo, riunendo per ordine di fenomeno in fenomeno, di legge in legge quelli elementi di cui l' analisi à definito i rapporti. L'ultimo sforzo dell'astrazione si solleva al mondo delle equazioni fondamentali supreme, come a l' unica realtà.

Con questo semplice riconoscimento delle equazioni supreme la scienza mediata esaurisce il suo còmpito teorico; perchè nella determinazione delle equazioni fondamentali sta la ragione ultima del fenomeno scientifico, il quale non è altro che il risultato d' un' astrazion metodica operata sui dati elementari dell'esperienza. Con l'esperienza mediata noi non apprendiamo che ordini di coesistenza e di successione, forme e rapporti costanti, quadri, schemi, simboli, leggi. La nostra scienza tende sempre più a diventare un'algebra: le leggi non sono che annotazioni del cammino osservato nei fenomeni, tipi astratti che noi fabbrichiamo, sostituendo al procedimento reale un procedimento

ideale. La legge rassomiglia così a le cose come la curva tracciata col plettismografo rassomiglia a le pulsazioni della vita. Ecco perchè il mondo filosofico s'avvicina sempre più al mondo fisico e matematico, in cui una riflessione più cauta ci fa conoscere che la scienza sperimentale unicamente si compie. L'ultima parola non appartiene dunque al meccanismo ma a l'esplicazione matematica.

Queste parole sono gravi ma vere.

Così l'esperienza mediata la quale à esordito col proposito costante di mantenere la ricerca per quanto è possibile vicino a le cose della natura, applicando poi rigorosamente la sua formula, diventò necessità determinante, simbolizzazione e riduzione progrediente della molteplicità dei dati ad alcuni tratti caratteristici. È vero che per essa noi giungiamo a la certezza matematica, ma che cos'è questa se non la certezza massima d'un dato percettivo minimo?

2. — Senonchè pur ammettendo che l'anima dell'esperienza mediata è la legge, non possiamo arrestarci a codesta rigida schematizzazione della mobilità dell'esperienza; il concetto di legge si riduce ai tre concetti di: rapporto, costanza, necessità; per esso le varie scienze postulano la possibilità della ripetizion integrale; se noi ci riducessimo a le sole leggi, dovremmo considerare le relazioni dei fenomeni in se stesse, cioè come in uno stato di perfetta immobilità.

Un altro punto di capitale importanza è il termine prezioso di *funzione* il quale, consacrato da prima da le matematiche per le quantità astratte, potè inoltre essere trasportato nel dominio generale delle scienze. Senza parlare delle applicazioni euristiche di questo principio, che mi trascinerebbero fuori dell'ambito di questa breve nota, mi limiterò ad indicare che esso rende importantissimi servigi, specialmente nelle scienze di correlazione, dove i varî ordini distinti mostransi costantemente e regolarmente associati e intimamente compenetrati nella rappresentazione fornita da l'esperienza. Tuttavia anche questo termine non s'oppone a l'organamento logico della scienza (1). Più ci sprofondiamo nel-

(1) Intorno a questo argomento il Tarozzi à scritto una profonda meditazione, che à vari punti di contatto colla nota presente, in una prolusione intitolata: *L'organamento logico della scienza e il problema del determinismo*. Firenze, Niccolaj editore, 1899.

l'immenso addentellato delle leggi e delle funzioni, più ci si scopre la selvaggia tetraggine del concetto che noi possiamo formarci della natura, prendendo per unica guida l'esperienza mediata. La natura intima non si dona, ben si dissuggella in forme diverse, in una infinità di sistemi cosmici soddisfacenti quasi a lo stesso grado, ben ci permette un intero ordine di equazioni fondamentali, ma essa sfugge come fantastico miraggio. La scienza viene a perdere così quasi ogni contatto teorico colla realtà, donde tuttavia è nata. La natura, qual si rappresenta nel nostro pensiero da questo punto di vista, non è che un immenso simbolo su cui posa la legge *velut sigillum maximum*, come direbbe Clemente d'Alessandria.

3. — Posto questo fatto capitale in ordine a la teoria della conoscenza, noi percepiamo il processo dei fenomeni come percepiamo che il cielo è azzurro, quando è azzurro; e la nostra percezione non è in alcun caso il fondamento del fatto per quanto sia essenziale al nostro sapere e ci permetta poi, nella pratica, di dedurre da lo stato attuale delle cose, lo stato loro per un istante qualunque. Ma noi dobbiamo giungere logicamente ad un risultato ancor più inatteso, ad un risultato che fu respinto con estrema violenza dai primi intransigenti positivisti, nel furor della reazione, e che ora l'esperienza mediata riaffaccia ed impone senza riparo.

Esaminando il congegno della mente umana in ciò che à di più profondo riguardo a l'acquisto della certezza mediata, per mezzo di un sistema di equazioni fondamentali, risulta chiaramente che essa non può uscire dai limiti della cognizione analogica. L'esperienza mediata lungi da l'essere il modo unico ed esauriente della spiegazione scientifica non è che un modo analogico di essa e solo a questo semplice titolo metaforico può rimanere nella scienza la considerazione meccanica dell'universo. Ora, se la conoscenza analogica maschera l' ignoranza essenziale, come possiamo sopra la fede di essa spingerci a dichiarare la conoscenza fondamentale di qualche cosa? Forse noi ci approssimeremo sempre più a questo ideale se valendoci delle equazioni fondamentali integreremo la nostra conoscenza coi dati dell'esperienza immediata, *il progressivo avvicinamento alla quale segna la progressiva depurazione del metodo analogico.*

4. — Noi siamo giunti dai modelli a le leggi, ma è chiaro

che da le leggi, possiamo anche passare ad altri modelli ancor più soddisfacenti dei primi, e il numero di essi, come dicemmo, può essere infinito. Tuttavia la formazion dei modelli, tanto in una fase quanto nell'altra, non è una mera superfetazione, ma una vera e propria esigenza dello spirito. È vero che la concepibilità logica di un'equazione non comporta sempre una rappresentazione mentale adeguata e soddisfacente; spesso anzi questa rappresentazione è materialmente impossibile come nel caso della Geometria meteuclidea. I matematici invece fanno tutte le applicazioni dei calcoli senza curarsi di giustificare rappresentativamente le loro generalizzazioni. Noi vediamo dunque che, una volta che si è giunti a trovare le equazioni fondamentali, le costruzioni logiche possono riuscire, tanto inutili di fronte a tutte le leggi, quanto impossibili di fronte a certune.

Nondimeno anche se si potesse rappresentare il processo dei varî fenomeni naturali, con tutta una serie indefinita di modelli soddisfacenti, stabiliti unicamente secondo un ordine di accettabilità, offerto solo da quella disposizione che meglio riproduce in ogni particolarità ciò che si osserva nei fenomeni; l'unico legame fra la natura ed i modelli, nel caso più favorevole, consisterà solo in ciò che le leggi secondo cui variano le quantità corrispondenti nei due sistemi sono le stesse. Dunque lo studioso non solo non deve pronunziarsi intorno a questa questione, circa il fondo delle varie energie naturali, ben guardandosi dal credere che vi sia nelle nostre rappresentazioni, tutta la verità o anche solo una parte, ma egli deve ritenere perfino ozioso, in un gran numero di casi, il discutere sopra il valore relativo di due ipotesi differenti. Ricercare semplicemente qual sia l'ipotesi che possa render maggior conto di tutta una serie di fatti, ecco lo scopo. Dopo la dichiarazione delle analogie che ànno un'importanza pratica immensa ma presentano eziandio un interesse logico notevolissimo, noi non possiamo sentirci obbligati a niente altro fuorchè a la ricerca della verità.

Noi dobbiamo perseguitare l'analogia perchè è uno degli strumenti più utili della fecondissima ipotesi, suggerendoci anche talora la possibilità di nuove ricerche sperimentali, giacchè questo metodo, euristicamente considerato, offre talora dei risultati tanto inattesi quanto meravigliosi. Ma siccome l'accettabilità d'una teoria è sempre limitata, noi non dobbiamo guardare la natura a

traverso la teoria, nè fare della vita un'interpretazione della scienza, ma questa di quella. Tutti gli scienziati son d'accordo nell'ammettere che l'uso delle varie ipotesi soddisfacenti rende i più segnalati servigî a la scienza; ogni amico della verità non può che rallegrarsi profondamente di questo concorso, per quanto l'amor proprio ed il trasporto che ognuno sente per quelle ricerche, nelle quali è più competente, velando talora lo spirito, riescano ad eccitare fastidiosi litigi. Lo dimostra — per addurre un solo esempio recentissimo — il grande fermento critico sollevatosi in tutto il mondo della fisica matematica, quando il Laisant sostenne per la prima volta: " *Il y a plutôt des algèbres que l'algèbre* „ (1) ed il Poincaré, con l'usata freddezza, concluse volgarizzando una nozione che comincia a pena ad uscire dal cerchio degli adepti (2). " Non vi sono geometrie più o meno vere, vi sono geometrie più o meno comode „.

5. — Noi abbiamo mostrato finora le lacune e le insufficienze dell'esperienza mediata; era quasi il lato negativo offerto da la stessa conoscenza scientifica, fondata su l'esperienza mediata, e spinta a le sue necessarie conseguenze logiche, ci resta a ristabilire il suo vero còmpito che è tutto pratico poichè la esperienza mediata teorica non è che la metà di un'antitesi; e di fronte a la vita non è vero che una teoria sia ciò che nella scienza v'à di meno positivo. È qui, sul terreno pratico della vita, di fronte a la verificazione sperimentale delle conseguenze logiche, ricavate da l'equazioni fondamentali, è qui che l'esperienza mediata trionfa veramente. Le nostre teorie, passando dal laboratorio a l'officina, si cambiano in ricette pratiche combinate per ottenere certi risultati utili, e vengono combinate senza scrupolo fintantochè rendono i servigî voluti. La riuscita delle nostre previsioni scientifiche è più relativa a l'azione che a la conoscenza.

Da questo punto di vista, poco importa che tutte le teorie siano artificiali e convenzionali, egualmente vere ed anche infinite, purchè i nostri calcoli siano efficaci, purchè la scienza

---

(1) C. A. Laisant, *La mathématique, philosophie, enseignement.* Paris, Carré et Naud., 1898, pag. 51.

(2) Cfr. Alfred North Whitehead, *A treatise on universal algebra with applications.* Vol. I. Cambridge University Press., 1898.

più che la scienza stessa ci dia la vita, cioè l'azione dell'uomo sopra la natura: ecco la portata obbiettiva delle leggi. È l'azione che ci conduce a sostituire senza tregua le leggi quantitative a le leggi quantitative, il tempo omogeneo a la durata reale, l'estensione a l'intensità ecc., per la nostra più semplice comodità. È così che si dimostra che l'esperienza mediata non à senso che riguardo al bisogno di agire, cioè a quel bisogno che à creato la scienza medesima. In una maniera molto grossolana si potrebbe aggiungere che la scienza è la *ragion pratica* della conoscenza.

6. — Tradotti nel loro linguaggio scientifico, questi risultati ci dicono che la scienza non à sbagliato la via nè deve mutare direzione; nè pure occorre tentare di sconfiggere ogni teoria fondata su l'esperienza mediata, per salvare i diritti della Psicologia introspettiva, giacchè tutte quante, e il determinismo scientifico a mo' d'esempio, non sono dogmi, ma puri metodi, basta ridurli ai loro limiti.

Capitolo III. — **Critica.**

1. — Abbiamo tracciato rapidamente il processo ed i risultati più generali dell'esperienza mediata, donde risulta una conclusione suprema: I limiti dell'esperienza mediata non sono i limiti della conoscenza, ma di quella forma di schematismo scientifico che ci porta solo a la *cognizione analogica* della realtà. Inoltre è fuor di dubbio che l'esperienza mediata non parte mica dai fatti, cioè da *tutti* i fatti, ma solo da *alcuni* fatti, quindi da un'astrazione. Un pensatore resta certamente sorpreso osservando che il determinismo scientifico per esempio, è quella stessa concezione che esordì col proposito di mostrare gli inconvenienti e la vanità dei sistemi astratti. Ma differiamo per ora l'analisi dei fatti ommessi, studiamo ancora criticamente gli ammessi più proprii ad ispirare seriissimi dubbî sopra il valore delle conclusioni filosofiche che si pretendono trarre: e giacchè la tendenza novissima del determinismo scientifico è la ricerca generica dei fatti cerchiamo di spiegare il modo della generazione degli errori; i quali come i fiumi non ci spaventano quando sono vicini a la sorgente, ma dopo un lungo corso non si possono più guadare.

L' esperienza mediata è meno un dato che si scopre che un decreto che si impone. Quando l'applicazion scientifica riesce, vuol dire che le nostre teorie rendono conto perfettamente di tutte le particolarità rivelate da l' esperienza. Ma quando non riesce, anzi si affacciano ad un tratto deviazioni ed eccezioni che sembrano irreducibili, che cosa dobbiamo pensare dell'equazioni fondamentali ottenute? Orbene una semplice finzione, che si riduce a la supposizione dell'intervento di un elemento nuovo nel problema, ristabilisce l'ordine minacciato. Anzi i vantaggi euristici di questa finzione sono enormi. La storia dimostra che da una deviazione nelle nostre previsioni astronomiche si concluse sempre a l'esistenza di una perturbazione ancor ignota, e si arricchirono gli atlanti astronomici di nuove scoperte. Insomma pare quasi a bastanza fondata l'ipotesi che l'esplicazione scientifica dell'esperienza mediata sia suscettibile di applicazion universale.

2. — Ma risorge un'altra difficoltà. Volendo ridurci solo a le equazioni, possiamo almeno supporre che l'esperienza ci fornisca tutte le infinite ipotesi necessarie al calcolo? Tutt'altro. Ogni esperienza non ci fornisce quasi che un'incognita sola.

Come diminuire frattanto l'indeterminatezza del problema?

Fu già accennato nel Capitolo II, § 4, che nelle Geometrie meteuclidee la rappresentazione mentale adeguata e soddisfacente è materialmente impossibile; possiamo aggiungere che tanto esse quanto la Meccanica razionale, per esempio, sottraggono uno infinito numero di incognite, a la determinazione; talchè tutte le ipotesi che si potrebbero fare riguardo ad esse, non sono nè vere nè false; e tutte le questioni sono affatto sprovviste di senso, quanto la question dell'oggettività dei principî della Meccanica. Il maggior sforzo di sottigliezza che lo spirito umano possa fare su questo punto non può dare alcuna soddisfazione; e noi passeggeremo sempre in questo circolo, sotto la scorta dell'esperienza mediata. Ma questa dottrina merita di essere più ampiamente esaminata, sopra tre punti capitali: la nozione di causa, la nozione di legge, i limiti dell'esperienza mediata.

3. — *La nozione di causa.* — Questo principio si eleva al disopra dei molteplici fatti particolari e sembra governare il processo del pensiero non solo, ma lo svolgersi stesso della realtà. Il Bergson, che à ricercate acutamente le origini psico-

logiche della nostra credenza a la legge di causalità, sostiene che l'acquisizione graduale di questa credenza non fa che una cosa sola colla coordinazione progressiva delle nostre impressioni tattili a le nostre impressioni visive, coordinazione che implica essa stessa l'intervento dei movimenti e sopratutto delle tendenze motrici. Tutta la sua dottrina si può formulare così: La nostra credenza a la legge di causalità è esercitata, messa in gioco, in una parola *vissuta*, dal nostro corpo prima d'essere *pensata* dal nostro spirito. Con ciò egli crede di riconciliare l'empirismo col razionalismo facendo passare la legge di causalità, da una fase e forma pratica, ad una fase e forma scientifica che consiste nell'affermare una relazione costante fra due fenomeni variabili, di cui uno sarebbe la funzione dell'altro. In effetto non v'è alcuna prova diretta che si possa opporre contro questo modo di ragionare. Fa d'uopo nondimeno osservare che questa non è altro che una *ipotesi* soddisfacente, posta al medesimo grado. Non basta si osservi che, tanto codesta quanto altre ragioni soddisfacenti dell'origine della nozione di causa, provano non tanto la costituzion immutabile dello spirito umano quanto il processo dell'organamento logico della scienza.

Ora è bene che la questione sia posta in questi termini, perchè ne spunterà fuori un risultato nuovo e di grande momento.

I moderni critici del determinismo scientifico, d'unanime consenso, affermano che l'esperienza mediata tutta intera, versandosi sulle cose di fatto, s'appoggia sul principio di causalità; per dimostrarne l'insufficienza e l'inadeguatezza, chiamano ad esame particolarmente codesto principio e credono di aver distrutto il determinismo scientifico allorchè ànno dimostrato che tutto il reale non è riducibile ad esso. Anche il Petrone che à attaccato ultimamente con grande serenità ed acutezza questa teoria, pone a cardine di esso il presupposto dell'universale determinabilità del reale, secondo il principio di causa; e nel problema psicologico, per esempio, rigetta il parallelismo psicofisico perchè si riduce tutto al più all'affermazione di un rapporto di reciproco condizionamento, irreduttibile a lo schematismo unilineare del principio di causa; e nel problema sociologico rigetta parimenti il determinismo sociologico, in tutte le sue concezioni, riducendosi in complesso a sostenere che la penetrazione, lo scambio, l'interferenza e la solidarietà degli stati psichici, non è parimenti riducibile a lo schematismo unilineare della causalità.

Ora noi non possiamo scorgere alcuna solidità in questo argomento critico, giacchè l'esperienza mediata non si fonda niente affatto sul principio della causalità; nè lo può, nè lo deve. Quindi non solo il determinismo scientifico, se stesse fedele a l'esperienza mediata, da questo lato sarebbe al coperto di qualunque colpo de' critici, ma avrebbe forti ragioni per sostenere il suo metodo. Di fatto, l'esperienza mediata, per la pratica della scienza e della vita che bisogno à di implicarsi nella spiegazione delle qualità ultime delle cose? À bisogno essa mai di scoprire l'intima relazione causale fra le cose, quindi di adottarne il postulato metafisico, intendendo per *cose* degli esseri indipendenti da lo spirito? Non è anzi vero che, aspirando ad una cognizione unicamente analogica, per servire precipuamente a l'azione e sostituendo senza posa l'*attualità* quantitativa a l'*ultimità* qualitativa, deve rinunziare per forza a l'idea della natura intima delle cose? Fondando le sue ragioni nella sperimentale certezza psicologica della continuità dei fatti, la produzione di una cosa per essa significa semplicemente: la produzione di una cosa in un tempo e in un luogo determinato. Per i bisogni della sua spiegazione schematica dunque, si accontenta di una ricerca assai più modesta: *la ricerca della condizione reale.* È vero che i concetti di causa e di condizione ànno un valore ben diverso, giacchè quello postula l'esistenza del condizionato, questo la possibilità. Ma oggi l'esperienza mediata, risalendo più alto può tenere un linguaggio più positivo: " a determinare il condizionato in tutte le sue circostanze non è sufficiente l'insieme di tutte le sue condizioni necessarie? „. È vero che l'impossibile non contiene l'essere. Ma l'esperienza mediata deve preoccuparsi più dell'essere o più delle equazioni fondamentali? Essa mira solo a la possibilità di dedurre da lo stato attuale delle cose lo stato loro per un istante qualunque. La sua natura astratta le interdice ogni altra pretesa. Legittimare col calcolo la possibilità della deduzione pratica, constatare unicamente delle consecuzioni costanti necessarie a rendere intelligibile l'ordine dei fenomeni, trovare non la causalità ma la *continuità sperimentale dei fatti:* ecco l'ideale. Lo spirito à bisogno di concepire, tra i fenomeni, delle relazioni sufficienti di condizionalità, ma queste relazioni condizionali sono legittime solo come concezioni dello spirito e precisamente perchè rendono possibile la sua opera unifica-

trice. Ridotta la questione a tal punto, noi possiamo concludere che:

1° Il postulato fondamentale dell'esperienza mediata richiede una pura nozione di concepibilità.

2° Questa nozione è necessaria per la verificazione delle conseguenze delle equazioni fondamentali, cioè per l'applicazione della scienza a la vita.

3° Ma questa nozione di concepibilità è fondata unicamente su l'induzione analogica della continuità, che non richiede affatto la nozione di causa.

4° Dunque l'esperienza mediata non si fonda sopra la nozione di causa, ma puramente su la nozione di condizione reale.

Da ciò si ricava che il determinismo scientifico — inteso nel suo vero senso — non potrà mai essere condannato del tutto, per la sua indiscutibile *capacità* di servire massimamente a l'azione; dacchè la sostituzion della nozione di condizione reale a quella di causa non rende punto arbitraria l'opera dello spirito. Queste conclusioni sono della massima importanza; tanto più perchè sfuggirono finora a la maggior parte de' critici del determinismo. Ma noi potevamo già aspettarci un risultato siffatto, avendo ammesso fin dal principio l' intima penetrazione delle scienze fisiche colle matematiche. In verità la scienza nostra va ognor più dimostrando come nella fisica attuale la causalità prende poco a poco la forma di una relazione matematica, riducendosi cioè ad una semplice formula d'uguaglianza di due termini opposti.

4. — *La nozione di legge.* — Sostituito così, per coerenza logica, il principio di condizione reale al principio di causa, che non le consente di applicare il suo metodo positivo a tutti i dati sperimentali, l'esperienza mediata può assumere di fronte a la nozione di legge una ben più ingegnosa elasticità di ricerca. Se il determinismo scientifico non vuol essere respinto in blocco da la critica moderna, deve ridursi a fornire con le sue generalizzazioni delle semplici e irrefragabili *comodità* dello spirito; esso deve proclamare ben alto che le sue leggi — dal punto di vista della *specificità* delle cose — ànno un valore tanto più precario quanto più sono rigorose e perfette.

Chi non lo vede?

Noi abbiamo bisogno di utilizzare l'universale ma non l'a-

miamo come amiamo l'individuale, che salva la dignità della specie umana, e il fondamento della nostra personalità e dell'ordine morale. Il lavoro scientifico si riassume in questa celebre formula: Sapere per prevedere e per provvedere. Ma se l'idea della legge ci aiuta a vivere, non è ciò che ci fa vivere, nè ciò che costituisce la nostra vita.

Da ciò si scopre che noi non dobbiamo occuparci — sempre per questo riguardo — di distinguere radicalmente le leggi fisiche da le psichiche, ma di scoprire e di sistemare soltanto le *leggi scientifiche* dell'esperienza mediata, le quali esprimono solo l'affermazione eminentemente pratica della condizionabilità delle cose. L'esperienza mediata deve prestare a le cose una determinazione affatto sperimentale.

Ma rimane ancora da segnalare un'avvertenza ben temeraria e pure negletta da la maggior parte degli studiosi. È notissimo il fatto della penetrazione incessante della teoria evolutiva in tutti i campi delle scienze. Forse è per questo che le geometrie meteuclidee ànno già spogliato l'intuizione spaziale a tre dimensioni di quel carattere apodittico che sembrava renderla assoluta e necessaria per tutti gli spiriti.

Ma se noi consideriamo la concezione eraclitica nei rapporti col problema della certezza, dobbiamo domandarci subito:

Che diverrà del vecchio problema della fissità delle leggi?

Accettate le premesse bisogna accettare le conseguenze. Ora se poniamo le leggi sul rapido fiume del divenire, dobbiamo per forza venire a la proclamazione della *evoluzione delle leggi naturali tutte quante.* Sì certo. Queste sono le estreme e temerarie conseguenze del connubio dell'esperienza mediata coll'evoluzionismo. L'ipotesi dell'evoluzione à il vantaggio di perdersi nella notte dei tempi e di sfuggire ad ogni verificazione diretta; ma è ben doloroso che regni tanta incertezza intorno ad una delle più fondamentali cognizioni dell' umano sapere. Sarebbe quindi della massima importanza studiare se e come queste nuove idee determinino un nuovo indirizzo nella filosofia e nella scienza, e ci conducano ad un mondo pieno di miti evanescenti oppure ad un mondo di ragioni scientifiche più sicure, meno tetre e più praticamente efficaci. Ma qui possiamo solo accennare il risultato, per completare la sintesi " provvisoria „ e pel generale apprezzamento d'una teoria che comprende non solo le questioni risolte, ma ancora le questioni da risolversi.

5. — *I limiti dell'esperienza mediata.* — Volendo aprirci la strada ad una conclusione intorno ai risultati più generali ottenuti in questa disamina, noi possiamo stabilire che l'esperienza mediata, per sua stessa definizione, e il determinismo scientifico, per difetto, non esordiscono *da tutti* i fatti, nè risalgono *a tutte* le leggi. Nondimeno l'intima insufficienza di questa concezione costituisce a punto la sua giustificazione, nel senso che, se essa non è altro che un organamento metodico di fatti e di astrazioni, quest'organamento è ormai diventato una realtà organica e storica che regge buona parte della conoscenza di ciascuno di noi, e non è altro che il riconoscimento sincero della sua stessa limitazione. Ma nè il riconoscimento di questo schematismo scientifico, nè l'impossibilità di eliminarlo nella pratica, sembrano motivi sufficienti per dichiarare la concezione contraddittoria, e tanto meno illegittimo l'impiego delle sue equazioni fondamentali. O per dir meglio, qui la contraddizione non è il segno dell'impotenza, perchè se la concezione teorica dell'esperienza mediata non è altro che un idealismo astratto — che si ignorò nella sua prosaica giovinezza, quando si contrappose come una reazione del senno borghese a la splendida poesia dell'idealismo dominante sui principî del secolo XIX, con la brama di *riposare* oramai nei soli fatti e nelle pure leggi trovate col metodo sperimentale e col calcolo — ai giorni nostri, ammaestrata da le sue cadute, non à più la pretesa di porsi fuori della critica, e non si può dire che logicamente sia caduta in niuna forma di dogmatismo migliore o peggiore dell'antica; se ne eccettui alcuni vaneggiamenti di moderni Enesidemi, che portano la acatalepsia e la contraddizione più assurda nel loro seno e si condannano quindi da sè medesimi.

6. — Riassumendo:

1° L'unione intima della filosofia e della scienza è consacrata da la tradizione classica del pensiero umano.

2° Il postulato meccanico fondamentale è una necessità indeclinabile per il processo dell'esperienza mediata.

3° Quale che sia il fondamento misterioso nel quale riposano i fenomeni, l'ordine con cui essi si producono è esclusivamente determinato da le leggi del nostro pensiero.

4° Se un fenomeno ammette una spiegazione meccanica completa ne ammette infinite che rendono conto ugualmente bene di tutte le particolarità rivelate da l'esperienza.

5° Il grado di preferibilità delle teorie meccaniche dipende semplicemente da la loro portata: rappresentativa, euristica, pratica.

6° L'accettabilità di una teoria, per quanto soddisfacente, è sempre limitata.

7° In materie di teorie s' impone recisamente l'*opportunismo.*

8° L'esperienza mediata deve preoccuparsi solo di scoprire e di sistemare le leggi scientifiche dei fatti, le quali designano unicamente le condizioni reali dei processi.

9° Le equazioni fondamentali, trovate con l'esperienza e col calcolo, ànno l'importanza capitale, per la nostra certezza.

10° L'interpretazione delle leggi dell'esperienza mediata non ci dà che un modo *analogico* della spiegazione scientifica.

11° L'analogismo non è imposto a la scienza da la realtà, ma da la natura stessa della nostra conoscenza mediata.

12° La nozione di causa non è la base logica dell'esperienza mediata.

13° La base logica dell'esperienza mediata è la pura nozione della concepibilità, fondata unicamente su l'induzione analogica della continuità e riducibile a la nozione di *condizione reale.*

14° L'esperienza mediata non si legittima che come filosofia dell' azione e la sua formula è la seguente: *sapere per prevedere e per provvedere.*

15° Se il determinismo si sposa coll'evoluzione è costretto ad ammettere logicamente *l'evoluzione di tutte le leggi naturali.*

16° La certezza di quelle verità fondamentali d' esperienza immediata, da cui può trar norma la vita non comincia nè finisce col dimostrabile.

CONCLUSIONE.

Risultano scoperti, oltre ad alcuni fatti dell'esperienza mediata che il determinismo scientifico ommette di proposito, tutti i fatti dell'esperienza immediata nella loro massima immediatezza e concretezza; residuo preziosissimo di dati elementari irreducibili, tra cui l'esperienza mediata non può portare il suo vincolo deterministico.

In verità noi non abbiamo bisogno nè facoltà di meccanizzare tutto, nè per comprendere, nè per vivere; e neppure siamo fatti per tutto sapere nè per tutto ignorare.

Queste considerazioni scoprono dunque i limiti ed i diritti incontrastabili della psicologia introspettiva.

Madonna del Pilone. 31 Dicembre 1900.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

PROGRAMMA

PER IL

XIII PREMIO BRESSA

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottore Cesare Alessandro Bressa, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 7 Dicembre 1876, annunzia che col 31 Dicembre 1900 si chiuse il Concorso per le scoperte e le opere scientifiche fatte nel quadriennio 1897-900, al quale concorso erano solamente chiamati Scienziati ed Inventori Italiani.

Contemporaneamente essa Accademia ricorda che, a cominciare dal 1° Gennaio 1899, è aperto il Concorso per il tredicesimo premio Bressa, a cui, a mente del Testatore, saranno ammessi **Scienziati ed Inventori di tutte le Nazioni.**

Questo Concorso ha per iscopo di premiare quello Scienziato, di qualunque nazione egli sia, che durante il quadriennio 1899-1902, " a giudizio dell'Accademia delle Scienze di Torino, " avrà fatto la più insigne ed utile scoperta, o prodotto l'opera " più celebre in fatto di scienze fisiche e sperimentali, storia " naturale, matematiche pure ed applicate, chimica, fisiologia e " patologia, non escluse la geologia, la storia, la geografia e " la statistica ".

Questo Concorso verrà chiuso col 31 Dicembre 1902.

La somma destinata al premio, dedotta la tassa di ricchezza mobile, sarà di lire **9600** (novemila seicento).

Chi intenda presentarsi al Concorso dovrà dichiararlo, entro il termine sopra indicato, con lettera diretta al Presidente dell'Accademia, ed inviare l'opera con la quale concorre. L'opera dovrà essere stampata; **non si terrà alcun conto dei manoscritti.** Le opere presentate dai Concorrenti, che non venissero premiati, non saranno restituite.

Nessuno dei Soci nazionali, residenti o non residenti, dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

L'Accademia dà il premio allo Scienziato che essa ne giudica più degno, ancorchè non si sia presentato al Concorso.

Torino, 1° Gennaio 1901.

Il Presidente dell'Accademia
G. Carle.

Il segretario della Giunta
E. d'Ovidio.

PREMII DI FONDAZIONE GAUTIERI

L'Accademia Reale delle Scienze conferirà nel 1901 un premio di fondazione Gautieri all'opera di storia politica e civile in senso lato, che sarà giudicata migliore fra quelle pubblicate negli anni 1898-1900. Il premio sarà di circa L. 3000, da cui però dovranno dedursi le tasse e le spese di amministrazione, e sarà assegnato ad autore italiano (esclusi i membri nazionali residenti e non residenti dell'Accademia) e per opere scritte in italiano.

Gli autori, che desiderano richiamare sulle loro pubblicazioni l'attenzione dell'Accademia, possono inviarle a questa. Essa però non farà restituzione delle opere ricevute.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 27 Gennaio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
VICE-PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Berruti, D'Ovidio, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente che viene approvato, e comunica una lettera del signor Walter De Selys Longchamps, figlio del Socio corrispondente testè defunto, con la quale ringrazia l'Accademia per le condoglianze inviategli.

Il Presidente partecipa la morte del Socio corrispondente Prof. Matteo Fiorini e del Socio straniero Carlo Hermite.

Il Segretario presenta alcuni opuscoli inviati in dono all'Accademia dal Socio corrispondente prof. Oreste Mattirolo.

Il Socio Jadanza legge una commemorazione del Fiorini e il Socio D'Ovidio ne legge una dell'Hermite. Saranno inserite negli *Atti*.

Saranno pure inserite negli *Atti* le *Osservazioni meteorologiche per l'anno 1900*, fatte all'Osservatorio astronomico di Torino e calcolate dal Dr. Luigi Carnera.

LETTURE

MATTEO FIORINI

Brevi parole di Commemorazione del Socio NICODEMO JADANZA.

Nel giorno 14 del corrente gennaio, alle ore 15, cessava di vivere a Bologna il Prof. Matteo Fiorini insegnante di Geodesia Teoretica in quella Università e socio corrispondente di questa Accademia delle Scienze fin dall'anno 1897.

Il Fiorini, nato a Felizzano, in Provincia di Alessandria, nell'agosto del 1827, studiò matematiche nella Università di Torino e nel luglio 1848 vi ottenne la laurea d'ingegnere idraulico. Nel 1855, per concorso, fu nominato dottore aggregato nella Facoltà di Scienze. Per qualche anno insegnò privatamente le matematiche, quindi nel 1858 fu ammesso nell' amministrazione del catasto delle antiche provincie, fino a che, nel 1860, fu nominato Professore di Geodesia teoretica nella Università di Bologna.

Il Professore Fiorini si è occupato quasi esclusivamente di quella parte della Geodesia che ha più attinenza colla Geografia, vale a dire della rappresentazione della terra su di un piano ossia della costruzione delle carte geografiche. Fin dal 1881 pubblicò un volume avente per titolo: *Le proiezioni delle carte geografiche*, nel quale sono esposte con chiarezza e rigore quasi tutte le proiezioni tanto antiche quanto moderne.

La parte storica relativa ai cartografi ed ai navigatori del quattrocento e del cinquecento fu sempre da lui studiata con amorosa cura. Frutto di tali ricerche sono parecchie memorie pubblicate ed in ultimo l'interessantissimo volume intitolato: *Sfere terrestri e celesti di autore italiano, oppure fatte o conservate in Italia*, nel quale è messo in luce il valore dei cosmografi, dei cartografi e degli artisti italiani nella fabbrica dei Globi celesti e terrestri.

Il Professore Fiorini era persona carissima a quanti lo conoscevano per la sua affabilità e cortesia. Presso gli studenti aveva la fama di severo, però la sua severità era sempre accompagnata da giustizia, sicchè era da essi grandemente stimato.

Del natìo Piemonte conservò la forza e la tenacia dei propositi fino agli ultimi istanti della sua vita; volle che i funerali fossero semplici: non fiori, non discorsi, non banda musicale!

L'Università di Bologna ha perduto un eccellente Professore, la nostra Accademia uno dei membri più dotti. Mandiamo un mesto saluto alla sua memoria e le nostre sincere e sentite condoglianze alla moglie, Nobil Donna Annetta Bosco di Ruffino che gli fu compagna esemplare, ed ai figli Andrea ed Ugo di cui fu padre affettuosissimo.

Pubblicazioni del Prof. MATTEO FIORINI.

Cenni sulla misura delle basi trigonometriche, " Rivista italiana di scienze, lettere ed arti colle effemeridi della pubblica istruzione „. Torino, 1862 (27 ottobre e 30 novembre 1862).

Delle alluvioni secondo il diritto romano, " Atti del Circolo tecnico di Bologna „ per l'anno 1877.

Le alluvioni. Trattato della natura, acquisizione e divisione degli incrementi fluviali. Bologna, 1878.

Note sulle svolte stradali, " Raccolta di memorie tecniche del Collegio degli ingegneri ed architetti della provincia di Alessandria „ per l'a. 1879.

Le proiezioni delle Carte geografiche. Volume in-8° gr. di pag. XLIII-703 e Atlante di 11 tavole. Bologna, 1881.

Note I e II sopra la proiezione cartografica isogonica, " Mem. dell'Accad. delle Scienze dell'Istituto di Bologna „, Serie IV, Tomo III, 1882 e T. IV, 1883.

Note ipsometriche sopra la regione bolognese. Bologna, 1883. *L'Avulsione,* " Atti del Collegio degl'ingeg. ed architetti in Firenze „, A. IX, 1884.

Misure lineari, superficiali ed angolari offerte dalle Carte geografiche, " Atti del Collegio degli ingegneri ed architetti in Firenze „, Anno XI, 1886.

Articoli su parecchie voci del Dizionario tecnico dell'architetto e dell'ingegnere civile ed agronomo, compilato dal Collegio degli architetti ed ingegneri di Firenze. Vol. I e II. Firenze, 1884-1887.

Le proiezioni quantitative ed equivalenti nella cartografia, " Bollettino della Società geografica italiana „, ottobre e segg., 1887.

Le proiezioni cordiformi nella cartografia, " Bollett. della Società geografica ital. „, luglio 1889.

Curiosità cartografiche, " Annuario dell' Istituto cartografico italiano „. Roma, 1889.

Gerardo Mercatore e le sue Carte geografiche, " Bollettino della Società geografica italiana „, gennaio e segg., 1890.

I Globi di Gerardo Mercatore in Italia, " Bollettino della Società geografica italiana „, giugno 1890.

Le proiezioni cartografiche di Albiruni, " Bollettino della Società Geografica italiana „, marzo-aprile 1891.

Il Mappamondo di Fausto Rughesi, " Bollettino della Società geografica italiana „, novembre 1891.

Vincenzo Coronelli ed i suoi Globi cosmografici, " Annuario astro-meteorico con effemeridi nautiche per l'anno 1893. Venezia, 1892.

Le livellazioni in montagna, " Club alpino italiano „, sezione di Bologna, anno 1893. Bologna, 1893.

Il Mappamondo di Leonardo da Vinci ed altre consimili mappe, " Rivista geografica italiana „, annata I, fasc. IV, aprile 1894.

Le sfere cosmografiche e specialmente le terrestri, " Bollettino della Società geografica italiana „, 1893-1894.

Sopra una speciale trasformazione delle proiezioni cartografiche atta alla delineazione di mappamondi, " Mem. della Società geografica italiana „, vol. V, 1895.

Sopra tre speciali proiezioni meridiane ed i Mappamondi ovali del sec. XVI, " Memorie della Società geografica italiana „, vol. V, 1895.

Le proiezioni per ribaltamento nella cartografia, " Riv. geograf. ital. „, 1886.

Il " Periplus „ di A. Nordenskiöld, " Bollettino della Società geografica italiana „, 1898.

Sfere terrestri e celesti di autore italiano, oppure fatte o conservate in Italia, vol. in-8° gr. di pag. XXI-502. Roma, presso la Società geografica italiana, 1899.

CARLO HERMITE

Commemorazione letta dal Socio ENRICO D'OVIDIO.

Il nuovo secolo si apre con un gravissimo lutto per le scienze matematiche: la morte di Carlo Hermite. Nato a Dieuze (Meurthe) il 24 dicembre dell'anno 1822, il sommo matematico si è spento il 14 gennaio 1901 in Parigi a settantotto anni. Sebbene da qualche tempo la sua salute declinasse, tuttavia un mese fa egli era ancora in grado di continuare la sua ampia corrispondenza epistolare; del che ho la prova in un biglietto, che rispecchia tutta la sua squisita gentilezza d'animo. Ed io, nel ricambiargli auguri di ancor lunga vita, soggiungevo: il secolo passato ha da voi ricevuto un ricco tesoro di ricerche matematiche originali e profonde, che resteranno *pars magna* della sua storia scientifica; possiate continuarle nel nuovo secolo. Purtroppo il voto non fu esaudito, e l'illustre scienziato si è spento col secolo, la seconda metà del quale egli aveva seminata dei suoi fitti e geniali lavori.

Che anzi i primi lavori dell'Hermite risalgono al 1842, quando egli diciannovenne entrava nella Scuola politecnica. La precocità del suo ingegno fa pensare a Galois, al quale egli rassomigliava altresì nell'aspetto e nella voce. Racconta infatti il Bertrand, che fu parente dell'Hermite e che di pochi mesi lo ha preceduto nell'estremo viaggio:

" Un des frères de mon père, le docteur Stanislas Bertrand, " qui jamais n'étudia les mathématiques, a vécu dans l'intimité " de Galois. Il le rencontrait en 1830, tantôt dans les bureaux " du journal la *Tribune*, tantôt dans les réunions secrètes de la " société " Aide-toi, le ciel t'aidera ", ce qui les conduisit à " s'asseoir ensemble sur les bancs de la police correctionnelle. " Quinze ans après, mon oncle, venant me voir, me trouva cau-

" sant avec un jeune homme, qu'il semblait regarder avec at-
" tention et écouter avec étonnement. Il me dit le lendemain:
" j'ai éprouvé hier une véritable émotion, j'ai cru pendant un
" quart d'heure voir et entendre Évariste Galois. Il avait vu
" et entendu M. Charles Hermite „.

Uscito dalla Scuola politecnica, l'Hermite si diede tutto alla scienza ed all'insegnamento: nel 48 divenne ripetitore ed esaminatore di ammissione, poi nel 63 esaminatore di uscita e di classificazione presso la Scuola medesima, dove nel 69 successe degnamente al Duhamel nella cattedra di Analisi. Già nel 62 era stato nominato " maître de conférences „ alla Scuola normale. Fu poscia professore alla Facoltà di Scienze. Entrò a far parte dell'Istituto di Francia a soli 34 anni nel 1856, come successore del Binet; tanta era la fama che in brevissimo tempo aveva saputo conquistare. E non in Francia soltanto, ma dappertutto; talchè il grande Jacobi gli scriveva: " Ne soyez pas
" faché, Monsieur, si quelques-unes de vos découvertes se sont
" rencontrées avec mes anciènnes recherches. Comme vous com-
" mencez là où je finis, il doit y avoir une petite sphère de
" contact. Dans la suite, si vous m'honorez de vos communi-
" cations, je n'aurai qu'à apprendre „.

E molto infatti dall'Hermite hanno appreso quanti vi sono cultori dell'analisi matematica, sparsi fra le varie nazioni; moltissimo quelli di Francia, dove l'insegnamento suo ha prodotto frutti copiosi e splendidi.

Va segnatamente tenuto conto di questo, che all'Hermite si dee in gran parte se i geometri francesi, i quali verso la metà del secolo scorso si eran troppo chiusi nella cerchia delle tradizioni e delle opere nazionali, si abituarono a guardare oltre i patri confini, e si diedero a studiare quei geniali e schietti continuatori di Cauchy che furono Riemann e Weierstrass. Si adoperò egli anzi perchè quest'ultimo, e con esso il Kronecker, ricevessero onoranze dal Governo francese, come pegno che nella scienza non vi era una rivincita da prendere, ma una fratellanza da affermare.

Carlo Hermite lascia traccie indelebili della poderosa ed assidua opera sua in quasi tutte le parti dell'analisi matematica, e specialmente nelle funzioni ellittiche, nelle funzioni ultraellittiche ed abeliane, nella teoria dei numeri, nelle forme alge-

briche. Ma le sue ricerche nei diversi campi si richiamano tra loro, s'intrecciano e si prestano mutuo sussidio con mirabile unità di concetto.

È sua la prima effettiva risoluzione dell'equazione di 5° grado mediante funzioni ellittiche, nella quale conquista di capitale importanza accanto a lui vanno citati Brioschi e Kronecker. Galois aveva enunciato, e Betti confermato, che l'equazione modulare, da cui dipende la divisione dei periodi delle funzioni elittiche in 5, 7, 11 parti eguali, sebbene si presenti dei gradi 6, 8, 12, può tuttavia abbassarsi di un grado. Ora l'Hermite, attuando codesta riduzione nel caso della quintisezione con l'uso della trasformazione di Tschirnaus, che egli espose sotto forma invariantiva, mostrò come bastasse risolvere soltanto equazioni dei primi quattro gradi per identificare l'equazione ridotta con l'equazione generale di 5° grado; il che gli fornì la risoluzione di questa per funzioni ellittiche.

Dobbiamo all'Hermite la utilissima decomposizione di una funzione ellittica negli elementi cosidetti semplici o polari, che assai ne facilita l'integrazione, e la non meno utile teoria delle funzioni biperiodiche di seconda e terza specie.

La trascendenza del numero e, base dei logaritmi neperiani, è un'altra sua scoperta importantissima; la quale ebbe anche il merito di aprire al Lindemann la via per dimostrare la trascendenza del numero π, rapporto della circonferenza al diametro.

Spetta all'Hermite l'introduzione dei covarianti associati e la rappresentazione tipica delle forme binarie, nonchè la ricerca delle forme canoniche e degli evettanti. Ed è pur sua la legge di reciprocità che regna fra i covarianti di due forme.

Notevole incremento egli arrecò alla teoria delle forme binarie del 5° ordine, di cui studiò l'invariante di 18° grado; alla teoria delle forme ternarie quadratiche, di cui investigò le trasformazioni in sè stesse; ed alla teoria delle forme ternarie cubiche.

Circa i sistemi di forme algebriche, va notato ch'egli mostrò potersi due forme binarie cubiche rappresentare tipicamente come le prime derivate di una biquadratica, e tre forme ternarie quadratiche come le prime derivate di una cubica, aprendo così una via a nuove ricerche.

Certamente l'Hermite tiene un posto cospicuo fra i fondatori

della teoria delle forme algebriche, insieme a Cayley, Sylvester e Brioschi. Ad elaborarne i metodi egli fu condotto dalle sue ricerche sul numero dei tipi non equivalenti delle forme quadratiche aritmetiche; le quali ricerche proseguì ed estese, ottenendo una serie di risultati del maggior interesse, che lungo sarebbe qui enumerare, nel campo aritmetico.

Ricorderò di volo altri argomenti delle penetranti investigazioni dell'Hermite, quali: la divisione e la trasformazione delle trascendenti abeliane, i numeri di Bernoulli, l'equazione di Lamé, le funzioni sferiche, gl' integrali euleriani, le formole di interpolazione, le frazioni continue, la serie di Fourier, le equazioni differenziali lineari di 2° ordine, le sostituzioni, le funzioni di 7 lettere, le formole di Frenet, parecchi interessanti integrali definiti. Inoltre per gli alunni della Scuola politecnica e per quelli della Facoltà di Scienze egli scrisse dotte e suggestive lezioni.

I numerosissimi lavori dell'Hermite sono sparsi nei principali periodici scientifici francesi ed esteri, che gareggiavano ad averlo collaboratore: accennerò specialmente il " Recueil de Savans étrangers „ e i " Comptes rendus „ dell'Accademia di Parigi e tutti gli altri periodici in lingua francese, il " Giornale di Crelle „, gli " Annali di Matematica „, gli " Acta Mathematica „, i " Matematische Annalen „, il " Quarterly Journal „, gli " Atti „ della nostra Accademia. Nella collezione delle proprie opere complete Jacobi volle inserire anche alcune note dell'Hermite.

Non minor gara era fra i sodalizi scientifici per accoglierlo fra i loro soci. Mi è grato ricordare particolarmente la Società italiana dei XL, l'Accademia dei Lincei e la nostra Accademia, nella quale era il decano dei soci stranieri.

Non era soltanto l'ammirazione per l'alto ingegno e l'indefessa operosità del sommo scienziato che tal gara suscitava, ma eziandio il fascino che sprigionavasi dalla sua grande bontà d'animo, dalla instancabile cortesia e dalla incoraggiante benevolenza verso i giovani.

La gratitudine, di cui i suoi discepoli, e con essi i cultori delle displipline matematiche di tutte le nazioni, erano pieni verso l'insigne maestro, ebbe a trovare una solenne manifestazione nel suo giubileo, celebrato a Parigi nel 1892. Di quella memorabile festa rimane un perenne ricordo nell'opuscolo ripro-

ducente gli entusiastici discorsi di Darboux, Poincaré, Schwarz, Vicaire e del Ministro della Pubblica Istruzione, insieme col ringraziamento del festeggiato e con la lunghissima lista dei sottoscrittori per la medaglia offertagli.

Della riverenza e della simpatia, che d'ogni parte si volgevano verso l'Hermite, rende bella testimonianza la fitta corrispondenza epistolare ch'egli scambiava con dotti di ogni nazione. Fra costoro vanno ricordati i nostri Genocchi, Brioschi, Beltrami, Casorati, per non parlare dei viventi. Ebbi, son già dodici anni passati, occasione di leggere le molte lettere dell'Hermite al Genocchi; ed oggi ancora mi ritorna sul labbro il ringraziamento, che, nel commemorare in quest'aula il nostro compianto presidente, sentii il dovere d'indirizzare pubblicamente al gentile e forte campione della classica Analisi, che da Parigi lo allietava di calda amicizia, per la simpatia che da quelle lettere emana verso l'Italia.

Della quale egli elogiava i progressi nell'arringo scientifico, e soggiungeva: " la courtoisie scientifique est en Italie " plus bienveillante et affectueuse que partout ailleurs „.

Ammirava Fagnano, dolendosi che non fosse abbastanza ricordato. Avendo il Genocchi richiamato la sua attenzione sui lavori misconosciuti del Chiò intorno alla serie di Lagrange, egli si scusava di non averli letti, e prometteva di rendere ad essi giustizia. Al volume in onore del Chelini volle contribuire con una nota sulle funzioni Θ e H di Jacobi. Lodava Re Umberto, perchè interveniva ogni anno alla solenne adunanza dei Lincei, presiedendo al conferimento dei premi da esso istituiti.

Desiderava che fra il suo e il nostro paese non sorgessero discordie, e rassicurato dal Genocchi, gli scriveva scherzosamente: " Après une leçon à la Sorbonne je ne fais plus rien de la " journée; je lis les Orientales de M. Victor Hugo, ou des ar- " ticles de journaux, qui annoncent que l'Italie veut faire la " guerre à la France. J'attends à voir M. Siacci entrer dans " Paris avec ses valeureuses légions, et me conduire chargé de " chaines à Turin ou a Milan, en m'imposant pour rançon d'écrire " un Mémoire dans les " Annali „ ou les " Atti „. Mais à entre- " prendre un calcul sérieux, difficile, j'y renonce absolument; le " flambeau ne s'allume point, et la paresse règne sans partage „.

Ma la fiaccola si riaccendeva più vivace l'indomani. Invero,

quando si riflette all'enorme quantità ed importanza delle pubblicazioni di Carlo Hermite, si rimane persuasi, e del resto è a tutti noto, che egli durante cinquant'anni visse tutto per la scienza, prodigando all'incremento di essa le inesauribili energie di una mente geniale e coltissima, riponendo tutte le sue compiacenze nella ricerca disinteressata del vero.

Ed ora, fra l'universale rimpianto, il grande scienziato, l'amabile e venerando nostro collega, è sparito. Ma sopravvivono i frutti della sua opera scientifica, insieme col ricordo delle sue rare virtù: sopravvivono, nè periranno giammai.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Febbraio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. BERNARDINO PEYRON

DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Socii: Rossi, Pezzi, Ferrero, Brusa, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 20 gennaio 1901.

Il Segretario dà lettura:

1°, di una circolare a stampa, con cui il Sindaco di Torino invita l'Accademia ad intervenire all'adunanza che un comitato generale, costituitosi per solennizzare il 5 aprile 1901 il primo centenario della nascita di Vincenzo Gioberti, terrà nel Palazzo municipale il giorno 10 corrente;

2°, di una cartolina postale, con cui il prof. Guido Villa risponde alla partecipazione ufficiale del Presidente dell'Accademia, che gli annunciava il conferimento della metà del premio di filosofia Gautieri.

Rispetto alle onoranze a Vincenzo Gioberti, la Classe delibera sia inviata adesione alla proposta del Sindaco.

Il Presidente comunica che il dott. Vittore Domenico Valla, intendendo introdurre modificazioni diverse nella sua memoria *Note cronologiche sul Collegio Puteano in Pisa precedute da una biografia del Fondatore,* che fu presentata alla Classe nell'adunanza del 25 novembre 1900, l'ha ritirata col consenso della commissione designata a riferirne.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Febbraio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente presenta un opuscolo pubblicato dal Comitato per le onoranze a Francesco Brioschi. È intitolato: *Inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi,* e fu inviato in dono all'Accademia.

Il Segretario presenta una nota del Dott. Adolfo Campetti intitolata: *Sulla polarizzazione del magnesio in soluzioni alcaline.* Sarà inserita negli *Atti.*

Raccoltasi in seduta privata la Classe elegge a proprio Segretario, salvo l'approvazione sovrana, il Socio D'Ovidio.

Si passa poi alla nomina della Commissione per il conferimento del premio Vallauri. Riescono eletti i Soci Naccari, D'Ovidio, Bizzozero, Camerano, Spezia, Mosso.

LETTURE

Sulla polarizzazione del magnesio in soluzioni alcaline.

Nota del Dott. ADOLFO CAMPETTI.

1° Son noti i fenomeni speciali che si presentano in un voltametro, quando l'anodo sia costituito da alluminio e l'elettrolito sia tale da sviluppare ossigeno all'anodo stesso per il passaggio della corrente (*).

In tal caso infatti, se l'elettrolito è, per esempio, una soluzione di allume potassico, una corrente diretta dell'alluminio all'altro elettrodo resta fortemente indebolita, per quanto la resistenza del liquido del voltametro si renda piccola: dipendendo probabilmente questo fenomeno dalla formazione di uno strato pochissimo conduttore alla superficie dell'alluminio stesso. Questo strato sarebbe costituito da ossido di alluminio; il che viene confermato dal fatto che il fenomeno si manifesta, quando, per il passaggio della corrente, deve svilupparsi ossigeno sulla lastra di alluminio.

Ho avuto occasione di osservare che un comportamento analogo a quello dell'alluminio presenta il magnesio, quando si adoperi come anodo in una soluzione di soda o potassa; e ho voluto per conseguenza riferire alcune osservazioni in proposito, anche perchè non è escluso che il fenomeno di cui si tratta possa dar luogo a qualche pratica applicazione.

Intanto, adoprando in un voltametro come catodo una lastrina di platino della superficie di circa 6 cent. quadrati e come anodo una lastrina di magnesio della superficie di 40 millimetri quadrati e come elettrolito due soluzioni di soda caustica di

(*) Graetz, " Wied. Annalen „, 1897, 62. — Beetz, " Wied. Annalen „, 1877, 2. — Streintz, " Wied. Annalen „, 1887 e 1888, 32 e 34.

densità 1,064 e 1,220 rispettivamente si ebbero i seguenti risultati:

Colla prima soluzione, essendo la resistenza del liquido del voltametro di circa 2,1 Ohm, indicando con V la differenza di potenziale ai suoi serrafili e con I l'intensità in Ampère della corrente che lo attraversa, si ha

V	9,8	18,5	39	60	75
I	0,019	0,024	0,029	0,033	0,036

e quando la differenza di potenziale supera i 75 Volt circa si manifesta ai due elettrodi il consueto sviluppo di gas e la corrente passa con notevole intensità.

Colla seconda soluzione, essendo 1,5 Ohm circa la resistenza del liquido del voltametro, si ebbe:

V	9,8	18,5	39	57	60
I	0,009	0,010	0,015	0,019	0,020

Per una differenza di potenziale tra i 60 e i 65 Volt (a seconda delle esperienze) la corrente cominciava a passare con notevole intensità.

Il fatto appunto che, raggiunto un certo valore della differenza di potenziale, l'intensità della corrente salta d'un tratto a valori molto elevati, prova senz'altro che quell'ostacolo al passaggio della corrente che si manifesta per differenze di potenziale più basse non è dovuto interamente a una forza elettromotrice di polarizzazione; tuttavia, se col noto metodo dell'interruttore vibrante, si misura tal forza elettromotrice, per il caso in cui il magnesio funzioni da anodo, si trovano per essa valori via via crescenti e notevolmente elevati. Tuttavia per il

modo di funzionare del voltametro che può sin ad un certo punto paragonarsi a quello di un condensatore, nasce il dubbio che tali valori non corrispondano a veri valori di forza elettromotrice di polarizzazione come nel caso di un ordinario voltametro.

Ad ogni modo dalle determinazioni fatte risulta che per la soluzione più diluita ($d = 1{,}064$) la forza elettromotrice di polarizzazione (per differenze di potenziale ai serrafili del voltametro da 9,7 sino a 77 Volt) va gradatamente crescendo da Volt 1,6 sino a Volt 6,5; e per la soluzione più concentrata ($d = 1{,}22$) in analoghe condizioni, da Volt 1,9 a Volt 6,7 circa.

2° Era particolarmente interessante di esaminare se l'ostacolo al passaggio della corrente che si produce all'elettrodo di magnesio, nasca così rapidamente che, se la differenza di potenziale che si stabilisce ai serrafili del voltametro è rapidamente alternata, possa il voltametro stesso essere attraversato in misura notevole soltanto dalla corrente che è diretta dal platino al magnesio. Per rendermi conto della cosa ho adoperato un invertitore a rotazione, mediante il quale poteva essere inviata, nel circuito contenente il voltametro, una corrente alternata corrispondente a circa 30 inversioni al secondo.

Nello stesso circuito era pure contenuto un amperometro per corrente continua ed un amperometro a filo caldo (prima confrontato con un elettrodinamometro); mediante la indicazione dei due strumenti, si poteva conoscere con sufficiente esattezza l'intensità della corrente che percorre il circuito nel senso dal platino al magnesio e l'intensità della corrente che lo percorre in senso opposto. Indicheremo la prima intensità con a e la seconda con b.

Si osservò subito che, se si vuole che il voltametro a magnesio impedisca in modo quasi completo il passaggio della corrente diretta dal magnesio al platino, la superficie dell'elettrodo di magnesio non può scegliersi arbitrariamente. Intanto questa superficie non deve essere troppo piccola rispetto alla intensità della corrente che attraverserà poi il voltametro stesso nel senso platino-magnesio, giacchè in tal caso l'elettrodo di magnesio si riscalda troppo, insieme al liquido circostante, ed alla successiva inversione della differenza di potenziale lo strato isolante alla sua superficie non si forma più in modo completo. E si capisce senz'altro che la superficie del magnesio nemmeno deve essere troppo grande.

Se si indica al solito con V la differenza di potenziale ai serrafili del voltametro, quando il magnesio funziona da anodo, si ha un valor massimo dell'intensità della corrente al di là del quale la corrente passa in quantità apprezzabile in ambedue i sensi: questi valori massimi, insieme coi valori di *b*, sono riportati nelle tabelle precedenti relative alle due soluzioni e si riferiscono ad un voltametro in cui la superficie dell'elettrodo di magnesio era di circa 30 millimetri quadrati

$d = 1{,}064$

V	18,5	39	51	60
a	2,60	2,44	1,71	1,39
b	0,07	0,05	0,07	0,04

$d = 1{,}220$

V	18	38	50	60
a	2,52	2,37	1,90	1,54
b	0,10	0,07	0,04	0,10

Da queste tabelle risulta pure che, in tali condizioni la corrente diretta del magnesio al platino è di intensità, se non trascurabile, certo praticamente assai piccola.

3° Dopo di ciò importava conoscere qual perdita di energia elettrica, per produzione di calore, si abbia con l'uso di un tale voltametro. Del calore che si svolge nel voltametro una parte è dovuta al calore Joule che si svolge per la resistenza del liquido: questa parte può ridursi molto piccola, avvicinando i due elettrodi, a causa della buona conducibilità delle soluzioni di soda o di potassa; il rimanente calore, che chiamiamo senz'altro

calore secondario, è dovuto non solo ai soliti fenomeni termici che al passaggio della corrente hanno luogo sugli elettrodi, ma anche all'aumento di resistenza dello strato liquido in vicinanza degli elettrodi (e specialmente dell' anodo) per causa del forte sviluppo di gas. Il calore totale svolto nel voltametro può misurarsi adoperando il voltametro stesso come vaso calorimetrico; il calore Joule dovuto alla resistenza del liquido del voltametro può essere calcolato conoscendone la resistenza (il che si fece a parte coll'apparecchio di Kohlrausch, sostituendo alla lamina di magnesio una ugual lamina di platino in identica posizione) e inserendo nel circuito stesso un altro calorimetro, nel cui vaso sta immersa una spiralina di nota resistenza; resta quindi determinato il calore secondario che indicherò con C.

Nella tabella seguente V indica la forza elettromotrice agente nel circuito, i la intensità media della corrente diretta dal platino al magnesio, E la energia totale di questa corrente espressa in piccole calorie, c il calore secondario espresso pure in piccole calorie, k il rapporto $\frac{c}{E}$.

La durata dell'esperienza non superava mai i 60″, per non avere riscaldamenti troppo forti nel calorimetro, ma non è necessario di assegnarla a parte nelle tabelle.

I. *Soluzione densità* = 1,064.

V	i	E	c	k
18	0,61	157	41,5	0,26
18,5	0,52	134	35,8	0,27
39,5	0,73	412	74,4	0,18
39	0,82	351	68,8	0,19
50	0,63	337	43,4	0,13
50	0,84	420	68,7	0,16
60	0,73	313	60,5	0,19
60	0,57	285	55,9	0,19

II. *Densità della soluzione* = 1,22.

V	*i*	E	*c*	*k*
18,5	0,92	182	51,1	0,28
18,5	0,90	238	70,2	0,29
39,5	0,83	468	60,5	0,12
39,5	0,85	480	61,5	0,13
50	0,77	504	46,3	0,10
50	0,80	552	48,4	0,09
60	0,61	392	58,8	0,15
60	0,65	464	63,3	0,14

Dall'una e dall'altra tabella risulta che nelle migliori condizioni non più del 10 o 15 per cento dell' energia totale che attraversa il circuito va consumata nel voltametro, a parte il calore sviluppato per la resistenza della soluzione: quest'ultima quantità può rendersi però molto piccola per la elevata conducibilità delle soluzioni di soda.

Il metodo potrebbe quindi essere adoperato, quando, non avendo a disposizione una corrente continua, si volesse usare una corrente alternata per carica di accumulatori o piccole operazioni elettrochimiche (almeno per certe forme di corrente alternata). Ad ogni modo mi è parso interessante di segnalare questo comportamento eccezionale del magnesio, analogo a quello dell'alluminio, già conosciuto da molto tempo.

Torino. Laboratorio di Fisica dell'Università.
Febbraio 1901.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Febbraio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Ferrero, Carle, Boselli, Chironi, Savio e Renier Segretario.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 3 febbraio 1901.

Il Presidente Cossa, mentre partecipa che con R. Decreto 24 gennaio 1901 fu approvata la sua elezione a Presidente dell'Accademia per un triennio, a decorrere dal 3 febbraio 1901, saluta la Classe, ai cui lavori si propone di prendere vivo interesse, non dimenticando mai quella efficace cooperazione fra le scienze morali e le scienze fisiche, onde il sapere umano trae massimo profitto.

Il Socio Peyron, prendendo la parola in nome della Classe di cui è Direttore, ricambia il saluto del nuovo Presidente e ringrazia il Socio Carle per l'assiduità ed il senno con cui diresse i lavori accademici durante la sua presidenza.

Il Presidente comunica il telegramma con cui l'on. Gallo, già Ministro dell'Istruzione Pubblica, prende commiato dalle autorità scolastiche e l'altro telegramma con cui S. Ecc. Nasi

annunzia d'aver assunto il portafoglio dell'Istruzione Pubblica e saluta le Autorità e gli Insegnanti.

Il Segretario dà lettura:

1°, di un programma edito dal Comitato costituitosi in Firenze allo scopo di commemorare con una medaglia d'oro l'impresa felicemente compiuta da S. A. R. il Duca degli Abruzzi e di felicitare con un ricordo i suoi compagni nella spedizione polare;

2°, della lettera con cui il Prof. Guido Villa ringrazia l'Accademia per la parte del premio filosofico di fondazione Gautieri, che gli fu conferita.

Il Socio Carle fa omaggio dell'opera in quattro volumi del Senatore Francesco Nobili Vitelleschi, *Morale induttiva,* Torino, Roux, 1882-93, e mentre ne dice parole di elogio, si riserva di parlarne in seguito estesamente alla Classe.

Il Socio Chironi, anche a nome del Socio Cognetti de Martiis, presenta il libro del prof. P. Jannaccone, *Il costo di produzione,* Torino, Unione tip. editrice, 1901, tributando ad esso lodi segnalate.

Il Socio Bollati di Saint-Pierre legge una sua nota, che ha per titolo: *Cenno storico intorno ad Amedeo VI,* ed il Socio Savio comunica una nota sua intorno a *Gandolfo vescovo d'Alba nel secolo XII.* Entrambe sono inserite negli *Atti.*

LETTURE

Cenno storico intorno ad Amedeo VI.

Nota del Socio E. DI SAINT-PIERRE

Non ultima fra le alte imprese del Conte di Savoia Amedeo VI, chiamato il Conte Verde, fu la sua mediazione fra i Genovesi e i Veneziani, che pose fine alla lunga e sanguinosa loro vertenza.

Di quella mediazione scrissero parecchi, in ispecie il Cibrario nella Storia della Monarchia di Savoia e il Casati nel libro " La Guerra di Chioggia e la Pace di Torino „; ma tutti, non escluso il Predari, il solo che accennò (1) al principesco trattamento delle Signorie che presero parte alle trattative, tacciono di alcuni particolari di rilievo e non parlano punto delle spese che il Conte sostenne per un simile trattamento dal febbraio del 1381 al successivo ottobre.

Di quei particolari e di siffatte spese àvvi una minuta rassegna nel Conto di Tesoreria d'un Pietro Voisin (*Petri Vicini*), segretario di Amedeo (2); non parrà quindi inutile sotto l'aspetto storico ed economico una indicazione delle partite in esso registrate.

Il Conto reca anzitutto che per le trattative di pace convennero in Torino gli ambasciatori di Venezia, di Genova, del Re d'Ungheria, del Re di Cipro, del Conte di Virtù, e i Capi di varii Comuni; " qui ambassiatores Thaurini steterunt pro " facto tractatus pacis Venicianorum et Januensium facte ibidem " per Dominum „; convennero inoltre gli ambasciatori del Re di Francia, del Duca di Borgogna, e di altri Principi minori, i vescovi di Zagabria, di Sion, di Torino, d'Ivrea, d'Aosta, della

(1) Nel volume 1°, a pag. 204, della sua " Storia politica, civile e militare della Dinastia di Savoia „.

(2) Il quale nel suo testamento, in data del 27 febbraio 1383, ricorda questo suo Segretario, e gli lega, " in premium seruiciorum et laborum " suorum sustentorum per ipsum „, mille fiorini d'oro di buon peso, lire 21 mila di moneta odierna.

Moriana, di Belley e Losanna, l'arcivescovo di Tarantasia, gli Abati di San Michele della Chiusa e San Maurizio, " et plures " alii . . . magnates, milites, nobiles et religiosi „.

Non tutti però questi personaggi rimasero in Torino sino alla conclusione del trattato di pace. Consta infatti che dopo un breve soggiorno tornarono alle loro sedi gli ambasciatori francesi, il Conte di Virtù, Bernabò Visconti, e Vescovi e Abati e sacerdoti (*religiosi*), non che parecchi nobili.

Intanto nella previsione delle gravi spese che avrebbe dovuto sostenere, Amedeo fece un appello anzitutto ai fedeli Comuni del Piemonte acciò lo soccorressero di un donativo. Assentirono di buon grado gli uomini e le Comunità di Caselle, Chieri, Riva di Chieri, Ciriè, Lanzo, Susa, Avigliana, Rivoli, Rivarolo e Ivrea, e il donativo ascese in complesso a lire settantamila di moneta odierna. Il Comune di Chieri, che fu tardo nel versamento della sua quota, osservò che col suo dono intendeva concorrere al pagamento delle spese fatte dal Conte allorchè " stetit Taurini pro tractatu et complemento pacis... firmate " inter Regem Vngarie, Ecclesiam Aquilegiensem et Dominum " Patrie Forjiulii, dominum Ducem et Commune Janue et do- " minum Padue ac Jadratines ex vna parte et Commune Vene- " ciarum ex altera „.

Oltre al donativo, Amedeo inviò nell'aprile un suo agente al Vescovo di Moriana " pro quibusdam platellis argenti appor- " tandis pro adventu Januensium et Venetorum „, e contemporaneamente provvide per una scorta " pro conducendo secure " ambassiatores regis Vngarie et Comunitatis Janue, ad Do- " minum venientes pro tractatu pacis Venetorum et Januensium, " nec non quendam secretarium domini Ducis Janue venientem " Janua Taurinum pro tractatu pacis predicte „, e parimente per condurre con sicurezza l'ambasciatore della Chiesa o del Patriarca di Aquilea.

Venendo alla spesa dei viveri, il Tesoriere Voisin riferisce che il Castellano di Rivoli spedì a Torino cento sessanta caponi; l'accensatore " frumenti Domini Rippolarum „ cento otto modii di grano, pari ad ettolitri settecento dodici e cinquecento quaranta decilitri; un Belletruche dugento settanta montoni; due macellai del Conte altri cinquecento sedici montoni, quindici buoi, tre vitelli e cento due vacche; da ultimo un Oddone Narro di

Chieri trecento sestarii di vino, equivalenti in misura odierna a ettolitri cento ventitre e settecento cinque decilitri, oltre alla offerta di una somma in danaro.

Mentre fervevano le trattative, il Conte Verde, desideroso di assicurarne il successo, e in pari tempo di far valere i proprii interessi, apriva parecchie negoziazioni. Così ripetutamente spediva suoi agenti a Milano " ad dominum Barnabonem pro certis " negotiis ", coll'incarico di riferirgli a Torino il successo delle pratiche; a Pavia per due volte " ad dominum Comitem Vir- " tutum ", del pari " pro certis negotiis "; ad Avignone al Pontefice Clemente sesto, egualmente " pro certis negotiis "; a Carnia al Duca d'Austria " pro certis negotiis Domini "; a Venezia al Doge e al Comune " pro tractatu pacis Januensium et Vene- " torum ", e ciò nel luglio del 1381; a Genova nel successivo agosto " ad Ducem Janue pro facto Tenedi ", e nell'ottobre un Inviato speciale per condurre " clientes qui debent ire apud " Tenedum "; nel qual proposito giova osservare che fin dall'agosto si era convenuto che l'isola di Tenedo, occupata dal Comune di Venezia, venisse restituita a quello di Genova (1).

Nell'ottobre poi il Conte commetteva a un Pietro Provana di recarsi a Genova " pro liga perpetua cum ipsis Januensibus " per Dominum facienda "; inviava un Francesco di Arenthon " ad omnes civitates et prelatos Patrie Provincie, et Ave- " nionem . . . ad dominum Papam, cum litteris et pro certis " et arduis negotiis peragendis "; nel febbraio del 1382 mandava un Ravais " ad Regem Cipri pro tractatu pacis ipsius " Regis et Januensium, et pro certis aliis negotiis Domini "; da ultimo nel marzo dava incarico ad un Enrico Manueri di recarsi a Genova " cum literis directis Duci et Comuni Janue pro " facto Ducis Cipri et Januensium ".

Qui hanno fine gli appunti storici che fornisce il Voisin nel suo Conto " de Receptis et Libratis pro Domino "; documento ricchissimo di altri particolari, estranei per altro al solenne arbitramento del grande Amedeo sesto.

(1) La convenzione è riferita con qualche lacuna dal Casati nel suo libro " La Guerra di Chioggia ecc. ". — Una copia autentica e completa ne esiste nell'Archivio camerale.

Gandolfo vescovo d'Alba nel secolo XII.

Nota del Socio FEDELE SAVIO.

L'Ughelli nella serie dei vescovi albesi collocò al 1259 un vescovo Gandolfo, del quale asserì che prima d'essere elevato alla dignità vescovile era stato preposito della cattedrale d'Asti. Per sostenere la sua asserzione addusse la testimonianza d'un necrologio della cattedrale d'Asti, dove ai 22 dicembre è notata la morte di Gandolfo vescovo di Alba e antico preposito della chiesa d'Asti. Il necrologio così si esprime: *XI Kal. ianuarii obiit Gandulfus albensis episcopus et quondam huius ecclesie prepositus, qui quondam dedit terràm ecclesie S. Stephani de Antegnano, pro qua predicta ecclesia tenetur dare canonicis huius ecclesie refectionem singulis annis in tribus ferculis pro anniversario suo et minam unam leguminum pauperibus.*

Ma ad ammettere un Gandolfo vescovo d'Alba nel 1259 si opponeva la grave difficoltà, che, secondo alcuni documenti recentemente editi, l'episcopato di Monaco, ammesso dall'Ughelli come antecessore di Gandolfo, si sarebbe esteso dal 1255 al 1260 almeno, cioè a quel periodo appunto di tempo, nel quale l'Ughelli aveva posto l'episcopato di Gandolfo.

D'altra parte si avevano circa lo stesso tempo questi due fatti: 1° l'episcopato ad Alba nel 1253 di un Guglielmo, che si sa essere stato veramente preposito di Asti, e 2° l'esistenza a Torino di un vescovo Gandolfo nel 1259. Sembrava perciò abbastanza giustificata la congettura, che nel necrologio astese fosse intervenuto uno scambio di nomi, o scrivendo Gandolfo in luogo di Guglielmo, oppure *albensis* in luogo di *taurinensis*.

Un documento, scoperto dal cav. Benedetto Vesme a Fossano nell'archivio della famiglia Alliaga-Gandolfi di Ricaldone (1), e da lui gentilmente trasmessomi, dimostra falsa la congettura

(1) Mazzo Saluzzola.

suddetta mentre ci scopre il vero sull'età del vescovo Gandolfo. Egli fu in effetto vescovo d'Alba, ma non già nel secolo XIII, bensì nel precedente secolo XII, ed in particolare nell'anno 1183.

Il documento, che il Vesme mi assicura essere originale, e provenuto dall'archivio capitolare d'Alba, disperso sulla fine del secolo XVIII, è del seguente tenore:

Anno domini millesimo . c . LXXX . III°. Indictione . I . quod fuit . VIII . kalendas aprilis . Regnante Frederico romanorum imperatore et semper augustus . Notum sit omnibus hominibus tam presentibus quam futuris . quod dominus Gandulfus albensis episcopus . et canonici albensis ecclesie communi consilio et uoluntate statuerunt inuicem inter se et compromiserunt . ne altera pars sine consilio et uoluntate alterius susciperet aut extorqueret fodrum aut aliam quamlibet exactionem . in domo boni iohannis de plano . de rodello . et eius fratrum . ita quod neuttre parti liceret de cetero exigere aut extorquere fodrum aut aliam quamlibet exactionem sine consilio et uoluntate alterius . a domo ipsius predicti boni iohannis et eius fratrum . Sic inter se conuenerunt iamdictus gandulfus episcopus et canonici albensis ecclesie . et quod ratum et firmum hoc omni tempore haberent et obseruarent bona fide compromiserunt per se et per eorum successores.

Actum in claustro Sancti laurentii . albe . feliciter . Ibi interfuerunt rogati testes . Cunibertus uicedominus de diano . Jacobus de diano . Obertus de folzamagna . Anselmus marencus . Obertus de nimundo . Ottobonus punzol. Rufinus de braida . Arnaldus boso . Cimaberba . Rainaldus amedei.

Et ego notarius ugo palatinus interfui . et rogatus scripsi.

Che il Gandolfo di questo documento sia il preposito di Asti, indicato dal necrologio astese, è, per non dir certo, sommamente probabile, poichè appunto poco prima del 1183 figura in molte carte dell'archivio capitolare d'Asti un Gandolfo preposito, che tutto ci porta a credere sia una stessa persona col vescovo d'Alba del 25 marzo 1183.

Le dette carte, pubblicate nei *Mon. Hist. Patr. Chart.* I, vanno dal 5 marzo del 1159 (col. 818) fino ai 18 gennaio del 1180 (col. 897). Un'altra carta, contenuta nel *Libro verde* della Chiesa d'Asti (1), in cui Gandolfo *astensis praepositus* interviene in Pollenzo ad una convenzione tra Guglielmo vescovo d'Asti ed Anselmo di Govone, porta la data del 15 novembre 1181, indiz. XV.

Nell'anno appresso 1182, ai 28 aprile, già nella carica di

(1) Nell'Archivio di Stato in Torino, fol. 147.

preposito era succeduto a Gandolfo un certo Almosna, il cui nome si trova poi frequentemente negli atti fino al 1200 incirca, allorchè venne eletto vescovo di Savona.

Onde sapendosi da un lato che vi fu un preposito d'Asti, di nome Gandolfo, il quale lasciò la sua carica tra il novembre del 1181 e l'aprile del 1182, e dall'altro che il vescovo d'Alba Gandolfo stava al governo della sua diocesi nel marzo 1183, è per lo meno molto verisimile ch'egli sia il medesimo personaggio, del quale parla il necrologio astese dicendolo prima preposito di Asti e poi vescovo d'Alba.

A stabilire tale identità osservo ancora, che in un diploma di Federico I Barbarossa del 1° luglio 1183, nel quale egli conferma ai canonici d'Asti la donazione del ripatico, fatta loro dal preposito Gandolfo, non si vede aggiunta a questo nome la parola *quondam*, nè altra formola, indicante che il detto preposito fosse già morto (1).

In conclusione ecco le notizie, che risulterebbero intorno a Gandolfo. Dal 1159 al 1181 fu preposito della chiesa d'Asti; tra il novembre 1181 e l'aprile del 1182 sarebbe stato eletto vescovo d'Alba. Egli sarebbe morto un 22 dicembre posteriore al marzo del 1183 ed anteriore al 1185, nel quale già era vescovo Bonifacio I; perciò il 22 dicembre dello stesso 1183 o del 1184.

Il principio dell' episcopato di Gandolfo verso il 1182 restringe sempre più il tempo, nel quale mi parve potesse collocarsi l'episcopato di Federico, figlio di Guglielmo IV marchese di Monferrato, vale a dire tra il 1177, nel quale era ancora vescovo Ottone, ed il 1185, quando già teneva la cattedra albese Bonifacio I (2).

(1) Il diploma fu riportato dall'Ughelli, IV, 371, colla data certamente erronea del 1153. Nel 1153 Federico non poteva intitolarsi *Romanorum imperator et semper augustus*, perchè ricevette la consecrazione imperiale solo il 18 giugno del 1155. La data vera è del 1° luglio 1183, a cui corrisponde l'indizione I, e la dimora di Federico *apud Constantiam*.

(2) Savio, *Antichi Vescovi d'Italia, Piemonte*, pag. 60.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Febbraio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente partecipa che con Decreto 24 gennaio venne approvata da S. M. il Re la sua nomina a Presidente dell'Accademia. Egli rinnova in tale occasione i suoi ringraziamenti ai Colleghi.

Il Socio Fileti, a nome di tutta la Classe, porge al Presidente cordiali rallegramenti.

Il Segretario presenta un opuscolo inviato in dono all'Accademia dal Socio corrispondente Augusto Righi, intitolato: *Sur les ondes électromagnétiques d'un ion vibrant.*

Il Socio Guareschi presenta una nota intitolata: *Acidi ββ dialchilglutarici e β alchil γ cianvinilacetici.* Sarà inserita negli *Atti.*

Saranno pure inseriti negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Prodotto di due condizioni caratteristiche relative ai piani di un iperspazio,* nota del prof. Francesco PALATINI e del sig. Giovanni Zeno GIAMBELLI, presentata dal Socio SEGRE.

2° *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali di variabile reale,* nota del prof. Carlo SEVERINI, presentata a nome del Socio VOLTERRA dal Socio NACCARI.

3° *Sopra il valore massimo della funzione* T_{me} *del Maxwell,* nota del prof. Antonio GARBASSO, presentata dal Socio NACCARI.

Il Socio SEGRE presenta poi una memoria del prof. Emilio VENERONI, intitolata: *Sui connessi bilineari fra punti e rette nello spazio ordinario.* Sarà esaminata dai Soci D'OVIDIO e SEGRE.

Raccoltasi in seduta privata la Classe procede alla nomina di due delegati della Classe al Consiglio di Amministrazione e sono rieletti i Soci BERRUTI e FILETI.

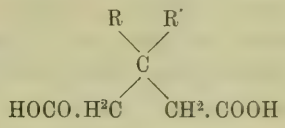
Si passa poi alla nomina di un membro della prima Giunta del premio Bressa in sostituzione del Socio COSSA nominato Presidente, e riesce eletto il Socio MOSSO.

LETTURE

Acidi ββ dialchilglutarici e βalchilγcianvinilacetici.

Nota I del Socio ICILIO GUARESCHI.

In questa prima Nota indico un metodo generale per ottenere gli *acidi ββ dialchilglutarici:*



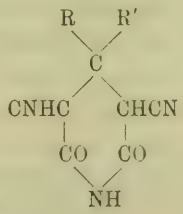
e nuovi acidi cianurati che denomino *acidi βalchilγcianvinilacetici.*

Gli acidi ββdialchilglutarici costituiscono una nuova e numerosa serie di composti importanti. Importanti sono pure a mio avviso gli acidi alchilcianurati.

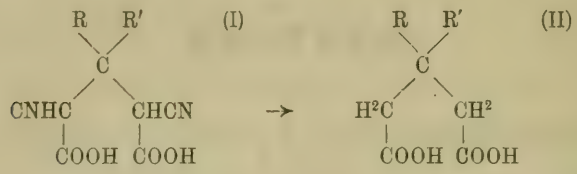
I.

Acidi ββdialchilglutarici.

Nelle mie pubblicazioni precedenti ho detto che dalle *ββdialchilααdicianglutarimidi:*



sarei passato agli acidi αα*dician* ββ *dialchilglutarici* e ai corrispondenti *acidi* ββ *dialchilglutarici:*



E ciò, per vedere se anche questi derivati ββ dialchilici (II) si scompongono dando un idrocarburo R′.H oppure se sono gli acidi (I) che si scompongono, e così stabilire se è o no necessaria la presenza di due gruppi cianici affinchè abbia luogo la curiosa reazione da me scoperta; ed, inoltre, stabilire se questa reazione avviene solamente quando la catena è chiusa.

Scopo mio in queste ricerche non è dunque tanto quello di ottenere delle serie di composti nuovi da descrivere, quanto quello di poter schiarire le condizioni per le quali dai miei composti bicianici con due gruppi alchilici RR′ in ββ uno si elimina sotto forma di idrocarburo R′.H.

Tentai in vari modi di ottenere questi acidi, facendo agire sulle ββ dialchildicianglutarimidi gli alcali e gli acidi; tanto coll'idrato di potassio quanto coll'acido cloridrico non ottenni buoni risultati e i due cianogeni rimangono come dirò in altra nota riferendomi agli acidi αα dician ββ dialchilglutarici.

Sono riuscito bene ad ottenere gli acidi ββ dialchilglutarici operando per saponificare i gruppi cianici come, per altro scopo, fecero Bouveault ed altri chimici, e come Dressel (1) per preparare gli acidi glutarici dagli acidi dicarbossilglutarici.

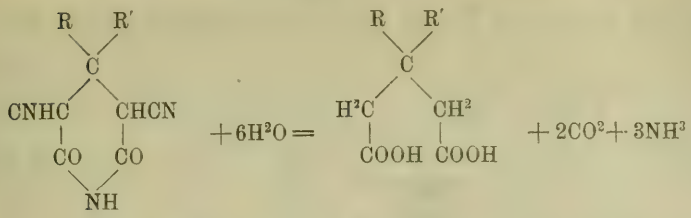
Gli acidi ββ dialchilglutarici da me ottenuti hanno una particolare importanza anche perchè ad essi si collegano diversi prodotti naturali quali i derivati della canfora ecc.

Il metodo da me indicato è affatto generale, tutte le ββ dialchil αα dicianglutarimidi (2) si trasformano a seconda dell'equazione:

---

(1) A., 256, p. 187.

(2) Vedi la mia Memoria: *Sintesi di composti piridinici e trimetilenpirrolici*, letta alla R. Accad. delle Scienze di Torino il 18 nov. 1900.

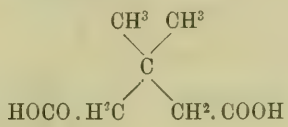


La quantità di acido ββ dialchilglutarico che si ottiene è addirittura teorica, o quasi.

È questo, senza dubbio, il metodo pratico migliore per preparare questi acidi, perchè in pochi giorni se ne può ottenere quanto si vuole. La preparazione delle ββ dialchil αα diciangluta-rimidi col metodo da me indicato è comodissima; molte di queste possono prepararsi in 24 ore, purissime e in quantità di centinaia di grammi, da cui poi in poche ore si ha la quantità *teorica* dell'acido ββ dialchilglutarico corrispondente. Invece gli acidi glutarici αβ e αα bisostituiti furono ottenuti con metodi che ne forniscono delle piccole quantità.

Per ora mi limito a descrivere solamente alcuni di questi acidi, riserbandomi di completare il lavoro con una seconda nota.

1. Acido ββ dimetilglutarico:



È l'unico acido ββ dialchilglutarico conosciuto, ma ottenuto con metodi che ne forniscono, e difficilmente, delle piccole quantità.

5 gr. di ββ dimetildicianglutarimide si fanno scaldare in apparecchio a ricadere con 100 cm^3 di acido solforico al 60 %; la sostanza si scioglie facilmente ed appena incomincia l'ebollizione ha luogo una viva effervescenza con sviluppo di anidride carbonica, e a poco a poco il liquido si fa torbido e schiumoso. Dopo circa 2 ore non si sviluppa più acido carbonico.

Dopo raffreddamento, e diluendo il liquido con un terzo del suo volume di acqua, si separano dei cristalli aghiformi, inco-

lori, che raccolti si lavano un poco; il liquido acido si esaurisce con etere per togliere il prodotto rimasto sciolto. L'acido grezzo fu ricristallizzato dall'etere. Se ne ottiene circa 80 % della quantità teorica. Si ha così un acido non azotato, in bei cristalli prismatici, incolori, brillanti, solubili in acqua, alcol ed etere; volatile senza lasciar residuo carbonoso. Fonde a 103°-104°.

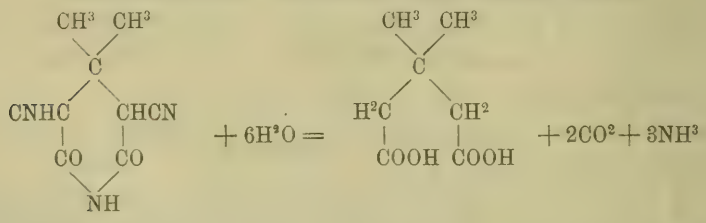
I. Gr. 0.1334 diedero 0.2576 di CO^2 e 0.0906 di H^2O.
II. Gr. 0.1232 diedero CO^2 = 0.2366 e 0.0836 di H^2O.

Da cui:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C^7H^{12}O^4$
C =	52.66	52.37	52.50
H =	7.54	7.53	7.5

Gr. 0.1043 di acido sciolti in acqua richiesero, in presenza di fenolftaleina, 13.1 cm^3 di soluzione $\frac{N}{10}$ di idrato sodico, cioè 50.23 % di NaOH: per la formola $C^5H^{10}(COOH)^2$ si calcola 50.0 % di NaOH. Anche questo saggio dimostra che il mio acido era purissimo.

Si è formato nel modo seguente:



Questo è, senza dubbio, il metodo migliore per preparare l'acido ββ dimetilglutarico.

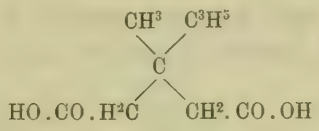
Da 10 gr. di ββ dimetildicianglutarimide si possono avere in poche ore circa 6-7 gr. di acido ββ dimetilglutarico purissimo.

Sino ad ora il metodo migliore di preparazione era quello di Vorländer e Kohlmann, cioè ossidazione della dimetildiidroresorcina con ipobromito sodico.

Riguardo il punto di fusione, Vorländer e Kohlmann danno 100°. Io ho trovato 103°-104° e credo che questo sia il più

esatto e che corrisponda all'acido purissimo quale forse non fu mai ottenuto da nessuno prima d'ora. Auwers (1) ha ottenuto quest'acido saponificando l'etere tricarbonico che si ha alla sua volta dall'etere dimetilacrilico con etere malonico e potassio; l'acido fondeva 97°-99° e per averlo puro, fusibile a 100°-101°, l'autore dice che ha dovuto saponificare molto etere tricarbonico, poi cristallizzare l'acido dimetilglutarico 15 volte dal benzene. Col mio metodo invece basta una cristallizzazione dall'etere, od al più due, per averlo purissimo.

2. Acido ββ metiletilglutarico:



Gr. 5 di metiletildicianglutarimide in polvere fina sono mescolati con 70 cm³ di acido solforico al 60 %, poi si scalda in apparecchio a ricadere. Alla ebollizione si nota una viva effervescenza con sviluppo di molto CO^2 e dopo circa 3 ore la reazione è completa. Dopo raffreddamento si ha una massa cristallina che, dopo diluito un poco il liquido, si raccoglie e si lava; dal liquido acido con etere si estrae il prodotto rimasto sciolto. Ricristallizzato il nuovo acido dall'acqua si ha in begli aghi.

Gr. 0.1366 di sostanza secca nel vuoto sull'acido solforico, fornirono 0.2754 di CO^2 e 0.0988 di H^2O.

Da cui:

		trovato	calcolato per $C^8H^{14}O^4$
C	=	55.0	55.17
H	=	8.08	8.10

L'acido ββ metiletilglutarico cristallizza dall'acqua, in aghi anidri, incolori, solubili nell'acqua fredda e più nella calda, solubili in alcol ed etere. Fonde a 87° e bolle quasi inalterato verso 260° sotto 740 mm. di pressione. Neutralizzato con am-

(1) " Ber. ", XXVIII, p. 1132.

moniaca e posto sul mercurio *non* sviluppa nessun gas. Il suo *sale di sodio* è molto solubile nell'acqua.

Sale di argento. — Neutralizzai l'acido in soluzione acquosa con ammoniaca ed alla soluzione calda aggiunsi un lieve eccesso di nitrato d'argento. Il precipitato bianco, dopo raffreddamento, fu raccolto e lavato bene, poi asciugato e disseccato nel vuoto sull'acido solforico. Da circa gr. 0.5 di acido ottenni gr. 1.15 di sale d'argento cioè quasi la quantità teorica.

Il sale d'argento è un precipitato bianco microcristallino, che resiste all'azione della luce ed è quasi insolubile nell'acqua anche bollente.

Gr. 0.4470 di sale d'argento scaldati a 105° non perdono di peso e calcinati lasciano 0.2483 di Ag.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^8H^{12}Ag^2O^4$
Ag % =	55.53	55.67

Sale di zinco. — Ottenuto precipitando a caldo l'acido, neutralizzato con ammoniaca, con soluzione di solfato di zinco. È in lamelle poco solubili nell'acqua, incolore, untuose al tatto. Anidro.

Gr. 0.3670 di sale secco all'aria non perdono di peso a a 100°-101° e nemmeno a 125° e fornirono 0.1248 di ZnO cioè 0.1001 di Zn.

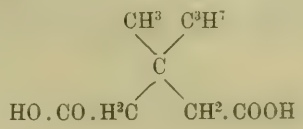
Da cui:

	trovato	calcolato per $C^8H^{12}ZnO^4$
Zn %	27.56	27.42

Il *sale sodico neutro* cristallizza in prismi incolori, molto solubili nell'acqua.

Lo studio di questo acido e degli altri acidi ββ dialchilglutarici nuovi sarà continuato.

3. Acido ββ metilpropilglutarico:



Ho ottenuto questo acido facendo bollire per 3-4 ore la β8 *metilpropil αα diciangluta rimide* con acido solforico al 60 %; appena incominciata la reazione ha luogo una regolare ebullizione con effervescenza, tanto è rapido lo sviluppo di anidride carbonica. Dopo raffreddamento l'olio che prima si era formato si solidifica alla superficie in forma di crosta cristallina. Diluisco con acqua, filtro e lavo bene il prodotto. Da 10 gr. di metilpropilglutarimide ottengo 7.6 gr. del nuovo acido (teoria 8.5) che ricristallizzo dall'acqua bollente in maniera che non si depositi oleoso, tenendo la soluzione abbastanza diluita.

Gr. 0.1754 di sostanza secca diedero 0.3696 di CO^2 e 0.1341 di H^2O.

Da cui:

		trovato	calcolato per $C^9H^{16}O^4$
C	=	57.46	57.44
H	=	8.49	8.51

L'acido ββ metilpropilglutarico cristallizza in aghi incolori, solubili a 92°. È poco solubile nell'acqua fredda e un poco più nella bollente, solubile nell'alcol e nell'etere.

Neutralizzato con ammoniaca, o con idrato di magnesio, e la soluzione posta in campanella piena di mercurio, *non* sviluppa nessun gas.

Sale di zinco. — L'ho ottenuto dalla soluzione diluita del sale ammonico con solfato di zinco. A poco a poco si separa il sale di zinco in lamelle sottili, incolore, assai poco solubili nell'acqua, anidre.

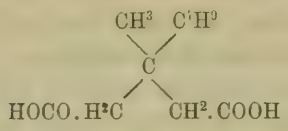
Gr. 0.5388 di sale secco a 125° fornirono 0.1745 di ZnO.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^9H^{14}ZnO^4$
Zn %	25.98	25.89

Questo sale di zinco è assai poco solubile nell'acqua. Le soluzioni del sale ammonico diluito a 1 : 600 dànno ancora precipitato cristallino col solfato di zinco.

4. Acido ββ metilbutilglutarico:



Si fa bollire a ricadere per circa 3 a 4 ore 1 p. di ββ metilbutilglutarimide in polvere fina, con 20 p. di acido solforico al 60 % di H^2SO^4. A poco a poco l'imide si scioglie, sviluppa anidride carbonica e comincia poi a formarsi un olio che si porta alla superficie. Dopo raffreddamento quest'olio si solidifica e forma una grossa crosta cristallina incolora che, lavata bene, viene ricristallizzata dall'acqua bollente, cui a poco a poco si aggiunge un poco di alcol per far in maniera che il nuovo acido non si depositi oleoso. Se si deposita liquido, lasciato a sè, a poco a poco, cristallizza. Alle volte prima di cristallizzare rimane liquido lungo tempo. È meglio cristallizzarlo da molt'acqua calda.

Gr. 0.1222 di sostanza secca sull'acido solforico fornirono 0.2678 di CO^2 e 0.1028 di H^2O.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{18}O^4$
C =	59.77	59.40
H =	9.30	8.91

Quest'acido cristallizza in lamelle o in prismi incolori; è pochissimo solubile nell'acqua specialmente a freddo, solubilissimo in alcol ed in etere. Fonde a 64°-65°. Neutralizzato con ammoniaca *non* sviluppa nessun gas.

Sale di argento. — Dalla soluzione del sale ammonico con nitrato d'argento. Precipitato bianco, microcristallino, pochissimo solubile nell'acqua anche bollente. Stabile alla luce.

Gr. 0.4551 fornirono 0.2346 di Ag.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{16}Ag^2O^4$
Ag % =	51.56	51.92

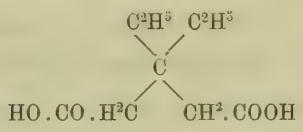
Sale di zinco. — Dalla soluzione del sale ammonico col solfato di zinco. Cristallizza in lamelle o aghi incolori; è pochissimo solubile nell'acqua, anzi quasi insolubile.

Gr. 0.4685 di sale anidro diedero 0.1436 di ZnO pari a 0.1152 di Zn.

Cioè:

	trovato	calcolato per $C^{10}H^{16}ZnO^4$
Zn %	24.58	24.52

5. Acido ββ dietilglutarico:

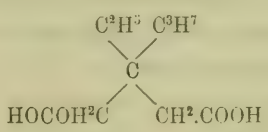


Quest'acido fu preparato dal D.re Edoardo Peano nel mio Laboratorio, con metodo analogo ai precedenti, cioè riscaldamento della ββ dietildicianglutarimide con 20 volte il suo peso di acido solforico a 60 %. Dopo 2 a 3 ore di moderata ebollizione la reazione è compiuta e dopo raffreddamento si ha una massa cristallina che raccolta e lavata non si ha che da ricristallizzare per avere il nuovo acido purissimo. Estraendo con etere le acque madri acide si ha ancora un poco di acido. Si forma in quantità esattamente teorica, cioè 100 %.

Cristallizza dall'acqua bollente in begli aghi brillanti; è poco solubile nell'acqua fredda, solubile in alcol e in etere. Fonde a 108° in liquido incoloro. Si volatilizza inalterato.

Neutralizzato con ammoniaca e posto sul mercurio in campanella *non* sviluppa nessun gas, mentre nelle stesse condizioni la ββ dietildicianglutarimide dà gas *etano.*

6. Acido ββ etilpropilglutarico:



È in cristalli fusibili a 71°-72°.

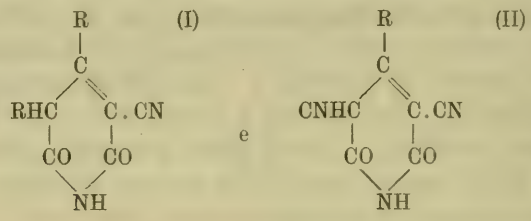
Dalle esperienze fatte risulta dunque che gli acidi ββ dialchilglutarici neutralizzati con ammoniaca o con idrato di magnesio *non* si scompongono e *non* danno idrocarburo. Esperienze ulteriori dimostreranno se gli acidi αα bicianglutarici danno idrocarburi o se è proprio necessario che la catena sia chiusa. Resterà poi a vedersi se altri gruppi elettronegativi simili al cianogeno come Cl. C^6H^5, ecc. αα bisostituiti negli acidi ββ dialchilglutarici producano la reazione da me indicata.

In un'altra nota descriverò gli acidi metilessil e metilnonilglutarico, etilpropil e dipropilglutarico, ecc.

II.

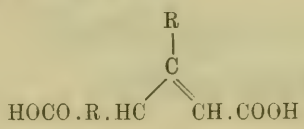
Acidi βalchilγcianvinilacetici.

Per l'azione delle aldeidi sull'etere cianacetico in presenza di ammoniaca o delle amine e per l'azione degli eteri βchetonici sull'etere cianacetico, nelle stesse condizioni, io ho, già da tempo, ottenuto i composti seguenti, non saturi:

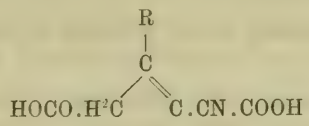


I derivati (II) si ottengono anche per decomposizione delle ββ dialchil αα dicianglutarimidi.

Tutti questi composti corrispondono ad acidi βalchilglutaconici e contengono: i primi (I), un gruppo cianico terziario $\overset{\diagdown}{\underset{|}{C}}.CN$, ed i secondi (II) uno secondario $CN.\overset{\diagdown}{\underset{|}{HC}}$ ed uno terziario; era quindi naturale che io tentassi di trasformare questi composti, (I) e (II), nei corrispondenti acidi glutaconici; ma non sono ancora riuscito ad ottenere questi acidi

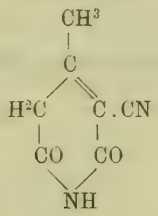


nè gli acidi α Δ cian β alchilglutaconici:



Però sino da questo momento posso dire che da questi miei composti mono- e bicianici ho ottenuto per idrolisi del gruppo iminico e del gruppo cianico secondario CN.CH degli acidi cianurati assai interessanti; il gruppo cianico terziario C.CN resiste moltissimo all'idrolisi.

Acido β metil γ cianvinilacetico. — Quando si riscalda 1 p. di γ metil α cianglutaconimide:



o il suo sale di ammonio con 20 p. di acido solforico al 60 %, si scioglie, poi all'ebollizione fa effervescenza sviluppando anidride carbonica. Raffreddato il liquido, aggiunsi poca acqua, e dopo un certo tempo, si depositano dei cristalli prismatici brillanti, che raccolti, lavati rapidamente alla pompa ed asciugati, fondevano a circa 224°-227° e che ricristallizzati dall'acqua fondevano a 199°-200°. Meglio è aggiungere al liquido primitivo, freddo, acido, un cristallino della sostanza proveniente dalla prima preparazione ed allora il liquido cristallizza presto. Questo composto è un acido azotato contenente senza dubbio il gruppo cianico, perchè con potassa concentrata ed anche fusa, non sviluppa ammoniaca ed occorre il riscaldamento con sodio o potassio per svelarvi l'azoto.

Quest'acido contiene H^2O che perde in parte nel vuoto, e completamente a 100°-105°.

I. Gr. 0.1009 di sostanza secca diedero 10.1 cm^3 di N a 8° e 744 mm.

II. Gr. 0.1164 di sostanza secca fornirono 0.2470 di CO^2 e 0.0602 di H^2O.

Da cui:

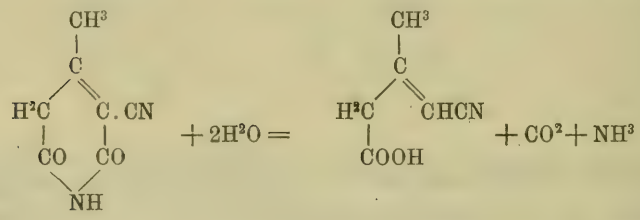
	trovato I	trovato II	calcolato per $C^6H^7NO^2$
C =	—	57.86	57.60
H =	—	5.74	5.60
N =	11.79	—	11.2

Gr. 0.2833 dell'acido cristallizzato e appena asciutto all'aria, perdettero, a 100°-105°, gr. 0.0360 di H^2O.

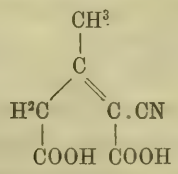
Da cui:

	trovata	calcolata per $C^6H^7NO^2+H^2O$
H^2O %	12.71	12.59

Questo acido si è formato senza dubbio nel modo seguente:



Prima però si deve formare l'acido cianglutaconico:



il quale perde CO^2 e dà l'acido indicato.

Lo stesso acido si forma facendo bollire a ricadere per 3 ore 1 p. di β metildicianglutaconimide con 20 p. di acido solforico

al 60 %. Si nota effervescenza con sviluppo di CO^2. Dopo raffreddamento si depositano dei cristalli prismatici brillanti, incolori, che raccolti, lavati con poca acqua e asciugati fondono a 225°-227° e dopo ricristallizzazione dall'acqua fondono verso 200°.

Gr. 0.3857 di acido secco all'aria, disseccati a 100°-105°, perdettero 0.0487 di H^2O.

Da cui:

	trovato	calcolato per $C^6H^7NO^2 + N^2O$
H^2O %	12.60	12.59

Gr. 0.1134 di acido seccato a 100°-105° diedero 10.7 cm^3 di N a 9°.5 e 738 mm.

Da cui:

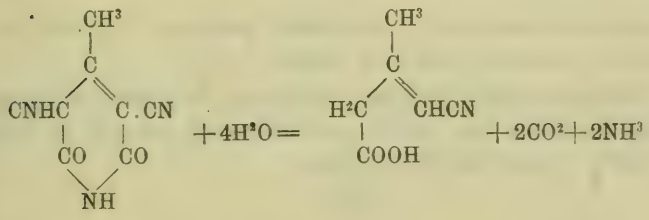
	trovato	calcolato per $C^6H^7NO^2$
N %	11.07	11.2

Quest'acido funziona come monobasico: Gr. 0.0514 di acido purissimo, in aghetti, sciolti in acqua e in presenza di fenolftaleina, richiesero 4.1 cm^3 di NaOH $\frac{N}{10}$ cioè 0.0164 di NaOH.

Cioè:

	trovato	calcolato
NaOH %	31.9	32.0

Quest'acido si forma secondo l'equazione seguente:



Questo acido cristallizza in begli aghi o in grossi prismi; è solubile nell'acqua, più a caldo che a freddo, dalla quale cristallizza bene.

La soluzione acquosa trattata col cloruro ferrico si colora in violaceo-bruno; coll'acetato di rame ingiallisce, poi deposita dei

bei cristalli giallo-ranciati che hanno una forma che ricorda i cristalli di acido urico; neutralizzato con ammoniaca e trattato col nitrato d'argento, dà un precipitato giallo che già a temperatura ordinaria si colora in rossastro, poi bruno e nero.

La soluzione acquosa di quest'acido stando all'aria arrossa, e la carta entro cui è stato asciugato dopo cristallizzato, si colora a poco a poco in azzurro. La sua soluzione acquosa, resa alcalina con soda e lasciata all'aria, si colora in azzurro-violetto intenso.

La sua soluzione acquosa trattata con acqua di bromo la scolora, assorbe il bromo, poi dà un precipitato bianco, che diventa successivamente roseo e rosso-bruno.

Fatto bollire con acqua di bromo in eccesso dà un liquido incoloro, ma continuando l'ebollizione si colora in violetto. Con acqua e poche goccie di soluzione di nitrito potassico al 10 % si colora in azzurro, meglio se si scalda. Sono queste le reazioni che dà anche la metilcianglutaconimide da cui l'acido deriva (1).

A questo nuovo acido ho assegnato, però con qualche riserva ancora, la formola:

$$\text{(A)} \qquad \begin{array}{c} CN.CH = C - CH^2.COOH \\ \quad\quad\quad\;\; | \\ \quad\quad\quad\; CH^3 \end{array}$$

e può denominarsi *acido* β*metil* γ*cianvinilacetico*; cioè può essere riguardato come un derivato dall'acido vinilacetico:

$$CH^3 = CH.CH^2.COOH$$

Solamente successive esperienze potranno dimostrare con sicurezza se questa formola è esatta o no.

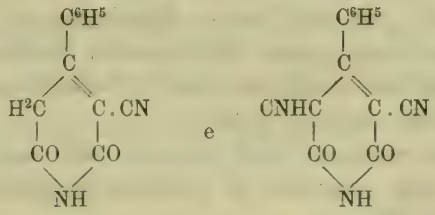
Il formarsi però lo stesso acido dai due composti mono- e bicianici, dimostra che molto probabilmente esso ha la formola da me data e non l'altra isomera:

$$\begin{array}{c} CH^3 \\ | \\ C \\ \diagup \quad \diagdown \\ CH^3 \quad C.CN \\ \quad\quad\;\; | \\ \quad\quad COOH \end{array}$$

(1) *Sintesi di composti piridinici*, ecc. in " Mem. R. Acc. delle Scienze di Torino ", serie II, t. XLVI.

perchè sappiamo che il carbossile, attaccato com'è in questo schema, si elimina facilmente.

Dalle mie γ*fenil*α*cianglutaconimide* e γ*fenildicianglutaconimide*:



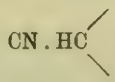
ho ottenuto un acido analogo al precedente in bellissimi cristalli fusibili a 255°-256°, e che senza dubbio è l'*acido* β*fenil*-γ*cianvinilacetico:*

$$CN.CH = \underset{\underset{C^6H^5}{|}}{C} - CH^2.COOH$$

come lo dimostrano l'analisi e le proprietà. Sarà descritto in un'altra Nota insieme ad altri acidi simili.

Questa nuova serie di acidi βalchilγcianvinilacetici ed altri composti azotati che derivano dalle mie mono- e diciangluta-conimide saranno oggetto di una successiva memoria. Spero anche di riuscire ad ottenere gli acidi cianglutaconici corrispondenti.

Risulta dunque da queste esperienze che nelle condizioni indicate, mentre si idrolizza facilmente il gruppo cianico secondario:



non si altera, o solo in parte, il gruppo cianico terziario:

Questo fatto è d'accordo con quanto osservarono Em. ed O. Fischer (1) e Bouveault (2) pel ciantrifenilmetano $(C^6H^5)^3.C.CN$

(1) " Ber. „, XI, p. 1599.
(2) " Bull. „, (3), IX, p. 375.

il quale resiste all'azione dell'acido cloridrico fumante, a 170°, alla potassa alcolica ed all'acido solforico; per saponificarlo bisogna scaldarlo a 200°-210°, in soluzione acetica, per un giorno, con acido cloridrico fumante. Le ricerche di Cain (1895), di V. Meyer (1895) e di altri hanno dimostrato che molti nitrili aromatici si idrolizzano assai difficilmente; Sudborough (1895) ha dovuto riscaldare certi nitrili a 120°-130° con 30 volte il loro peso di acido solforico a 90 %.

Questa osservazione potrà trovare utile applicazione per spiegare l'isomeria osservata in composti che possono contenere CNHC oppure C.CN.

Si noterà che molte volte il gruppo cianico secondario CHCN è assai resistente all'idrolisi in composti a catena chiusa, ma senza ossigeno, come nel caso del nitrile ciclogeranico, ed anche in composti a catena aperta, come il geranionitrile:

$$\begin{matrix} CH^3 \\ CH^3 \end{matrix}\!\!>C = CH . CH^2 - CH^2 - \underset{\underset{CH^3}{|}}{C} = CH . CN$$

Ciò spiega, almeno in parte, la formazione di questi miei composti acidi in presenza di acido solforico.

Torino. R. Università. Istituto di Chimica farmaceutica e tossicologica. Febbraio 1901.

Prodotto di due condizioni caratteristiche relative ai piani di un iperspazio.

Nota del prof. FRANCESCO PALATINI e del sig. G. ZENO GIAMBELLI (*).

Il problema che si propone di esprimere il prodotto di due condizioni caratteristiche mediante una somma di condizioni siffatte (problema importante giacchè dalla soluzione di esso deriva la possibilità di calcolare una quantità di numeri interessanti non solo per ciò che riguarda gli spazi lineari di un iperspazio, ma ben anche relativamente ad altre varietà algebriche) non è stato risolto, qualora le condizioni siano affatto generali, che nel caso in cui le medesime si riferiscano a rette, e la soluzione è stata data dal sig. H. Schubert nel vol. 26 dei " Math. Ann. ". Relativamente a spazi di un qualsiasi numero di dimensioni di un dato iperspazio si sa esprimere il prodotto di due condizioni caratteristiche soltanto in casi speciali. Di questi casi è della massima importanza quello trattato pure dallo Schubert nel vol. 8 degli " Acta Mathematica ", nel quale una delle condizioni per un $[p]$ di $[n]$ consiste nel dover essere incidente ad un dato $[n-p-1]$, mentre l'altra è generale. Sono pure molto

(*) Avendo avuto occasione ciascuno degli autori della presente Nota, d'intrattenersi sui propri studi attuali col prof. Segre, questi ebbe a constatare che entrambi stavano trattando, indipendentemente l'uno dall'altro e per vie diverse, la questione del prodotto di due condizioni caratteristiche relative ai piani di un iperspazio. Resi edotti di questo, essi s'accordarono, dietro invito dell'egregio Professore, di fondere in un solo lavoro i risultati delle loro ricerche. L'uno degli autori (Palatini) prende in esame la questione partendo dalle radici e la tratta con metodo geometrico applicando ripetutamente il principio della conservazione del numero, e la parte di questa Nota da lui svolta è quella compresa nei §§ 1-6; l'altro autore (Giambelli), al quale appartengono i §§ 7-9, procede mediante il calcolo simbolico della geometria numerativa, e prendendo le mosse da una formola ottenuta dal prof. Pieri, arriva più speditamente al suo risultato finale.

interessanti i casi trattati dal prof. Pieri nei " Rend. dell'Ist. Lomb. „ (anni 1893-95).

1. — Per comodità del lettore premettiamo la soluzione del problema analogo a quello di cui ci occupiamo, per la retta.

Sia (a_0, a_1) (b_0, b_1) il prodotto che si vuole convertire in somma. La retta deve stare in $[a_1]$, $[b_1]$ e perciò nel $[a_1+b_1-n]$ ad essi comune, essendo $[n]$ lo spazio ambiente, e inoltre deve avere un punto in $[a_0]$ ed uno in $[b_0]$, cioè dev'essere incidente agli spazi $[a_0+b_1-n]$, $[b_0+a_1-n]$ in cui quelli incontrano $[a_1+b_1-n]$. Risulta di qui che condizione necessaria e sufficiente per la possibilità di coesistenza delle condizioni (a_0, a_1), (b_0, b_1) è $a_0+b_1-n \geq 0$, $b_0+a_1-n \geq 0$, donde segue (avendo a essere $a_1 > a_0$, $b_1 > b_0$) anche $a_1+b_1 \geq n+1$.

Prendiamo $[a_0+b_1-n]$, $[b_0+a_1-n]$ in modo da trovarsi in un $[a_1+b_1-n-1]$ e da avere perciò in comune un $[a_0+b_0-n+1]$. Allora soddisfano alla nostra condizione

I° le rette di $[a_1+b_1-n]$ incidenti a $[a_0+b_0-n+1]$, cioè quelle rette di $[n]$ che soddisfano alla condizione

$$(a_0+b_0-n+1, \qquad a_1+b_1-n) \text{ (*)}$$

II° le rette di $[a_1+b_1-n-1]$ incidenti ad $[a_0+b_1-n]$, $[b_0+a_1-n]$.

Riferendoci a questo secondo gruppo, si prendano i due ultimi spazi nominati in un $[a_1+b_1-n-2]$ e perciò segantisi in un $[a_0+b_0-n+2]$. Le rette di questo gruppo si dividono allora nei seguenti altri.

I°$_1$ delle rette di $[a_1+b_1-n-1]$ incidenti ad $[a_0+b_0-n+2]$, cioè delle rette di $[n]$ che soddisfano alla condizione

$$(a_0+b_0-n+2, \qquad a_1+b_1-n-1)$$

II°$_1$ delle rette di $[a_1+b_1-n-2]$ incidenti a $[a_0+b_1-n]$, $[b_0+a_1-n]$.

(*) Se mai risultasse $a_0+b_0-n+1<0$ allora questo simbolo sarebbe da porsi eguale a zero e le rette da noi cercate sarebbero soltanto quelle del gruppo II. Noi però per ragioni di generalità manterremo nelle formole anche i simboli privi di senso, seguendo l'esempio dello Schubert. Questa osservazione va sottintesa in tutti i casi analoghi che si presenteranno in questo scritto.

Così continuando si arriva a due gruppi

I°_{k-1} delle rette di un $[a_1 + b_1 - n - k + 1]$ incidenti ad un suo $[a_0 + b_0 - n + k]$, ossia delle rette di $[n]$ che soddisfano alla condizione

$$(a_0 + b_0 - n + k, \qquad a_1 + b_1 - n - k + 1)$$

II°_{k-1} delle rette di un $[a_1 + b_1 - n - k]$ incidenti a $[a_0 + b_1 - n]$, $[b_0 + a_1 - n]$ posti in esso. Questo esige che sia $a_1 + b_1 - n - k \geq a_0 + b_1 - n + 1$, $a_1 + b_1 - n - k \geq b_0 + a_1 - n + 1$, cioè

$$k \leq a_1 - a_0 - 1, \qquad k \leq b_1 - b_0 - 1$$

cioè il massimo valore di k è il minore dei due numeri $a_1 - a_0 - 1$, $b_1 - b_0 - 1$. Che se, posto p. e. $a_1 - a_0 \leq b_1 - b_0$, è $k = a_1 - a_0 - 1$, allora il gruppo II°_{k-1} si compone delle rette di un $[a_0 + b_1 - n + 1]$ incidenti ad $[a_0 + b_1 - n]$ (ciò che avviene da per sè) ed a $[b_0 + a_1 - n]$, cioè delle rette di $[n]$ tali da soddisfare alla condizione

$$(b_0 + a_1 - n, \qquad a_0 + b_1 - n + 1)$$

mentre se è $b_1 - b_0 \leq a_1 - a_0$, posto $k = b_1 - b_0 - 1$ il gruppo II°_{k-1} è formato dalle rette di $[n]$ soggette alla condizione

$$(a_0 + b_1 - n, \qquad a_1 + b_0 - n + 1).$$

Dopo ciò si può concludere

$$(a_0, a_1)(b_0, b_1) = \sum_{\alpha=0}^{\alpha=h} (a_0 + b_0 - n + 1 + \alpha,\ a_1 + b_1 - n - \alpha) \ (*) \qquad (1)$$

dove h è il minore dei numeri $a_1 - a_0 - 1$, $b_1 - b_0 - 1$.

2. — Passando al piano sia (a_0, a_1, a_2) (b_0, b_1, b_2) il prodotto che si vuol convertire in somma. La multiplicità della condizione di cui ci occupiamo è $6n - 6 - (a_0 + a_1 + a_2 + b_0 + b_1 + b_2)$. Il piano deve trovarsi in $[a_2]$, $[b_2]$ e per conseguenza nel $[a_2 + b_2 - n]$ ad essi comune. Deve avere una retta in comune con $[a_1]$ di $[a_2]$

(*) Tenendo conto della nota precedente si vede che i termini di questa somma saranno diversi da 0 per quei valori di α per i quali è $a_0 + b_0 - n - 1 + \alpha \geq 0$. Tenuto poi conto del valore massimo di α si vede che è sempre $a_0 + b_0 - n + 1 + \alpha < a_1 + b_1 - n - \alpha$.

ed una con $[b_1]$ di $[b_2]$ e quindi coi loro spazi d'incontro con $[a_2+b_2-n]$, i quali sono rispettivamente due spazi $[a_1+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$. La retta in cui è incontrato $[b_1+a_2-n]$ dev'essere incidente a $[a_0]$ di $[a_1]$ e perciò allo spazio $[a_0+b_2-n]$ comune ad $[a_0]$ e $[a_1+b_2-n]$; la retta in cui è incontrato $[b_1+a_2-n]$ dev'essere incidente a $[b_0]$ di $[b_1]$ e quindi allo spazio $[b_0+a_2-n]$ comune a $[b_0]$ e a $[b_1+a_2-n]$.

Dunque abbiamo un $[a_2+b_2-n]$ ed in questo 1° un $[a_1+b_2-n]$ contenente un $[a_0+b_2-n]$, 2° un $[b_1+a_2-n]$ contenente un $[b_0+a_2-n]$, e si devono considerare i piani che stanno in $[a_2+b_2-n]$ e che 1° incontrano $[a_1+b_2-n]$ in una retta incidente ad $[a_0+b_2-n]$, 2° incontrano $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente a $[b_0+a_2-n]$. Inoltre gli spazi $[a_1+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ si tagliano in un $[a_1+b_1-n]$, ed ognuno dei piani cercati dovendo incontrare in una retta ciascuno di quelli, dovrà essere incidente a questo $[a_1+b_1-n]$.

Dalle considerazioni ora esposte risulta che condizione necessaria e sufficiente per la coesistenza delle due date condizioni è

$$a_0+b_2-n\geq 0,\quad b_0+a_2-n\geq 0,\quad a_1+b_1-n\geq 0,$$

chè allora è anche (dovendo essere $a_0<a_1<a_2$, $b_0<b_1<b_2$) $a_1+b_2-n\geq 1$, $b_1+a_2-n\geq 1$, $a_2+b_2-n\geq 2$. Che la condizione sia necessaria fa appena bisogno di dirlo; che essa sia sufficiente vedesi tosto conducendo per un punto di $[a_1+b_1-n]$ una retta di $[a_1+b_2-n]$ incidente ad $[a_0+b_2-n]$ ed una di $[b_1+a_2-n]$ incidente a $[b_0+a_2-n]$, chè queste due rette determinano un piano di $[a_2+b_2-n]$ il quale soddisfa alle due condizioni date. Anzi con tale costruzione l'infinità dei piani che otteniamo è di dimensione $(a_0+b_2-n)+(b_0+a_2-n)+(a_1+b_1-n)$, il che conferma che l'insieme delle condizioni date costituisce una condizione di dimensione $6n-6-(a_0+a_1+a_2+b_0+b_1+b_2)$.

Ciò premesso, prendiamo $[a_1+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ in un $[a_2+b_2-n-1]$ (variando convenientemente uno di essi intorno ad $[a_1+b_1-n]$), e segantisi perciò in un $[a_1+b_1-n+1]$ contenente $[a_1+b_1-n]$. Allora i piani cercati si dividono in due gruppi:

I° dei piani di $[a_2+b_2-n]$ seganti $[a_1+b_1-n+1]$ in una retta (e siccome questa incontra certo $[a_1+b_1-n]$, così a questo

spazio riescono di per sè incidenti quei piani) incidente agli spazi $[a_0+b_1-n+1]$, $[b_0+a_1-n+1]$ in cui $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$ vengono tagliati da $[a_1+b_1-n+1]$. Questa condizione per la retta, ricordando quanto si disse al principio del n° 1 può esprimersi così $(a_0+1,\ a_1+1)\ (b_0,\ b_1)$, ma noi per ottenere maggiore uniformità con espressioni che troveremo in seguito la indicheremo con $(a_0+1,\ a_1+1)\ (b_0,\ b_1)\ (n-1,\ n)$. Se un piano deve stare in un $[c_2]$ e deve contenere una retta che soddisfi ad una condizione m, si rappresenterà ciò col simbolo $\}m,\ c_2\{$. Evidentemente se è $m=m_1+m_2+\ldots+m_r$, sarà $\}m,\ c_2\{=\}m_1,\ c_2\{+$ $+\}m_2,\ c_2\{+\ldots+\}m_r,\ c_2\{$. Dopo ciò possiamo dire che i piani di questo primo gruppo sono quelli che soddisfano alla condizione

$$\}(a_0+1,\ a_1+1)\ (b_0,\ b_1)\ (n-1,\ n),\ a_2+b_2-n\{$$

II° dei piani di $[a_2+b_2-n-1]$ incidenti ad $[a_1+b_1-n]$ e seganti $[a_1+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ ciascuno in una retta incidente rispettivamente ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$. Prendiamo ora $[a_1+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ in un $[a_2+b_2-n-2]$ (variando convenientemente uno di essi intorno ad $[a_1+b_1-n+1]$) e segantisi perciò in un $[a_1+b_1-n+2]$ contenente $[a_1+b_1-n]$. I piani di questo gruppo si dividono allora in due gruppi

I°$_1$ formato dai piani di $[a_2+b_2-n-1]$ seganti $[a_1+b_1-n+2]$ in una retta incidente a $[a_1+b_1-n]$ ed agli spazi $[a_0+b_1-n+2]$, $[b_0+a_1-n+2]$ in cui $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$ vengono tagliati da $[a_1+b_1-n+2]$. La condizione per una retta di $[n]$ di stare in $[a_1+b_1-n+2]$ e di tagliare $[a_0+b_1-n+2]$, $[b_0+a_1-n+2]$ di questo si esprime così $(a_0+2,\ a_1+2)(b_0,\ b_1)$, come si vede ricordando quanto si disse al principio del n° 1, e questa va moltiplicata per la condizione di stare in $[a_1+b_1-n+2]$ e d'incontrare $[a_1+b_1-n]$ di questo. Ora una retta di $[n]$ per il fatto che soddisfa alla condizione espressa dall'anzidetto prodotto si trova già in $[a_1+b_1-n+2]$, quindi taglierà inoltre $[a_1+b_1-n]$ se la si costringe a tagliare un $[n-2]$ generico di $[n]$ passante per $[a_1+b_1-n]$, giacchè questo $[n-2]$ non ha in comune con $[a_1+b_1-n+2]$ altro che $[a_1+b_1-n]$; perciò la condizione in discorso, avuto riguardo al suo legame con quella espressa dal nominato prodotto, può esprimersi con

$(n-2, n)$. Dunque i piani del gruppo I^o_1 sono quelli che soddisfano alla condizione

$$\{(a_0+2,\ a_1+2)\ (b_0, b_1)\ (n-2, n),\ a_2+b_2-n-1\}$$

II^o_1 dei piani di $[a_2+b_2-n-2]$ incidenti ad $[a_1+b_1-n]$ e seganti $[a_1+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ ciascuno in una retta incidente rispettivamente ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$.

Così continuando si arriva ai gruppi

I^o_{k-1} dei piani di un $[a_2+b_2-n-k+1]$ seganti un suo $[a_1+b_1-n+k]$ in una retta incidente ad un $[a_1+b_1-n]$, a un $[a_0+b_1-n+k]$ ed a un $[b_0+a_1-n+k]$ di $[a_1+b_1-n+k]$, cioè tali da soddisfare alla condizione

$$\{(a_0+k,\ a_1+k)\ (b_0, b_1)\ (n-k, n),\ a_2+b_2-n-k+1\}$$

II^o_{k-1} dei piani di un $[a_2+b_2-n-k]$ incidenti ad un $[a_1+b_1-n]$ di questo e seganti un $[a_1+b_2-n]$ e un $[b_1+a_2-n]$ del medesimo ciascuno in una retta incidente rispettivamente ad un $[a_0+b_2-n]$ e ad un $[b_0+a_2-n]$. Questo richiede che sia

$$a_2+b_2-n-k \geq a_1+b_2-n+1, \quad a_2+b_2-n-k \geq b_1+a_2-n+1$$

(chè allora è certo anche $a_2+b_2-n-k \geq a_1+b_1-n+2$), cioè

$$k \leq a_2-a_1-1, \qquad k \leq b_2-b_1-1$$

ossia il massimo valor di k è il minore dei due numeri a_2-a_1-1, b_2-b_1-1. Che se, posto p. e. $a_2-a_1 \leq b_2-b_1$, è $k=a_2-a_1-1$, allora il gruppo I^o_{k-1} è un gruppo

$I^o_{a_2-a_1-2}$ formato dai piani che soddisfano alla condizione

$$\{(a_0+(a_2-a_1-1),\ a_2-1)\ (b_0, b_1)\ (n-(a_2-a_1-1), n),\ a_1+b_2-n+2\}$$

mentre il gruppo II^o_{k-1} è un gruppo

$II^o_{a_2-a_1-2}$ composto dei piani di un $[a_1+b_2-n+1]$ incidenti ad un $[a_1+b_1-n]$ di questo e seganti un suo $[a_1+b_2-n]$ in una retta (fatto che avviene di per sè) incidente ad un $[a_0+b_2-n]$ di quest'ultimo, e seganti ancora un $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad un $[b_0+a_2-n]$ di questo. Ora prendendo $[b_1+a_2-n]$

in $[a_1+b_2-n]$ (essendosi posto $a_2-a_1 \leq b_2-b_1$ è $b_1+a_2-n \leq a_1+$ $+b_2-n$), questo gruppo si divide nei seguenti

I°$_{a_2-a_1-1}$ dei piani di $[a_1+b_2-n+1]$ seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad $[a_1+b_1-n]$, $[b_0+a_2-n]$ ed allo spazio $[a_0+b_1+(a_2-a_1)-n]$ d'incontro di $[b_1+a_2-n]$ con $[a_0+b_2-n]$, cioè tali da soddisfare alla condizione

$$\{(a_0+(a_2-a_1),\ a_1+(a_2-a_1))\ (b_0,\ b_1)\ (n-(a_2-a_1),\ n),\ a_1+b_2-n+1\}$$

ciò che si vede con lo stesso ragionamento tenuto per gli analoghi gruppi precedenti. Abbiamo così intanto ottenuto nello sviluppo del nostro prodotto il seguente gruppo di termini

$$\sum_{i_1=0}^{i_1=a_2-a_1-1} \}(a_0+i_1+1,\ a_1+i_1+1)(b_0,\ b_1)(n-i_1-1,n),a_2+b_2-n-i_1\{ \quad (2)$$

II°$_{a_2-a_1-1}$ dei piani di $[a_1+b_2-n]$ incidenti ad $[a_0+b_2-n]$ e seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente a $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$.

3. — Riferendoci a quest'ultimo gruppo, prendiamo $[a_0+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ in un $[a_1+b_2-n-1]$, e perciò segantisi in un $[a_0+b_1+(a_2-a_1+1)-n]$. Allora i piani del gruppo in discorso si dividono nei due gruppi

I°$_{a_2-a_1}$ dei piani di $[a_1+b_2-n]$ seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad $[a_1+b_1-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_0+b_1+(a_2-a_1+1)-n]$, cioè soddisfacenti alla condizione

$$\}(a_0+(a_2-a_1+1),\ a_2)\ (b_0,\ b_1)\ (n-(a_2-a_1),\ n),\ a_1+b_2-n\{$$

II°$_{a_2-a_1}$ dei piani di $[a_1+b_2-n-1]$ incidenti ad $[a_0+b_2-n]$ e aventi con $[b_1+a_2-n]$ in comune una retta segante $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$. Si prenda ora $[a_0+b_2-n]$, $[b_1+a_2-n]$ in un $[a_1+b_2-n-2]$ e quindi tali da avere in comune un $[a_0+b_1+$ $+(a_2-a_1+2)-n]$. Avremo allora, analogamente a quanto si disse in principio di questo n°, i gruppi

I°$_{a_2-a_1+1}$ dei piani che soddisfano alla condizione

$$\}(a_0+(a_2-a_1+2),\ a_2)\ (b_0,\ b_1)\ (n-(a_2-a_1),n),\ a_1+b_2-n-1\{$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_1+1}$ dei piani di $[a_1+b_2-n-2]$ incidenti ad $[a_0+b_2-n]$ e seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente a $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$.

Così continuando arriveremo ai seguenti gruppi

$\mathrm{I}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$ dei piani che soddisfano alla condizione

$$\{(a_0+(a_2-a_1+h),\, a_2)\,(b_0,\, b_1)\;\; (n-(a_2-a_1),\, n),\;\; a_1+b_2-n+1-h\}$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$ dei piani di un $[a_1+b_2-n-h]$ incidenti ad un $[a_0+b_2-n]$ e seganti un $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad un $[b_0+a_2-n]$ ed a un $[a_1+b_1-n]$. Per questo dev'essere $a_1+b_2-n-h \geq a_0+b_2-n+2$, $a_1+b_2-n-h \geq b_1+a_2-n+1$, cioè $h \leq a_1-a_0-2$, $h \leq (b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1$, cioè il massimo valore di h è il più piccolo dei due numeri a_1-a_0-2, $(b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1$. Sia $a_1-a_0-2 \leq (b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1$ e si faccia $h=a_1-a_0-2$. In questo caso il gruppo $\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$ è un gruppo

$\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_0-3}$ composto dei piani di un $[a_0+b_2-n+2]$ incidenti ad un suo $[a_0+b_2-n]$ (ciò che avviene di per sè), e seganti un suo $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad un $[b_0+a_2-n]$ ed a un $[a_1+b_1-n]$ di questo $[b_1+a_2-n]$, sicchè questi piani sono quelli che soddisfano alla condizione

$$\{(a_1,\, a_2)\,(b_0,\, b_1),\; a_0+b_2-n+2\}$$

mentre il gruppo $\mathrm{I}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$ è un gruppo

$\mathrm{I}^{\circ}_{a_2-a_0-3}$ formato dai piani che soddisfano alla condizione

$$\{(a_2-2,\, a_2)\,(b_0,\, b_1)\;\; (n-(a_2-a_1),\, n),\; a_0+b_2-n+3\}$$

Riguardo al gruppo $\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_0-3}$ osserviamo che è $(a_1,\, a_2) = (a_2-1,\, a_2)\,(n-(a_2-a_1),\, n)$ come si vede tosto rammentando ciò che abbiam detto al principio del n° 1, per cui la condizione alla quale soddisfano i piani di questo gruppo si può scrivere anche così

$$\{(a_2-1,\, a_2)(b_0,\, b_1)\,(n-(a_2-a_1),\, n),\; a_0+b_2-n+2\}.$$

Dunque nelle fatte ipotesi dopo il gruppo (2) il nostro sviluppo si compone ancora dei soli seguenti termini:

$$\sum_{i_2=0}^{i_2=a_1-a_0-2} \{(a_0+(a_2-a_1)+i_2+1, a_2)(b_0,b_1)(n-(a_2-a_1),n), a_1+b_2-n-i_2\} \quad (3)$$

Riepiloghiamo quanto abbiamo fin qui ottenuto. Si è supposto $a_2-a_1\leq b_2-b_1$, $a_1-a_0-1\leq(b_2-b_1)-(a_2-a_1)$, cioè $a_2-a_1\leq b_2-b_1$, $a_2-a_0-1\leq b_2-b_1$. Siccome è $a_0+1\leq a_1$, così avremo $a_2-a_1\leq a_2-a_0-1$ per cui la $a_2-a_0-1\leq b_2-b_1$ assorbe la $a_2-a_1\leq b_2-b_1$, quindi se è $a_2-a_1=b_2-b_1$, sarà anche $a_2-a_0-1=b_2-b_1$ ed anche $a_2-a_0-1=a_2-a_1$ donde $a_1=a_0+1$. Ora da quanto si disse nei n.i 2, 3 risulta che nelle ipotesi indicate al principio del presente numero è

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2)=$$

$$=\sum_{i_1=0}^{i_1=a_2-a_1-1}\}(a_0+i_1+1,\ a_1+i_1+1)(b_0,b_1)(n-i_1-1,n),\ a_2+b_2-n-i_1\{ \quad (4)$$

$$+\sum_{i_2=0}^{i_2=a_1-a_0-2}\}(a_0+(a_2-a_1)+i_2+1,a_2)(b_0,b_1)(n-(a_2-a_1),n),\ a_1+b_2-n-i_2\{.$$

Nel caso di $a_2-a_1=b_2-b_1$, dovendo essere $a_1=a_0+1$, la seconda sommatoria diventa nulla e lo sviluppo si riduce a

$$\sum_{i_1=0}^{i_1=a_2-a_0-2}\}(a+i_1+1,\ a_0+i_1+2)(b_0,b_1)(n-i_1-1,n),\ a_2+b_2-n-i_1\{ \quad (*)$$

e siccome per la (1) è

$$(a_0+i_1+1,\ a_0+i_1+2)(n-i_1-1,n)=(a_0+1,\ a_0+i_1+2)$$

così abbiamo che nell'ultima ipotesi fatta la (4) si riduce alla

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0,b_1,b_2)=\sum_{i_1=0}^{i_1=a_2-a_0-2}\}(a_0+1,\ a_0+i_1+2)(b_0,b_1),\ a_2+b_2-n-i_1\{.$$

(*) Ciò corrisponde al fatto che in tal caso nel gruppo $\Pi^{\circ}_{a_2-a_1-2}$ la retta in cui uno dei piani richiesti taglia $[a_1+b_2-n]$ riesce senz'altro incidente ad $[a_0+b_2-n]$ per cui il gruppo si compone dei piani di $[a_1+b_2-n+1]\equiv[a_0+b_2-n+2]$ seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente a un $[b_0+a_2-n]$ ed inoltre incidenti ad $[a_1+b_1-n]$. Prendendo allora $[a_1+b_1-n]$ in $[b_1+a_2-n]$ il nostro gruppo equivale a quello dei piani di $[a_1+b_2-n+1]$ seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad $[a_1+b_1-n]$, $[b_0+a_2-n]$, cioè dei piani che soddisfano alla condizione $\}(a_1, a_2)(b_0, b_1), a_0+b_2-n+1\{$, cioè (v. oss. relativa al gruppo $\Pi^{\circ}_{a_2-a_0-3}$) alla $\}(a_2-1,\ a_2)(b_0,b_1)(n-(a_2-a_1),n),\ a_0+b_2-n+2\{$ che nella presente ipotesi è l'ultimo termine della prima sommatoria della (4).

4. — Ritornando al gruppo $\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$ supponiamo ora che sia $(b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1 \leq a_1-a_0-2$ e si faccia $h=(b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1$. Allora i gruppi $\mathrm{I}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$, $\mathrm{II}^{\circ}_{a_2-a_1-1+h}$ sono due gruppi

$\mathrm{I}^{\circ}_{b_2-b_1-2}$ i cui piani sono quelli che soddisfano alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1-1), a_2)(b_0, b_1)(n-(a_2-a_1), n), b_1+a_2-n+2\{$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{b_2-b_1-2}$ formato dai piani di un $[b_1+a_2-n+1]$ incidenti ad un suo $[a_0+b_2-n]$ e seganti un $[b_1+a_2-n]$ del medesimo in una retta (ciò che non costituisce condizione di sorta) incidente agli spazi $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$ di questo $[b_1+a_2-n]$. Riferendoci a questo gruppo prendiamo $[a_0+b_2-n]$ in $[b_1+a_2-n]$ ed esso allora si scinderà nei gruppi seguenti

$\mathrm{I}^{\circ}_{b_2-b_1-1}$ dei piani di $[b_1+a_2-n+1]$ seganti $[b_1+a_2-n]$ in una retta incidente ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$, cioè tali da soddisfare alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1), a_2)(b_0, b_1)(n-(a_2-a_1), n), b_1+a_2-n+1\{.$$

E qui possiamo notare che nella presente ipotesi il nostro sviluppo oltre al gruppo (2) di termini contiene ancora intanto questi altri

$$\sum_{i_2=0}^{i_2=(b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1} \}(a_0+(a_2-a_1)+i_2+1, a_2)(b_0,b_1)(n-(a_2-a_1),n), a_1+b_2-n-i_2\{ \quad (5)$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{b_2-b_1-1}$ dei piani di $[b_1+a_2-n]$ incidenti ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$. Se questi tre spazi si prendono in un $[b_1+a_2-n-1]$, il gruppo si divide in questi altri

$\mathrm{I}^{\circ}_{b_2-b_1}$ dei piani di $[b_1+a_2-n]$ seganti $[b_1+a_2-n-1]$ in una retta incidente ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$, cioè soddisfacenti alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1), a_2-1)(b_0+1, b_1)(n-(a_2-a_1)+1, n), b_1+a_2-n\{$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{b_2-b_1}$ dei piani di $[b_1+a_2-n-1]$ incidenti ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$. Prendendo questi tre spazi in un $[b_1+a_2-n-2]$ si otterranno i gruppi

$\mathrm{I}^{\circ}_{b_2-b_1+1}$ dei piani di $[b_1+a_2-n-1]$ che segano $[b_1+a_2-n-2]$ in una retta incidente ai tre spazi ora nominati, e che perciò soddisfano alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1),a_2-2)(b_0+2,b_1)(n-(a_2-a_1)+2,n),b_1+a_2-n-1\{$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{b_2-b_1+1}$ dei piani di $[b_1+a_2-n-2]$ incidenti ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$. Così proseguendo si arriva ai gruppi $\mathrm{I}^{\circ}_{b_2-b_1-1+l}$ dei piani soggetti alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1),a_2-l)(b_0+l,b_1)(n-(a_2-a_1)+l,n),b_1+a_2-n+1-l\{$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{b_2-b_1-1+l}$ dei piani di un $[b_1+a_2-n-l]$ incidenti ad $[a_0+$ $+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$, $[a_1+b_1-n]$. Posto p. es. che quest'ultimo sia lo spazio fra i tre ora nominati che ha maggior dimensione, dev' essere $b_1+a_2-n-l \geq a_1+b_1-n+2$, cioè $l \leq a_2-a_1-2$. Per $l=a_2-a_1-2$ si hanno i gruppi

$\mathrm{I}^{\circ}_{(b_2-b_1)+(a_2-a_1)-3}$ dei piani che soddisfano alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1),a_1+2)(b_0+(a_2-a_1)-2,b_1)(n-2,n),a_1+b_1-n+3\{$$

$\mathrm{II}^{\circ}_{(b_2-b_1)+(a_2-a_1)-3}$ dei piani di un $[a_1+b_1-n+2]$ incidenti ad $[a_1+b_1-n]$, il che avviene certo, e ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$. Se prendiamo questi ultimi due spazi in un $[a_1+b_1-n+1]$, allora il presente gruppo equivale a quest'altro

$\mathrm{I}^{\circ}_{(b_2-b_1)+(a_2-a_1)-2}$ dei piani di $[a_1+b_1-n+2]$ seganti $[a_1+b_1-$ $-n+1]$ in una retta incidente ad $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$ e perciò soggetti alla condizione

$$\}(a_0+(b_2-b_1),\, a_1+1)(b_0+(a_2-a_1)-1,\, b_1)(n-1,n),\, a_1+b_1-n+2\{.$$

Dunque nelle attuali ipotesi oltre ai gruppi (2), (5) il nostro sviluppo contiene ancora soltanto i termini

$$\sum_{i_3=0}^{i_3=a_2-a_1-2} \}(a_0+(b_2-b_1),a_2-i_3-1)(b_0+i_3+1,b_1)(n-(a_2-a_1)+i_3+1,n),\\ b_1+a_2-n-i_3\{ \qquad (6)$$

Se fra gli spazi $[a_1+b_1-n]$, $[a_0+b_2-n]$, $[b_0+a_2-n]$ di cui si è parlato nel gruppo $\mathrm{II}^{\circ}_{b_2-b_1+1-l}$ fosse $[a_0+b_2-n]$ quello di

maggior dimensione, non vi sarebbe altra differenza in ciò che si disse per giungere ai termini (6) che questa, che bisognerebbe prendere $l \leq (a_2 - a_0) - (b_2 - b_1) - 2$ invece di $l \leq a_2 - a_1 - 2$, e perciò nella sommatoria precedente sarebbe $(a_2 - a_0) - (b_2 - b_1) - 2$ il limite superiore; e se fosse $[b_0 + a_2 - n]$ quello dei tre spazi anzidetti di maggior dimensione, bisognerebbe prendere $l \leq b_2 - b_0 - 2$ e porre $b_2 - b_0 - 2$ come limite superiore nella (6).

Dopo ciò si può concludere che nell'ipotesi $a_2 - a_1 \leq b_2 - b_1$, $(b_2 - b_1) - (a_2 - a_1) \leq a_1 - a_0 - 1$, si ha

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2) =$$

$$\sum_{i_1=0}^{i_1=a_2-a_1-1} \{(a_0+i_1+1, a_1+i_1+1)(b_0,b_1)(n-i_1-1,n), a_2+b_2-n-i_1\} \tag{7}$$

$$+ \sum_{i_2=0}^{i_2=(b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1} \{(a_0+(a_2-a_1)+i_2+1, a_2)(b_0,b_1)(n-(a_2-a_1),n),(a_1+b_2-n-i_2)\}$$

$$+ \sum_{i_3=0}^{i_3=\beta_2} \{(a_0+(b_2-b_1), a_2-i_3-1)(b_0+i_3+1,b_1)(n-(a_2-a_1)+i_3+1,n), b_1+a_2-n-i_3\}$$

dove β_2 indica il più piccolo dei tre numeri $a_2 - a_1 - 2$, $(a_2 - a_0) - (b_2 - b_1) - 2$, $b_1 - b_0 - 2$.

La (4) e la (7) si possono compendiare in una sola così

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2) =$$

$$\sum_{i_1=0}^{i_1=a_2-a_1-1} \{(a_0+i_1+1, a_1+i_1+1)(b_0,b_1)(n-i_1-1,n), a_2+b_2-n-i_1\} \tag{8}$$

$$+ \sum_{i_2=0}^{i_2=\beta_1} \{(a_0+(a_2-a_1)+i_2+1, a_2)(b_0,b_1)(n-(a_2-a_1),n), a_1+b_2-n-i_2\}$$

$$+ \sum_{i_3=0}^{i_3=\beta_2} \{a_0+(a_2-a_1)+\beta_1+1, a_2-i_3-1)(b_0+i_3+1,b_1)(n-(a_2-a_1)+ +i_3+1,n), b_1+a_2-n-i_3\}$$

dove β_2 ha il significato anzidetto, mentre β_1 rappresenta il minore dei due numeri $a_1 - a_0 - 2$, $(b_2 - b_1) - (a_2 - a_1) - 1$. Difatti la prima sommatoria è comune alle (4), (7); la seconda sommatoria della (8) diviene appunto la seconda della (4) per $\beta_1 = a_1 - a_0 - 2$ e la seconda della (7) per $\beta_1 = (b_2 - b_1) - (a_2 - a_1) - 1$, e infine la

terza sommatoria della (8) è la terza della (7) se si fa $\beta_1 = (b_2 - b_1) - (a_2 - a_1) - 1$ ed è priva di significato e perciò nulla per $\beta_1 = a_1 - a_0 - 2$.

5. — Ora sviluppando mediante la (1) le condizioni relative a rette contenute nella (8), otteniamo

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2) =$$

$$\sum_{i_1=0}^{i_1=\beta} \sum_{h_1=0}^{h_1=\gamma_1} \sum_{h_2=0}^{h_2=\gamma_2} (a_0+b_0+2+h_1+h_2-n, a_1+b_1+1+i_1-h_1-h_2-n, a_2+b_2-i_1-n) \tag{9}$$

$$+ \sum_{i_2=0}^{i_2=\beta_1} \sum_{k_1=0}^{k_1=\delta_1} \sum_{k_2=0}^{k_2=\delta_2} (a_0+b_0+3+k_1+k_2+i_2-n, a_1+b_1+1+\beta-k_1-k_2-n, a_2+b_2-1-\beta-i_2-n)$$

$$+ \sum_{i_3=0}^{i_3=\beta_2} \sum_{l_1=0}^{l_1=\varepsilon_1} \sum_{l_2=0}^{l_2=\varepsilon_2} (a_0+b_0+5+\beta_1+2i_3+l_1+l_2-n, a_1+b_1+\beta-i_3-l_1-l_2-n, a_2+b_2-2-\beta-\beta_1-i_3-n$$

dove abbiamo

$$\gamma_1 = \min.(a_1-a_0-1, b_1-b_0-1),$$
$$\gamma_2 = \min.[(a_1-a_0)+(b_1-b_0)-2-2h_1, i_1]$$
$$\delta_1 = \min.(a_1-a_0-i_2-2, b_1-b_0-1),$$
$$\delta_2 = \min.[(a_1-a_0)+(b_1-b_0)-3-i_2-2k_1, \beta]$$
$$\epsilon_1 = \min.(a_1-a_0-\beta_1-i_3-3, b_1-b_0-i_3-2),$$
$$\epsilon_2 = \min.[(a_1-a_0)+(b_1-b_0)-\beta_1-2l_1-2i_3-5, \beta-i_3-1].$$

Ponendo $i_2 = i'_2 - \beta - 1$, $k_2 = k'_2 - i'_2 + \beta$; $i_3 = i'_3 - \beta - \beta_1 - 2$, $l_2 = l'_2 - 2i'_3 + 2\beta + \beta_1 + 1$, otteniamo

$$\sum_{i_1=0}^{i_1=\beta} \sum_{h_1=0}^{h_1=\gamma_1} \sum_{h_2=0}^{h_2=\gamma_2} (a_0+b_0+2+h_1+h_2-n, a_1+b_1+1+i_1-h_1-h_2-n, a_2+b_2-i_1-n) +$$

$$\sum_{i'_2=\beta+1}^{i'_2=\beta+\beta_1+1} \sum_{k_1=0}^{k_1=\delta_1} \sum_{k'_2=i'_2-\beta}^{k'_2=\delta'_2} (a_0+b_0+2+k_1+k'_2-n, a_1+b_1+i'_2-k_1-k'_2-n, a_2+b_2-i'_2-n) +$$

$$\sum_{i'_3=\beta+\beta_1+2}^{i'_3=\beta+\beta_1+\beta_2+2} \sum_{l_1=0}^{l_1=\varepsilon_1} \sum_{l'_2=2i'_3-2\beta-\beta_1-1}^{l'_2=\varepsilon'_2} (a_0+b_0+2+l_1+l'_2-n, a_1+b_1+1+i'_3-l_1-l'_2-n, a_2+b_2-i'_3-n).$$

L'indice della prima sommatoria dei tre termini parte da 0 ed arriva senza interruzioni fino a $\beta+\beta_1+\beta_2+2$, il qual numero, tenendo conto di quanto si disse relativamente alle β, è il minore dei tre

$$(a_2-a_1)+(b_2-b_1)-2, \quad a_2-a_0-2, \quad b_2-b_0-2.$$

Abbiamo poi

finchè il primo indice varia da 0 a β,

$$\gamma_1=\min.(a_1-a_0-1, b_1-b_0-1)$$

finchè il primo indice varia da $\beta+1$ a $\beta+\beta_1+1$,

$$\delta_1=\min.[a_1-a_0-1-(i'_2-\beta),\ b_1-b_0-1]$$

finchè il primo indice varia da $\beta+\beta_1+2$ a $\beta+\beta_1+\beta_2+2$,

$$\epsilon_1=\min.[a_1-a_0-1-(i'_3-\beta),\ b_1-b_0-1-(i'_3-\beta-\beta_1-1)]$$

donde si vede, chiamando con i il primo indice, che può scriversi

$$\gamma=\min.[a_1-a_0-1-(i-\beta),\quad b_1-b_0-1-(i-\beta-\beta_1-1)]$$

per rappresentare ciascuno dei tre numeri γ_1, δ_1, ϵ_1 quando si faccia la convenzione di porre $i-\beta=0$, $i-\beta-\beta_1-1=0$ per quei valori di i per i quali questi simboli sono eguali a numeri negativi.

Inoltre si ha

finchè i varia da 0 a β,

$$\gamma_2=\min.[i, (a_1-a_0)+(b_1-b_0)-2-2h_1]$$

finchè i varia da $\beta+1$ a $\beta+\beta_1+1$,

$$\delta'_2=\delta_2+i'_2-\beta=\min.[i, (a_1-a_0)+(b_1-b_0)-2-2k_1]$$

finchè i varia da $\beta+\beta_1+2$ a $\beta+\beta_1+\beta_2+2$,

$$\epsilon'_2=\epsilon_2+2i'_3-2\beta-\beta_1-1=\min.[i, (a_1-a_0)+(b_1-b_0)-2-2l_1].$$

Dopo ciò la nostra formola può scriversi più compendiosamente così

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2) =$$

$$\sum_{i=0}^{i=\alpha} \sum_{h=0}^{h=\gamma} \sum_{h'=(i-\beta)+(i-\beta-\beta_1-1)}^{h'=\gamma'} (a_0+b_0+2+h+h'-n,\ a_1+b_1+1+i-h-h'-n,\ a_2+b_2-i-n) \qquad (10)$$

dove $\alpha = \min.\,[(a_2-a_1)+(b_2-b_1)-2,\ a_2-a_0-2,\ b_2-b_0-2]$

$\beta = a_2-a_1-1$

$\beta_1 = \min.\,[a_1-a_0-2,\ (b_2-b_1)-(a_2-a_1)-1]$

$\gamma = \min.\,[a_1-a_0-1-(i-\beta),\ b_1-b_0-1-(i-\beta-\beta_1-1)]$

$\gamma' = \min.\,[i,\ (a_1-a_0)+(b_1-b_0)-2-2h]$

e ponendo inoltre $i-\beta=0$, $i-\beta-\beta_1-1=0$ ogni volta che risulta $i-\beta<0$, $i-\beta-\beta_1-1<0$.

6. — Vogliamo ora esprimere il nostro prodotto mediante una sommatoria doppia anzichè una tripla. Si osservi che, *fissato un valore di* i, l'espressione

$$(a_0+b_0+2+h+h'-n,\quad a_1+b_1+1+i-h-h'-n,\quad a_2+b_2-i-n)$$

è funzione di $h+h'$, essendo, posto $a_1-a_0-1=c$, $b_1-b_0-1=d$, $(i-\beta)+(i-\beta-\beta_1-1)=p$,

$$0 \leq h \leq \min.\,[c-(i-\beta),\ d-(i-\beta-\beta_1-1)]$$
$$p \leq h' \leq \min.\,[i,\ c+d-2h]$$

e la indicheremo con $f(h+h')$.

I valori di $h+h'$ partono da p, essendo possibile aver contemporaneamente per il dato valore di i, $h=0$, $h'=p$. Abbiamo $h+h' \leq \min.\,[i+h,\ c+d-h]$; se è $i \geq c+d$, sarà sempre $c+d-h$ il minore dei due numeri scritti nell'ultima parentesi e perciò in questo caso il massimo valore di $h+h'$ si ha per $h=0$ ed è $c+d$. Se poi si ha $i<c+d$, allora facendo cre-

scere $i+h$ e diminuire di pari passo $c+d-h$ (variando h di un'unità per volta a partire da 0) fino a che diventano eguali se $c+d-i$ è pari, oppure finchè risulti $i+h+1=c+d-h$ se $c+d-h$ è dispari, cioè finchè sia $h=\frac{c+d-i}{2}$ se è $\frac{c+d-i}{2}\leq\gamma$, (lasciando la frazione per indicare la sua parte intera), il minore dei due numeri $i+h$, $c+d-h$ è $i+h$, dopo di che continuando a far crescere h il minore sarà $c+d-h$, per cui il massimo valore di $h+h'$ sarà nel caso attuale $i+\frac{c+d-i}{2}$ ossia $c+d-\frac{c+d-i}{2}$ se $c+d-i$ è pari e $c+d-\frac{c+d-i+1}{2}$ se $c+d-i$ è dispari; in ogni caso adunque $c+d-\frac{c+d-i+1}{2}$, convenendo di lasciar la frazione per indicare la sua parte intera. Dopo ciò potremo dire che in qualsiasi dei casi contemplati il massimo valore di $h+h'$ è $c+d-\frac{c+d-i+1}{2}$ quando si convenga di porre eguale a zero il termine espresso dalla frazione ogni volta che il numeratore di questa risulta negativo. Se poi è $\frac{c+d-i}{2}>\gamma$, allora il massimo di $h+h'$ è, nel secondo dei casi considerati, $i+\gamma$, ossia $c+d-\frac{c+d-i+1}{2}-\left(\frac{c+d-i}{2}-\gamma\right)$, la quale espressione comprende tutti i casi quando alle convenzioni fatte si aggiunga quella di porre eguale a zero il termine chiuso in parentesi tutte le volte che esso risulta negativo. Dunque posto

$$\gamma_i=c+d-\frac{c+d-i+1}{2}-\left(\frac{c+d-i}{2}-\gamma\right)$$

potremo dire che, fissato un valore di i, è

$$p\leq h+h'\leq\gamma_i$$

e perciò la $f(h+h')$ varia fra $f(p)$ ed $f(\gamma_i)$ quando h, h' variano nei limiti anzidetti. Si tratta di vedere quante volte la $f(h+h')$ assume un medesimo valore, cioè quante volte accade che, dato un numero m tale da essere $p\leq m\leq\gamma_i$, avvenga $h+h'=m$.

In altre parole trattasi di vedere quante soluzioni ammette il sistema

$$h + h' = m$$
$$0 \leq h \leq \gamma$$
$$p \leq h' \leq \min(i,\ c + d - 2h).$$

La terza di queste relazioni esige che sia $p \leq i$ il che avviene sempre perchè per il massimo valore di i, che è $\beta + \beta_1 + \beta_2 + 2$, si ha $p = \beta_1 + 2\beta_2 + 3$ e siccome è $\beta_2 \leq a_2 - a_1 - 2$, cioè $\beta_2 \leq \beta - 1$, così sarà $p \leq \beta + \beta_1 + \beta_2 + 2$; dunque per il massimo valore di i è $p = i$ e di qui segue subito quanto abbiamo affermato. Deve inoltre essere $p \leq c + d - 2h$ ciò che esige $h \leq \frac{c+d-p}{2}$, e questo avviene pur sempre perchè è $\gamma \leq c - (i - \beta)$, $\gamma \leq d - (i - \beta - \beta_1 - 1)$ donde $\gamma \leq \frac{c+d-p}{2}$.

Dovrà prendersi $0 \leq h \leq \min(m, \gamma)$ e dopo ciò $h' = m - h$ il che esige $p \leq m - h \leq i$, $p \leq m - h \leq c + d - 2h$ donde $h \leq m - p$ (per ipotesi è $m - p \geq 0$), $h \leq c + d - m$ (essendo $m \leq \gamma_i$, $\gamma_i \leq c + d$ è certo $c + d - m \geq 0$), $h \geq m - i$ (ponendo $m - i = 0$ quando risulti $m - i < 0$). Dopo ciò si vede che il numero di soluzioni cercato è

$$\mathrm{H} + 1 - (m - i) \qquad (\alpha)$$

essendo $\mathrm{H} = \min(\gamma,\ m - p,\ c + d - m)$.

Concludendo potremo scrivere

$$(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2) =$$
$$= \sum_{i=0}^{i=\alpha} \sum_{l=p}^{l=\gamma_i} z_l(a_0 + b_0 + 2 + l - n,\ a_1 + b_1 + 1 + i - l - n,\ a_2 + b_2 - i - n) \quad (11)$$

dove tutti i simboli che vi entrano sono stati definiti, tranne z^l col quale deve intendersi il numero (α), nella espressione del quale pongasi l al posto di m. *Tutto questo nell' ipotesi di* $a_2 - a_1 \leq b_2 - b_1$; *che se poi è* $b_2 - b_1 \leq a_2 - a_1$ *non c'è altro da fare che cambiar le a con le b e viceversa.*

Non è difficile vedere, tenendo conto dei limiti entro i quali debbono variare l, i, che ciascuno dei termini contenuti nella

parentesi della (11) è minore del successivo, per cui volendo ottenere da quella formola soltanto simboli di condizioni aventi senso, basta sceglier l in modo che il primo termine non risulti negativo, cioè così da essere

$$l \geq n - a_0 - b_0 - 2.$$

Se applichiamo una delle espressioni di $(a_0, a_1, a_2)(b_0, b_1, b_2)$ fin qui trovate (la più comoda in pratica è la (8)) al calcolo di

$$(n-2-h, n-1, n)(n-2-k, n-1, n)-(n-3-h, n-1, n)$$
$$(n-1-k, n-1, n)$$

otteniamo, posto $k \leq h$,

$$\sum_{l=0}^{l=k}(n-2-h-k+l, n-1-l, n) - \sum_{l=0}^{l=k-1}(n-2-h-k+l, n-1-l, n) =$$
$$= (n-2-h, n-1-k, n)$$

ed otteniamo così l'eguaglianza

$$(n-2-h, n-1-k, n) = (n-2-h, n-1, n)(n-2-k, n-1, n) -$$
$$-(n-2-(h+1), n-1, n)(n-2-(k-1), n-1, n).$$

7. — Facendo uso del calcolo simbolico di Schubert si può trarre questa medesima formola da una del Pieri nel seguente modo. Anzitutto sia $[n]$ lo spazio fondamentale e in ogni formola e ragionamento si lasci sempre sottinteso che debbano ritenersi nulle quelle condizioni fondamentali di Schubert, che non soddisfacendo alle note disuguaglianze diventano prive di senso. Si consideri ora la formola del Pieri (Cfr. " Rendiconti Istituto Lombardo ", 1894, serie 2ª, vol. 27, pag. 258)

$$(*) \qquad (a_0, a_1, a_2)(n-2-k, n-1, n) = \sum_l (a_0-l_0, a_1-l_1, a_2-l_2),$$

dove la somma è estesa a tutti i valori delle tre variabili l per cui

$$0 \leq l_0 < a_0+1, \quad 0 \leq l_1 < a_1-a_0, \quad 0 \leq l_2 < a_2-a_1 \quad \text{e} \quad l_0+l_1+l_2=k,$$

che in particolare, se $k \leq h$ dà le due formole:

$$(n-2-h,n-1,n)(n-2-k,n-1,n)=\sum_{x=0}^{x=\min(k,n-2-h)}(n-2-h-x,n-1-k+x,n)$$

$$(n-2-(h+1),n-1,n)(n-2-(k-1),n-1,n)=$$
$$=\sum_{x=1}^{x=\min(k,n-2-h)}(n-2-h-x,\ n-1-k+x,\ n);$$

dalle quali sottraendo membro a membro si ricava:

$$(n-2-h,n-1-k,n)=(n-2-h,n-1,n)(n-2-k,n-1,n)-$$
$$-(n-2-(h+1),n-1,n)(n-2-(k-1),n-1,n)$$

che è la formola richiesta. Con un procedimento analogo per uno spazio ad s dimensioni si troverebbe la formola:

$$(n-s-h,n-(s-1)-k,n-(s-2),\ldots n)=$$
$$=(n-s-h,n-(s-1),\ldots n)(n-s-k,n-(s-1),\ldots n)-$$
$$-(n-s-(h+1),n-(s-1),\ldots n)(n-s-(k-1),n-(s-1),\ldots n).$$

8. — Prima di trovare una formola che risolva il problema dei piani secanti, si osservi che, affinchè esistano dei piani soddisfacenti simultaneamente alle condizioni (a_0, a_1, a_2), $(n-2-h, n-1-k,n)$, è necessario e sufficiente che sia (1) $h\leq a_2-2, k\leq a_1-1$. Infatti se esiste un tal piano per le condizioni imposte si ha che $[a_2]$ e $[n-2-h]$ debbano avere almeno un punto in comune e così pure $[a_1]$ e $[n-1-k]$, onde si deduce che le disuguaglianze (1) sono necessarie. Per provare che sono sufficienti si dimostrerà la proposizione più completa: *Se sono soddisfatte le restrizioni* $h\leq a_2-2$, $k\leq a_1-1$ *i piani soddisfacenti simultaneamente alle due condizioni* (a_0, a_1, a_2), $(n-2-h,n-1-k,n)$ *formano una varietà* $\infty^{a_0+a_1+a_2-h-k-3}$. Infatti ognuno dei piani che soddisfa a queste due condizioni si ottiene una sola volta come spazio congiungente una retta, che soddisfa alle due condizioni (a_0, a_1), $(n-1-k,n)$, e un punto, che giace nello spazio $[a_2-2-h]$ intersezione di $[a_2]$ con $[n-2-h]$, perchè per l'ipotesi fatte esistono queste rette e questi punti e inoltre perchè un punto generico del $[a_2-2-h]$ non giace in nessuna di queste rette. Ora siccome i punti di $[a_2-2-h]$ sono ∞^{a_2-2-h} e le rette considerate precedentemente sono $\infty^{a_0+a_1-1-k}$, si conclude subito la proposizione sopra enunciata. D'ora in avanti supporremo che le (1) siano sempre verificate.

9. — Ritornando alla formola

$$(n-2-h, n-1-k, n) = (n-2-h, n-1, n)(n-2-k, n-1, n) -$$
$$- (n-2-(k+1), n-1, n)(n-2-(k-1), n-1, n)$$

si ricava:

$$(a_0, a_1, a_2)(n-2-h, n-1-k, n) =$$
$$= (a_0, a_1, a_2)(n-2-h, n-1, n)(n-2-k, n-1, n) -$$
$$- (a_0, a_1, a_2)(n-2-(h+1), n-1, n)(n-2-(k-1), n-1, n),$$

nella quale supponendo $a_2 - a_0 - 2 \leq h$ per la (*) ne segue:

$$(a_0, a_1, a_2)(n-2-h, n-1-k, n) =$$
$$= \sum_{l_1=0}^{l_1=a_1-a_0-1} \sum_{l_2=0}^{l_2=a_2-a_1-1} [(a_0-h+l_1+l_2, a_1-l_1, a_2-l_2)(n-2-k, n-1, n) -$$
$$- (a_0-h-1+l_1+l_2, a_1-l_1, a_2-l_2)(n-2-(k-1), n-1, n)].$$

Se ora nell'espressione fra parentesi quadre si eseguiscono mediante la (*) i prodotti indicati e non si tiene conto delle nuove condizioni fondamentali, che una volta compaiono col segno + e un'altra volta col segno —, si ha per risultato:

$$\sum_{l=x(l_1,l_2)}^{l=k} (a_0-h+l_1+l_2, a_1-l_1-l, a_2-l_2-k+l) -$$
$$- \sum_{l'=x'_1(l_1,l_2)}^{l'=x'_2(l_1,l_2)} (a_0-h-1+l_1+l_2-l', a_1-l_1-(a_1-a_0+h-2l_1-l_2),$$
$$a_2-l_2-k+(a_1-a_0+h-2l_1-l_2)+l'+1);$$

ove

$$x(l_1, l_2) = \max.(0, k-a_2+a_1+1+l_2-l_1),$$
$$x'_1(l_1, l_2) = \max.(0, k-h-a_2+a_0+l_1+2l_2)$$

e

$$x'_2(l_1, l_2) = k-1-(a_1-a_0+h-2l_1-l_2),$$

se si ha poi di conseguenza che è maggiore o uguale a $x'_1(l_1, l_2)$, altrimenti non esiste la seconda sommatoria. Quindi ne viene:

$$(a_0, a_1, a_2)(n-2-h, n-1-k, n) =$$

$$= \sum_{l_1=0}^{l_1=a_1-a_0-1} \sum_{l_2=0}^{l_2=a_2-a_1-1} \sum_{l=x(l_1,l_2)}^{l=k} (a_0-h+l_1+l_2, a_1-l_1-l, a_2-k-l_2+l) -$$

$$- \sum_{l_1=0}^{l_1=a_1-a_0-1} \sum_{l_2=0}^{l_2=a_2-a_1-1} \sum_{l'=x'_1(l_1,l_2)+1}^{l'=x'_2(l_1,l_2)+1} (a_0-h+l_1+l_2-l', a_0-h+l_1+l_2,$$
$$a_2+a_1-a_0+h-k-2(l_1+l_2)+l').$$

Questa formola che esprime il prodotto di due condizioni fondamentali di Schubert relative a piani, perchè la restrizione $a_2-a_0-2 \leq h$ non ha carattere essenziale si può scrivere in modo più conveniente così:

$$(a_0, a_1, n)\,(b_0, b_1, n) =$$

$$= \sum_{l_1=0}^{l_1=\alpha_1} \sum_{l_2=0}^{l_2=\alpha_2} \sum_{l=\max.(a_1+b_1+1-\alpha,\alpha+1-l_1+l_2)}^{l=n} (a_0+b_0+2-n+l_1+l_2, a_1+b_1+1-l_1-l, l-l_2) -$$

$$- \sum_{l_1=0}^{l_1=\alpha_1} \sum_{l_2=0}^{l_2=\alpha_2} \sum_{l'=\max.(0,a_0+b_0+1-(a_1+b_1)-n+\alpha+l_1+2l_2)}^{l'=a_0+b_0-(a_1+b_1)+2l_1+l_2} (a_0+b_0+1-n+l_1+l_2-l', a_0+b_0+2-n+l_1+l_2,$$
$$n+(a_1+b_1)-(a_0+b_0)-2(l_1+l_2)+l');$$

ove $\qquad \alpha_1=a_1-a_0-1, \quad \alpha_2=n-a_1-1, \quad \alpha=a_1,$

se è $a_0 \geq b_0$ altrimenti

$$\alpha_1=b_1-b_0-1, \quad \alpha_2=n-b_1-1, \quad \alpha=b_1.$$

Se poi nell'ipotesi di $a_0 \geq b_0$ si pone nella prima di queste sommatorie $i=n-l+l_2$, e nella seconda $i'=(a_0+b_0)-(a_1+b_1)+$ $+2(l_1+l_2)-l'$, $l'_1=a_1-a_0-1-l_1$, $l'_2=b_1-b_0-l_2$ si ottiene in conclusione la formola:

$$(a_0, a_1, n)(b_0, b_1, n) =$$

$$= \sum_{l_1=0}^{l_1=\alpha_1} \sum_{l_2=0}^{l_2=\alpha_2} \sum_{i=l_2}^{i=\min.(n-b_1-1+l_2,\ \alpha_2+l_1)} (a_0+b_0+2-n+l_1+l_2,\ a_1+b_1+1-n-l_1-l_2+i,\ n-i) -$$

$$- \sum_{l'_1=0}^{l'_1=\alpha_1} \sum_{l'_2=b_1-b_0-\alpha_2}^{l'_2=b_1-b_0} \sum_{i'=b_1-b_0-l'_2}^{i'=\min.((a_1+b_1)-(a_0+b_0)-2-2(l'_1+l'_2),\ n-a_0-2-l'_1)} (a_0+b_0+2-n+l'_1+l'_2+i', a_1+b_1+1-n-l'_1-l'_2, n-i'),$$

ove si è posto per brevità $\alpha_1 = a_1 - a_0 - 1$, $\alpha_2 = n - a_1 - 1$, e inoltre si deve osservare che se è $\alpha_2 > b_1 - b_0$ allora l'_2 può assumere valori anche negativi. Se in questa formola si vogliono poi escludere le condizioni fondamentali prive di senso, tenendo presente il modo con cui l'abbiamo ricavata, ne segue che bisogna aggiungere queste altre restrizioni

$$i \geq (a_0 + b_0) - (a_1 + b_1) + 2 + 2(l_1 + l_2),\ i' \geq n - (a_0 + b_0) - 2 - (l'_1 + l'_2),$$
$$l_2 \geq n - (a_0 + b_0) - 2 - l_1.$$

Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali di variabile reale.

Nota del Dott. CARLO SEVERINI,
alla Spezia.

Nella presente Nota, detta C una costante ed $f(x, y)$ una funzione delle due variabili reali x ed y, soddisfacente, in un dato campo A, alle condizioni di essere reale, ad un valore, finita ed assolutamente continua, di assumere in un punto (x_0, y_0) il valore C e di ammettere determinate, finite ed assolutamente continue le derivate parziali $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$, $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$, quest'ultima sempre diversa da zero, dimostro anzitutto che *esistono infiniti modi per formare un'equazione razionale intera fra x ed y, la quale definisca una funzione algebrica di x, atta a rappresentare, in un certo intorno di x_0, con un'approssimazione fissata ad arbitrio, la funzione implicita $y(x)$, definita dall'equazione*

$$f(x, y) = \mathrm{C}.$$

Aggiungo quindi alcune altre notevoli considerazioni.

1. Il campo A, nel quale è data la $f(x, y)$, soddisfacente alle dette ipotesi, sia definito dalle limitazioni

$$x_0 - h \leq x \leq x_0 + h$$
$$y_0 - k \leq y \leq y_0 + k,$$

ove h e k sono due quantità positive, finite: per semplicità supponiamo senz'altro, che il campo sia simmetrico rispetto ad ognuna delle rette $x = x_0$, $y = y_0$.

Si può subito determinare sull'asse x un intorno di x_0, in cui l'equazione

$$f(x, y) = C$$

è certo atta a definire una funzione implicita $y(x)$ finita, continua ed avente derivata. Indicando infatti con m il minimo valore assoluto di $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ $(m > 0)$, con M il massimo valore assoluto di $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$ (M finito) e con k' un numero positivo, tale che al campo A appartenga il punto $(x_0 + h', y_0 + k')$, per ogni h' minore od uguale, in valore assoluto, ad

$$h'' = \frac{k'm}{M},$$

la $y(x)$ esiste nell'intervallo $(x_0 - h'' \ldots x_0 + h'')$, vi ammette la derivata, ed è in tutti i punti di esso compresa tra $y_0 - k'$ ed $y_0 + k'$.

Il valore k' è soggetto alle condizioni

$$k' \leq k$$

$$\frac{k'm}{M} \leq h.$$

Se in particolare si ha:

$$\frac{Mh}{m} \leq k$$

si può prendere:

$$k' = \frac{Mh}{m},$$

ed è chiaro che la $y(x)$ risulta allora definita in tutto il tratto $(x_0 - h \ldots x_0 + h)$.

2. Ciò posto s'immagini di costruire, la qual cosa è possibile in infiniti modi, una successione di polinomi razionali interi di x ed y:

$$R_1(x, y),\ R_2(x, y), \ldots,\ R_r(x, y), \ldots,$$

tale che risulti in tutto il campo A:

$$|f(x, y) - R_\nu(x, y)| < \sigma_\nu$$

$$\left|\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial R_\nu(x, y)}{\partial x}\right| < \sigma_\nu \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \infty)$$

$$\left|\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} - \frac{\partial R_\nu(x, y)}{\partial y}\right| < \sigma_\nu$$

essendo

$$\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_\nu, \ldots$$

una successione di numeri positivi, decrescenti e tendenti allo zero (*).

Siccome il minimo valore assoluto m di $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$ nel campo A è maggiore di zero, se si ha cura di prendere $\sigma_1 < m$, si ottiene che anche le derivate parziali rispetto ad y di tutti i polinomi $R_\nu(x, y)$ ammettono ivi un minimo maggiore di zero per i loro valori assoluti, giacchè risulta:

$$\left|\frac{\partial R_\nu(x, y)}{\partial y}\right| > m - \sigma_\nu \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \infty).$$

Si considerino allora le equazioni:

$$R_\nu(x, y) = R_\nu(x_0, y_0) \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \infty).$$

Ognuna di queste definisce, per tutti i punti dell'intervallo $(x_0 - h_\nu \ldots x_0 + h_\nu)$, ove è:

$$h_\nu = \frac{k'(m - \sigma_\nu)}{M + \sigma_\nu},$$

una funzione algebrica $y_\nu(x)$ finita, continua ed avente derivata; e perchè:

$$\frac{dy_\nu(x)}{dx} = \frac{-\frac{\partial R_\nu(x, y)}{\partial x}}{\frac{\partial R_\nu(x, y)}{\partial y}} \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \infty),$$

ivi risulta anche:

$$\left|\frac{dy_\nu(x)}{dx}\right| < \frac{M + \sigma_\nu}{m - \sigma_\nu} \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \infty).$$

(*) Cfr. mia Nota: *Sulle equazioni differenziali ordinarie contenenti un parametro arbitrario*; " Rendiconti del R. Ist. Lomb. di sc. e lett. ", 1900.

In base ad un noto teorema, per ogni valore ν' di ν, si ha pertanto che le

$$(1) \qquad y_\nu(x) \qquad (\nu = \nu',\ \nu'+1, \ldots, \infty)$$

costituiscono una successione di funzioni, aventi un limite superiore finito per i loro valori assoluti ed egualmente continue nell'intervallo $(x_0 - h_{\nu'}, \ldots x_0 + h_{\nu'})$, nel quale ammettono quindi una funzione limite continua (*).

È facile vedere che questa funzione limite è unica e coincide colla $y(x)$, definita dall'equazione

$$f(x, y) = C;$$

in modo che risulta tendere le (1) in egual grado ad $y(x)$ nell'intervallo $(x_0 - h_{\nu'} \ldots x_0 + h_{\nu'})$. Detta infatti $v(x)$ una funzione limite della successione (1) si riconosce senza difficoltà (**) che la $f(x, v(x))$ è una funzione limite della successione

$$R_{\nu'}(x, y_{\nu'}(x)),\ R_{\nu'+1}(x, y_{\nu'+1}(x)), \ldots,\ R_{\nu'+\nu}(x, y_{\nu'+\nu}(x)), \ldots\ldots$$

Da questa successione se ne può allora estrarre un'altra

$$R_{t_{\nu'}}(x, y_{t_{\nu'}}(x)),\ R_{t_{\nu'+1}}(x, y_{t_{\nu'+1}}(x)), \ldots,\ R_{t_{\nu'+\nu}}(x, y_{t_{\nu'+\nu}}(x)), \ldots,$$

convergente in egual grado ad $f(x, v(x))$.

Ma in ogni punto di $(x_0 - h_{\nu'} \ldots x_0 + h_{\nu'})$ risulta:

$$R_{t_\nu}(x, y_{t_\nu}(x)) = R_{t_\nu}(x_0, y_0) \qquad (\nu = \nu', \nu'+1, \ldots, \infty)$$

ed inoltre:

$$\lim_{\nu=\infty} R_{t_\nu}(x_0, y_0) = C;$$

è quindi chiaro che ivi si dovrà avere:

$$f(x, v(x)) = C.$$

Ciò dimostra quanto noi abbiamo sopra asserito; e se ne deduce senz'altro il teorema enunciato in principio: l'intorno di

---

(*) Cfr. ARZELÀ, *Sulle serie di funzioni*; " Memorie dell'Acc. delle Sc. di Bologna ", 1899.

(**) Cfr. mia Nota: *Sull'integrazione delle equazioni differenziali ordinarie del 1° ordine*; " Rendiconti del R. Ist. Lomb. di sc. e lett. ", 1898.

x_0, del quale ivi si parla, sarà qui l'intorno $(x_0 - h'' + \epsilon \ldots x_0 + h'' - \epsilon)$, ove ϵ è una quantità positiva, minore di h'' e piccola a piacere.

Per ognuna delle funzioni (1), poichè ammette nel corrispondente intervallo la derivata finita e continua, e questa derivata si mantiene sempre minore, in valore assoluto, di $\frac{M+\sigma_\nu}{m-\sigma_\nu}$, si può facilmente costruire un polinomio razionale intero di x, che ivi la rappresenti con un'approssimazione fissata ad arbitrio; in modo che si ha così anche un metodo semplice per formare una serie di polinomi razionali interi, atta a rappresentare la $y(x)$ in ogni punto interno ad $(x_0 - h'' \ldots x_0 + h'')$, ed in ogni tratto come $(x_0 - h'' + \epsilon \ldots x_0 + h'' - \epsilon)$ convergente in egual grado. Scelti infatti nell'intervallo $(x_0 - h_\nu \ldots x_0 + h_\nu)$ i punti $x_1, x_2, \ldots, x_{n_\nu}$ $(x_1 = x_0 - h_\nu;\ x_{n_\nu} = x_0 + h_\nu)$ tali che in ognuna delle parti, in cui rimane da essi diviso l'intervallo medesimo, l'oscillazione della $y_\nu(x)$ sia minore di una quantità positiva σ, assegnata comunque, dall'equazione

$$R_\nu(x, y) = R_\nu(x_0, y_0)$$

si deducono n_ν equazioni algebriche

$$R_\nu(x_i, y) = R_\nu(x_0, y_0) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n_\nu),$$

ognuna delle quali ammette nell'intervallo $(y_0 - k' \ldots y_0 + k')$ una ed una sola radice reale. Mediante i noti metodi di risoluzione delle equazioni algebriche si possono tali radici calcolare con un'approssimazione qualsivoglia, ed avere quindi n_ν numeri

$$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n_\nu}$$

soddisfacenti alle condizioni

$$|y_\nu(x_i) - \alpha_i| < \sigma \qquad (i = 1, 2, \ldots, n_\nu).$$

La poligonale che ha per vertici i punti di coordinate

$$(x_i, \alpha_i) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n_\nu)$$

differirà, in valore assoluto, da $y_\nu(x)$, per meno di 5σ, in tutti i punti di $(x_0 - h_\nu \ldots x_0 + h_\nu)$; e se si costruisce un polinomio razionale intero $G_\nu(x)$ (*), che ivi la rappresenti a meno di σ, risulterà:

$$|y_\nu(x) - G_\nu(x)| < 6\sigma.$$

3. Dalla possibilità di costruire un polinomio razionale intero, che in un intervallo finito $(a \ldots b)$ rappresenti, a meno di una quantità positiva, piccola a piacere, una data funzione $\varphi(x)$ reale, ad un valore, finita e continua, si deduce facilmente che *la* $\varphi(x)$ *è nel medesimo intervallo rappresentabile mediante una frazione continua*

$$Q(x) + \frac{1}{Q_1(x) + \frac{1}{Q_2(x) + \ldots}}$$

nella quale i denominatori parziali sono polinomi razionali interi di x *aventi, ciascuno, il primo al più eccettuato, un minimo maggiore di zero, nell'intervallo* $(a \ldots b)$, *e che converge ivi in egual grado, volendo con ciò esprimere che converge in egual grado la successione delle ridotte.*

Presa infatti una successione di numeri positivi, decrescenti e tendenti allo zero

$$g_1, g_2, \ldots, g_\nu, \ldots\ldots$$

in modo che sia verificata la condizione

$$g_\nu > 3g_{\nu+1} \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \infty),$$

indichiamo con $P_1(x)$ un polinomio razionale intero di x, tale che risulti nell'intervallo $(a \ldots b)$:

$$|\varphi(x) - P_1(x)| < g_1.$$

Poniamo:

$$P_1^+(x) = P_1(x) + 2g_1$$
$$P_1^-(x) = P_1(x) - 2g_1.$$

(*) Per le citazioni vedasi Mittag-Leffler: *Sur la représentation analytique des fonctions d'une variable réelle*; " Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo ", 1900, fasc. V.

Ciascuno di questi due polinomi rappresenterà la funzione $\varphi(x)$ a meno di $3g_1$, il primo per eccesso, il secondo per difetto, e ciascuno differirà la $\varphi(x)$, in valore assoluto, per più di g_1.

Sarà poi in tutto $(a \dots b)$:

$$P_1^+(x) - P_1^-(x) = 4g_1.$$

Indichiamo ora con $P_2(x)$ un polinomio razionale intero tale che, nel medesimo intervallo, si abbia:

$$|\varphi(x) - P_2(x)| < g_2$$

e poniamo:

$$P_2^+(x) = P_2(x) + 2g_2$$

$$P_2^-(x) = P_2(x) - 2g_2.$$

Sarà:

$$\left.\begin{array}{c} g_2 < P_2^+(x) - \varphi(x) < 3g_2 \\ g_2 < \varphi(x) - P_2^-(x) < 3g_2 \\ P_2^+(x) - P_2^-(x) = 4g_2 \end{array}\right\} (a \leq x \leq b).$$

$$P_1^+(x) > P_2^+(x); \; P_1^-(x) < P_2^-(x)$$

Così si può continuare indefinitamente formando le successioni

$$P_1^+(x), P_2^+(x), \dots, P_\nu^+(x), \dots$$

$$P_1^-(x), P_2^-(x), \dots, P_\nu^-(x), \dots$$

le quali, come subito si vede, convergono in egual grado nell'intervallo $(a \dots b)$, al limite comune $\varphi(x)$.

Pongasi:

$$Q(x) = P_1^-(x)$$

$$Q(x) + \frac{1}{Q_1(x)} = P_1^+(x),$$

donde:

$$Q_1(x) = \frac{1}{4g_1}.$$

S'indichi quindi in generale con l_ν^- un numero positivo, minore tanto del minimo valore che può assumere nell'intervallo

$(a \ldots b)$ la differenza $P_\nu^-(x) - P_{\nu-1}^-(x)$, quanto del minimo valore che può assumere $P_{\nu+1}^-(x) - P_\nu^-(x)$; e con l_ν^+ un numero positivo, minore tanto del minimo valore che può prendere $P_{\nu-1}^+(x) - P_\nu^+(x)$, quanto del minimo valore che può prendere $P_\nu^+(x) - P_{\nu+1}^+(x)$.

Si potrà anzitutto costruire un polinomio razionale intero $Q_2(x)$, avente nell'intervallo $(a \ldots b)$ un minimo maggiore di zero, e tale che ivi risulti:

$$P_2^-(x) - \frac{1}{2}\, l_2^- < Q(x) + \cfrac{1}{Q_1(x) + \cfrac{1}{Q_2(x)}} < P_2^-(x) + \frac{1}{2}\, l_2^-:$$

ciò subito si vede, osservando che, se si pone

$$P_2^-(x) = Q(x) + \cfrac{1}{Q_1(x) + \cfrac{1}{\psi(x)}},$$

la $\psi(x)$ risulta, nell'intervallo $(a \ldots b)$, finita e continua, e vi ammette un minimo maggiore di zero; ed inoltre che, se si considera una successione di polinomi razionali interi, convergente in egual grado a $\psi(x)$, la corrispondente successione delle funzioni, che si ottengono, sostituendo quei polinomi al posto di $\psi(x)$ nella $Q(x) + \cfrac{1}{Q_1(x) + \cfrac{1}{\psi(x)}}$, converge anch'essa in egual grado a $P_2^-(x)$.

Analogamente si potranno di seguito costruire i polinomi razionali interi

$$Q_3(x),\ Q_4(x),\ \ldots,\ Q_\nu(x),\ \ldots$$

soddisfacenti nell'intervallo $(a \ldots b)$ alla condizione di ammettere ciascuno un minimo maggiore di zero, e tali da avere:

$$P_2^+(x) - \frac{1}{2}\, l_2^+ < Q(x) + \cfrac{1}{Q_1(x) + \cfrac{1}{Q_2(x) + \cfrac{1}{Q_3(x)}}} < P_2^+(x) + \frac{1}{2}\, l_2^+$$

$$P_3^-(x) - \frac{1}{2}\, l_3^- < Q(x) + \cfrac{1}{Q_1(x) + \cfrac{1}{Q_2(x) + \cfrac{1}{Q_3(x) + \cfrac{1}{Q_4(x)}}}} < P_3^-(x) + \frac{1}{2}\, l_3^-.$$

. . . . . .

Ne risulta la frazione continua

$$Q(x) + \frac{1}{Q_1(x) + \frac{1}{Q_2(x) + \dots}}$$

atta a rappresentare nell'intervallo $(a \dots b)$ la funzione data $\varphi(x)$ e convergente ivi in egual grado, come abbiamo sopra detto.

Negli Atti di questa illustre Accademia ho pubblicato tre Note: *Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali di variabile reale* (Vol. XXXIII e XXXIV). Vi è luogo a fare per esse una piccola *errata-corrige*, che credo qui opportuno aggiungere.

Nella 1ª Nota:

A pag. 9, linea 10, leggere: $|h|$ invece di h

Nel § 2, „ $\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial}{\partial x} \psi\left(\dfrac{u-x}{k}\right) \\ \dfrac{\partial^n}{\partial x^n} \psi\left(\dfrac{u-x}{k}\right) \end{array} \right.$ „ $\begin{array}{l} \dfrac{d}{dx} \psi\left(\dfrac{u-x}{k}\right) \\ \dfrac{d^n}{dx^n} \psi\left(\dfrac{u-x}{k}\right) \end{array}$

„ 3, „ $\dfrac{\partial^n}{\partial x^n} e^{-\left(\frac{u-x}{k}\right)^2}$ „ $\dfrac{d^n}{dx^n} e^{-\left(\frac{u-x}{k}\right)}$

„ 4, „ x'_i „ x_{i+1}.

Nella 2ª Nota:

A pag. 5, linea 26, leggere:

$$C_\nu(k) = \frac{1}{\nu!} F_x^{(\nu)}(x, k)_{\binom{x}{0}} = \left[\frac{1}{2\nu! k\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \frac{\partial^\nu}{\partial x^\nu} \psi\left(\frac{u-x}{k}\right) du\right]_{\binom{x}{0}}$$

„ 9, „ 15, leggere: a'_1 ed a'_2 invece di a_1 ed a_2

„ 9, dopo la linea 18, aggiungere: se si ha: $a_1 \geq a'_1$, $a_2 \geq a'_2$,

„ 11, „ 1, „ ed in modo che sia sempre soddisfatta questa disuguaglianza se a $\dfrac{-c+\rho}{k'}$ e $\dfrac{d-\rho}{k'}$ si sostituiscono rispettivamente due quantità c' e d' tali che sia $c' < \dfrac{-c+\rho}{k'}$ e $d' > \dfrac{d-\rho}{k'}$.

„ 16, linee 13 e 26, leggere: $\bar{x}'_i$ invece di x'_{i+1}

„ 16 „ 19 } „ x' „ x

„ 17 „ 3 }

„ 17 „ 20 „ $\bar{x}'_i$ ed x'_i „ x_{i+1} ed x_i.

Nella 3ª Nota:

A pag. 6, linea 15, sopprimere la parola *nullo*.

La Spezia, ottobre 1900.

Sopra il valore massimo della funzione T_{me} di Maxwell.

Nota riassuntiva di A. GARBASSO

(Con una tavola).

§ 1. — Secondo la *teoria dinamica dell'elettromagnetismo*, che dobbiamo al MAXWELL (*), le intensità delle correnti, essendo derivate di tempo delle variabili elettriche (y_r), entrano nella espressione dell'energia cinetica del sistema, appunto come le velocità relative alle coordinate geometriche (x_s).

Quindi l'energia cinetica (T) risulterà in generale dalla riunione di tre somme, le quali, seguendo il MAXWELL, vogliamo indicare rispettivamente con le lettere T_m, T_e e T_{me}. Il polinomio T_m contiene in ogni suo termine un quadrato o un rettangolo di velocità geometriche, e T_e invece ha i rettangoli e i quadrati delle correnti. Quanto a T_{me} ogni derivata della prima categoria moltiplica in esso una derivata della seconda; quindi la sua espressione ha la forma:

$$T_{me} = \Sigma K_{s,r} \dot{x}_s \dot{y}_r ,$$

essendo le $K_{s,r}$ funzioni delle variabili e, propriamente, come è facile riconoscere, delle sole variabili geometriche.

Se ci mettiamo nel caso semplice di un toro metallico, rigido, girevole intorno al suo asse, e percorso in qualche modo da un flusso di elettricità, potremo scrivere senz'altro:

$$T_m = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 ,$$

$$T_e = \frac{1}{2} L \dot{y}^2 ,$$

$$T_{me} = K \dot{x} \dot{y} ,$$

(*) J. C. MAXWELL, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Oxford, 1873, Vol. II, Part IV, Chap. VI.

dove le singole lettere, tolta la K, hanno un significato fisico ben chiaro.

Se non vi è corrente, infatti, ogni cosa si riduce alla forma semplice:

$$T = T_m = \frac{1}{2} M \dot{x}^2,$$

dunque M è il momento d'inerzia del toro intorno al suo asse; se invece le masse ponderali sono in riposo e l'elettricità si muove è:

$$T = T_e = \frac{1}{2} L \dot{y}^2,$$

e però L rappresenta il coefficiente di autoinduzione del nostro circuito.

Resta a vedersi quale sia il significato della costante K, e per questo giova considerare il solito biciclo del Maxwell. Imaginiamo (fig. 1) un sistema, del quale fanno parte due ruote R_1 e R_2, mobili intorno ad un medesimo asse a'; siano M_1 e M_2: $\dot{x}_1$ e $\dot{x}_2$ rispettivamente i loro momenti di inerzia e le velocità angolari.

Si abbia ancora un manicotto, il quale porti un altro asse a'', normale al primo e intorno a questo giri una terza ruota R_3. Sia poi $M_{3,1}$ il momento di a'' e R_3 intorno ad a' e $M_{3,2}$ il momento della ruota R_3 intorno ad a''.

Per mezzo di calcoli noti l'energia cinetica complessiva del sistema si scriverà sotto la forma:

$$T = \frac{1}{2}\left(M_1 + \frac{M_{3,1}}{4} + \frac{M_{3,2}}{4}\right)\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}\left(M_2 + \frac{M_{3,1}}{4} + \frac{M_{3,2}}{4}\right)\dot{x}^2 + (M_{3,1} - M_{3,2})\dot{x}_1\dot{x}_2.$$

Se si confronta la espressione presente con quelle, che abbiamo ottenuto per il sistema da noi considerato innanzi, si può concludere senz'altro che la costante K dovrà dipendere dai vincoli, che legano l'elettricità alla materia ponderale. Se K è zero le cose vanno *come se* questi vincoli non esistessero, sebbene non si possa concludere senz'altro alla loro mancanza.

§ 2. — Volendo procedere innanzi nel calcolo conviene notare che, nel caso della nostra disposizione, la sola coordinata

geometrica variabile (la x) è, come la y, una coordinata ciclica; quindi le tre costanti M, L, K non possono dipendere da essa.

Ne segue che la forza X avrà la forma:

$$X = \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}},$$

$$= \frac{d}{dt}\frac{\partial T_m}{\partial \dot{x}} + \frac{d}{dt}\frac{\partial T_{me}}{\partial \dot{x}},$$

$$= M\ddot{x} + K\ddot{y};$$

e, mancando le azioni (meccaniche) esterne, come è lecito ammettere per piccole x, potremo scrivere:

[1] $$M\ddot{x} + K\ddot{y} = 0,$$

e quindi:

$$M\dot{x} + K\dot{y} = \textit{costante}.$$

Se non c'è corrente e l'anello è in riposo il primo membro è nullo, e però la costante deve essere sempre uguale allo zero. Abbiamo dunque:

$$M\dot{x} + K\dot{y} = 0,$$

e di conseguenza:

$$Mx + Ky = \textit{costante}.$$

Anche questa costante dovrà porsi uguale allo zero, se si conviene di contare gli angoli a partire dalla quiete; dunque:

$$Mx + Ky = 0,$$

e però:

[2] $$x = -\frac{K}{M}y.$$

§ **3.** — Sembra che il Maxwell (*) abbia fatto alcune esperienze con un apparecchio, la teoria del quale si deduce dalla formola [1]. Una bobina di filo conduttore è sospesa con l'asse

(*) Si confronti l. c. pag. 200.

verticale, la sospensione (metallica essa pure) ed una appendice, che pesca al disotto in un pozzetto di mercurio, danno modo di guidare delle correnti attraverso il sistema. Queste esperienze sarebbero rimaste senza risultato. Ma è lecito dubitare se le condizioni indicate siano le più opportune per istituire la ricerca di cui si tratta; e veramente, per la grande torsione posseduta da un filo metallico, occorre uno sforzo notevole a rotare il sistema, mentre la presenza di un'appendice, che s' affonda nel mercurio, deve contribuire per sua parte a smorzarne gli impulsi.

Volendo evitare questi inconvenienti, i quali diminuiscono di molto la sensibilità della disposizione, non v'è altro modo che di indurre nel circuito mobile una forza elettromotrice, modificando il flusso che lo attraversa. Propriamente bisognerà che l'azione induttiva si eserciti col ridurre a zero un campo magnetico, onde evitare lo smorzamento dei moti, il quale seguirebbe senz'altro in virtù delle correnti di Foucault.

In tale ipotesi è facile scrivere il valore della y, che vuol essere introdotto nella formola [2]. E per vero, se l' intensità del campo fosse H e l'area interna dell'anello S, la variazione del flusso sarebbe:

$$-\mathrm{HS},$$

dunque:

$$y = \frac{\mathrm{HS}}{\mathrm{R}},$$

e:

$$[3] \qquad x = -\frac{\mathrm{KHS}}{\mathrm{MR}}.$$

Quì si presenta una quistione, che per la pratica è molto importante; e cioè quale sostanza e forma sia da preferirsi per l'anello conduttore, e quale mezzo si debba impiegare per la produzione del campo, se un elettromagnete simile a quello di Faraday, o una semplice spirale percorsa da corrente.

§ 4. — Bisogna osservare in primo luogo che, restando inalterata la forma e la grandezza del toro, il prodotto MR varierà proporzionalmente al prodotto della *densità* (d) e della *re-*

sistenza specifica (ρ); è facile dunque decidere quale sia il materiale più indicato per le esperienze. Si trova infatti:

	Al	Cu	Ag	Zn	Au	Fe	Pt
d	2,65	8,95	10,47	6,86	19,29	7,79	20,18
$\rho.10^{-3}$	2,889	1,584	1,492	5,580	2,041	9,636	8,981
$d\rho.10^{-3}$	7,66	14,14	15,60	38,28	39,35	75,10	181,22

e però in primo luogo si raccomanda l'alluminio; dopo di esso restano in condizioni quasi pari l'argento e il rame.

Ciò premesso cerchiamo quale sia la forma, che conviene meglio. Per un anello circolare, ricavato da una lastra di spessore h, quando il raggio interno sia r_1 e l'esterno r_2, si avrà:

$$M = \frac{1}{2}\pi h d (r_2^4 - r_1^4),$$

$$\frac{1}{R} = \frac{h}{2\pi\rho} \log \frac{r_2}{r_1}.$$

Risulta dunque nel caso nostro:

$$x = -\frac{KHr^2_1}{\pi d\rho \frac{r^4_2 - r^4_1}{\log \frac{r_2}{r_1}}}.$$

Per andare innanzi nel calcolo chiameremo l la larghezza dell'anello, per modo che si avrà:

$$r_2 = r_1 + l,$$

e porremo:

$$\left(1 + \frac{l}{r_1}\right)^4 = z;$$

allora, fatte le sostituzioni, si ottiene:

$$x = -\frac{KH}{4\pi r^3_1 d\rho \frac{z-1}{\log z}}.$$

Si noterà per prima cosa che lo spessore h non interviene nella formola finale, si può dunque prendere la lastra più o meno sottile, secondo che piace meglio; quanto ad r_1 converrà, come appare, di prenderlo piccolissimo.

E veniamo al fattore $\frac{z-1}{\log z}$, nel quale, manifestamente, la z è maggiore di uno; è facile provare che esso cresce sempre con l'argomento; e, poichè i valori più grandi della x corrisponderanno ai più piccoli di questa funzione, bisognerà dunque fare la z piccola per quanto è possibile, vale a dire limitare la l, che è la larghezza dell'anello.

Riassumendo conviene per la sensibilità dell'apparecchio che il raggio interno dell'anello sia piccolo e la larghezza pure. In pratica anzi converrà di prendere piccola la larghezza e piccolissimo il raggio, perchè, almeno da principio, il fattore r_1^2 cresce più presto che $\frac{z-1}{\log z}$.

Bisogna però notare che, scrivendo l'equazione di partenza, si è supposto implicitamente che il momento di inerzia del toro fosse grande rispetto al momento delle altre parti dell'equipaggio mobile. Ora, se si fa piccola la larghezza e piccolissimo il raggio dell'anello, vi è un solo modo per ottenere un momento sensibile ed è di fare grande l'altezza h. La forma più conveniente del conduttore da impiegarsi non è dunque propriamente quella di un disco annulare, ma piuttosto quella di *un tubicino* (*d'alluminio*) *a foro capillare.*

Qui però interviene la considerazione di un altro elemento; per impiegare un conduttore in forma di tubo bisogna infatti rinunciare a produrre il campo con un elettromagnete del tipo di Faraday, e sostituire quest'ultimo con una semplice spirale percorsa da corrente. Ciò porta una limitazione sensibile nella grandezza di H, e rimane a vedersi se convenga di guadagnare così da una parte, mentre si perde dall'altra.

Per decidere questo osserveremo anzitutto che, se il campo magnetico dovesse prodursi con due bobine, e il conduttore muoversi nello spazio interposto, la h non potrebbe crescere molto senza che si indebolisse corrispondentemente il campo. Quindi il problema in questo caso dovrebbe porsi in tutt'altro modo.

Il momento di inerzia è dato, o almeno non deve essere inferiore ad un certo limite, la h pure è data, si tratta di cer-

care i valori più convenienti per r_1 e l. La cosa non presenta nessuna difficoltà.

Essendo:

$$d(r_2^4 - r_1^4) = C^2,$$

con C costante, si tratta di rendere massimo:

$$-x = \varphi = \frac{KH}{4\pi\rho C^2} r_1^2 \log \frac{r^4_2}{r^4_1}.$$

In prima approssimazione si può porre $\frac{C^2}{d}$ in luogo di r_2^4, quindi:

$$\varphi = \frac{KH}{2\pi\rho C^2} r_1^2 \log \frac{C}{r^2_1 \sqrt{d}},$$

o, scrivendo u per $r_1^2\sqrt{d}$:

$$\varphi = \frac{KH}{2\pi\rho \sqrt{d}\, C^2} u \log \frac{C}{u}.$$

La condizione del massimo sarà:

$$\frac{d\varphi}{du} = \frac{KH}{2\pi\rho \sqrt{d}\, C^2} \left\{ \log \frac{C}{u} - u \frac{\frac{C}{u^2}}{\frac{C}{u}} \right\} = 0,$$

ossia:

$$\frac{C}{u} = e,$$

se ne deduce:

$$l = 0{,}65 r_1.$$

Bisogna dunque prendere, con la h prescritta, un raggio tale che, essendo la larghezza dell'anello i due terzi circa di esso, il momento di inerzia riesca non inferiore al limite assegnato. Quanto al fattore numerico, essendo il prodotto $\rho\sqrt{d}$ sensibilmente costante per l'alluminio, il rame e l'argento, si potrà impiegare ad arbitrio uno di questi tre metalli.

Per farci un'idea della praticità delle due soluzioni proposte calcoliamo il coefficiente:

$$c = \frac{\log z}{4\pi r^2_1 d\rho(z-1)}$$

per due diversi conduttori.

Il primo sarà un anello d'argento, definito dalle costanti:

$$r_2 = 0{,}50 \qquad r_1 = 0{,}30 \qquad h = 0{,}10$$

e l'altro un tubicino d'alluminio con le dimensioni:

$$r_2 = 0{,}15 \qquad r_1 = 0{,}05 \qquad h = 42{,}99;$$

raggio e spessore di quest'ultimo sono presi di tale grandezza da rendere possibile senza troppo disagio la lavorazione; h è scelta in modo che i momenti di inerzia risultino uguali.

Si ottiene:

$$c' = 0{,}00001724,$$

$$c'' = 0{,}00022826.$$

Perchè le quantità cH si uguagliassero nei due casi bisognerebbe fare:

$$H' = \frac{c''}{c'} H'',$$

$$= 13{,}24 H'',$$

e se fosse, per esempio, $H'' = 100$, che per una semplice spirale è già un campo notevole, si dovrebbe avere $H' = 1324$, cosa non difficile da ottenere con un elettromagnete di Faraday.

Un argomento poi, che ci porta a scegliere l'anello d'argento piuttosto che il tubo d'alluminio, è l'argomento del peso.

Con i dati che abbiamo ammesso poc'anzi si troverebbe infatti che il primo sistema importa 0,5263 gr., mentre il secondo raggiunge 7,1597 gr. Quindi la necessità di impiegare nel caso del tubicino d'alluminio un filo di gran lunga più robusto per sospendere l'equipaggio; ciò che porterebbe naturalmente ad introdurre una forza di torsione più grande.

Il resultato di questa analisi minuta si riassume dunque nell'opportunità di scegliere un anello d'argento (*) come conduttore, e un elettromagnete per la produzione del campo.

§ 5. — Ho costruito all'uopo l'apparecchio, che la figura 2 rappresenta in prospettiva.

Due bobine uguali, con nucleo di ferro, sono disposte verticalmente, una sopra l'altra. L'inferiore è fissata alla tavoletta del sostegno, la superiore invece si regge per mezzo di due grosse viti, che ingranano in due femmine praticate nella lastra metallica L, mentre passano senza mordere per la traversa MN e vi s'appoggiano con le testate.

Due guide, delle quali una sola, G, si scorge bene nella figura, scorrendo lungo le aste verticali A e B, impediscono alla bobina superiore i movimenti di beccheggio.

A questa stessa bobina, in alto, sopra l'orifizio del foro, che l'attraversa in tutta la lunghezza, è fissata una camera, C, munita di finestra; la quale si prolunga alla sua volta con un tubo di vetro lungo e sottile, T. Il tubo passa liberamente per un ampio foro, praticato nella parte mediana delle due lastre ortogonali VW e MN, e reca all'estremità superiore, S, gli organi necessarii per la sospensione.

Ogni bobina è alta in tutto dodici centimetri; le lastre terminali avendo un centimetro di spessore ne rimangono dieci per la parte di mezzo, destinata a ricevere il filo; vi sono di questo undici strati e in ciascun strato quarantuna spire. Il diametro del conduttore è di due millimetri all'incirca.

Quanto ai fori assiali, che traversano le bobine, essi hanno una luce di un centimetro e mezzo; però agli estremi sono incastrati dei cilindretti cavi con cinque millimetri appena di diametro interno.

Nelle mie esperienze il toro mobile fu l'anello d'argento, del quale è discorso innanzi; era portato da un filo di vetro di quindici centimetri di lunghezza, sospeso a sua volta ad una bava di bozzolo di quasi mezzo metro. Il filo di vetro reca in alto, in corrispondenza della finestra di C, uno specchietto piano

(*) Ovvero d'alluminio o di rame, che fa presso a poco lo stesso.

leggerissimo. Le deviazioni si osservavano con scala e cannocchiale a due metri dallo specchio.

§ 6. — Il resultato della ricerca fu completamente negativo; anche annullando un campo di 1000 unità non si ottiene nessuna deviazione apprezzabile (*). Se si tien conto del fatto che le divisioni della scala importano ciascuna un millimetro è facile dedurre da queste esperienze un limite superiore per la grandezza della costante K.

Viene infatti:

$$|x| < 0{,}00025,$$

e però:

$$|\mathrm{K}| < 0{,}00025 \frac{4\pi r_1^2 d\rho(z-1)}{1000 \log z},$$

$$< 0{,}015.$$

Questo numero acquista un significato solamente se si calcolano anche gli altri coefficienti per i termini quadratici dell'energia, così che si possa riconoscerne l'importanza relativa.

Quanto al momento di inerzia la formola in base alla quale si misura la sua grandezza fu già data innanzi; nel caso nostro risulta:

$$\mathrm{M} = 0{,}089.$$

Del coefficiente d'autoinduzione di un anello circolare a sezione rettangolare si può avere un valore approssimato dalla:

$$\mathrm{L} = 2\pi(r_1 + r_2)\left[\log \frac{4(r_1 + r_2)}{m} - 2\right],$$

dove è:

$$\log m = \frac{1}{2}\log(h^2 + l^2) - \frac{1}{12}\frac{l^2}{h^2}\log\left(1 + \frac{h^2}{l^2}\right) - \frac{1}{12}\frac{h^2}{l^2}\log\left(1 + \frac{l^2}{h^2}\right) +$$

$$+ \frac{2}{3}\frac{l}{h}\operatorname{artg}\frac{h}{l} + \frac{2}{3}\frac{h}{l}\operatorname{artg}\frac{l}{h} - \frac{25}{12},$$

e le altre lettere conservano il significato attribuito loro precedentemente.

(*) Nessuna deviazione almeno che, avendo, fra gli altri, il carattere di cambiare il segno insieme con la H, possa ascriversi alla causa studiata.

Fig. 1

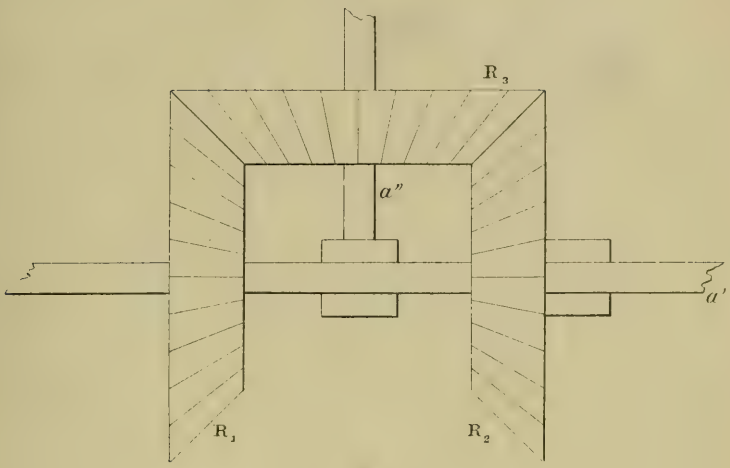
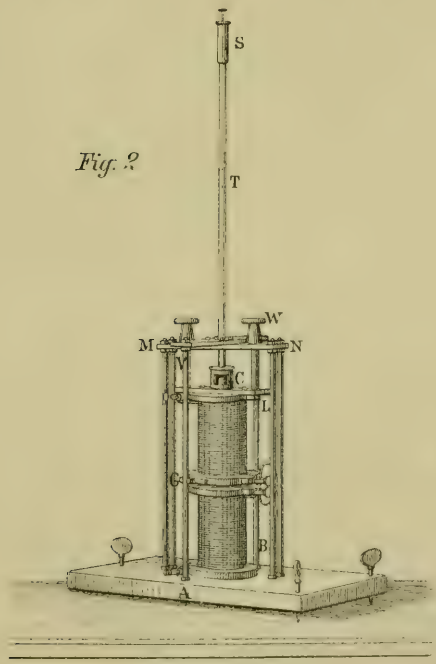


Fig. 2



Lit. Salussolia, Torino

Fatto il calcolo viene:

$$L = 9{,}445;$$

sicchè si può conchiudere che:

$$\frac{L}{|K|} > \frac{9445}{15}, \quad \text{e} \quad \frac{M}{|K|} > \frac{89}{15},$$

$$> 600, \qquad > 6 \text{ circa.}$$

Dei tre termini dunque che costituiscono l'espressione di T quello che corrisponde all'energia magnetica è di gran lunga il più importante; e il termine del rettangolo si può rigorosamente trascurare rispetto ad esso. Non è lecito concludere per ora che sia anche trascurabile davanti all'altro, che esprime l'energia cinetica.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

CLASSI UNITE

Adunanza del 3 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Naccari, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona. — Il Socio Mosso scusa la sua assenza;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Peyron, Direttore della Classe, Rossi, Manno, Pezzi, Ferrero, Carle, Boselli, Cipolla, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi unite, 13 gennaio 1901.

Il Presidente comunica che il Socio D'Ovidio è stato eletto Segretario della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, e legge una lettera dello stesso Socio D'Ovidio, con cui egli si dimette dalla carica di Tesoriere dell'Accademia. Prendendo atto delle dimissioni, il Presidente ringrazia il Socio D'Ovidio dell'opera prestata.

L'Università di Glasgow invita l'Accademia a farsi rappresentare alla celebrazione del nono centenario della sua fondazione, che seguirà il 12, 13 e 14 giugno 1901. L'Accademia unanime accoglie la proposta del Presidente, che quando nessuno dei Soci residenti dichiari in tempo utile di recarsi colà, sia incaricato della rappresentanza il Socio straniero dell'Accademia Guglielmo Thomson Lord Kelvin, che a Glasgow dimora.

L'Accademia procede poscia all'elezione del suo Vice Presidente, carica resa vacante per la nomina del Socio Cossa a Presidente, e riesce eletto il Socio prof. Bernardino Peyron, salvo l'approvazione sovrana. Il Socio Peyron accetta ringraziando.

Gli Accademici Segretari
Rodolfo Renier.
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 3 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. BERNARDINO PEYRON
DIRETTORE DELLA CLASSE

Sono presenti i Soci: Rossi, Manno, Pezzi, Ferrero, Carle, Boselli, Cipolla, Brusa, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale della precedente adunanza, 17 febbraio 1901.

Per l'inserzione negli *Atti* sono presentate le note seguenti:

1°, dal Socio Carle: Romolo Bianchi, *L'etica e la psicologia sociale;*

2°, dal Socio Cipolla: Federico Patetta, *Della congetturata provenienza del palinsesto torinese del codice Teodosiano dalla biblioteca di Bobbio* (1);

3°, dal Socio Savio: Agostino Mathis, *Vicende di 'Pollentia' (ora Pollenzo), colonia romana in Piemonte;*

4°, dal Socio Renier: Pietro Gambèra, *Cronografia del mistico viaggio di Dante.*

La Classe poscia si costituisce in seduta privata e procede alla nomina di un delegato della Classe al Consiglio di Amministrazione dell'Accademia. Riesce nominato il Socio Giuseppe Carle.

(1) La nota del Prof. Federico Patetta sarà inserita nel fascicolo successivo degli *Atti*.

LETTURE

L'Etica e la Psicologia sociale.

Nota di ROMOLO BIANCHI.

È noto quanto sia stato limitato dalle scienze sociali negli ultimi tempi il valore dell'individuo. Alla eccessiva importanza datasi pel passato ad esso è subentrato un concetto, che determina più esattamente l'azione esercitata dall'uomo singolo tanto nel campo scientifico, che in quello politico. Di fronte all'individuo, giustamente s'è messa in mostra la società, la quale in corrispondenza diretta o indiretta con quello, non pure partecipa al lavoro di lui e ne trasmette i prodotti, ma è di questi altresì la sanzione, apprestando, in molti casi, all'attività individuale argomento nuovo di azione e di pensiero. È necessario quindi che nella genesi delle produzioni psichiche, etiche, religiose, giuridiche sia in diversa misura ammesso l'intervento del fattore collettivo se vuolsi avere di esse una nozione più adeguata.

Ma di tale esigenza, che ogni giorno si rende più imperiosa, non pare che la filosofia abbia finora piena coscienza. Essa continua a seguire quasi generalmente l'antico indirizzo, che, tenendo di mira l'uomo singolo, vede nella società un aggregato di individui, dotati di un senso innato del vero, del giusto e dell'onesto, ai quali la società non offre che il solo modo di porre in atto quelle facoltà originarie. La filosofia ancora non si domanda se, tolta la società, possa sussistere un diritto ed una morale; non chiede a sè stessa se il linguaggio e la leggenda siano alla dipendenza immediata dell'attività individuale isolata e se, infine, la mente possa raggiungere le sue forme superiori senza il sussidio efficacissimo della collettività. La filosofia, invece, come non ha accettato generalmente l'azione che il tempo esercita sui fenomeni di cui essa si occupa e il concetto di genesi che ne consegue, così evita di fare appello alla collettività, ammettendo piuttosto un organo prima della funzione, una facoltà prima del

bisogno. Per tal via, crediamo noi, essa non potrà mai cogliere interamente l'aspetto dei fatti sottoposti al suo dominio. Molte delle difficoltà incontrate nel suo esame sono, se non erriamo, derivate appunto dall' aver trascurato tale lato essenziale del problema filosofico.

Nella influenza scambievole che in questi ultimi tempi s'è chiarita ineluttabile fra le diverse scienze, questa a cui accenniamo della sociologia sulla filosofia, ci pare immancabile. Già alcuni le hanno fatto buon viso, riconoscendone tutta la legittimità. Infatti in psicologia, tanto il Riehl e lo Spencer, quanto più recentemente l'Höffding, ritengono necessario l'intervento della collettività in certi fatti che l'individuo manifestamente non potrebbe produrre da solo. Il Guyau ha studiato l'estetica in rapporto alla vita sociale e per la morale il Bernes, il Sidgwick ed altri hanno toccato la stessa quistione. La morale, però, a differenza delle altre discipline filosofiche, si trova già di avere avuto spianata la via da quelle scuole che, movendo ora dal fatto psichico, ora da quello fisiologico o biologico, concordano tutte nel rigettare l'ipotesi di una facoltà primigenia e introducendo invece in essa il concetto di svolgimento. Di queste diverse concezioni ciascuna non offre, a nostro avviso, che frammenti del fatto morale. Esse hanno bisogno di convergere verso un fondo comune, ammesso tuttavia da queste teorie più o meno incidentalmente senza insistervi sopra, come ha fatto il sapere posteriore. Questo ha visto giustamente che la morale, come il diritto, è un aspetto, una funzione della vita sociale, da cui riceve impulso e forma. È il pensiero medesimo — non astratto e individuale, ma concreto e collettivo, quale lo studia la nascente psicologia sociale — che porta in sè il fatto morale, necessariamente, inevitabilmente. In questa concezione superiore della morale, destinata ad integrare, sorpassandole, tutte le teorie che l'hanno preceduta, si troveranno riavvicinate tanto la teoria etica, quale la concepiva il Comte movendo dalla società, quanto quella individualista del Kant, perchè la società non annulla la partecipazione dell'individuo nell'elaborazione morale. S'incontreranno così il naturalismo, come l'idealismo, perchè un naturalismo esclusivo in questo campo è una aberrazione, se non è integrato da un sano idealismo, che resta sempre la base prossima della società, intesa come associazione elevata di forze psichiche.

A tali criteri è ispirato il presente *Saggio*, in cui prima di entrare nel vivo dell'argomento che ci occupa, abbiamo creduto indispensabile toccare certe quistioni generali, che, oltre al chiarire il nostro tema, sono di esso la necessaria introduzione.

I.

1. — Fu osservato giustamente dallo Spencer che ogni progresso, o meglio, ogni mutamento nella vita sociale si oppone ad un ulteriore mutamento. Per un cumulo di cause, che è inopportuno qui menzionare, avviene sempre che alla trasformazione di un fatto sociale si oppongono numerosi ostacoli, tanto più difficili a superarsi, quanto maggiore è la sua durata.

Lo stesso accade nel campo del pensiero in generale. Poi che una tradizione è formata, l'uomo la investe della sua personalità e guarda con diffidenza il sorgere di tutto ciò che possa modificare la sua vita spirituale. Il primo atto verso una nuova idea è piuttosto di opposizione, che di discussione. Il nuovo prodotto resta per molto tempo al di fuori dell'individuo e penetra lentamente in esso attraverso quello preesistente, che si costituisce giudice dei nuovi acquisti intellettuali.

Ma la conoscenza è progressiva ed in ogni stadio di essa si ripete l'opposizione, che raggiunge il più alto grado quando dalla forma empirica del sapere si passa a quella scientifica. Allorchè un ordine nuovo di fenomeni diviene obietto di scienza, essi si trovano già rappresentati non soltanto mediante immagini sensibili, ma con ogni sorta di concetti grossolani. Prima delle nozioni più elementari di fisica e chimica, gli uomini già avevano sui relativi fenomeni delle cognizioni che oltrepassavano la pura percezione. Il concetto empirico è anteriore alla scienza, la quale sorgendo trova dinanzi a sè un'idea delle cose che non è l'immagine di queste. Prima di giungere a quel difficile abito di osservare, descrivere, comparare, che è la base di ogni processo scientifico, l'uomo si affida a concezioni antropomorfiche, che sostituisce alle cose, diventando a poco a poco la materia delle sue speculazioni. Così, per tal via, invece di una scienza della realtà, giungiamo ad un'analisi ideologica, che è ben lontana dall'offrire caratteri obiettivi (1).

---

(1) Durkheim, *Les règles de la méthode sociologique*, 20, 21.

Tali nozioni, arieggianti le cose, e che Bacone esattamente chiamava *prenozioni*, si ritrovano alla base di ogni scienza. Esse che vivono al di fuori del processo sperimentale, furono da poco distrutte nelle scienze dette positive, dove, essendo il dato esterno la parte preponderante della cognizione, è perciò più accessibile quel processo. Tutti sanno la lotta sostenuta dalla scienza contro l'astrologia e l'alchimia, le quali per quell'indissolubile legame che corre fra pensiero ed azione, sapere e credenza, non solo offrivano una falsa idea dei fenomeni da esse studiati, ma s'insinuavano altresì nella vita pratica. Nelle discipline spirituali invece, per la natura di esse, il dominio delle prenozioni, assoluto per tanti secoli, appena nel nostro tempo ha incominciato a perdere di prestigio. Lo Stato, la società, il diritto, la famiglia appariscono anche oggi a molti, non già come produzioni storiche, in cui si assommano gli sforzi della collettività umana e soggette perciò ad una continua elaborazione, ma come la semplice incarnazione di certe idee universali ed immutabili. Anche qui la conoscenza empirica coglie i fatti nella loro forma statica, quali li presenta la società in un dato stadio della sua evoluzione, senza sollevarsi sino alla trasformazione che essi hanno subìto nel tempo e nello spazio. Nella forma astratta che essi presentano in un alto stadio di vita sociale offrono, direi, un carattere sacro, su cui portandosi l'analisi può per moltissimi sembrare un sacrilegio. Ma, come diceva il Mill, sono spiriti volgari quelli pei quali un grande e bell'oggetto perde la sua attrattiva, svelando una parte del processo che l'ha generato.

Il dominio delle prenozioni nella storia del pensiero è scosso dal concetto di *genesi*, cardine di ogni scienza, perchè condizione d'ogni fatto. Vico disse esattamente: " Non intende le cose chi non sa ricostruirle „, ed aggiungeva, che sotto questo aspetto le scienze umane possono essere più perfette, perchè, essendo la storia un prodotto dell'uomo, più facilmente egli può mostrarne lo svolgimento. Intanto del principio luminoso del Vico il progresso intellettuale degli ultimi secoli ha smentito la conseguenza che egli credeva trarne. Le scienze naturali, seguendo il concetto genetico, molto prima delle scienze filosofiche potettero rintracciare le condizioni da cui e in cui si svolge un fatto, studiare gli stadi dello sviluppo di questo, farne insomma la storia, che esclude sempre da sè il concetto di semplice e d'immutabile. La consi-

derazione statica si mutò in quella dinamica ed un obiettivismo più sereno trasformò il soggettivismo delle antiche prenozioni.

2. — Tale indirizzo genetico, sebbene in proporzioni più modeste, è penetrato anche nelle scienze filosofiche, togliendole in parte a quel giuoco di parole, che il teologismo ed il razionalismo avevano lungamente carezzato. La psicologia è debitrice a questo indirizzo della sua costituzione scientifica, inalzatasi sulle rovine di un comodo innatismo e di una vuota semplicità. Anche nel diritto il concetto astratto, universale di esso s'è venuto a poco a poco modificando, mediante i giuristi della scuola storica e le ricerche etnografiche, le quali, mostrandoci le diverse manifestazioni assunte qua e là da quell'attività umana, ci hanno rivelato le sue origini sociali, la sua relatività attraverso il tempo e lo spazio. Egualmente nel campo della religione, in quello dei costumi il concetto genetico ci ha offerto la formazione lenta, graduale di certi istinti ritenuti pel passato sottratti a qualunque analisi. Così l'innatismo è bandito gradualmente dalle diverse discipline, restando come sostegno solo di una filosofia infingarda.

L'etica non poteva naturalmente essere esclusa da questo processo, che ha rinnovato ogni ramo del sapere. Anche per essa sorse il problema della formazione della coscienza morale, che per secoli ha costituito la base dell'innatismo morale. Gli antichi non lo sospettarono nemmeno questo problema. In questa scienza non ebbero che un'unica ricerca: stabilire cioè quale debba essere il sommo bene da ricercarsi dall'uomo, quale l'ideale etico, quale la norma da seguire nella vita morale. Soltanto nei tempi più vicini a noi l'analisi s'è rivolta a questa intricata ricerca. Però non è da credere con alcuni che il concetto genetico sia stato suggerito all'etica dalle scienze naturali. Queste hanno il merito di averlo largamente applicato e non di averlo intuito prima delle altre. In etica esso risale a quel tempo che tenne dietro alla Riforma. Se prima di questa la morale tradizionale, sottratta alla sana concezione greca, riposava tutta sul dogma, cioè come derivazione del sovrannaturale, sul finire del XVII secolo, il pensiero, fattosi giudice del dogma, fece accorte le menti che una morale poteva ben riposare su altre basi. Da questo momento è penetrato il concetto di genesi nella morale. Vero è che alcuni, come il Locke ed il Leibniz, dopo il largo movimento di riscossa verso la Chiesa romana, mirarono a tener

fermo un Cristianesimo meno intollerante e più largo e razionale, ma questo indirizzo, che sapeva troppo di ripiego, non ebbe largo seguito. La vera forza che aveva sconvolto la tradizione cattolica era il libero esame, che più tardi sotto il nome di razionalismo e sotto la forma di critica estenderà il suo dominio su tutte le scienze, ridurrà a poco a poco il dogma, e porrà le basi della nuova etica, in quella Inghilterra, che ai nostri tempi pare sia destinata a continuare lo spirito che animava il genio di Aristotile.

Da questo movimento filosofico inglese, che porta il nome di deismo, doveva sorgere naturalmente un'etica che ora diciamo naturale, indipendente — com'era in Grecia — da ogni dogma. Lo stesso Bacone, col suo indirizzo empirico e naturalistico, sebbene non si sia occupato profondamente della morale, aveva certamente aiutato a preparare la via a quello svolgimento. Ma l'impulso maggiore doveva venire poco dopo dall'Hobbes, il quale, rivoltosi principalmente a discutere intorno alla natura ed all'origine della potestà civile, doveva necessariamente esser tratto ad esaminare anche le quistioni fondamentali dell'etica e quindi a stabilire intorno a questa i principî da cui derivare le sue dottrine sociali e politiche. E ciò egli fece esponendo una teoria morale che agitò vivamente i filosofi del suo tempo.

È dall'Hobbes che s'inizia il procedimento genetico in morale. Per lui non esiste alcun principio assoluto e naturale della moralità e del diritto, ma l'una e l'altro hanno la loro origine nello Stato, dipendono e sono regolati dalla libera volontà del sovrano, il quale ha verso i sudditi ed in tutte le sue funzioni sociali un potere assoluto e illimitato. Con ragione questa teoria doveva suscitare molti contraddittori e richiamare l'attenzione sulle scienze morali (1). Il Locke continua in sostanza l'indirizzo del Bacone e dell'Hobbes e dopo di lui più efficacemente il Shaftesbury, l'Hume, l'Huctheson, lo Smith per vie diverse, mentre da un lato mirano a rendere sempre più indipendente la morale dalla soggezione religiosa, dall'altro si affannano a darle uno stabile fondamento. E se in quanto al primo còmpito esso fu raggiunto, pel secondo bisogna riconoscere che i loro

(1) Cantoni, *Em. Kant*, vol. 2°.

tentativi furono ben lontani dall'offrire una vera soluzione. Sia sentimento, sia istinto, il loro fondamento morale resta sempre un presupposto, una intuizione non dimostrata, nè fortificata da ragioni psicologiche, storiche, sociali.

È nel nostro secolo che questa ricerca, continuata specialmente in Inghilterra, ha avuto miglior fortuna. Dallo Smith allo Spencer teorie più comprensive sono sorte per offrirci la genesi della coscienza, della facoltà morale. Mediante un'analisi accurata e poggiata ad altre discipline, s'è cercato cogliere il processo che compie il nostro sentimento morale prima che giunga a quella forma elevata, astratta, ideale sotto cui si appalesa in un periodo avanzato della nostra storia. Di fronte alla scuola *intuitiva,* la quale ritiene che ci sia in noi una facoltà morale naturale, costituita dalla ragione che fornisce i principî generali dei nostri giudizi morali, di natura *a priori;* la nuova scuola, pur insistendo sulla necessità dei principî, li presenta come il risultamento dell'osservazione e dell'esperienza accumulata ed associata. E l'analisi, penetrando in questo campo, troverà il fondamento remoto del sentimento morale o in un fatto biologico, o nell'istinto di socievolezza, o nel principio di utilità.

3. — Contro questo indirizzo, che riflette il movimento scientifico dei nostri tempi, i seguaci della scuola *a priori* in morale, in nome del kantismo e dello spiritualismo, hanno mosso delle gravi obiezioni, che mirano non a modificarlo ma a distruggerlo addirittura. Se si applica, si dice, alla morale il metodo storico, noi non coglieremo più il fatto morale in sè stesso, ma solo la storia della condotta, quel lento processo, cioè, che ha migliorato, civilizzato l'uomo. Come nel rintracciare la genesi delle forme mentali fate uso di esse, aggirandovi in un circolo; così in morale l'applicazione del metodo storico presuppone già una morale universale, assoluta. Le variazioni che l'etnografia ci ha rivelate nella vita etica dei popoli non infirmano punto il valore di una morale assoluta e riguardano non tanto l'elemento morale propriamente inteso, quanto il modo di manifestazione. La morale non può essere trattata alla stessa stregua della scienza positiva, perchè essa è al di fuori del determinismo, costituisce un mondo a parte, quello della libertà, della ragion pratica, che comanda categoricamente ciò che è nel suo dominio, senza ricorrere all'esperienza, che nulla ci rivela. Se si arrivasse

a negare, dice Kant, una conoscenza *a priori*, la morale sarebbe distrutta dalle fondamenta. Intanto, egli aggiunge, l'umano intelletto non potrà mai giungere a mostrare come la ragione pura possa diventare pratica. Ci troviamo in un doppio campo ed una conciliazione fra la libertà dell'uno e la necessità dell'altro è possibile solo sagrificando questa a quella, il determinismo alla contingenza, insinuando cioè questa in tutti i fenomeni naturali. Per tal via si può costruire una filosofia della libertà, che giustificherà le antiche credenze della coscienza umana, la responsabilità, l'intenzione, il dovere, dichiarate false in nome della scienza.

Queste obiezioni, come scorgesi, sono senza dubbio gravi. Esse, uscendo dai confini dell'etica, si rivolgono da una parte contro la validità del sapere in generale e dall'altra contro la costituzione di un'etica scientifica. Si trovano di fronte l'idealismo e il realismo, la scienza positiva e la scienza ideale, agguerrite entrambe ed ognuna aspirante alla supremazia. Se la scienza positiva, forte dell'esperienza, non dà alcun valore a ciò che travalica i confini di questa, la scienza ideale, per mantenere incolume il proprio dominio, non si perita di attaccare il valore assoluto dell'esperienza medesima. È l'eterna lotta che si combatte da secoli in seno al pensiero umano e che oggi si avvia verso una soluzione in cui le due esigenze, riflettenti i due aspetti della realtà unica, dovranno essere contemperate. Fino a che ci sarà separazione fra l'una e l'altra, non solo il pensiero teoretico sarà incompleto, ma la stessa pratica cercherà invano il valore dell'esistenza, la forza che la spinge all'azione. Occorre dunque esaminare in primo luogo se la morale rientra nel dominio della realtà e comporta in conseguenza una trattazione scientifica; e in secondo, se il metodo genetico della scienza applicato ad essa può dirci cosa sia e donde emani.

II.

4. — È innegabile purtroppo il discredito che si è riversato negli ultimi tempi sulle dottrine speculative. Mentre pel passato la filosofia, penetrando in questa ed in quella parte dello scibile, godeva pieno prestigio, nella seconda metà del secolo, or ora scorso, con lo sviluppo prodigioso delle scienze

naturali il suo dominio è venuto a poco a poco restringendosi, nel tempo istesso in cui attirava sopra di sè il sarcasmo della nuova generazione.

Questo movimento contro le scienze speculative, diciamolo con franchezza, fu una salutare reazione contro le pretese di un pensiero tutto formale, il quale senza interrogare l'esperienza, anzi sdegnandola, credeva bastare da sè a darci la soluzione di tutti i grandi problemi della vita. Ad ogni passo le costruzioni del pensatore poste al cimento dei fatti rivelavano quel contrasto, quella insufficienza di rapporti, che in breve volger di tempo ricaccia nell'oblìo le costruzioni senza base reale. Così quando le scienze fisico-chimiche, affidandosi alla sperimentazione, mostrarono, o credettero mostrare, la esattezza dei loro metodi e la certezza dei loro risultamenti, la speculazione restò spodestata. Parte dei problemi della filosofia fu sottoposta agli stessi metodi sperimentali ed il resto, non potendo subire lo stesso processo, restò negletto.

Avvenne intanto dopo poco, che la filosofia vivificata dal contatto delle scienze naturali accusò l'esperienza di aver mancato alla promessa di rivelarci il segreto dell'esistenza. Gli alti problemi della coscienza, dopo pazienti ricerche, erano rimasti insoluti dalla scienza, la quale, troppo spesso, non potendo trovare una ragione adeguata di certi fenomeni, li aveva negati. Così, da alcuni si gridò al fallimento della scienza, per risollevare a nuova vita il misticismo, e da altri, infine, si volle sottoporre ad esame e attenuare il principio fondamentale medesimo della scienza, quello di causalità, per rimettere in onore la vita dello spirito, l'ideale etico, che la scienza non aveva saputo formulare.

Questa è la crisi più alta del pensiero moderno e che il nuovo secolo deve risolvere. La lotta non è più tra scienza e fede, ma tra filosofia e scienza, le quali debbono necessariamente giungere ad una conciliazione, ben più alta di quella vagheggiata dal Comte. Il fatto e l'idea non possono rimanere distaccati, ed un accordo tra l'uno e l'altra non include però le conseguenze cui è giunto il Boutroux con la sua revisione critica, negando o scemando il valore della ricerca positiva, nè con questa negare alle scienze dello spirito eguale valore. Occorre solo uscire al di là dei confini di ciascuna per sentire la

necessità, riconoscere il valore dell'altra, ristabilire l'unità del pensiero e della realtà.

La scienza, infatti, parte da ipotesi per essa non dimostrate, atomo, materia, cellula, di cui non si domanda il concetto, la natura. Essa si contenta di quel genere d'induzione che inferisce un'apparenza da un'apparenza, un rapporto da un rapporto, senza preoccuparsi di ciò che può esservi al disotto dell'uno e dell'altra e trascurando altresì i modi di relazione fra soggetto ed oggetto. Se una relativa certezza essa raggiunge nelle proprie ricerche, ciò si deve allo spezzare ch'essa fa la realtà in frammenti, ricercando semplici aspetti o semplici *fasi* delle cose, senza contemplare il *tutto*.

Ora se questo è un bisogno ineluttabile della ricerca scientifica è anche in certa guisa una falsificazione della realtà, la quale è *una* e l'isolamento di un fenomeno è già un'astrazione, che sorge tardi nella storia del pensiero ed assicura una conoscenza *mediata* di fronte a quella *immediata* che fornisce il prodotto artistico. Una conoscenza parziale, rigorosamente parlando, è impossibile, se non tiene presente il tutto, nel quale l'elemento singolo ha vita e significato. Chi ristabilisce l'unità tra il pensiero e la realtà, e tra i diversi fenomeni di questa, è la filosofia, di cui non può fare a meno la scienza, anche quando essa si arresta a quello stadio più basso che è l'empirismo. Ma sollevandosi su questo (per diventare scienza vera) allora essa inevitabilmente tocca questioni generali, filosofiche in cui l'esperienza si ferma, subentrando la speculazione, l'ipotesi che forma tanta parte delle scienze positive. Più la scienza si estende e più la dipendenza tra le varie sue forme si fa maggiore, acquistando un aspetto generale e quindi contenuto filosofico. Ed in questo stadio superiore della scienza piuttostochè venir meno la certezza essa l'acquista, giacchè è riconosciuto ormai da tutti che ogni scienza si eleva alla perfezione a misura che l'elemento empirico si restringe a vantaggio dell'elemento razionale.

La filosofia, d'altra parte, completa la scienza positiva con una triplice ricerca. In primo luogo si fa ad interrogare la relazione tra soggetto ed oggetto, quistione fondamentale che è alla base del sapere in generale. In secondo luogo determina gli elementi comuni delle cose, che le scienze accettano senza esame. Questo è il dominio metafisico, che si porge come uni-

ficazione della realtà spezzata dal particolarismo scientifico. E sebbene di valore ipotetico ha valore positivo, fondandosi sui dati dell'esperienza e porgendosi come un'ulteriore elaborazione di questa. La mancanza di queste due ricerche nel Comte, costituisce la insufficienza del positivismo nella sua prima forma, rivela la cognizione incompleta che il Comte ebbe del *fatto* e della *legge*.

5. — Ma la realtà non è circoscritta tutta nella fisica e nella metafisica. Oltre il mondo naturale v'è il mondo umano, che lo comprende, lo continua, lo evolve. V'è l'uomo che sente, vuole, giudica. Ed è questa la terza ricerca filosofica, che compie ed integra le due prime. È la ricerca della valutazione, dell'ideale, che s'è voluta per i suoi caratteri opporre alla ricerca scientifica come indagine del tutto subiettiva. Ma, questo esclusivismo è arbitrario. " Ogni formula di scienza naturale, dice il Royce, è una descrizione di fenomeni riuniti per lo scopo che si propone questa scienza. Dal punto di vista generico il pensiero obiettivo cresce con la scelta e la riunione che facciamo sotto quelle formule dei fatti di esperienza, i quali hanno due caratteri generali, cioè, sono suscettibili di descrizioni e di verificazioni. La descrizione è necessaria per disporli, la verificazione è ugualmente necessaria perchè sieno materia di scienza, cioè, obiettivamente identici per tutti gli uomini. Ciò che resta del contenuto dell'esperienza senza presentare questi caratteri *non fa parte del processo cosmico*; sono fenomeni non suscettibili di descrizione e subiettivi, perchè non verificabili. E quando il loro carattere implica il desiderio e l'ideale abbiamo l'*opposizione* al processo cosmico sotto la forma di processo morale „ (1).

Se il Royce crede affermare che il processo morale abbia un fondamento, derivi dall'attività umana, niente di più vero. Ma, se crede che esso rappresenti un'opposizione al processo cosmico e resti al di fuori della scienza, niente di più falso. Egli stabilisce un'antitesi fatale tra il dovere ed il fatto, perchè pone un dualismo in fondo all'esistenza universale. Crede che il desiderio si rivolga su qualche cosa di natura indescrivibile ed inverificabile, confondendo in tal modo l'obietto del desiderio e il sentimento che l'accompagna. Ma, distinto questo da quello, è facile scorgere come l'obietto sia suscettibile di

(1) *Int. Journal of Ethics*, 1895.

descrizione e di verificazione. Il senso di ciò che deve essere diviene allora, anche per il Baldwin (1), l'anticipazione di un'esperienza più vasta, non ancora sottomessa a categorie.

Una delle classificazioni più recenti delle scienze distingue queste in tre categorie: teoretiche o di *concetti*, storiche o di *fatti*, pratiche o di *valori*. Contro quest'ultima, poco determinata e non ancora ben coordinata alle altre, si appuntano le critiche maggiori per il predominio che in essa hanno i concetti di fine e di valutazione. Nella prima e nella seconda, si dice, la conoscenza è impersonale, non apprezza, non agisce, mentre nell'altra classe, per il sentimento che vi prende parte, si ricade nel fatto individuo e perciò nell' arbitrario. Questa obiezione generalmente è vera solo in parte, giacchè in ogni atto della mente (e la scienza non è che una nostra creazione) si asconde un giudizio valutativo. Sia che si tratti di un prodotto naturale, sia spirituale, il pensiero per coglierlo dice sempre implicitamente od esplicitamente ciò che esso vale rispetto a sè, alle parti sue, agli altri prodotti. Ciò che varia è il grado e la forma della valutazione. E il senso dell'apprezzamento è esso medesimo un prodotto cosmico. La materia descritta come ciò che *è*, è il contenuto inadeguato di ciò che noi sentiamo *dover* essere; e, ciò che era obietto di un dover essere nel passato, è ciò che è attualmente. Dunque il *deve* è una funzione del contenuto mentale, forza motrice e, come ogni altra funzione, ha la sua storia naturale come un semplice fatto. Così che sotto questo punto di vista la differenza profonda tra l'una e l'altra classe di scienze comincia ad attenuarsi. Resta tuttavia l'altro criterio, quello dell'*azione*, che pare induca una separazione ben più notevole fra le scienze valutative e le altre. Ma neanche qui, ci pare, si possa parlare di una separazione assoluta. Infatti di ogni cosa noi possiamo avere tre momenti nella conoscenza: ciò che essa si presenta a noi in un dato tempo; ciò che è stata dalle origini fino a quel tempo, e ciò che sarà dopo quel tempo. La prima ricerca ha per tipo le scienze *descrittive* (zoologia, geografia, ecc.); la seconda le scienze *storiche* (geologia, cosmogonia, storia, ecc.); la terza le scienze *evolutive* (diritto, politica, etica). Queste ultime sarebbero quelle in cui

(1) Baldwin, *Inter. mor. et social. du dével. mental.*

l'uomo imprime la sua forza al mutamento, fissando una meta che si raggiunge per vie diverse e con quei mezzi di cui si occupa la pratica di ciascuna scienza. Se con le scienze descrittive e storiche sappiamo ciò che è stato ed è dei fenomeni al di fuori di noi, con le evolutive fissiamo ciò che sarà della nostra attività politica, giuridica, economica, etica. Per tal via si ristabilisce l'unità dell'esistenza, ed il mondo umano non si opporrà, ma continuerà il fisico. La forza del cambiamento, che al di fuori di me è detta *causa*, in me è *norma*. Là l'effetto ci fa rimontare alla causa; qua si mantiene lo stesso procedimento, la ricerca, cioè, della causa di un effetto voluto, desiderato come *fine* dei nostri atti. Perciò tra il fatto *avvenuto* e quello che *avverrà* non vi è che diversità di aspetto. L'obiettività ed il determinismo non falliscono, come si crede, in queste scienze che abbiamo detto evolutive, purchè si tolgano a quella considerazione *individualistica* finoggi dominante, e sieno considerate invece come un prodotto della collettività umana, che fornisce, interrogata, un criterio essenzialmente *oggettivo*. Solo a questa condizione è possibile una scienza dell'etica, di un valore così positivo quanto quello delle scienze naturali, che avrebbero allora il solo vantaggio di possedere un procedimento più piano e difficoltà minori di fronte alle altre.

6. — Fu il Kant che introdusse una separazione assoluta tra la ragione teorica e quella pratica, sottraendo altresì l'idea del dovere alla critica diretta contro tutte le altre idee. Questo è il vizio capitale della sua dottrina etica, che è per sè stessa la parte più debole del kantismo. Come nella dottrina della conoscenza il Kant si era limitato alla sola Critica della Ragione pura, senza preoccuparsi della possibilità e della formazione delle forme superiori della mente, così nella Critica della Ragione pratica egli ha di mira solo ciò che egli chiama ragione empiricamente condizionata, cioè l'esperienza ed i motivi che essa fornisce. Il Kant vuole solo mostrare che l'interesse empirico e gli altri motivi dell'esperienza non sono gli unici e che al di là di essi vi è un motivo superiore derivato dalla ragione pura pratica, capace di determinare da sè tutta la nostra condotta. Ma l'esistenza di questa resta sempre un problema, che il Kant ricollega all'esistenza di una Ragione pura. Egli prende per dato il dovere, discorre delle condizioni di possibilità e ne

muove mai alcun dubbio sulla sua esistenza. Non domanda alla fisiologia, alla psicologia, alla storia, un sussidio in questa ricerca. La morale per lui, essendo la rivelazione di un *noumeno*, ha una base metafisica; non ricava i suoi dati dalla conoscenza dell'uomo, ma per contrario fornisce a questa dei principii *a priori*. Il bene supremo, assoluto risiede nella buona volontà, che è la ragione pura pratica. Questa apparisce come legge, come dovere, che ci comanda senza trovare l'obietto di questa legge nel mondo sensibile e senza poterlo determinare nel mondo intelligibile (1). Per tal via i caratteri di questa morale saranno il formalismo e il dogmatismo con un contenuto mistico e teologico. Il dovere resta un concetto subiettivo, problematico, sospetto d'illusione dalla mente stessa, che ha il privilegio di elevare un dubbio su tuttociò che essa non esplica e non comprende. La superiorità del razionale sul sensibile non può più essere dimostrata, quando nessun legame corre tra l'uno e l'altro. E la legge morale sarà in questa dottrina non solo un'astrazione, ma un'adorazione. Se la pratica è indipendente da qualsiasi speculazione essa è cieca, e, se non è tale, dev'essere davvero una ragione pratica che si renda conto di sè stessa. Allora ciò che dirige gli atti saranno le ragioni, le quali, come osserva il Fouillée, per avere un valore razionale debbono essere del dominio delle cose, e su cui si può acquistare sia una scienza positiva, sia istituire delle ipotesi intelligibili. E sì nell'uno che nell'altro caso, come rapporti scientifici dimostrabili o come concezioni metafisiche sfuggenti all'osservazione e alla dimostrazione rigorosa, si tratta sempre di idee suscettibili di analisi e di critica teoretica (2).

III.

7. — Affermata, e nei limiti di questo scritto, tale esigenza anche pel fenomeno morale, la formazione di questo può essere colta applicando il processo comune a tutte le scienze?

---

(1) Kant, *Critique de la raison pratique*. — *Fondements de la mét. des mœurs*.

(2) Fouillée, *Critique des systèmes de morale cont.*, passim. — Id., *Le mouvement idéaliste*.

La scienza, com'è noto, isola un fatto, lo scompone e, cogliendo qua e là rassomiglianze e differenze, fa una classificazione delle cose, che non è mai definitiva a cagione della estensione che l'analisi stessa subisce. Ma una parte qualsiasi della realtà, sia pure ridotta alle più semplici dimensioni, non è mai una unità, sottratta ad ogni relazione. L'analisi scientifica si arresta, in questa e in quella realtà, ad alcuni fatti minimi, atomo, protoplasma, e non può giammai considerarli isolati, come faceva l'antica metafisica. Se così facesse non potrebbe, partendo da essi, ricostruire la realtà nella sua sintesi. La conoscenza si aggira tutta sui rapporti che intercedono tra le cose e tra queste e noi. Ed un fatto non è che la somma di questi rapporti, dei suoi fattori, il risultato della sua storia. Perciò conoscere le condizioni di esso equivale, dice il Lewes, a determinare la sua cagione, la quale non è che la somma dei suoi fattori generativi.

Alla morale da qualche tempo si è applicato tale processo di analisi, con risultamenti soddisfacenti, ma non ancora definitivi. Essendo il fenomeno morale il più complesso, e concentrante in sè numerosi rapporti, s'è avuto che in questa genesi alcuni hanno messo in rilievo il fenomeno biologico ch'entra a far parte di esso, altri quello psicologico ed altri, infine, quello sociale. Questo meraviglioso lavoro di analisi è dovuto in massima parte all'Inghilterra, la quale, come dicemmo, pare che abbia ereditato lo spirito di osservazione che animò Aristotile. Il filosofo greco, infatti, non vide nella morale che una parte della politica, le cui massime non sono universali, nè assolute. Separandosi dal suo maestro, per il quale i principii morali erano chiari ed immutabili, Aristotile dice che la morale non solo non ha dimostrazioni esatte, ma non ha neppure carattere invariabile. Attaccato strettamente all'esperienza, ciò ch'egli vuole e stima è una virtù puramente umana, una morale di azione che conduca l'uomo e la società al perfezionamento mediante l'esercizio permanente e regolato delle proprie facoltà. La virtù per lui non può svilupparsi che nella città o nello Stato. Questo è un'associazione che ha per iscopo il bene, e siccome è la più alta delle associazioni così deve avere di mira il più alto dei beni, che è la virtù. Certamente lo Stato non è fondato dalla virtù: l'uomo è un essere di natura socievole ed

anche senza bisogno di protezione entra a far parte dell'associazione politica. Ma, se la virtù non è la causa iniziale dell'associazione, ne è tuttavia la causa finale. Lo Stato deve favorire lo sviluppo dell'uomo vero, proteggerlo, migliorarlo (1).

8. — Su questi principii, allargati e trasformati, s'erge la morale inglese. Senza fermarci ad A. Smith, che pose a fondamento della morale la simpatia e su cui avremo occasione di ritornare, fu il Bentham quegli che, dopo gli accenni del Bacone e la teoria dell'Hobbes, ne pose innanzi un'altra per la genesi della coscienza morale. Secondo lui l'uomo è sotto l'impero di due grandi forze, del piacere e del dolore, da cui scaturiscono le nostre idee, i nostri giudizî. Il principio di utilità subordina tutto a queste forze, spingendoci verso il piacere e risparmiandoci un dolore. Data questa tendenza, la virtù è da ricercarsi quando ci procura dei piaceri e la morale perciò sarà un calcolo, che valuterà la quantità dei piaceri, ossia la massima utilità. Ed essendo impossibile sottrarsi alle relazioni sociali, che investono ogni persona, così l'interesse si estende dalla famiglia alla tribù, alla nazione e perciò l'interesse individuale non potendo essere strettamente mantenuto, la regola suprema di morale sarà la più gran felicità del maggior numero. In ciò è per il Bentham la conciliazione dell'egoismo coll'altruismo, del benessere individuale col generale.

Il Mill (2) mantiene a principio supremo della morale l'utilità del Bentham, ma non ritiene con lui che l'interesse individuale coincida con quello generale. Domina anzi un contrasto tra l'uno e l'altro, per superare il quale il Mill ricorre ai sentimenti sociali, che rendono possibile quest'armonia. Se l'uomo è naturalmente egoista bisogna pure ammettere ch'egli si sente d'esser membro di una società. Lo stato sociale, dice il Mill, è così naturale, così abituale all'uomo ch'egli non può concepirsi isolato. E quest'associazione diverrà sempre più forte a misura che la umanità progredisce. Tutte le condizioni essenziali al viver sociale si fanno ogni giorno più inseparabili dall'idea che ci facciamo dello stato di cose in cui siamo costretti a vivere. A

---

(1) *Eth. Nic.*, VI, 5. — Denis, *Théories morales dans l'antiquité.* — Ferrari, *La morale d'Aristotile.*

(2) Mill, *Utilitarismo.*

misura che si avanza l'influenza della civiltà essa conferisce un carattere augusto a questa necessità del sentimento sociale. In tal modo i popoli giungeranno a poco a poco a concepire la necessità di non poter vivere in contraddizione con gli interessi degli altri. Diverranno familiari colla idea di cooperazione, coll'azione collettiva. I sentimenti dell'uomo si identificheranno sempre più col bene di tutti ed il bene per gli altri sarà un fatto istintivo, naturale. Conseguenza di ciò sarà la formazione d'una coscienza morale, mediante la quale ogni individuo sarà cosciente di essere una parte della società, con la quale non può essere in lotta. In questa coscienza morale il Mill mantiene il sentimento di obbligazione, però lo sottrae al suo carattere astratto, innato ed invoca l'elemento sociale per esplicarlo. Nelle sue origini l'obbligazione si confonde con la sanzione, giacchè è la minaccia di un castigo che ci obbliga al compimento di un'azione in un primo tempo, e se posteriormente essa acquista un'indipendenza, ciò si deve all'associazione avvenuta tra l'idea del castigo e l'azione. In modo che si fa così strada il sentimento del dovere e della virtù, la quale dapprima è legata alla felicità e più tardi diventa fine a sè stessa.

Tutt'altra via percorre il Darwin per dare una spiegazione del sentimento e della coscienza morale. Gli animali, per lui, possiedono un istinto sociale, acquisito o almeno sviluppato dalla selezione, che aumenta continuamente la loro resistenza vitale. Gli elementi più importanti di questo istinto sono l'*amore* e la *simpatia*. Negli animali inferiori questo istinto si manifesta con la tendenza a certi atti definiti ed invariabili, che si compiono con una precisione meccanica. A misura che esso si eleva abbraccia in una sfera più estesa atti numerosi ed indeterminati, sviluppando maggiormente la simpatia, l'aiuto reciproco. Supponendo poi che questo istinto, dapprima automatico poi più cosciente ed indeterminato, s'innalzi ancora fino ad esprimersi in azioni distinte e determinate, come quelle che si compiono da noi sotto l'influenza del dovere, avremo probabilmente il senso morale, il germe delle azioni virtuose.

L'istinto sociale in questo processo è aiutato dalla *riflessione* e dalla *memoria*. Se gl'istinti sociali o morali entrano in lotta con qualche desiderio abbastanza forte, essi saranno vinti. Ma soddisfatto questo desiderio, il piacere nato da esso sparisce e

riprendono vigore gl'istinti sociali, come quelli che racchiudono tutto il passato, le tendenze, le abitudini lentamente accumulate dall'eredità. D'altra parte l'intelligenza non può compiacersi di questo temporaneo trionfo, il ricordo del quale si fissa nella coscienza sotto la forma di *rimorso*, mentre la previsione della vittoria dell'istinto morale prende quella del *dovere*. Questa parola sembra implicare semplicemente la coscienza di un istinto persistente, innato o in parte acquisito, il quale ci serve di guida, e che in molti casi è privo di efficacia. Così pel Darwin l'obbligazione morale è la coscienza di una direzione impressa alla nostra volontà, mediante una serie di attività antecedenti.

In conclusione, con questa esplicazione tutta biologica del Darwin il fatto morale trova le sue radici lontane nella comunità di ogni specie di esseri. Se il senso morale risulta in primo luogo dalla persistenza e dalla vivacità degli istinti sociali, tuttociò non è esclusivo del regno umano. La caratteristica di questo è il contributo delle facoltà mentali, il ricordo degli avvenimenti, più la forza del linguaggio, col quale l'uomo dà una forma precisa ai suoi bisogni ed ai suoi desiderii. La tendenza innata, che conduce l'animale a compiere degli atti utili, non agisce più direttamente sull'uomo, potendo essere trasformata dall'intelligenza e dalla simpatia che ci rendono sensibili alla lode, al biasimo, al disinteresse. La tradizione poi, diventando opinione pubblica della comunità, approverà e consacrerà sotto il nome di morale certi atti ed una certa condotta tendente a promulgare il bene generale, mediante il quale si giunge ad elevare fisicamente e intellettualmente il più gran numero d'individui (1).

Al pari del Darwin lo Spencer fissa in un punto molto basso l'origine del sentimento morale, ma, a differenza di lui, lo considera da un punto di vista molto complesso, tendente ad abbracciare il psicologismo del Mill ed il biologismo del Darwin. Per lui la moralità è un risultato di evoluzioni successive, di esperienze accumulate, di coazioni estrinseche diverse (politiche, religiose, sociali), dalle quali il motivo morale a poco a poco si libera, formando un dominio a parte, una specie di coazione intrinseca, *sui generis*, desunta dalle conseguenze necessarie della costituzione delle cose. In uno stadio lontano l'umanità saprà

(1) Darwin, *Discendenza dell'uomo.*

attuare una perfetta corrispondenza tra tutte le tendenze della sua natura e le esigenze della vita sociale. Raggiungendo questo stadio avremo necessariamente una morale assoluta, deduttiva, la quale ci permette d'interpretare i fenomeni delle società reali nei loro stati transitori, pieni di mali dovuti alla mancanza di adattamento.

La scuola intuitiva e la scuola sperimentale prese isolatamente, secondo lo Spencer, esprimono una parte della verità, che rampolla dalla loro unione. Occorre unire l'esperienza e l'innatismo per avere la genesi della facoltà morale. Alle proposizioni fondamentali d'una scienza morale sviluppata corrispondono, egli dice, certe intuizioni morali che si sono sviluppate successivamente e si sviluppano ancora nella razza, e che sebbene sieno i risultati d'esperienze di utilità accumulate, gradualmente passate allo stato organico e trasmesse per eredità, sono giunte ad essere interamente indipendenti dall'esperienza cosciente. Allo stesso modo che l'intuizione dello spazio posseduta da ogni individuo vivente è stata il frutto delle esperienze organizzate e consolidate degl'individui che l'hanno preceduto e che gli hanno trasmesso le loro organizzazioni nervose lentamente sviluppate: allo stesso modo che questa intuizione la quale non ha bisogno che delle esperienze personali per determinarsi è divenuta in apparenza indipendente dall'esperienza, così credo che le esperienze d'utilità organizzate e consolidate attraverso tutte le generazioni passate della razza umana, abbiano prodotto delle modificazioni nervose corrispondenti, che, per trasmissione ed accumulazione continua, sono divenute in noi certe facoltà di intuizione morale, certe emozioni corrispondenti ad una condotta giusta od ingiusta, senza alcuna base apparente nelle esperienze d'utilità individuale (1).

Ispirata alle dottrine inglesi, che per un certo rispetto essa compie, è quella dell'Ardigò sulla morale. Lo Spencer aveva lasciato in disparte ciò che fornisce la società nella formazione dell'idea morale, e l'Ardigò dice che l'evoluzione sociale è prodotta e determinata dalle *idealità sociali*, le quali influiscono sulla formazione del volere. Si stabilisce perciò fra la società e l'individuo un legame, una corrispondenza che non è sempre diretta.

---

(1) *Basi della morale.*

La coscienza morale non è una, anzi in essa si distinguono tre forme: quella del *vizioso* pel quale l'idealità sociale è un'energia eteronoma che lo domina suo malgrado; quella del *cittadino*, che è energia autonoma, e in una terza forma si fa il bene astraendo dalla società spontaneamente e senza bisogno di sanzione esterna.

Essendo perciò ogni coscienza morale multipla ed illogica, riflesso della vita sociale e dell'antagonismo dei gruppi, ne viene che il sentimento del dovere comporta una lotta. E tra due tendenze, l'una adattata all'ambiente sociale ed alla legge morale che ne è l'espressione, l'altra rappresentante uno stadio superato o non raggiunto dall'evoluzione morale, nasce quel sentimento doloroso che è il rimorso (1).

9. — Da questi pochi cenni sulla nuova scuola etica risulta evidente la sua tendenza progressiva a conciliare l'intuizione e l'esperienza, l'innatismo e gli acquisti ulteriori. Per essa il sentimento morale è necessario, nato dalla forza delle cose, mentre la materia di questo sentimento è, per questa medesima necessità, variabile. Il Littré espresse lo stesso pensiero quando disse: il morale è innato, la morale è acquisita. Non esiste un *punctum saliens* ove vengano ad unirsi indissolubilmente il sentimento e la sua materia, la volontà ed il suo obietto; l'una e l'altro restano sempre distinti, e la loro unione è sempre provvisoria. In quanto alla materia del sentimento morale, la morale inglese osserva che il biasimo e la lode di tutti gli esseri umani si attaccano a due grandi classi di azioni; a quelle che sono necessarie al mantenimento della sicurezza pubblica ed a quelle che soddisfano semplicemente un gusto o si riferiscono a condizioni speciali di questo o quel luogo. Ora, mentre i giudizî intorno a queste ultime sono di necessità variabili, non avviene lo stesso per le prime, giacchè certe condizioni fondamentali, come il rispetto della proprietà, della persona, sono indispensabili per l'esistenza di ogni gruppo sociale (2). L'*universalità* dunque non ha altra ragione che la *necessità*. Se lo stato sociale è necessario, occorre in primo luogo che la società imponga ai suoi membri la osservanza di certe condizioni, osservanza che dall'esterno a poco a poco si traduce in obbligazione interna, in dovere. Così degli

(1) Ardigò, *La morale dei positivisti.*
(2) Guyau, *Morale anglaise,* 197.

altri caratteri che presenta il fenomeno morale in un alto stadio della vita sociale, *semplicità*, *inneità*, la nuova scuola, di fronte alla classica, offre delle spiegazioni fondate egualmente sull'*evoluzione* e sull'*eredità*.

Di questa genesi del fenomeno morale s'è detto che essa perde il suo carattere morale a misura che analizza sè stessa. La giustizia non rappresenta che un'idea complessa, la quale si risolve in una moltitudine di idee secondarie, gradualmente acquistate; ma, ciascuno di questi elementi non apporta al gruppo dove entra che una complicazione nuova, senza apportarvi l'autorità, nè il rispetto, nè l'obbligazione. E se l'autorità manca in ciascuno degli elementi del gruppo, essa farà difetto all'insieme. Nessun elemento contiene ciò che diciamo moralità; nè il sociale, nè la riflessione, nè la tradizione, nè l'opinione. È il mistero ciò che rende sacra l'origine della moralità. Mostrare dove essa rampolla, esplicare come essa si forma, dove essa nasce, a quale legge obbedisce, equivale a distruggerne il prestigio. Il dovere non può risultare dall'accumulo di fenomeni successivi. La durata e la generalità non possono fare di un errore possibile una verità obbligatoria (1).

10. — Queste obiezioni, sotto lo specioso pretesto di conservare il prestigio della morale, intendono mantenere il mistero intorno alla natura, all'origine, allo sviluppo di essa. Così la ricerca scientifica è annullata d'un colpo e si perpetua l'intuizionismo puro, ormai insostenibile dopo le critiche profonde avutesi negli ultimi tempi. Nè l'affermazione che, ciò che non si trova negli elementi di un fatto non può ritrovarsi nell'assieme, è accettata dalla scienza, la quale, anzi, mostra per diverse vie come un composto abbia qualità non date nei suoi componenti. L'astrazione, l'ideale, il simbolo, creazione tutta umana, non sono, come credeva il Taine, causa, ma un effetto, un prodotto tardivo dell'evoluzione umana, e nel giro dell'attività individuale non sarebbero mai sorte. Lo stesso vale per taluni caratteri che la nostra mente dopo tanti secoli di storia coglie in certi fenomeni. La identificazione del fatto con la dottrina che lo studia potrebbe esser qui causa di numerosi errori.

Oltre queste obiezioni, che formano direi quasi la *pregiudiziale*

---

(1) Caro, *Probl. de morale sociale*, p. 79.

e non la critica, numerose discussioni hanno sollevate le nuove dottrine etiche. Ma anche qui, in questa *vera* critica, ci pare che non si sia posto mente ad un concetto semplicissimo, quello cioè che le diverse dottrine, ora psicologiche, ora biologiche, ora sociologiche, presentate qua e là dalla nuova scuola, non sono, singolarmente considerate, teorie compiute, ma parti di un tutto unico, differenti aspetti di un fenomeno così complesso come quello morale. Perciò staccando il Mill dal Bentham, o il Darwin dallo Spencer, la critica riesce facile. E con ragione si può rimproverare al Bentham un difetto d'interiorità, al Mill la casuistica, al Darwin di aver trascurato il dato psicologico e allo Spencer il valore dell'idea in morale (1). Ma, secondo noi, non si tiene conto abbastanza del concetto generale di queste dottrine, le quali si compiono a vicenda seguendo un indirizzo comune. Ora, da un punto di vista più alto, la morale inglese offre davvero due svantaggi: da una parte essa manca di complemento, offre cioè la sola base della moralità, senza il sommo che è di natura metafisica; dall'altra, essa, nei diversi aspetti sotto cui ha considerato il fenomeno etico, non è giunta ad unificare il lato biologico, psicologico e sociologico in una sintesi superiore. Eppure se c'è una nota unica in questi diversi tentativi di esplicazione essa è quella *sociale*, la quale, toccata si può dire per incidenza, da lontano apparisce come il fulcro su cui si reggono le diverse teorie. Come la ricerca psicologica, estetica, religiosa, giuridica, non può più trascurare l'efficacia dell'elemento collettivo, egualmente l'etica deve interrogare l'elemento sociale se vuole trovare la sua base prossima, come hanno mostrato gli studi ultimi di psicologia sociale. La metafisica conserverà in questa esplicazione il suo dominio, ma essa non sarà più, come voleva Kant, al principio, sarà invece alla fine e nella sua unità ideale abbraccerà il mistero dell'esistenza ed il valore della vita.

Ciò tenteremo di fare negli altri studî, che terranno dietro a questa semplice e breve *introduzione*.

---

(1) Zuccante, *La dottrina della coscienza morale nello Spencer*, lavoro eccellente. — Sciascia, *La psicogenesi dell'istinto e della morale nel Darwin.*

Vicende di 'Pollentia' (ora Pollenzo) colonia romana in Piemonte.

Nota del Dott. AGOSTINO MARIA MATHIS.

I.

Quasi nel mezzo dell'antica Liguria (1), dove fino alla conquista romana più s'erano serbati puri gli antichissimi Liguri, sorse la città di Pollentia sul territorio dei Bagienni, che abitavano tutta quasi l'odierna provincia di Cuneo e alcuni tratti di quelle di Torino e di Alessandria (2). Che essa fosse su quello dei Taurini, dissero già molti (3), facendo un ramo dei Taurini i Caturigi e dei Caturigi (4) i Bagienni, ma tale opinione è oggidì affatto esclusa. Neppure si può credere che appartenesse agli Statielli, poichè, se già non fosse certo che era dei Bagienni, sarebbe sommamente inverosimile che fino a Pollentia s'estendesse quella tribù, che viveva (5) presso Asti ed Acqui e nelle valli inferiori delle due Bormide.

(1) La IX regione d'Italia secondo la divisione d'Augusto.

(2) D. Manzone, *I Liguri Bagienni e la loro Augusta*, Torino, 1893, pp. 19 sgg.

(3) Cfr. in Manzone (op. cit., p. 8, not. 2) il novero degli scrittori di tale opinione, tra cui I. Durandi, *Del Collegio degli ant. Cacciatori Pollentini* etc. Torino, 1773, p. 54 e G. Franchi-Pont, *Dell'antichità di Pollenza e dei ruderi che ne rimangono*, in " *Mémoires de l'Acad. Impér. des Sciences* etc. *de Turin* „, *Litt. et beaux-arts*, Torino, 1809, pp. 323 sgg., che vogliono far derivare i Caturigi dai Taurini, fondandosi su passi di Strabone (III, 6, 6) e di Ptolemeo (III, 1, 35); cfr. anche Allais G., *Le Alpi occid. nell'antichità*, Torino, 1891, pp. 43, 76 sgg., 170 sgg.

(4) Plinio, *Hist. Nat.*, III, 5 (7), 47 e III, 20 (24), 135; dove l'antica lezione " *Caturigibus orti Vagienni* „ è respinta dai codici, portanti nomi di popoli in sua vece (ed. Janus, Teubner, Lipsia, 1870): cfr. Manzone, op. cit., p. 10.

(5) Muratori G. F., *I Vagienni e il loro paese*, Torino, 1871, § 4; Biorci G., *Antichità e prerogative d'Acqui*, Tortona, 1818.

Dei Bagienni crediamo anzi anche *Alba Pompeia*, la quale non è risultato finora per nessun indizio di che tribù ligure (1) fosse; ma l'essere stata da Roma ascritta alla tribù Camilia (2), come l'*Augusta Bagienn.*; l'essere geograficamente posta sul territorio dei Bagienni e coi Bagienni congiunta in comoda e diretta unione, mentrechè da Acqui e dal paese di certo abitato dagli Statielli la separa una serie di alte catene di colli scoscesi e selvosi; l'essersi provato ormai che il Tanaro non era, come si volle già da molti, la netta linea di confine tra Bagienni e Statielli; l'essere Alba vicinissima (3) e quasi per breve tratto di pianura unita a Pollentia, che fu certo Bagiennica, sono motivi che c'inducono a credere Alba un pago dei Bagienni, forse l'ultimo verso oriente.

Non s'ha memoria, nè di chi vinse i Bagienni, nè del tempo preciso della loro sottomissione a Roma, ma si può press'a poco determinarlo: poichè se solo nel 581 d. R. (173 a. C.) il console Popilio Lenate domava (4) gli Statielli, erano ancor liberi i Bagienni, e se già nel 611 d. R. (143 a. C.) Appio Claudio assaliva i Salassi, dovevano già essere soggiogati i Taurini e i Bagienni, posti tra gli Statielli, i Salassi e le Alpi, e quindi la loro conquista è da porsi tra il 581 d. R. (173 a. C.) e il 611 d. R. (143 a. C.) (5). Dopo la vittoria di Popilio continuarono infatti le spedizioni contro i Liguri, e l'epit. del l. XLVI di Livio ricorda le vittorie di Sulpicio Gallo del 586 d. R. (168 a. C.) e altre guerre " *vario eventu gesta* ", che forse furono quelle appunto contro i Bagienni.

Livio narra che nel 581 d. R. (173 a. C.) Popilio presso

---

(1) Dei Bagienni la dicono senza prove il Muratori (op. cit., § 4) e l'Allais (op. cit., p. 41); degli Statielli il Fissore, *Memorie storiche d'Alba Pompea*, Alba, 1894, p. 15, seguendo il Vernazza e il Deabbate.

(2) Cfr. iscrizioni in Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II da n. 7595 a 7613.

(3) È vicina tanto che si favoleggiò fino a noi che le due città erano unite al tempo dei Romani: tal vicinanza poi esclude che Alba possa essere stata colonia, come s'è creduto dai più (Fissore, op. cit., p. 17), ma da Pollentia andarono ad abitarla coloni Romani.

(4) Male il Franchi-Pont (op. cit., p. 330) li fa domare da Fulvio Flacco, seguendo il Durandi e seguito da altri molti. — Livio, XLII, 7, 8: " *in Liguribus, in agro Statiellati pugnatum est ad Caristum oppidum* " (ed. Weifsenborn, Teubner, Lipsia).

(5) Così il Manzone, op. cit., pag. 55.

Caristo sconfisse un grosso nerbo di Liguri (1), quivi raccoltisi in armi, fra cui è probabile fossero non pochi Bagienni (2); e in quella occasione gli Statielli, rimasti in pace, furono presi alla sprovvista e sottomessi. Fu allora che Alba e Pollentia (3), poste sul confine degli Statielli, caddero sotto Roma, per una invasione fin da quel tempo fatta sull'agro dei Bagienni da Popilio, desideroso di punirne la partecipazione alla guerra? Oppure, se ancora non era Pollentia, non fu egli stesso a sceglierne il sito per porvi un forte presidio, atto a tenere in freno i Bagienni e a proteggere il domato paese degli Statielli dalle loro scorrerie? (4). Ecco aperta così la questione dell'origine di Pollentia.

II.

Per ordine di tempo il primo antico scrittore che ricorda la nostra città è D. Bruto, in una lettera scritta nel 710 d. R. (44 a. C.) da Pollentia a Cicerone (Cicer. *Ad. Fam.* XI, 13). Plinio (23-79 d. C.) ne parla ponendola prima fra le maggiori città della Liguria (*Hist. Nat.* III, 5, (7), 47), poi ricordandone le gregge e le lane (ib. VIII, 73, 8) e i calici (ib. XXXV 47, 2). Marziale (sec. I d. C.) in *Epigr.* XIV, 157 e 158, Silio Italico (25-101 d. C.) in *Punic.* VIII v. 599, Columella (sec. I d. C.) in *De re rust.* VII, 2, 4, ne celebrano pure le lane e i calici. Svetonio (75-160 d. C.) in *De vit. Caès.*, *Tib.* 37 narra una sommossa dei Pollentini; la menziona tra le città mediterranee della Liguria sotto gli Apennini tra *Vada* ed *Hasta* Ptolemeo (II sec. d. C.) Γεωγρ. III, 1; ed Igino (sec. II d. C.) in *De limit. agr. const.* I, *tab.* 22 la ricorda coll'errato nome di *Opulentia*.

---

(1) " *In agro Statiellati* „ dice Livio, l. c., ma Statielli non erano i Liguri ivi convenuti e vinti, checchè ne dica il Fissore, op. cit., p. 15.

(2) In vista del pericolo s'era raccolto l'esercito col concorso di più tribù, tra cui dei Bagienni, i più vicini e più potenti.

(3) A queste città, dominanti l'ingresso alle valli della Stura e del Tanaro e al territorio Bagiennico, dovette spingersi Popilio, se volle uscire dal collinoso e arduo paese degli Statielli dopo d'averlo attraversato.

(4) Amanti delle scorrerie erano i Liguri; cfr. Floro, *Epit. Rer. Rom.*, III. 2 e Livio, XXXIX, 1, che dice: " *propter domesticam inopiam vicinos agros incursabant* „ (ed. cit.).

Per la battaglia del 402 d. C. sotto le sue mura ne tesse le lodi Claudiano (sec. V d. C.) in *De Bello Get.* vv. 635 sgg. e in *Paneg. de VI cons. Hon.* vv. 127 sgg. e 202 sgg.; ne parlano Cassiodoro (480-575 d. C.) in *Chron. ad. ann.*; Orosio (sec. V d. C.) *Histor. adv. Pag.* VII, 37; Prospero Aquitanico (sec. V d. C.) in *Chron. ad. ann.*; Jornandes (sec. VI d. C.) in *De Reb. Get.* XXX. Parecchie lapidi scoperte nel suo sito ne recano il nome.

Tra i moderni la fecero oggetto di particolari studî G. B. Bonino (1634-1706) (1), il Durandi, op. cit., il Franchi-Pont, op. cit., il Deabbate (2), il Fornarese (3), il Casalis (4) e il padre F. Savio (5). Lunghissimo sarebbe poi l'elenco di tutti quelli che in qualche modo o solo per incidente ne parlarono, poichè le sue vicende, quasi luogo comune, trovansi ripetute più o meno a proposito dai più degli illustratori delle antiche città del Piemonte cispadano, che spesso per sopperire alla deficienza di notizie proprie ricorsero alle altrui.

Tutti però dell'origine di Pollentia dicono ben poco. Solo il Franchi-Pont la vuol fondata sul sito d'un fiorente pago ligure da Fulvio Flacco nel 630 d. R. (124 a. C.): ipotesi che deduce da un' imaginaria discesa di quel duce tra i Bagienni per il colle dell'Argentera, basandosi (6) su d' una falsa iscrizione di S. Dalmazzo il Salvatico. A. Della Chiesa (7) e più altri dopo di lui la credettero *colonia deducta*, male leggendo un passo di Livio (XLI, 27), in cui si parla di Potentia, non di Pollentia: errore già notato dal Bonino (8), che pure diceva strana l'opinione di chi (9) la faceva fondare da Pallante, figlio di Evandro.

---

(1) *Horae subces.* II (*Poll. civ. red. et Claud. a cens. vindic.*), Salutiis, 1701.

(2) *Pegno d'incoragg. ai nuovi scavi di Pollenzo*, Alba, 1825.

(3) *Cenni storici su Pollenzo*, Alba, 1856.

(4) *Dizionario geografico storico* etc., XV, p. 515.

(5) *San Vittore di Pollenzo* etc. in *Compte rendu du quatrième congrès scient. internat. des Cath.*, Fribourg (Suisse), 1898.

(6) Op. cit., pp. 330 sgg., iscrizione del Meyranesio, di cui mostrò la falsità il Mommsen: cfr. Desjardins, *Géograph. hist. et admin. de la Gaule Romaine*, Paris, 1876, II, p. 256, not. 3; Manzone, op. cit., p. 52.

(7) Della Chiesa, *Cor. Real.* Torino, 1777, II, p. 68.

(8) Op. cit., II, *Poll. civ. red.* cap. 3, p. 263; seguìto dal Nallino, *Il corso dei fiumi Ellero, Pesio*, ecc. Mondovì, 1788, p. 161.

(9) F. Malabayla, *Clyp. civ. Astens.* Lugduni, 1656, p. 12.

Il Durandi (1) la dice un'antica città, divenuta illustre sotto i Romani; il Manzone (op. cit., p. 56), dopo d'aver concluso che il tempo della sua fondazione è imperscrutabile, afferma che fu municipio, non colonia; l'Allais (op. cit., p. 198) invece la chiama colonia con Alba e Bene, senza dirne le ragioni. È incerto il Mommsen (2), benchè dica che da una sua iscrizione potrebbe trarsi argomento per crederla colonia. In generale gli storici, nell'attribuirle (3) o negarle tal qualità, si seguirono l'un l'altro, senza mai dare prove della loro asserzione e pensando quasi tutti che essa debba la sua origine ai Romani, o facendola fondare da Fulvio Flacco o da altri ignoti. Anche il Desjardins (4) nota che gli *oppida in Liguria*, ricordati dagli storici latini, non sono da dirsi d'origine ligure o da Liguri abitati, se non con molta prudenza e ben di rado, poichè spesso di ligure non avevano che il sito.

Se però nessun scrittore, nessuna iscrizione ci attesta che fu colonia, vi sono parecchie ragioni per ritenerla tale.

Prima il nome suo merita speciale attenzione per essere d'etimologia e derivazione certamente latina, sia che derivi da *polleo*, sia da *Pollia* (tribù romana cui era ascritta Pollentia). E poichè talora Roma chiamò le colonie sue da vocaboli (5) indicanti forza, potenza, floridezza, mentre non c'è esempio, che sappiamo, di nome di colonia derivato da quello delle tribù di Roma, così ci pare che da *polleo* venga il nome di Pollentia, datole dai Romani per la bellezza del sito e per la speranza che in breve crescesse a grande potenza. Anche il Bonino (op. cit., II, p. 262) vuol derivarlo *a pollendo*, dalle parole di Clau-

---

(1) *Del Collegio dei Cacciatori* ecc., p. 54.

(2) Op. cit., V, pars II, p. 866 e iscriz. *ib.* n. 7619.

(3) A cominciare dal Voersio, *Hist. compend. di Cherasco*, Mondovì, 1618, p. 8, da Mons. Paolo Brizio, *Seraphic. Mon.*, II, p. 107, dal Bonino, op. cit. II, p. 263, da A. Della Chiesa, op. cit., II, p. 135, dal Nallino, op. cit., p. 161, ecc.

(4) Op. cit., II, p. 105.

(5) Così *Potentia*, col. ded. nel Piceno (Liv. XXXIX, 44); *Florentia*, col. ded. in Etruria (Vell. Pater. II, 72, 5); *Valentia*, col. ded. negli Abruzzi (Liv. XXXVII, 46); *Vicentia*, col. ded. nel Veneto (Vell. Pater. II, 72, 5); *Pollentia*, uno dei nomi di Pola nell'Istria, *Colonia Iula Pola Pollentia Herculanea;* così *Placentia*, col. (Liv. XXXVII, 46); *Fidentia*, col. (Paterc. II, 72, 5) ecc.

diano (*De Bello Get.* v. 636) " *o meritum nomen! felicibus apta triumphis* „; il Franchi-Pont (1) dalla dea Pollentia.

È notevole poi l'ardore dei Pollentini pei giuochi gladiatorii, come si deduce dal fatto avvenuto sotto Tiberio (2), quando quella plebe costringeva colla violenza e con una sommossa gli eredi di un defunto primipilo a darne spettacolo. Deve pensarsi che solo in un popolo d'origine romana potesse esservi sì vivo amore per quei giuochi, cioè in un popolo che con sè aveva portate e mantenute le usanze della madre patria, non nei Liguri di fresco domati e non tolti ancora ai loro usi e alla loro vita pastorale e quasi barbara. E in Pollentia pure, già ai tempi di Tiberio (3), sorgeva un anfiteatro ben vasto e in muratura, mentre si sa che solo assai più tardi si prese a costrurne nelle città di provincia; ma per noi e giuochi gladiatorii, tanto in voga al principio dell'impero, e anfiteatro, non posteriore a Tiberio, provano che i Pollentini erano Latini, non Liguri. Le rovine ancora, come si dirà, del cuniculo e del teatro della stessa epoca mostrano, che la città fu eretta in una volta, adorna di belli edifici, per opera ed uso di un potente nucleo di coloni fin dal tempo della repubblica.

Inoltre una lapide, che pubblicò per primo il Franchi-Pont (4), scopertavi nel 1804, benchè guasta e monca, mostra che vi sorgeva un tempio alla Vittoria e se ne ricava che qualcuno ne aveva fatte rifare le fondamenta e ornare il frontone di marmo, evidentemente per restaurarlo. Questi ristauri ad un tempio d'una dea Romana in un paese di tarda conquista, come ci fanno credere che il tempio già esistesse da lunga data, così ci provano che fu eretto da Romani, non dagli indigeni che le deità latine ancora non conoscevano, in segno di gratitudine per qualche vittoria riportata in quelle vicinanze. L'età e il carattere dell'iscrizione indicano che i restauri si fecero forse nel secolo II

(1) Op. cit., p. 335: ma tale tentativo di derivarlo dal nome della dea Vittoria, detta pure Pallantia, Pellonia, Pollentia, non regge. Il Turletti, *Storia di Savigliano*, Savigliano 1881, I, cap. I e l'Allais (op. cit., p. 24) credono che derivi dal nome della tribù Pollia.

(2) Svetonio, *De Vit. Caes., Tib.*, 37.

(3) Promis, *Storia dell'antica Torino*, Torino, 1869, p. 89.

(4) Op. cit., p. 491; Mommsen, op. cit., V, pars II, n. 7614.

d. C. e la vittoria potrebbe essersi ottenuta sui Liguri (1); ma nulla essendovi di certo, ci sia lecito supporre che si tratti di quella di Mario del 652 d. R. (102 a. C.) sui Teutoni, la cui avanzata poteva segnare una gravissima prova, se non la fine di Pollentia, posta proprio sulla strada che dalla Provenza per la Liguria dovevano tenere i barbari per venire nella valle del Po. I Liguri allora presero le armi con slancio in aiuto di Mario (2), o, più che i Liguri di fresco domati e decimati, i coloni Romani residenti in Liguria, giustamente, come i Pollentini, sgomentati del pericolo.

Un'altra sua iscrizione (3) può dare, come nota il Mommsen, e dà un argomento per provare che Pollentia fu colonia, parlandovisi d'un T. TITIVS FELIX REATINVS TRIBV POLLIA, che visse e morì a Pollentia, venuto da *Reate* come colono.

È pur da notarsi ancora la sua vicinanza ad Alba e Cherasco, perchè Alba col nome suo (4) si fa credere antichissimo pago e Cherasco, anche più vicina a Pollentia, fu pure sede d'un pago, vi si trovarono iscrizioni, non fu della tribù Pollia ma della Camilia e il suo nome (5) con un suffisso -asco di forma comparativamente primitiva (che si trova solo nell'Italia superiore e pare originariamente proprio dei Liguri) presenta una radice pur ligure, cioè Kar o Kair, da cui *Kariascum* o *Kairascum* (6), che si trova identica in *Karrea* (Chieri, altro pago ligure), in *Karistum,* luogo degli Statielli, ed altri. Che se Alba e Cherasco erano grossi pagi, è molto difficile che lo sia stato pure Pollentia, vicina ad ambedue e posta nel loro mezzo, tanto più che non troppo frequenti appaiono questi centri nei territori delle tribù: e se quei due conservarono il loro nome ligure, perchè Pollentia ebbe un nome latino?

---

(1) Così vuole il Franchi-Pont, op. cit., p. 491.

(2) PLUTARCO, *Vit. Mar.*, XIX; è probabile che Mario andando in Provenza passasse per la Liguria e per Pollentia per ragion delle strade.

(3) Mommsen, op. cit., V, pars II, n. 7619 e p. 866.

(4) Il nome Alba fu comune fra le città più importanti dei barbari: cfr. in Liguria *Albingaunum* e *Albintimilium.*

(5) G. FLECHIA, *Di alcune forme di nomi locali nell'It. Sup.* in " Atti dell'Accad. delle Scienze di Torino ", Torino, 1873, t. XXVII.

(6) Il sito dell'antico pago era nell'odierna regione di Rustia; ancor oggi Cherasco dai contadini è detta *Kairasch.*

Da una famosa iscrizione (1) d' Alba si ricava che *Alba Pompeia, Augusta Bagiennorum*, *Genua* e *Aquae Statiellae* erano municipii, di cui era patrono un tal Celso. Nulla v'è di Pollentia; ma quel Celso, che era patrono di tante città della Liguria, perchè non lo era pure della nostra? Se Pollentia fosse stata un municipio sotto il patrono Celso, il posto per il suo nome sarebbe stato fra i municipii e fra Alba e Bene, dove invece non c'è: essendo stata una colonia, è naturale che il nome suo manchi, come non vi si trova più per una lacuna alcun nome di colonie, secondo il Mommsen.

Infine il Franchi-Pont (2) e il Manzone (3), notando che molti la dissero colonia per averla confusa con quella di Potentia nel Piceno, osservano che niuna lapide, nessun scrittore antico le dà tal titolo e affermano che municipio era dovuta diventare sotto Tiberio, come si rileva dal racconto di Svetonio (Tib. 37) di un tumulto accadutovi. In quel passo la città è detta *oppidum* e vi si parla di *plebs pollentina*; ma *oppidum* era detto allora ogni luogo fortificato, anche colonia, e *plebs* designava il popolo minuto sia delle colonie, che dei municipii e d'ogni città in contrapposto ai *patres*, *equites*, *decuriones* e *augustales*. Del resto niuno dirà che sotto l' impero Pollentia non fosse municipio, sapendosi che dopo la *lex Julia* del 664 d. R. (90 a. C.) prima tutte le città d'Italia, e segnatamente le *coloniae latinae* e gli *oppida foederata*, vennero fatte municipii con pieno diritto di cittadinanza, e che poi divennero tali tutte le città provinciali e le stesse *coloniae deductae*. Però niun valore ha in questo caso il passo di Svetonio, come nulla provano (4) i pochi nomi dei suoi magistrati pervenutici.

Ma che Pollentia prima della municipalizzazione delle città italiche fosse colonia, fondata e popolata da Romani o Latini, ci persuadono non solo le suddette prove, ma anche il suo grande sviluppo fin dai tempi della repubblica e la sua posizione naturalmente strategica, all'incrociarsi di più strade importanti.

---

(1) Mommsen, op. cit., tom. V, pars II, n. 7153.

(2) Op. cit., pp. 341 sgg.

(3) Op. cit., p. 57, not. 2.

(4) È certo che niuna differenza di fatto esisteva tra i magistrati delle colonie e quelli dei municipii e dell'altre città antiche.

Erano le colonie fortezze poste come giogo sui vinti in tutti i punti strategici, sulle grandi strade, in tutti i luoghi che era opportuno difendere o custodire, come propugnacoli e stazioni, che arrestassero il nemico e vegliassero alla salute di Roma. " *Colonias sic idoneis in locis contra suspicionem collocarunt, ut esse non oppida Italiae, sed propugnacula Italiae viderentur* ", dice Cicerone (1); e Velleio Patercolo: " *Militarium coloniarum et causae et auctores ex ipsarum praefulgent nomine* " (2). Il nome di Pollentia è latino ed ha significato militare; causa della sua fondazione fu la difesa dei nuovi sudditi dalle scorrerie dei popoli vicini e il bisogno di tenere ben soggetti questi stessi sudditi ancora mal tolleranti il giogo; fu la convenienza di aver sicure le strade principali della regione e mantenersene padroni col porre al loro incrocio un presidio ed una città. Ottima strategicamente era la sua posizione, sorgendo tra le Langhe, l'Astigiana e la pianura del Piemonte, tra i due grossi pagi liguri di Alba e di Cherasco, ai confini di due tribù, degli Statielli e dei Bagienni, padrona delle strade conducenti a *Vada Sabatia*, al colle di Tenda, a Torino, ad Acqui e Tortona, per le quali aveva un ponte sul Tanaro (3). Quindi si comprende come D. Bruto (4) stimasse una vittoria l'averla occupata prima di Antonio, i cui soldati pure avevano gridato di voler essere condotti a Pollentia, perchè da essa Bruto poteva impedire al nemico di ritornare nell'Italia superiore, come avvenne. Il fatto che i soldati di Antonio volevano andare a Pollentia, dimostra che sapevano di venire tra compatrioti in una città ben forte, da potervisi sostenere contro le soverchianti forze di Bruto. Ciò accadeva nel 710 d. R. (44 a. C.), forse un cent'anni dopo la fondazione della colonia, quando essa, venuta meno la sua missione militare, già cominciava a spargere negli indigeni i germi della latina civiltà coll'amore a Roma e alle sue leggi, qual era l'altro fine di Roma nel mandare colonie.

Non sappiamo a che ragioni siasi appoggiato l'Allais (op. cit., p. 24) scrivendo che fu fondata nel 573 d. R. (181 a. C.).

(1) M. T. Cic., *De leg. Agr.*, II, 28 (Ed. Müller, Teubner, Lipsia).
(2) Velleii Paterc., I, 14 (Ed. Haase, Teubner, Lipsia).
(3) Intorno all'esistenza di questo ponte, cfr. infra Cap. V.
(4) M. T. Cic., *Epist. ad fam.*, XI, 13.

È in errore, come si è detto, il Franchi-Pont (1) che la vuol fondata nel 630 d. R. (124 a. C.). Il Durandi (2) la dice non anteriore al 580 d. R. (174 a. C.) e siamo noi pure del suo pensiero, facendo risalire però l'arrivo dei coloni a Pollentia agli anni immediatamente successivi alla conquista degli Statielli, e forse anche prima delle guerre Bagienniche, per cui già la nuova colonia servì di base e di aiuto agli eserciti romani, fra il 173 e il 150 a. C.

Sarebbe ben difficile dire se sia stata colonia *deducta*, *latina* o *militaris*, nè tenteremo cercarlo, bastandoci l'aver provato che la sua origine è dovuta a Romani o a Latini, venuti in numero sufficiente per fondare una bella città e per dare pace, vita e civiltà a quell'angolo del bel paese, ma partiti forse senza l'apparato di solennità accompagnanti di solito la deduzione delle colonie.

III.

Tutti gli storici moderni sinora riconobbero nel borgo Pollenzo (Bra) le rovine dell'*oppidum* da Plinio e Ptolemeo posto tra i maggiori della Liguria, eccetto il Dionisotti (3) che, per trovare geograficamente in ordine un sito (4) ad ogni città dell'elenco pliniano, pone la Pollentia di Plinio (III, 5 (7), 49) a Polonghera (5) (Saluzzo). Poi altrove, tacciando di leggerezza i dotti fermatisi a Pollenzo (Bra), egli afferma pure che nel Vercellese fu una Pollentia romana (mod. Lenta) (6), le cui lane e

---

(1) Op. cit., pp. 330 sgg., per il quale i Romani sarebbero venuti nel detto anno ad abitare e trasformare la città ligure preesistente.

(2) *Del Collegio* ecc., p. 54, not. 6; per noi però la città fu fatta dai Romani e non solo popolata da essi più tardi.

(3) C. Dionisotti, *Studi di Storia patr. Subalp.*, Torino, 1896, pp. 26 sgg. e *Illustrazioni storico-corogr. della regione Subalp.*, Torino, 1898, pp. 75 sgg.

(4) È certo che Plinio nel suo elenco non seguì ordine alcuno, se pure non volle ricordare le città per ordine di importanza, o se la colpa non è dei copisti.

(5) Grosso Borgo sul Po (lat. *Polungaria*), come vale lo stesso nome, d'origine medievale e non romana; nè può il nome suo derivare da Pollentia.

(6) Niun autore, niuna lapide, nulla mai provò che Lenta fosse città romana di nome Pollentia; impossibile è poi la caduta della prima sillaba del nome; nelle più antiche carte è già detta Lenta, come in una donazione imperiale del 1152 e in una bolla di Urbano III del 1186, cit. dal Dionisotti stesso.

calici sono ricordati da Plinio, Marziale, Silio e Columella: ma ragioni non trova a pro del suo grosso errore.

In un passo omai celebre per dotte discussioni, Claudiano (1) dà ad una sola Pollentia il vanto d'aver vista la sconfitta di due dei più tremendi nemici di Roma, i Cimbri ed i Goti. In generale i dotti s'accordarono nel porre la vittoria di Mario (2) a Vercelli, ma non nello stabilire per qual via irrompessero i Cimbri in Italia. Se, come pare, scesero dal Sempione (3), ci sembra che troppo breve cammino avrebbero fatto nella marcia loro di ricongiungimento coi Teutoni, qualora si pensi al lungo tempo avutone, prima che Mario, tornato da Roma, radunasse le legioni.

Stravaganti le conclusioni del Franchi-Pont (4), fatte per conciliare l'asserzione di Claudiano con le attestazioni di Plutarco e Floro; incerto il Fissore (op. cit. p. 27). Cercò difendere Claudiano il Bonino (5), sostenendo in un luogo che lo scontro avvenne presso la nostra Pollentia, poi anche supponendo altrove due fazioni contro i Cimbri, di cui l'una sarebbe avvenuta a Pollentia e l'altra presso Vercelli. Le sue ragioni, benchè non decisive, sono fondate non solo sulla esplicita attestazione del Cantore d'Onorio (non solito ad errare in materia storica e geo-

---

(1) *De Bell. Get.*, vv. 642 sgg. (ed. Koch, Teubner, Lipsia, 1893):

" *Cimbrica tempestas* . . . . . „
" *isdem procubuit campis* . . . . . „
. . . . . .
" *Hic Cimbros fortesque Getas, Stilicone peremptos*
et Mario, claris ducibus, tegit alma tellus „.

(2) V. De Vit, *Della via tenuta dai Cimbri* ecc. in " Atti Accad. delle Scienze di Tor. „, XXVIII, p. 166; D. Carutti, *Della calata dei Cimbri in Italia*, in " Arch. Stor. It. „, Ser. III, t. II.

(3) Promis, op. cit., p. 53; Untersteiner, *Scritti di Storia Trident.*, Milano, 1896, pp. 40 sgg.; Bianchetti, *Storia dell'Ossola infer.*, I, p. 51; Dionisotti, *Studi* ecc., p. 32.

(4) Op. cit., p. 357: secondo il quale, Claudiano, con licenza invero più che poetica, la minaccia dei barbari d'invadere la Liguria Cisalp. tenne quasi come un fatto successo, e, perchè i Liguri Bagienni e forse anco i Pollentini ebbero parte nelle vittorie di Mario, riferì il poeta ad un tratto a Pollentia, come a città precipua d'essi, l'aver vista la sconfitta dei Cimbri.

(5) Op. cit., II, *Poll. civ. red.*, p. 270 e *Claud.*, p. 277.

grafica e per nulla interessato a trasporre, con evidente pericolo di esserne ripreso, il luogo d'una battaglia troppo nota), ma anche sul comune di Rodi, sorgente su d'un basso colle nella valle del Tanaro, quasi a mezza strada tra Pollenzo ed Alba: comune che benissimo può derivare il nome suo da *Raudium*, poichè è certo che la pugna, per concorde attestato di Floro, Patercolo e Aurelio Vittore, avvenne *ad campum Raudium* (1), senza che poi ben si sappia presso qual grossa città (2). Ancora sono per noi importanti il tempio alla *Vittoria*, che sorgeva in Pollentia molto probabilmente fin dal tempo della repubblica e il vicino colle di S. Vittoria. Questo, posto di fronte a Rodi e Pollentia sulla sinistra del Tanaro, il più alto ed il più aguzzo del tratto di valle, sembra ricordare una vittoria, o quella posteriore di Stilicone (3), o quella di Mario. Di costui sappiamo che dopo la battaglia di *Aquae Sextiae* chiamò della Vittoria (4) il monte più alto sovrastante al campo della lotta: campo descritto minutamente da Plutarco, scelto con arte e atteso con maggior pazienza da Mario per assalirvi i nemici, e rassomigliante mirabilmente alla valle del Tanaro, nel tratto tra Pollenzo ed Alba intorno a Rodi.

Finora i dotti non badarono molto all'asserzione di Claudiano, ma credettero di dare maggior peso alle parole di Plutarco e di Floro. Senza pretendere di risolvere la questione, siamo lieti di aver esposte le ragioni che stanno per Pollentia e per Claudiano, non inventando col Bonino una battaglia secondaria, nè seguendo il Franchi-Pont nella sua spiegazione, o il Dionisotti (5), che alla sua Lenta ascrive le due battaglie, sia quella coi Cimbri, che quella di Stilicone coi Goti. Aggiungiamo che, come attesta Plutarco (*Mar.*, XIX), i Liguri furono

---

(1) Floro, *Epit.*, III, 3; Paterc., II, 72, 5; Aur. Vitt., *De viris illustr.* in *Mario.*

(2) Pur essendo più probabile Vercelli, recentemente G. Lodi, *Mantova e le guerre merid. nella valle del Po*, Bologna, 1877, la pone nel Mantovano; Oberziner C., *I Cimbri ed i Teutoni contro i Galli ed i Romani*, Arch. di Trento, 1885 e 1889, nella valle dell'Adige; Pais E., *Dove e quando i Cimbri abbiano valicato le Alpi* ecc. Torino, 1891, a Brescello.

(3) Savio, op. cit., p. 9.

(4) Desjardins, op. cit., II, p. 327.

(5) Dionisotti, *I Reali d'Italia antichi e moderni*, Torino, 1893, p. 76.

i primi dell' esercito di Mario e che, per la sua posizione strategica e per le due strade da essa conducenti al colle di Tenda e a *Vada Sabatia,* Pollentia dovette avere parte capitale nella preparazione della guerra coi Teutoni e nelle operazioni di essa.

Nelle guerre civili dopo la morte di G. Cesare vi avvenne una fazione (1) tra D. Bruto e Antonio. Antonio vinto a Modena tentava fuggire nella Gallia transalpina per le Alpi marittime, ma giunto a *Vada Sabatia,* senza mai essersi fermato (2) in alcun luogo prima di pervenirvi, una parte dei suoi soldati, guidati da Ventidio, si rifiutò di seguirlo e, al grido di voler vincere o morire in Italia, chiese d'essere condotta a Pollentia. Antonio cedette al loro volere: ma Bruto, che l'inseguiva ed era giunto ad *Aquae Statiellae,* saputa la cosa, decise d'impedire ad Antonio di prendere Pollentia, da cui questi poteva o entrare in Gallia *per Alpem Cottiam,* o tornare nella valle del Po e riunirsi a Lepido. Togliergli d'occupare Pollentia equivaleva a chiuderlo nella valle superiore del Tanaro e costringerlo a ritornare sui suoi passi, a *Vada Sabatia.* Ottenne Bruto (3) l'intento: cinque sue coorti giunsero a Pollentia un' ora prima della cavalleria d' Antonio, guidata da Trebellio, che dopo breve lotta, perduta ogni speranza di prendere la città anche per l'imminente arrivo di tutto l'esercito di Bruto, retrocedette. Non ci pare che abbia potuto saccheggiare Alba, come afferma il Fissore (p. 28) senza prove, desumendo la notizia dal Deabbate (4), perchè ad Alba passava appunto la strada tenuta da Bruto, che veniva verso Pollentia seguendo il tronco (5) *Aquae Statiellae-Alba-Pollentia.*

Così pure, basandosi su una falsa iscrizione, afferma il Deabbate che l'imperatore Augusto fece una visita ad Alba e

---

(1) Cic., *Ep. ad fam.*, XI, 14, 4; *Philipp.*, II, 6, 14.

(2) Plinio, *Hist. Nat.*, III, 5.

(3) Cic., *Ep. ad fam.*, XI, 13, in cui Bruto scrive: " *in hoc enim victoriam puto* ".

(4) Deabbate V., *Studi geniali*, Alba, 1818 (cit. dal Fissore, op. cit., p. 28).

(5) Mommsen, op. cit., V, p. II, *Aquae Statiellae,* p. 850; il Franchi-Pont narra il fatto con molte inesattezze ed erra anche sulla via seguìta da Bruto nel venire a Pollentia (op. cit., pp. 365 sgg.); A. Della Chiesa, *Cor. Real.*, p. 68, lo dice avvenuto a Pallanza.

quindi anche, per la vicinanza e per le strade, a Pollentia: la cosa non ha fondamento e la riporta dal Vernazza il Fissore (1).

Poco dopo, Pollentia diede a Tiberio l'occasione di mostrare quale fosse il suo rigore nel punire ribellioni; Svetonio cita (Tib. 37) il solo suo esempio come il più memorando della crudeltà di lui e pare v'accenni anche Seneca (2). La plebe Pollentina, che l'amore ai giuochi gladiatorii aveva portato da Roma, pretendeva che gli eredi d'un dovizioso primipilo morto promettessero di darne uno spettacolo nell'anfiteatro e s' opponeva al passaggio del corteo funebre sulla piazza. Come ciò seppe Tiberio, spedì una coorte da Roma ed una ne mandò il re *Cottio*, le quali, entrate d'improvviso e senza sospetti nella città per varie porte, arrestarono la più parte della plebe e dei decurioni, gettandoli " *in perpetua vincula* ".

Non abbiamo quindi più notizie di Pollentia che ai tempi di Costantino, quando divenne sede d'una stazione (3) di Sarmati. Il suo territorio era sì vasto, che non s'ha a stupire che dei Sarmati fossero mandati a coltivarne una parte; e gravi rovine non erano toccate alla nostra città, che sorgeva nel lembo più quieto dell'impero, come vuole inutilmente supporre il Franchi-Pont (p. 381) per spiegare la loro venuta. Coll'obbligo del servizio militare erano posti quei barbari, dove più scarsa era la popolazione rurale e più estesi i terreni incolti: il *praefectus* (4) stava a Pollentia e sparsi per il suo territorio erano i Sarmati, di cui restano vestigia certe nei nomi di Sarmassa (regione dell'agro Pollentino) e di Salmour (5) (*Sarmatorium*).

Ma prima che cadesse l' impero, sopraggiunse a Pollentia

---

(1) Op. cit., p. 24, che cita il Deabbate in *Studi gen.* e il Vernazza in *Osservaz.*, ms. ined.

(2) *De Ira*, I, 2 " *plebs immisso milite contrucidata* " (ed. Haase, Teubner, Lipsia).

(3) *Notitia occid.*, p. 121.

(4) Promis, op. cit., p. 97.

(5) Mon. Hist. Patr., Chart. I, 100, n. 59, ann. 901: cfr. G. B. Adriani, *Degli antichi Signori di Sarmatorio* ecc. Torino, 1853, p. 7; Bianco G., *Origine storica di Borgo Sarmatorio*, Torino, 1869. Forse *Sarmatorium*, tra Cherasco e Fossano sulla Stura, se già non era prima, prese nome dai Sarmati venutivi dopo la distruzione di Pollentia. Prova più evidente non se ne potrebbe avere; pure il Dionisotti (*Studi di Storia* etc., p. 26) vuole ancora a Lenta posta tale stazione senza ragione alcuna!

l'estrema rovina, essendo da attribuirsi ai Goti, disfatti sotto le sue mura, la sua distruzione, sulla quale già si fecero tante ipotesi, che non è il caso di registrare. Quella (1) che Alarico sia tornato alcuni anni dopo la sconfitta per vendicarne l'onta colla rovina della città, nel 408 secondo i più e nel 412 secondo altri, e quella (2) che la rovinassero gli Astesi nel 1060 o nel 1282, furono le più ripetute, benchè errate.

Per allontanare i Goti da Milano e dai passi dell'Alpi centrali e specialmente Tirolesi, per cui Stilicone faceva scendere (3) le sue milizie, Onorio s'era mosso verso la Gallia per la via *Julia Augusta*, la più breve per giungere e al mare e in Provenza. Ma ad un tratto, o ad arte per consiglio del suocero, o per la paura di trovarsi la via preclusa dai nemici che l'inseguivano, aveva mutato pensiero, rinchiudendosi in Asti. Non potendo Alarico nell'inseguimento tenere la stessa via (che doveva certamente essere difesa (4) da milizie imperiali proteggenti la fuga del principe), è assai probabile, per non dire certo, che abbia concepito il disegno di raggiungere Onorio in Liguria per l'altra strada, che dalla Lombardia metteva a Torino e da Torino a Pollentia: in tal modo o l'avrebbe accerchiato e chiuso fra i colli dell'Astigiana, o raggiunto presso la Gallia.

Ma appena seppe che il timido Onorio s'era chiuso in Asti, si diresse su questa città, nella speranza d'indurre (5) l'imperatore ad aderire alle sue richieste, e insieme fece validamente (6) occupare da una parte dei suoi il ponte sull'Adda e le rive del fiume, per impedire a Stilicone d'avanzarsi.

---

(1) *Memoriale* di R. Turco, p. 191, in Pasini, *Cod. ms. Biblioth. Reg. Taur. Ath.*, vol. II; Voersio, op. cit., pp. 18 sgg.; Bonino, op. cit., II, p. 274; Grassi, *Storia della città d'Asti*, Asti, 1890, I, p. 60; Turletti, op. cit., I, cap. I; Franchi-Pont, op. cit., p. 391, ecc.; ma non pensarono costoro che nel 408 Alarico era presso Roma e che nel 412 era già morto.

(2) Cfr. Gabotto F., *Ricerche e studi sulla Storia di Bra*, Bra, 1892, I, cap. III; Manzone, op. cit., p. 158: dai Cronisti Astesi ci venne la fiaba della sua distruzione verso il 1060 (cfr. Molina, *Notizie storiche e profane d'Asti*, Asti, 1774, II, p. 7, e Grassi, op. cit., pp. 90 sgg.). Sostenne la distruzione nel 1282 il prof. Gabotto, l. c., ma proveremo errata la sua ipotesi.

(3) Claudiano, *De Bello Get.*, vv. 414 sgg.

(4) La difesa era facile, poichè la strada passava per un paese assai collinoso.

(5) Claud., *De VI Cons. Honor.*, vv. 445 sgg.

(6) Claud., *De VI Cons. Honor.*, vv. 467 sgg. e v. 481.

Che via abbia egli seguìta per muovere su Asti, non si sa bene. Da Torino una strada breve, ma difficile (1) e non adatta al passaggio d'un grosso esercito, conduceva bensì a quella città; ma se è possibile che per essa un corpo di Goti s' inoltrasse subito verso Asti, è pure credibile che Alarico si spingesse fino a Pollentia, non solamente se egli, secondo il suo piano d'accerchiamento, mirava ad impedire la fuga dell'imperatore in Gallia, ma anche nel caso che pensasse (2) solo d'accostarsi ad Asti, per porle più o meno stretto assedio.

Non consta in alcun modo che Pollentia in quel momento fosse occupata da milizie imperiali, in tanto numero da potersi opporre all'entrata dei Goti nella valle del Tanaro, nè si può negarlo assolutamente. Tuttavia la grande scarsezza di milizie, in cui si trovava (3) Stilicone, l'essere rapidissimamente Alarico giunto sotto Asti, la considerazione, che scopo dei Goti era di sorprendere al più presto Onorio e farlo prigione, non di assalire e distruggere una città, ci persuadono che Pollentia non ebbe molto a soffrire di queste mosse dei Goti; e non possiamo, senza fondamento, supporre nè un assedio, nè un assalto della nostra città, nè la sua distruzione, molto prima della battaglia ivi avvenuta e anche innanzi all' assedio d'Asti: in Claudiano nulla vi accenna.

Conoscendo l'animo d'Onorio, Alarico dapprima minacciò (4) di cingerlo di stretto assedio; poi la minaccia mandò ad ef-

---

(1) Cfr. Savio, op. cit., p. 9, che afferma probabile che Alarico rifuggisse dall'addentrarsi tra i colli Astigiani, pieni di difficoltà pel viaggio di un grosso esercito.

(2) Anche nel caso che già Onorio si fosse chiuso in Asti e non abbia Alarico mai pensato di raggiungerlo fuggiasco, tuttavia anche fino a Pollentia dovè spingersi, perchè delle tre strade che mettevano ad Asti, l'una era chiusa dagli imperiali, l'altra era troppo difficile, mentre la terza, per Pollentia, pure essendo di poco più lunga, era comoda, facile per la valle del Tanaro e serviva assai bene a circondare anche solo da lontano Onorio, quale era il primo progetto d'Alarico, quando ancora credeva di intimorirlo colle sole minaccie.

(3) Lo ammette Claud., *De Bello Get.*, vv. 414 sgg. e poche forze disponibili aveva con sè Onorio.

(4) Cfr. Claud., *De VI Cons. Hon.*, v. 446, dove Onorio dice:

" *meque minabatur calcato obsidere vallo* ".

fetto (1), quando vide respinte le sue domande, e l'assediò, ma per breve tempo, nella *vindice* Asti, poichè Stilicone, temendo della viltà del suo genero, con pochi dei suoi passava a nuoto l'Adda (2), con fulminea corsa " *stricto prosternens obvia ferro* „ (3) rompeva (4) la linea dei nemici e giungeva ad Asti, fra la gioia " *obsessi principis* „ e lo stupore dei Goti. Seguivano Stilicone le raccolte milizie, da ogni parte ad Asti convergenti, dinnanzi alle quali i barbari minacciati e troppo dispersi si ritirarono nella direzione opposta a quella che tenevano le milizie Romane (5) nel concentrarsi, e giunsero ben presto a Pollentia, a cui li conduceva da Asti un'unica strada fra alti e selvosi colli, passando per Alba. Fu in questa ritirata che Alarico passò l'*Urbem*, avverandosi, dice Claudiano (6), la profezia fattagli che sarebbe giunto fino " *ad Urbem* „, non Roma, bensì il Borbore affluente " *miri cognominis* „ del Tanaro secondo gli storici Astesi; i quali sono in errore quando, in troppo stretto senso interpre-

---

(1) Onorio " *fretus duce venturo* „ (Claud., *De VI Cons. Hon.*, v. 450), non cede ed è assediato, come bene lascia capire il racconto e come dice egli stesso:

" . . . . . *late stellarum more videbam*
barbaricos ardere focos . . . . . „

ib. vv. 453-4; lo dice Stilicone, quando grida ai suoi soldati:

" . . . . . *obsessi principis armis*
excusate nefas . . . . . „

(*De Bello Get.*, vv. 561-2); lo fanno supporre le frasi " *moenia vindicis Astae* „ (*De VI Cons. Hon.*, v. 203) e " *barbara fulmineo secuit tentoria cursu* „ (ib. v. 469): lo ammettono il Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, p. 857; il Grassi, op. cit., I, pp. 58-9; il Vassallo in *Le mura della città d'Asti*, nota in fondo al vol. II del Grassi, op. cit., ed. 1890, e moltissimi altri.

(2) Claud., *De VI Cons. Hon.*, vv. 488-9.

(3) Claud., *De VI Cons. Hon.*, vv. 456-7.

(4) Che Alarico avesse cercato di chiudere la via a Stilicone sull'Adda, dice Claud., *De VI Cons. Hon.*, vv. 456-7:

" . . . . . *medius sed clauserat hostis*
inter me socerumque viam . . . . . „.

(5) Scendenti specialmente dall'Alpi centrali e dalla Gallia per la valle d'Aosta.

(6) Claud., *De Bello Get.*, vv. 547 sgg.; cfr. Franchi-Pont, op. cit., p. 388; Grassi, op. cit., I, pp. 60 sgg. e Vassallo, *Pietro II di Savoia*, Asti, 1873, p. 50, ecc.

tando un passo di Claudiano (1), sacrificano a questa spiegazione della profezia la verità storica, tentando di porre la battaglia fra i Goti e Stilicone presso questo Borbore stesso. Ma non è il caso di dir di più, poichè altrove troppe volte (2) Claudiano medesimo afferma presso Pollentia combattuta la battaglia: nè tra la liberazione d'Asti e la disfatta dei Goti passò gran tempo, poichè dice Claudiano (3) che in un solo inverno Stilicone finì tanta guerra.

Soffermossi Alarico a Pollentia prima di scegliere strada e direzione, per conoscere le intenzioni dell' avversario e celebrarvi la Pasqua. Ma Stilicone, sbucando d'un tratto fuori dai colli tra S. Vittoria (4) e Pocapaglia, faceva piombare sui Goti impreparati, nel dì stesso di Pasqua, la sua cavalleria Alana (5), che poco mancò facesse prigione (6) lo stesso Alarico e tanta fu la rapidità dell'assalto dato da Saulo cogli Alani, che perdette il contatto con Stilicone e ne fu vittima. Alla cavalleria venne in soccorso colle legioni Stilicone e forse vinse la battaglia, intorno a cui sono incerte le antiche testimonianze.

Cassiodoro infatti, col suo compendiatore Jornandes, ricorda la piena disfatta di Stilicone; Prospero Aquitanico e Orosio dicono la pugna d'esito dubbio (7); Claudiano proclama vincitore Stilicone. Forse dapprima i Goti, presi (8) alla sprovvista e " *propter religionem* „ (9) cedettero, e poi rinfrancatisi tennero testa a Stilicone e forse lo respinsero; però pei Romani i frutti della pugna furono come quelli di una grande vittoria; i Goti si ritirarono verso l'Apennino (10), lasciando bottino e prigionieri, e comunemente si ripete che vinse l'esercito imperiale.

Qual fu la sorte di Pollentia? Forse irati pel fallito assedio d'Asti, i Goti prima della battaglia l'avevano distrutta o per dare

---

(1) Claud., *De Bello Get.*, vv. 553 sgg.

(2) Claud., *De VI Cons. Hon.*, v. 127, 202, 281, ecc. e *De Bello Get.*, vv. 635 sgg., ecc.

(3) Claud., *De Bello Get.*, v. 151.

(4) Savio, op. cit., pp. 9-10.

(5) Claud., *De VI Cons. Hon.*, vv. 237 sgg. e *De Bello Get.*, vv. 554 sgg.

(6) Claud., *De VI Cons. Hon.*, vv. 223 sgg.

(7) Così pure il Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, p. 866 et al.

(8) Cfr. Claud., *De VI Cons. Hon.*, vv. 223 sgg.

(9) Orosio, *adv. Pag. Hist.*, VII, 37.

(10) Claud., *De VI Cons. Hon.*, v. 286.

come uno sfogo alla loro ira, o per vendicare l'opposizione incontratavi da parte di cittadini o di milizie, quivi giunte nella loro marcia verso Asti in soccorso di Stilicone, che le aveva richiamate da ogni provincia dell'impero? Potrebbe essere; ma il fatto che Alba, incontrata prima di Pollentia dai Goti, non soffrì alcun male; la voce, assai verosimile, che molti Pollentini al loro arrivo siano fuggiti; la scarsità delle forze imperiali, che erano inoltre raccolte in Lombardia, non in Liguria; la ristrettezza della valle del Tanaro e in ispecie quella del sito, ove avvenne la pugna, tra la città ed i colli, fanno ritenere per certo che Alarico si era reso padrone della città (1) senza contrasti.

Ed appunto perchè non consta che Alarico abbia avuto motivo di infierire contro Pollentia, nè abbia trovato chi volesse opporglisi e chiudergli il passo, s' ha da ammettere che la distruzione avvenne durante e dopo la battaglia. La pugna infatti si svolse in due fasi, di cui la prima favorevole ai Romani e la seconda una ripresa, una rivincita dei Goti riordinatisi, dopo che già avevano quasi perduto il loro duce e presa la fuga, nell'assalto furioso della cavalleria Alana e Romana. Assaliti dal lato settentrionale, essi, che occupavano la pianura stendentesi dai colli, donde venne l' assalto, alla città, dovettero, vinti, ripararsi nella città, col sostegno della quale resistettero agli imperiali e ripresero animo, nè da essa poterono essere scacciati, perchè non può pensarsi che venissero ributtati nel Tanaro, che le scorre sotto e che di primavera è così grosso da non essere certo guadabile. Quindi è che di Pollentia necessariamente rimasero padroni i Goti anche dopo la battaglia, che nella sua prima fase s'era svolta sopratutto sotto e dentro le sue mura: e Pollentia " *memorabile bustum barbariae* „ (2) dovè perire, come suona la frase di Claudiano, per mano dei Goti, che la rovinarono del tutto e l'arsero (*bustum*), vivamente adirati per non essersi potuti preparare alla lotta a causa d'un complesso di fatti e circostanze loro fatalmente sfavorevoli, per

(1) Claudiano non accenna a nessun fatto d'arme prima della grossa battaglia, nè di Pollentia distrutta parla se non dopo d'essa.

(2) Claud., *De Bello Get.*, v. 638: *Bustum* ritiene qui il proprio ed etimologico senso di " *incendio, distruzione per mezzo di incendio* „ e quindi anche di " *città e avanzi di città rovinata ed arsa* „, nel qual senso l'usa anche Plinio.

essere stati sorpresi, mentre celebravano la Pasqua, e per aver perduta con molti guerrieri la battaglia. La città, testimone della disfatta, abbandonata naturalmente (1) dagli abitanti e già assai malconcia per la lotta svoltasi anche fra le sue mura, perì per vendetta e per dar tregua e sfogo all'ira dei Goti, che n'erano in possesso.

Nè mai più tardi tornarono essi a vendicarsi di Pollentia; onde è del tutto fantastico l'assedio d'un anno e più postole da Alarico, che, secondo il R. Turco (2), non avrebbe presa la città, se una vecchia Pollentina non l'avesse tradita (3).

Fu violentissima di certo la sua distruzione, sì che nulla più ne rimase, eccetto qualche rudere dei più robusti edifici: poichè le tante monete e gli oggetti d' ogni specie, che vi si scavano tuttora a poca profondità anche solo pei lavori campestri, provano all'evidenza che la distruzione sorprese improvvisa i cittadini, che non ebbero tempo di portare in salvo sostanze e ricchezze, se salvarono la vita. Che poi ai barbari e ai Goti sia dovuta la sua rovina, ci attestano e la costante tradizione e i cronisti più antichi (4) e quasi tutti gli storici: d'allora in poi essa non fu che un villaggio e già nel Medio Evo dell'antica città si serbava solo un lontano ricordo.

Avvenne la battaglia e la distruzione di Pollentia o il 6 aprile 402 o il 29 marzo 403, il dì della Pasqua: delle quali date è più accettata (5) la prima, sapendosi che Alarico (6) nel 401

---

(1) Se anche in essa s'erano accampati i Goti, avendone preso possesso, come esigeva pure la ristrettezza della valle tra i colli e la città, nessun dubbio che i cittadini non se ne fossero fuggiti al loro arrivo.

(2) Pasini, op. cit., vol. II, pp. 190-91.

(3) Di questa leggenda, nonchè della favola del condotto sotterraneo, per cui i Pollentini ricevevano i viveri durante l'assedio (cfr. Manzone, op. cit., p. 132), e del cavallo che coll'unghia lo scoperse agli assedianti e della fuga miracolosa dei Pollentini, andiamo debitori al cronista astese; cfr. Fornarese, op. cit., p. 17 ecc. e Gabotto F., op. cit., I, pp. 73 sgg.

(4) *Chron. Noval.*, V, 31 (Mon. Hist. Patr. Script., III, 1146 e ediz. Cipolla, *Fonti per la Storia d'Italia*, pag. 270); *Chron. Imag. Mundi* (ib. Script. III, 1415).

(5) Muratori, *Annali*, all'anno 402.

(6) Alcuni scrittori indicavano l'anno 404 (Bonino, op. cit., II, p. 273), non pensando che fu quello del sesto consolato d'Onorio, per cui già Claudiano in *De VI Cons. Hon.*, v. 127 (ed. cit.) cantava:

" *Iam Pollentini tenuatus funere campi*
turpe retexit iter . . . . . "

e che già era pure avvenuta la battaglia di Verona (Claud., ibid. v. 202).

invase l'Italia e si spinse quasi subito fino ad Asti e Pollenzo, e che Claudiano dà il vanto a Stilicone d'aver vinta la guerra in un inverno (1): per la seconda sta il Mommsen.

IV.

Colla compiuta conquista della Liguria venne meno la missione militare di Pollentia, ma sotto l'influsso e l'esempio dei suoi coloni si videro ben presto sorgere nuove città, svilupparsi le antiche, progredire l'agricoltura e le industrie e i popoli vinti vivere quieti godendo fidenti i frutti d'una certa pace. La nostra città, che fiorì quindi prima delle altre della regione, fornita ben presto di pubblici edifici e favorita mirabilmente nella costruzione delle nuove strade, era sulla sinistra del Tanaro, in luogo basso (2) e cinto d'ogni lato a varia distanza di alti colli. Dalle rovine e tracce dei suoi edifici si vede che fu estesa assai e potè contare, nel suo maggior fiore (3) tra Augusto e gli Antonini, venti mila abitanti. Vastissimo poi il suo territorio (4), non verso levante per la vicinanza d'Alba, nè verso ponente per quella di Cherasco e Bene-Vagienna, ma verso nord e nord ovest, dove niun'altra città s'incontrava per lungo spazio, comprendendo i colli di S. Vittoria, Monticello, Pocapaglia, Sommariva-Perno, Bra, Sanfrè e la pianura che da Bra e Sanfrè si protende fin verso le Alpi. Crediamo anzi che il suo territorio, salvo forse qualche poco dei colli di La Morra e Verduno, fosse tutto a nord del Tanaro e della Stura, che segnavano così la divisione tra le tribù Camilia e Pollia, come il confine dei territorii delle città Bagienniche. Alla Pollia, tribù rustica di Roma, era ascritta Pollentia colle terre poste tra la Stura ed il Po fino a Saluzzo e con *Hasta*, *Industria*, *Bodincomagus*, *Forum*

---

(1) Claud., *De Bello Get.*, v. 151.

(2) Il livello dell'antica città era assai più basso del presente: forse lo sollevarono le alluvioni dai vicini colli, la corrente del Tanaro e le macerie delle fabbriche distrutte: lo stesso s'avrebbe a dire d'Alba.

(3) Così vuole il Franchi-Pont, op. cit., p. 354.

(4) Franchi-Pont, op. cit., p. 351; Durandi, *Del Collegio*, ecc., p. 55.

Fulvi, *Eporedia* (1), e le sue iscrizioni chiaramente l'attestano. Fu della IX regione d'Italia (*Liguria*) per la divisione d'Augusto, e Costantino la comprese nella provincia delle Alpi Cozie (2).

Le lapidi pervenuteci ricordano i *Decuriones* (3), che nelle colonie e municipii corrispondevano al Senato romano, e i *Magistri Augustales* (4), ma nessun magistrato. Una ricorda il *Collegium Dendrophorum Pollentinorum* (5); quella che diede al Durandi argomento alla dissertazione sul *Collegio dei cacciatori Pollentini* è falsa. È ignoto il nome del primipilo mortovi sotto Tiberio. Forse fu Pollentino (6) M. Elvio Cimbro, della tribù Pollia, centurione in tre legioni, edile e duumviro. Si sanno i nomi di T. Monianio Seneca, cavaliere della I coorte pretoria e di C. Mannio Secondo della XX legione, da una lapide trovata nel 1752 in Inghilterra, di Q. Lucceio Fausto e di L. Stazio della legione XIV, e di Utaco Supero della XI (7). Il medico M. Licinio Filomuso (8), creduto della nostra città dal Durandi e dal Franchi-Pont, è della Pollentia del Piceno, essendosi l'iscrizione trovata nel sepolcro dei Licinii a Roma.

I Pollentini erano dediti al commercio delle lane e alla fabbricazione di vasi e calici assai rinomati. Le lane traevano non solo dal gregge loro, ma da quello di tutta la regione, largamente data alla pastorizia (9). Numerosi v'erano quindi i tessitori, industria mantenutasi poi fiorente in quei luoghi e tra

---

(1) Promis, op. cit., p. 80; il Franchi-Pont, p. 347, la dice della Camilia, ma è in errore.

(2) Così la pone " *in Alpibus Cottiis* „ Jornandes, *De Reb. Get.*, XXX.

(3) L. D. D. D. (*locus datus decreto decurionum*); Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, n. 7617 e Muratori G. F., *Iscrizioni Romane dei Vagienni*, Torino, 1869, n. CLXIV.

(4) Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, n. 7646 e 7604; Muratori, *Iscriz.*, n. V e CLXI.

(5) Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, n. 7617; Muratori, *Iscriz.*, n. CLXIV. Dendrofori erano coloro che nelle feste di certe divinità portavano in processione per la città dei rami d'alberi sulle spalle: il Muratori (*Iscriz.* ecc., p. 196) vuole che così fossero detti coloro che provvedevano travi per case, navi e macchine guerresche.

(6) Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, n. 7158; Muratori, *Iscriz.*, n. CLXXVI.

(7) Muratori, *Iscriz.*, n. CLVII, CLVIII, CLXXI, CLXXIII, CLXXIV.

(8) Promis, op. cit., p. 453.

(9) Manzone, op. cit., p. 82; Franchi-Pont, op. cit., pp. 364 sgg.

i Braidesi nel Medio Evo e quasi fino a noi. Erano lane di colore oscuro; " *nigri velleris* „ le dice Plinio (VIII, 73 (48)), di colore " *pullus atque fuscus* „ Columella (op. cit. VII, 2). E non solo le lane, dice Marziale (1), ma anche i suoi calici produce la stessa città (2), calici famosi, di cui si faceva largo (3) commercio per l'impero, essendo pregevoli per sottigliezza e leggerezza, di colore rosso oscuro, adorni di cornici, rabeschi e varie bizzarrie a rilievo, non dipinti, lucidissimi e perciò forse verniciati o coperti di un leggiero encausto prima d'essere cotti e di creta (4) finissima e durissima come pietra.

Per la loro fragilità non ce ne pervenne gran copia, ma dai cocci, che se ne conservano, conosciamo abbastanza la loro forma e sostanza.

Due anfore finissime (5) d'officine diverse ricordano i vasai Pollentini APRODISI e VARII AVG, e furono già incastrate in un muro di casa Mermet in Alba, dove pure un tegolo rarissimo (6) ricorda il vasaio Q. Tullio colla iscrizione: Q. TVLLI - TI. CLAVDII - P. QVINTII COS. Cocci e rottami d'ogni genere di figlina si trovano copiosi a Pollentia specialmente in certi campi detti *dle ciapele*, dove s'ha a credere sorgessero fabbriche di vasai; numerose le olle cinerarie, le lucerne sepolcrali e più gli embrici e mattoni antichi, di cui alcuni segnati coi nomi di Prote, Arro, Gensio, Servio, liberti (7) greci forse i due primi, latini i secondi, che sopraintendevano alle fornaci.

---

(1) Marziale, op. cit., XIV, 157 (ed. Schneidewin, Teubner, Lipsia):

" *Non tantum pullo lugentes vellere lanas,*
sed solet et calices haec terra dare suos „.

(2) A ciò non badava il DIONISOTTI (*Studi di Storia* ecc., pp. 26 sgg.), quando tentava di attribuire alla sua Lenta la produzione delle lane, supponendo che per l'idoneità del luogo i Romani vi avessero posta una stazione d'allevamento di cavalli e pecore: dei calici non parla e di Marziale non tien conto.

(3) Secondo l'attestazione di Plinio, op. cit., XXXV, 12, 160.

(4) L'argilla scavavasi dai colli a nord della città (oggi comune di Pocapaglia), sì fina da potersene facilmente ora fare matite.

(5) Fissore, op. cit., p. 42; descritte dal Promis in una lettera al P. L. Bruzza.

(6) Fissore, op. cit., p. 43: rarissimo lo dichiarò il Mommsen.

(7) Franchi-Pont, op. cit., p. 415.

V.

Dei ruderi dell' antica città è da ricordarsi prima l' anfiteatro, di cui restano le fondamenta tutte adibite ad uso di cantine delle case erette sull'area da esso occupata. Lo descrive il Franchi-Pont (1), che lo crede però troppo recente, mentrechè dall'*opus incertum* e dal cemento ottimo si vede che la sua erezione non fu certo posteriore a Tiberio, come dichiarò pure il Promis (2): noi già abbiamo espressa l'opinione che risalga al tempo della fondazione della città, o ne sia di poco posteriore. Le sue rovine, che giacevano fuori del villaggio nel Medio Evo, ossia prima della riedificazione di Pollenzo fatta dal Porro verso il 1400, si videro fuor di terra (3) fin dopo il 1700.

Ad un mezzo miglio dall'anfiteatro sorgeva il teatro, le cui fondamenta furono guaste per le arginature del Tanaro fattesi nel secolo scorso: le vide ancora il Promis (4) dicendole identiche a quelle dell' anfiteatro e della stessa epoca, quali pure le disse il Franchi-Pont (5), dandone un disegno topografico.

Altro famoso avanzo è il *cuniculum* (6) o acquedotto sotterraneo, che partendo dalla Stura forniva d'acqua abbondante la città. Alcuni tratti che ne restano tuttora illesi mostrano quanto solidamente fosse stato fatto dai primi Pollentini, poichè la sua muratura offre tutti i caratteri di quella del teatro e dell'anfiteatro.

---

(1) Op. cit., p. 426; ma le sue conclusioni e l'asserzione che i giuochi vi si dessero sotto Tiberio in un anfiteatro di legno sono infondate.

(2) Op. cit., p. 89.

(3) *Teatro historico di tragiche scene ecc. Cron. anon. ms.* del 1700 circa, part. III, l. XII, p. 7: " *l'amfiteatro in forma ovato... hora ridotto al bordo del piano di terra e per dentro ancor alto dal piano 3 piedi liprandi fuor di terra...* „ sulla cui area già sorgevano case " *per crotte servendosi delle medeme sotterrane* „.

(4) Promis, op. cit., p. 89.

(5) Op. cit., pp. 441 sgg.

(6) Lo descrive pure il Franchi-Pont, op. cit., pp. 495 sgg. Di questo cunicolo già troppe favole si scrissero in ogni tempo: passava perfino sotto il Gesso e la Stura, toccava più città, era navigabile e di grande aiuto a quei di Pollenzo durante l'assedio d'Alarico! Così il Nallino, op. cit., p. 160; il Bonino, op. cit., II, p. 264 etc. Cfr. Gabotto, op. cit., I, p. 73 e Manzone, op. cit., p. 132.

In alcuni consegnamenti di feudi (1) del territorio Pollentino del 1208 si trovano frequenti le indicazioni *ad castrum vetulum* o *vegium* e *ad pontem vetulum*. La prima a nostro giudizio ricorda il *castrum* della città Romana distrutto dai Goti e posto, come l'anfiteatro, fuori del villaggio medioevale tra le altre rovine. Di un ponte romano sul Tanaro mantiene il ricordo l'indicazione *ad pontem vetulum*, che serviva alla strada che da Vada Sabatia menava a Torino. Nel Medio Evo più non s'ebbe alcun ponte; e la rovina dell' antico, che era unito alla città, come se ne può da quei consegnamenti dedurre la località, non sappiamo, se si debba anche ai Goti. Già nel 1200 il loro ricordo o i loro ruderi servivano a segnare divisioni e regioni dell'agro Pollentino; ora non ne resta (2) alcun indizio.

D'un tempio posto fuori della città non lungi dal colle di Santa Vittoria si vede ancora la cella, composta di quattro edicole (che la fanno conveniente (3) al culto di Diana Tergemina) e circondata d'un muro quadrangolare. Il tempio era subdiale e di forma così rara, che nel Medio Evo non si seppe mai a che avesse servito; caduto il muro di recinto, la cella fu detta (4) *turrigium* e turrilio, avendo l'aspetto d'un torrione rotondo nel piano e in alto rettangolare. Nulla più si sa dei templi della Vittoria e di Plotina, ricordati da due iscrizioni (5), di cui il primo,

---

(1) Archivio Cam. di Tor.; Carte dei Romagn., Cat. IX, Mazzo I, originali.

(2) Il Cronista cit., nel *Teatro historico*, part. III, l. XII, p. 7, pretende d'aver visto ancora avanzi delle mura antiche e descrive " *un massiccio alto 7 trabuchi, due di largheza e mezo di spesore... di pietre minutte bene incalcinate che pare habbia la forma d'una torre* ".

(3) Franchi-Pont, pp. 459 sgg., il quale accetta la falsa iscrizione (su cui il Durandi aveva scritto il suo *Del Collegio* ecc.), che parla di *Diana Montana*.

(4) Il muro è fatto di ogni sorta di botume e di sassi, senza mattoni; circondavalo uno scalino di pietra morta, ed è così cadente che più non potrà durare a lungo. Tutto coperto di terra, fu nel sec. XVI fatto scoprire da un conte Romagnano di S. Vittoria, il quale, dando fede alle leggende, vi aveva creduto sepolto un gran tesoro, lasciato dai Goti e difeso dal diavolo; ma non valsero l'arti magiche usate, nulla si trovò e il diavolo, mandando una terribile grandinata, fece tutti fuggire a casa loro (Cron. ms. cit., part. III, l. XII, p. 257).

(5) Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, nn. 7614 e 7617.

come s'è detto, assai antico. Il Franchi-Pont crede all'esistenza e trova il sito dei templi di Bacco e di Cernunno e del foro, ma non sono che induzioni.

Sepolcri si scopersero lungo la strada che va a Bra e nei dintorni di Bra, presso le chiese di S. Giovanni Lontano e della Veneria: nel parco del R. Castello se ne vede ancora uno di forma conica, forse in origine piramidale, in cui s'entra per un antro, antica porta.

Per le iscrizioni sue rimandiamo al Mommsen (1). Abbondanti vi si trovarono sempre le monete romane, rare quelle della repubblica, numerosissime le imperiali (specie del III e IV sec.), ma nessuna posteriore finora alla battaglia del 402; novella prova questa di quanto da noi si disse della sua distruzione. Ricchi ne sono il Real Medagliere di Torino, il Museo Numismatico nel Palazzo dell'Accademia delle Scienze di Torino e quello del R. Castello di Pollenzo, nonchè di molti privati (2), essendovi facile trovare e acquistare monete, come ai dì nostri in breve ne raccolse più di 800 un ricco Braidese: la più antica trovatasi, per quanto sappiamo, è di Mario.

VI.

Varie strade (3) passavano a Pollentia, dandole una grande importanza strategica. Una partendo da *Ticinum* per *Laumellum*, *Hasta*, *Alba*, giungeva a Pollentia, da cui poi metteva a Torino e al mare. Un'altra da *Vada Sabatia*, seguendo la valle del Tanaro, passava per l'*Augusta Bagiennorum* e per Pollentia, dove per essa sorgeva, come si è detto, un ponte sul Tanaro e proseguiva per Torino, collegando col mar Ligure il Piemonte. Una terza univa Pollentia con *Aquae Statiellae* e quindi con la strada che dal Po andava in Liguria, toccando Acqui. Una quarta da

---

(1) *C. I. L.*, dal n. 7614 al 7628 e le false dal n. 821 al 1005 pass.

(2) Il Deabbate (in *Pegno d'incoragg.* ecc., p. 97), descrivendo gran numero di piccoli oggetti trovativisi, attesta che vi si scavavano moltissime monete dai contadini, le quali erano avidamente comprate da antiquarî esteri o portate a Roma per scopo di lucro e ricorda varie belle collezioni private fattesi in quel tempo.

(3) Cfr. Mommsen, *C. I. L.*, V, pars II, tab. II.

Pollentia per Savigliano e *Pedona* menava al colle di Tenda. La prima d'esse seguì Alarico ritirandosi da Asti e poi Stilicone inseguendolo; la seconda tenne Antonio per penetrare da *Vada Sabatia* nella valle del Po; la terza Bruto per impedire ad Antonio di prendere Pollentia.

Altre strade di certo univano la città coi vicini villaggi delle Langhe, dell' Astigiana e della pianura a nord e a sud della Stura, ma non ci sono note. Una strada si crede (1) che partisse da *Vapincum* (Gap), entrasse nella valle di Barcellonetta, per il colle dell' Argentera venisse in Italia e seguisse la valle della Stura, toccando Pollentia ed Alba; ma non è affatto provata l'esistenza di questa e di altre strade Bagienne, di cui parla l'Allais (2).

Ognuno vede tuttavia che Pollentia era il centro di tutte le comunicazioni della parte occidentale della Liguria Romana.

---

(1) La menzionano il Durandi, *Delle antiche città di Pedona, Caburro* ecc., Torino, 1769, p. 70; il Desjardins, op. cit., II, pp. 95-96, tratto in errore dal Durandi; il Vaccarone, *Le vie delle Alpi occid. negli antichi tempi*, Torino, 1884, pp. 23 sgg.; l'Allais, op. cit., p. 105.

(2) Op. cit., p. 105.

Cronografia del mistico viaggio di Dante.

Nota del Prof. PIETRO GAMBÈRA.

(Con una tavola).

Dante, seguendo l'opinione, invalsa nel medio evo, che l'anniversario della nascita di Gesù Cristo ricorresse il 25 dicembre e che la sua morte fosse avvenuta, in tempo di primavera, dopo 33 anni e più di vita, dice nel *Convito* (trattato IV, cap. 23) che *il nostro Salvatore volle morire nel trentaquattresimo anno della sua etade;* cioè nella primavera dell'anno 34 dell'Era volgare, che fu fatta incominciare col 1° Gennaio dell'anno 1, sette giorni dopo la nascita di Gesù.

Narra inoltre nella divina *Commedia* che il giorno successivo alla sera, nella quale egli partì dalla *selva oscura*, ricorreva il 1266° anniversario della morte di Cristo (*Inf.*, XXI, 112-114).

Ma il 1° anniversario dovette ricorrere nella primavera dell'anno 35, il secondo nella primavera dell' anno 36 e così di seguito. E però il 1266° anniversario ricorse nella primavera dell'anno indicato dalla somma $34 + 1266$ ossia nella primavera dell'anno 1300.

Questo computo semplicissimo è indipendente dallo stile seguìto da Dante nel contare gli anni. Dalle date di alcuni suoi scritti si rileva che egli seguì lo stile romano *a nativitate Domini*, sebbene a Firenze si usasse lo stile *ab incarnatione*, il quale fu fatto incominciare nove mesi prima, cioè il 25 marzo precedente all'anno primo dell'Era volgare.

A proposito dell' antico stile fiorentino, stato abolito nel 1750, noto che è ora accertato che Forese Donati morì a Firenze il 28 luglio 1296 (v. Del Lungo, *Dino Compagni ecc.*, II, pag. 611). Ma questa data *ab incarnatione* corrisponde al 28 luglio 1295 dell'Era volgare, perchè l'anno 1296 *ab incarnatione* ebbe principio il 25 marzo 1295. Perciò Dante parlò all'anima di Forese nel 1300, prima del 28 luglio, quando disse:

> ..... Forese, da quel dì,
> Nel qual mutasti mondo a miglior vita,
> Cinqu'anni non son volti insino a qui.
> (*Purg.*, XXIII, 76-78).

Pertanto errano quei commentatori che pongono il viaggio dantesco nell'anno 1301 dell'Era volgare; ed errano anche quelli, che, costretti a porre il viaggio nel 1300, dicono che Dante sbagliò di un anno la data della morte di Forese.

Che il Poeta abbia immaginato avvenuto nel 1300 il suo mistico viaggio, è confermato dalla frase *questo centesimo anno* (*Parad.*, IX, 40), con la quale indicò chiaramente l'ultimo anno del secolo decimoterzo, quando egli si trovava nel trentacinquesimo anno di età, che, secondo lui, è il *mezzo del cammin di nostra vita* (*Convito*, l. c.). La frase *centesimo anno* per indicare l'ultimo anno di un secolo, si trova nella Bolla di Bonifazio VIII, con la quale fu istituito il Giubileo nell'anno 1300 *et in quolibet anno centesimo secuturo.*

Procuriamo ora di determinare anche il giorno in cui ebbe principio il viaggio dantesco, giorno che, come si è già detto, dovette essere vigilia del 1266° anniversario della morte di Cristo e cadere quindi nella primavera del 1300.

Si rileva dalle dissertazioni aggiunte al capo IV, libro IV, tomo II del *Rationarium temporum* di Dionisio Petavio, che era opinione degli antichi scrittori che il giorno della morte di Gesù fosse 25 marzo od 8 aprile. Dante, come dichiarerò appresso, si attenne a quest'ultima data, la quale nel 1300 faceva coincidere il giorno anniversario col giorno commemorativo della morte di Gesù Cristo. Infatti l'8 aprile 1300 fu venerdì di passione, essendo fuor di dubbio che in quell'anno la Domenica di Pasqua cadde il 10 aprile, come dimostrò il Giambullari, come si deduce mediante la regola di Gauss e come risulta da documenti inoppugnabili.

La domenica del 10 aprile 1300 (Pasqua) era proprio la prima dopo il plenilunio susseguente all'equinozio (1), perchè dai calcoli dell'Antonelli, del Capocci e dell'Angelitti risulta che la luna fu piena il 5 aprile (martedì santo).

Questa circostanza non smentisce che Dante sia partito dalla *selva oscura* la sera del 7 aprile (giovedì santo), quando

(1) Ai tempi di Dante non era ancora stato riformato il calendario giuliano. E però l'equinozio accadeva parecchi giorni prima del 21 marzo; ma si continuava a supporre che accadesse in quel giorno e che allora il sole entrasse nel segno dell'Ariete.

la luna non era più esattamente piena. Infatti, dicendo egli: *E già ier notte* (giovedì santo) *fu la luna tonda* (*Inf.*, XX, 127), intese appunto di significare che essa fu del tutto piena prima del giovedì santo, perchè altrimenti in quel verso avrebbe usato l'imperfetto *era* invece del passato remoto *già fu.*

Anzi, dichiarando poi che la luna, quattro giorni dopo il giovedì santo, era *quasi a mezzanotte tarda* (*Purg.*, XVIII, 76), cioè che era sorta quasi a mezzanotte, volle proprio indicare che fu piena il martedì santo (5 aprile), perchè la luna sorge appunto verso mezzanotte sette giorni dopo il plenilunio, mostrandosi presso che ridotta a mezzo disco, o, per dir meglio, *fatta come un secchione che tutto arda.*

Adunque il nostro Poeta ben sapeva che il plenilunio che determinava la Pasqua del 1300, avvenne il martedì santo (5 aprile), il che non esclude che la luna, nella notte del giovedì santo (7 aprile), potesse ancora mostrarsi sensibilmente tonda e così confermare approssimativamente la regola inesatta che usava la Chiesa per determinare il plenilunio.

Dante fece coincidere il principio del fittizio suo viaggio col plenilunio ecclesiastico del 7 aprile 1300, ma poi tenne conto, come doveva, del plenilunio astronomico (5 aprile) nell'indicare le posizioni della luna.

Pertanto non sussiste la contradizione che i commentatori rilevano, seguendo il Giambullari, il quale per altro suppose giustificabile misticamente il preteso errore dantesco; nè occorre ammettere che il Poeta, per salire, *senza alcun riposo*, dal centro della terra all'isoletta del Purgatorio, abbia impiegato assai più tempo di quello da lui indicato.

Inoltre si deve rigettare l'opinione del Boccaccio, ora accettata da molti, che Dante abbia incominciato il viaggio, non la sera del 7 aprile, ma in quella precedente il 25 marzo del 1300. Invero, la luna che era piena (aveva quasi 15 giorni) il 5 aprile, dovea avere appena tre giorni il 24 marzo e doveva quindi tramontare, molto falcata, poco dopo il sole. Così, durante la notte dal 24 al 25 marzo, essa non potè illuminare la *selva oscura*, dalla quale il Poeta dichiara invece d'essere partito quando la luna appariva ancora tonda. Questa il 7 aprile doveva sorgere poco dopo le ore 8 di sera e illuminare la selva sino a giorno.

Vero è che il Giubileo del 1300 ebbe effetto dal 25 di-

cembre 1299 (Natale); e che Casella dice dell'Angelo che lo aveva sbarcato all'isola del Purgatorio:

> Veramente da tre mesi egli ha tolto
> Chi ha voluto entrar con tutta pace.
> (*Purg.*, II, 98-99).

Ma la frase *da tre mesi* non significa *da tre mesi precisi*. I tre mesi erano già passati anche quando Dante incontrò Casella, pur volendosi supporre che egli avesse incominciato il viaggio la sera del 24 marzo, anzichè in quella del 7 aprile, il che, come si è detto, è smentito altresì dalle esigenze astronomiche del divino poema.

Si noti finalmente che, non la mattina del 25 marzo, ma bensì la mattina dell'8 aprile (cioè 17 giorni dopo che il sole era entrato nel segno che, prima della riforma del calendario giuliano, era attribuito all'Ariete) si poteva dire che il sole fosse coricato *nel letto del Montone* (*Purg.*, VIII, 133-135), ossia che montasse *in su con quelle stelle — ch'eran con lui, quando l'amor divino — mosse da prima quelle cose belle* (*Inf.*, I, 38-49).

L'astronomo F. Angelitti, direttore dell'Osservatorio di Palermo, provocò in questi ultimi anni una vivace polemica col sostenere che il viaggio dantesco ebbe principio la sera del 24 marzo 1301, che era il venerdì precedente alla settimana di Passione, giacchè in quell'anno la Pasqua cadde il 2 aprile. Egli calcolò che allora la luna era quasi piena, che Venere era mattutina e che si verificavano altre circostanze astronomiche accennate nel poema. Aggiunse che il 25 marzo è l'anniversario, in anni giuliani, della morte di Cristo secondo una opinione assai diffusa nel medio evo, pur riconoscendo che per tale anniversario era anche indicato l'8 aprile.

Io non ripeterò le gravi ragioni storiche e morali rilevate dai valorosi contradittori alla data sostenuta dal valente astronomo.

Osservo anzitutto che se Dante avesse incominciato il viaggio la sera del 24 marzo 1301, nella quale sera la luna, divenuta quasi piena, sorse quando stava per tramontare il sole, egli non avrebbe potuto dire che, dopo quattro giorni, essa era *quasi a mezzanotte tarda*, cioè che si era levata quasi a mezzanotte. Invece sarebbe sorta verso le ore 10 pomeridiane e non avrebbe potuto occupare poi le posizioni cronologiche indicate dal poema.

Dai calcoli dell'Angelitti si rileva che Dante, il mattino del 10 aprile 1300, non potè vedere Venere, la quale non era più mattutina. Ma, secondo il giudizio dell'Accademia della Crusca, *lo bel pianeta che ad amar conforta* — e che *faceva tutto rider l'oriente — velando i Pesci ch'erano in sua scorta* (*Purg.*, I, 19-21), non era Venere, ma bensì il sole, il quale la *vagheggia or da coppa or da ciglio* (*Parad.*, VIII, 12). Il sole infatti doveva sorgere con l'Ariete e quindi velare con la sua luce la già sorta costellazione dei Pesci.

Osservo inoltre che l'Angelitti nel determinare le posizioni che avevano il sole ed alcuni pianeti nell'aprile 1300 e nel marzo 1301, rispetto ai segni zodiacali, non tenne conto che col calendario giuliano si continuava a fissare al 21 marzo l'entrata del sole nel segno dell'Ariete, e che quindi gli attuali segni dello Zodiaco non coincidono totalmente coi segni di allora. Del segno dell'Ariete ora non si potrebbe più dire che sia *il letto che il Montone con tutti e quattro i piè copre ed inforca* (*Purg.*, VIII, 134-135).

Tenuto conto di ciò risulta che la mattina dell'8 aprile 1300 il sole era appena arrivato al 18° grado dell'Ariete ossia era quasi in mezzo a questa costellazione, come è accennato nel poema. E risulta invece che, la mattina del 25 marzo, il sole non era arrivato che al quinto grado del segno dell'Ariete, e però non poteva dirsi coricato nel *letto del Montone*.

Se il viaggio dantesco avesse avuto principio la notte precedente al 25 marzo, il sole, che era nel quarto grado dell'Ariete, si sarebbe trovato, otto giorni dopo, nel dodicesimo grado e quindi distante 63° ossia *due segni e più* dal mezzo del segno dei Gemelli, dove Dante allora si trovava. Ma egli dice che era preceduto dal sole di un *segno e più* (*Parad.*, XXVII, 87) e non già di *due segni e più*. Adunque le sue dichiarazioni smentiscono l'ipotesi che abbia cominciato il viaggio nella notte dal 24 al 25 marzo del 1300 o del 1301.

Conchiudo che niuna seria obiezione scientifica rimane contro la data, sera del 7 aprile 1300, del fittizio viaggio dantesco. Anzi questa sola data, fra quelle possibili, soddisfa alle esigenze del poema; cioè, che il viaggio abbia avuto principio la sera di un giorno, ritenuto vigilia dell'anniversario della morte di Cristo, due giorni e più dopo il reale plenilunio e quando il sole era

in Ariete. Ma aggiungo, a scanso di confusione, che la predetta data del mistico viaggio di Dante (sera del 7 aprile 1300 dell'Era volgare), corrisponde alla sera del 7 aprile 1300 *a nativitate Domini* ed alla sera del 7 aprile 1301 *ab incarnatione.*

Determiniamo ora la durata del viaggio, e l'orario giornaliero indicato da Dante. I commentatori che già trattarono questo argomento, caddero in errori gravissimi.

Prima cantica.

Sera di giovedì santo (7 aprile 1300).

(Sole a 17° Ariete).

Dante, *ritrovatosi* di sera *per una selva oscura* (simbolo della sua vita traviata a Firenze dopo la morte di Beatrice), passò tutta la notte per uscirne:

La notte che passai con tanta pieta.
Inf., I, 21.

La luna, che fu piena il 5 aprile, e che quindi alla sera sorse poco dopo il tramonto del sole (ore 6 $^1/_2$ pom.), dovea levarsi il 7 aprile poco dopo le ore 8 pom., perchè essa ritarda ogni sera la sua levata di 52 minuti circa. Inoltre doveva mostrarsi ancora sensibilmente tonda e rischiarare la notte sino a giorno.

Venerdì santo (8 aprile).

(Sole a 18° Ariete).

Mattino. — Sorgeva il sole (ore 5 $^1/_2$ ant.) quando Dante si disponeva a rimettersi sulla buona via:

Ma poichè fui appiè d'un colle giunto
. . . . . .
Guardai in alto e vidi le sue spalle
Vestite già de' raggi del pianeta
Che mena dritto altrui per ogni calle.
. . . . . .
Temp'era dal principio del mattino
E il Sol montava in su con quelle stelle
Ch'eran con lui, quando l'amor divino
Mosse da prima quelle cose belle.
(*Inf.*, I, 13-40).

Il sole era nel 18° grado del segno dell'Ariete e quindi si trovava quasi in mezzo a tale segno ossia poteva dirsi coricato nel *letto del Montone.*

Poco dopo, mentre Dante già disperava di poter vincere le più prepotenti passioni, simboleggiate da tre fiere che gl'impedivano la salita del colle, ossia di rimettersi per la via del bene, gli apparve l'ombra di Virgilio, che lo invitò a visitare i tre regni dei morti, perchè contemplasse le pene dei dannati e la felicità degli eletti.

Sera. — Il sole stava per tramontare (ore 6 $^1/_2$ pom.), quando Dante, preceduto da Virgilio, s'avviò verso una grotta per discendere all'Inferno, immaginato nell'interno della terra, sotto Gerusalemme.

Allor si mosse, ed io gli tenni dietro.
(*Inf.*, I, 136).

Lo giorno se n'andava e l'aer bruno
Toglieva gli animai, che sono in terra,
Dalle fatiche loro: ed io sol uno
M'apparecchiava a sostener la guerra
Sì del cammino e sì della pietate.
(*Inf.*, II, 1-5).

Dopo un lungo discorso di Virgilio, e quando la sera doveva già essere oscura, Dante si persuase ad entrare nella grotta per discendere all'Inferno:

Entrai per lo cammino alto e silvestro.
(*Inf.*, II, 142).

Mezzanotte. — I due poeti, che già erano arrivati al quarto cerchio dell'Inferno, discendono ora al quinto cerchio:

Or discendiamo omai a maggior pieta:
Già ogni stella cade che saliva
Quando mi mossi, e il troppo star si vieta.
(*Inf.*, VII, 97-99).

Le stelle che sorgevano, quando Dante e Virgilio si mossero al tramontar del sole, sono già arrivate al meridiano per declinare verso occidente. È adunque mezzanotte.

Sabato santo (9 aprile).
(Sole a 19° Ariete).

Ore 4 $^1/_2$ *ant.* — I due Poeti discendono al settimo cerchio dell'Inferno.

Ma seguimi oramai, chè il gir mi piace;
Chè i Pesci guizzan su per l'orizzonta
E il Carro tutto sovra il Coro giace.
(*Inf.*, XI, 112-114).

La costellazione dei Pesci era già sorta e quindi la seguente costellazione dell'Ariete stava per sorgere. Il sole, che era nel 19° grado del segno di questa costellazione, doveva levarsi fra un'ora e poco più. Abbiamo perciò segnato le ore 4 $^1/_2$ ant. Allora il Carro di Boote (Orsa maggiore), era situato a N. O. d'onde spira il vento *Ponente maestro* che era detto *Corus* dai latini.

Ore 9 ant. — Virgilio invita Dante a varcare il ponte sulla quinta bolgia dell'ottavo cerchio dell'Inferno.

Ma vienne omai, che già tiene il confine
D'ambedue gli emisferi e tocca l'onda
Sotto Sibilia Caino e le spine.
(*Inf.*, XX, 124-126).

La luna (*Caino e le spine*), che fu piena il 5 aprile e che quindi tramontò mentre sorgeva il sole, doveva, quattro giorni dopo, ossia nella mattina del 9 aprile, ritardare il tramonto di 4 volte 52 minuti, ossia di ore 3 $^1/_2$. E però essa, il 9 aprile, tramontò quando il sole era già alto ore 3 $^1/_2$; cioè tramontò alle ore 5 $^1/_2 + 3\ ^1/_2$ ossia alle ore 9 antimeridiane.

Ore 10 ant. — Il diavolo Malacoda dice ai due Poeti che il ponte della sesta bolgia cadde per causa del terremoto avvenuto quando morì Gesù Cristo:

Ier, più altre cinqu'ore che quest'otta,
Mille dugento con sessantasei
Anni compiè, che qui la via fu rotta.
(*Inf.*, XXI, 112-114).

La Chiesa, seguendo l'evangelista S. Matteo, il quale narra che Cristo fu crocifisso all'ora sesta (mezzogiorno) e che spirò all'ora nona, cioè tre ore dopo mezzogiorno, commemora la morte di Gesù alle ore 3 pom. del venerdì santo.

Dunque la dichiarazione di Malacoda fu fatta cinque ore prima delle ore 3 pom. ossia alle ore 10 ant.

Ore 3 pom. — Virgilio dice a Dante, mentre si trovano nella decima bolgia:

E già la luna è sotto i nostri piedi.
(*Inf.*, XXIX, 10).

Ma ho dimostrato che la luna era tramontata alle ore 9 ant. Essa per arrivare al *nadir* dei due Poeti dovette impiegare 6 ore circa. Col detto verso sono adunque indicate le ore 3 pom.

Ore 6 $^1/_2$ pom. — I due Poeti, arrivati in fondo all'Inferno mentre risorgeva la notte ossia quando tramontava il sole alla soprastante Gerusalemme, si dispongono ad oltrepassare il centro terrestre (*punto al qual si traggon d'ogni parte i pesi*), per salire alla base del monte del Purgatorio, da Dante immaginato antipodo a Sion (Gerusalemme):

Ma la notte risorge; ed oramai
È da partir; chè tutto avem veduto.
(*Inf.*, XXXIV, 68-69).

N. B. — Dante impiegò quasi due giorni, computati da sera a sera, per arrivare dalla selva oscura al fondo dell'Inferno, presso Lucifero. Infatti egli dichiara (*Purg.*, XXIII, 118-121) di essersi deciso a cambiar vita, ossia a partire dalla selva, quando sorgeva la luna (ore 8 pom. a Firenze e quindi ore 9 $^1/_2$ pom. a Sion). Ma arrivò in fondo all'Inferno due giorni dopo, quando erano le ore 6 $^1/_2$ pom. alla soprastante Sion. Perciò il viaggio durò due giorni meno tre ore, ossia 45 ore.

Seconda cantica.

Sabato santo al Purgatorio (9 aprile).

(Sole a 19° Ariete).

Virgilio e Dante, oltrepassando il centro terrestre, dovettero capovolgersi e quindi trovarsi subito *da sera a mane* (*Inf.*, XXXIV, 105), perchè il sole, che tramontava a Gerusalemme, doveva contemporaneamente sorgere all'opposta isoletta del Purgatorio. Così la sera del sabato santo a Sion era il mattino del sabato santo al Purgatorio.

Ore 8 ant. — I due Poeti, riposati della salita già fatta, appigliandosi al folto pelo di Lucifero, si dispongono a proseguire la lunga salita alla soprastante isoletta del Purgatorio, camminando per la sponda di un ruscello a letto elicoidale. L'ora della partenza è indicata col verso:

E già il sole a mezza terza riede.
(*Inf.*, XXXIV, 96).

La Chiesa, come Dante dichiara nel *Convito,* divideva in 12 ore, sia il giorno che la notte, e quindi soltanto negli equinozi le ore diurne erano eguali alle notturne ed alle ore astronomiche.

L'ora *terza* indicava tre ore di sole, l'ora *sesta* era mezzogiorno e l'ora *nona* corrispondeva a tre ore dopo mezzogiorno, dopo le quali incominciava il vespro. Il nostro Poeta usa la parola *nona* anche per indicare mezzogiorno (*Purg.*, XXVII, 4), computando però il tempo dal *mattutino* (dall'*ora prima*), che si faceva incominciare tre ore prima della levata del sole. Si diceva anche *mezza terza* per indicare un'ora e mezza di sole.

Durante il viaggio dantesco un'ora chiesastica differiva di poco da un'ora astronomica. Il sole tramontava a Gerusalemme alle ore 6 $^1/_2$ dopo mezzogiorno, e quindi sorgeva all'antipodo Purgatorio alle ore 6 $^1/_2$ dopo mezzanotte.

Pertanto il tempo che Dante indica dicendo che il sole era già *a mezza terza*, corrisponde quasi alle ore 6 $^1/_2$ + 1 $^1/_2$ ossia alle ore 8 antimeridiane.

Domenica di Pasqua al Purgatorio (10 aprile).

(Sole a 20° Ariete).

Aurora. — Virgilio e Dante sbucarono presso la base del monte del Purgatorio *a riveder le stelle* e tosto videro sorgere l'aurora (ore 4 $^1/_2$ ant.), la quale precede, quasi di due ore, la levata del sole.

Dolce color d'orïental zaffiro,
Che s'accoglieva nel sereno aspetto
Dell'aer puro infino al primo giro,
Agli occhi miei ricominciò diletto
Tosto ch'io usci' fuor dell'aura morta
Che m'avea contristato gli occhi e il petto.
Lo bel pianeta che ad amar conforta,
Faceva tutto rider l'orïente,
Velando i Pesci, ch'erano in sua scorta.
(*Purg.*, I, 13-21).

Il sole, che si trovava nel 20° grado dell' Ariete, doveva necessariamente velare con la sua luce la vicina costellazione dei Pesci, che già era sorta; e doveva esso stesso sorgere quasi due ore dopo. Dante dunque volle indicare che stava per spuntare l'*aurora solare;* e infatti poco dopo descrive l'*alba,* che è la prima fase dell'aurora:

L'alba vinceva l'ora mattutina
Che fuggia innanzi sì che da lontano
Conobbi il tremolar della marina.
(*Purg.*, I, 115-117).

Pertanto *lo bel pianeta, che ad amar conforta*, non era Venere, come già dissi avanti, ma bensì il sole, il quale è fonte di luce, calore e vita. Il sole avrebbe velato, oltre i Pesci, anche Venere, se questa si fosse trovata in quella costellazione. Ma Venere il 10 aprile 1300 non era più visibile di mattino, perchè doveva sorgere dopo il sole, come hanno dimostrato Filalete e l'Angelitti.

Ore 6 ½ ant. — Il sole stava per tramontare a Gerusalemme e quindi per sorgere al Purgatorio (fig. 1ª):

Già era il sole all'orizzonte giunto,
Lo cui meridian cerchio coverchia
Jerusalem col suo più alto punto:
E la notte che opposita a lui cerchia
Uscìa di Gange fuor con le bilance
Che le caggion di man quando soverchia;
Sì che le bianche e le vermiglie guance,
Là dove io era, della bella Aurora
Per troppa etate divenivan rance.
(*Purg.*, II, 1-9).

Il Poeta nominò il Gange per indicare l'estremità orientale dell'Asia, la quale si estende appunto 90° circa a levante di Gerusalemme. Egli infatti non poteva far confinare la terra contro un fiume, nè contradirsi ponendo parte dell'antico continente fuori dell'emisfero che ha per vertice Sion (*Inf.*, XXXIV, 112-115). Del resto sapeva già da Tolomeo che la terra abitata doveva estendersi più di 30° ad oriente del Gange.

Si noti ora che, siccome il sole tramontava in Ariete, la notte doveva sorgere in Libra, che nello zodiaco è diametralmente opposta all'Ariete. Invece, durante l'inverno, cioè quando la notte *soverchia* il giorno, la Libra sorge più tardi che la notte. Ritornando la primavera, la notte risorge in Libra ossia con le Bilance.

Si noti inoltre, per ben comprendere la scientifica descrizione dantesca, che l'aurora ossia la luce che precede lo spuntar del sole è prima *bianca* (*alba*) poi *vermiglia* e finalmente *rancia*.

Ore 7 ½ ant. — L'angelo nocchiero aveva sbarcate molte anime sulla spiaggia dell'isoletta del Purgatorio.

Da tutte parti saettava il giorno
Lo sol, ch'avea con le saette conte
Di mezzo il ciel cacciato il Capricorno.
(*Purg.*, II, 55-57).

Il sole era nel 20° grado dell'Ariete; e quindi, poco prima che esso sorgesse, il Capricorno era in mezzo al cielo. Ma questa costellazione doveva oltrepassare il meridiano (uscire di mezzo al cielo) dopo un'ora, cioè quasi un'ora dopo la levata del sole (fig. 2). Perciò il tempo indicato dal Poeta corrisponde quasi alle ore 6 $^1/_2 + 1$ ossia quasi alle ore 7 $^1/_2$ antimeridiane al Purgatorio.

Ore 8 ant. — Virgilio dice a Dante:

> Vespero è già colà dov'è sepolto
> Lo corpo dentro al quale io faceva ombra:
> Napoli l'ha, e da Brandizio è tolto.
> (*Purg.*, III, 25-27).

Se a Napoli stava per finire il *vespro* ossia tramontava il sole, vuol dire che erano le ore 6 $^1/_2$ pom. Per conseguenza correvano le ore 8 pom. a Gerusalemme, perchè il tempo di Gerusalemme precede di un'ora e mezza circa quello di Napoli. E però erano le ore 8 antimeridiane all'antipodo Purgatorio.

Se Dante avesse seguìta l'opinione tradizionale, che fra Napoli e Gerusalemme corressero 45° di longitudine ossia che il tempo di Gerusalemme anticipasse di tre ore rispetto a quello di Napoli, si dovrebbero segnare, non le ore 8, ma le 9 $^1/_2$ ant. al Purgatorio. Ma il Poeta indica le ore 9 $^1/_2$ in seguito, il che prova come egli già sapesse che l'opinione dei Geografi antichi era errata. Dimostrerò verso la fine di questo lavoro che egli assegnò al Mediterraneo 40° di longitudine e quindi al lido occidentale della Spagna circa 45° di longitudine dal meridiano di Gerusalemme.

Ore 9 $^1/_2$ ant. — I due Poeti incominciano a salire il monte del Purgatorio, per un ripidissimo colle incavato nella costa orientale, quando

> . . . ben cinquanta gradi salito era
> Lo sole. (*Purg.*, IV, 15-16).

Il sole, che si era levato alle ore 6 $^1/_2$ doveva salire 90°, ossia al meridiano del monte, in ore cinque e mezza e quindi 50° in tre ore. E però, se esso era già salito 50°, si possono segnare tre ore astronomiche di sole, ossia le ore 9 $^1/_2$ antim.

Mezzogiorno. — Lasciando Belacqua per continuare la salita del monte, Virgilio dice a Dante:

. . . . vedi che è tocco
Meridian dal sole, ed alla riva
Copre la notte già col piè Marocco.
(*Purg.*, IV, 137-139).

Se era mezzogiorno al Purgatorio, doveva essere mezzanotte a Gerusalemme. La notte dunque oscurava quasi tutta la riva orientale e la riva occidentale dell'emisfero che ha per vertice Gerusalemme. Il Poeta nomina Marocco per indicare, non per fissare, il confine occidentale del detto emisfero.

Ore 3 pom. — I due Poeti, proseguendo la salita per la costa orientale del monte, incontrano Sordello.

E vedi omai che 'l poggio l'ombra getta.
(*Purg.*, VI, 51).

Se la pendenza della costa del monte fosse stata di 45°, esso avrebbe potuto proiettare ombra verso oriente soltanto dopo le ore 3 pom. Ma Dante dice che la pendenza era maggiore di 45° (*Purg.*, IV, 40-42). Poteva adunque alle ore 3 pom. già distinguere l'ombra gettata dal *poggio* ossia dalla spianata superiore del monte del Purgatorio.

Ore 6 pom. (*Ave Maria*). — Il sole all'isoletta del Purgatorio era tramontato alle ore 5 $^1/_2$ pom., perchè all' antipoda Gerusalemme doveva sorgere alle 5 $^1/_2$ ant.

Era già l'ora che volge il disio
Ai naviganti e intenerisce il core
Lo dì che han detto ai dolci amici addio;
E che lo novo peregrin d'amore
Punge, se ode squilla di lontano
Che paia il giorno pianger che si muore.
(*Purg.*, VII, 1-6).

Dante e Virgilio si trovavano alla estremità superiore di una deliziosa valletta del monte; ossia nel *bel soggiorno*, dove erano stati condotti da Sordello per attendervi *il nuovo giorno* (*Purg.*, VII, 45 e 69). Discesi tutti e tre per la piccola valle incontrarono, quando *tempo era già che l'aer s'annerava* (*Purg.*, VIII, 49), le anime di Nino Visconti e Corrado Malaspina, con le quali s'intrattennero.

La notte intanto s'era inoltrata e i tre poeti tornarono al *bel soggiorno*, accompagnati da Nino e da Corrado. Colà si posero a sedere *tutti e cinque* per attendervi il *nuovo giorno*, cioè l'aurora solare.

Lunedì pasquale al Purgatorio (11 aprile).

(Sole a 21° Ariete).

Ore 3 ant. — Sorgeva l'aurora solare al seno verde e fiorito dell'alta valletta del monte del Purgatorio, quando Dante, *vinto dal sonno*, vi si addormentò:

La concubina di Titone antico
Già s'imbiancava al balco d'orïente,
Fuor delle braccia del suo dolce amico:
Di gemme la sua fronte era lucente,
Poste in figura del freddo animale,
Che con la coda percuote la gente;
E la notte dei passi, con che sale,
Fatti avea duo nel loco ov'eravamo
E il terzo già chinava in giuso l'ale:
Quand'io che meco avea di quel d'Adamo,
Vinto dal sonno, in su l'erba inchinai
Là dove tutti e cinque sedevamo.
(*Purg.*, IX, 1-12).

Secondo la mitologia, l'Aurora solare, personificata, rapì Titone quando era giovane e bello. Il Poeta, adunque, ben indica l'Aurora solare chiamandola *concubina di Titone*. Del resto la prima terzina è un'imitazione dei versi di Virgilio:

. . . . . pallida surget
Tithoni croceum linquens Aurora cubile
(*Georg.*, I).
Iamque rubescebat radiis mare et aethere ab alto
Aurora in roseis fulgebat lutea bigis.
(*Eneide*, VII).

Dante personifica la notte con le ali, come l'aveva personificata Virgilio col verso:

Nox ruit et fuscis tellurem amplectitur alis.

La notte, come l'hanno personificata i due poeti, discende (*ruit*) dal cielo verso la terra dal tramonto del sole sino alle ore 12 pom., per oscurarla con le nere sue ali; risale poi verso il cielo sino al risorger del sole. Ma Dante soggiunge che la notte aveva già fatto salendo (rispetto al luogo in cui egli si trovava) quasi tre passi; e siccome poco dopo misura il tempo in ore (IX, 44), si deve conchiudere che, dove e quando s'addormentò, l'aurora sorgeva verso le ore 3 ant.

Non arrecherà meraviglia che Dante dal seno della valletta abbia veduto sorgere l'aurora solare alle ore 3 invece che alle 4 $^1/_2$ ant., se si consideri che egli, dopo nove ore circa di rapidissima salita, doveva già trovarsi ad una grande altezza dal livello del mare.

Dal vertice dell'Etna si vede sorgere l'aurora e spuntare il sole, mentre Catania è ancora avvolta dalle tenebre.

Il sole era per sorgere in Ariete, e l'aurora doveva velare i vicini Pesci sorgenti e trovarsi per conseguenza nella volta celeste *di fronte* allo Scorpione. Infatti questo tramonta subito dopo la Libra, la quale era prossima a tramontare, perchè diametralmente opposta nello Zodiaco all'Ariete, che era per risorgere insieme col sole, come già si è detto.

Pertanto lo Scorpione (*freddo animale che con la coda percuote la gente*) stava *di fronte* (dirimpetto), non *nella fronte* dell'Aurora. Se lo Scorpione si fosse trovato nella fronte dell'Aurora, le stelle che lo compongono, non sarebbero state visibili. Lo Scorpione sorge con l'aurora quando il sole è nel Sagittario (dicembre) e non già quando è in Ariete (aprile).

Dante, adunque, dicendo dell'Aurora: *la sua fronte,* intese di significare la parte occidentale della volta celeste, che le stava *a fronte* e, più precisamente, là dove era la costellazione dello Scorpione. Se in aprile ci volgiamo a ponente, mentre sorge l'aurora, vediamo ancora assai lucenti sopra l'orizzonte le stelle dello Scorpione.

Per maggiori chiarimenti si vegga la mia nota: *L'aurora descritta nel canto nono del Purgatorio* (" Atti della R. Accademia delle scienze di Torino ", vol. XXXV).

Ore 8 $^1/_2$ ant. — Dante che, *vinto dal sonno*, si era addormentato alle ore 3 ant. nel seno verde e fiorito della valletta dei Principi, fu *nell'alba* (prima fase dell'Aurora), trasportato da Lucia presso la porta del Purgatorio, dove si svegliò quando *il sole er'alto già più di due ore*, ossia alle ore 8 $^1/_2$ del mattino; sicchè la luce riflessa dal mare lo spingeva a tenere *il viso alla marina torto* (IX, 44-45), rispetto alla posizione orientale che egli aveva sul fianco del sacro monte.

Risulta adunque che il tempo, trascorso dal Poeta nel sonno, durò *cinque ore e mezza* cioè dalle 3 alle 8 1/2 ant.

Anche lo Scartazzini, seguendo l'Antonelli, sostituisce l'au-

rora lunare alla solare e Titano a Titone, facendo così dormire Dante dalle 8 $^1/_2$ di sera sino alle 8 $^1/_2$ del mattino ossia per *dodici ore* consecutive. Ma si mostra poco soddisfatto di questa interpretazione.

Ore 11 ant. — Mentre Virgilio e Dante, passata la porta del Purgatorio, salivano al primo girone, lo scemo della luna, ossia la sua parte non illuminata (la luna era calante e quindi gobba a levante), toccò l'orizzonte per tramontare:

. . . . . Lo scemo della luna
Rigiunse al letto suo per ricorcarsi.
(*Purg.*, X, 14-15).

La luna che, come già si disse, fu piena il 5 aprile, doveva il 12 aprile, cioè dopo sette giorni, essere già ridotta all'ultimo quarto e quindi precedere il sole di 90° e tramontare verso mezzogiorno. Perciò l' 11 aprile essa dovette tramontare quasi un'ora prima del mezzodì. Abbiamo perciò segnato le ore 11 ant. al Purgatorio.

Mezzogiorno. — Un angelo si presenta ai due Poeti e loro indica la salita al secondo girone. Virgilio dice a Dante (*Purg.* XII, 8-81):

. . . . . vedi che torna
Dal servigio del dì l'ancella sesta,

per significare che la sesta ora diurna era compiuta ossia che era mezzogiorno.

Ore 3 pom. — I due poeti si disponevano a salire al terzo girone.

Quanto tra l'ultima dell'ora terza
E il principio del dì par della spera,
Che sempre a guisa di fanciullo scherza,
Tanto pareva già in vér la sera
Essere al sol del suo corso rimaso:
Vespero là e qui mezzanotte era.
(*Purg.*, XV, 1-6).

Se il sole, verso sera, stava ancora alto sopra l'orizzonte quanto è alto al mattino all'ora terza, cioè quando è sorto da tre ore, ne consegue che doveva tramontare fra tre ore, ossia che era l'ora *nona* e cominciava il *vespro*. Erano adunque quasi le ore 3 dopo mezzogiorno.

Ma osservo che era *mezzanotte* non *qui* in Italia, ma bensì verso il lido occidentale della Spagna. Dante ha voluto mettere in evidenza una opinione tramandata dagli antichi Geografi; cioè che da Gerusalemme all'Italia corressero 45° di longitudine e che altrettanti ne corressero dall' Italia al confine occidentale del mondo allora conosciuto. Tale opinione però è da lui smentita, come ho già detto avanti e come farò meglio rilevare in seguito. Egli, per riuscire popolare, si giovò di certe opinioni errate del suo tempo, procurando però di contentare anche i posteri.

Ore 5 $^1/_2$ pom. — I due Poeti escono dal denso fumo del terzo girone, dove sono puniti gl'iracondi, mentre il sole sta per tramontare:

Lo sole ..... già nel corcar era
(*Purg.*, XVII, 9).

Mezzanotte. — I due Poeti, già saliti al quarto girone, a mezzanotte vedono diradate le stelle, perchè le meno splendide erano velate dalla luce della luna che allora era sorta:

La luna, quasi a mezzanotte tarda,
Facea le stelle a noi parer più rade,
Fatta come un secchione che tutto arda.
(*Purg.*, XVIII, 76-79).

La luna che tramontò piena la mattina del 5 aprile a Gerusalemme, ossia sorse piena la sera del 4 aprile al Purgatorio, doveva la sera dell' 11 aprile al Purgatorio, cioè dopo sette giorni, ritardare la sua levata sin *quasi a mezzanotte*, e mostrarsi ridotta a mezzo disco o, per dir meglio, *fatta come un secchione che tutto arda.*

Martedì pasquale al Purgatorio (12 aprile).

(Sole a 22° Ariete).

Ore 4 ant. — Dante sogna la Sirena nell'ora in cui la temperatura diurna della terra è generalmente minima e

Quando i geomanti lor maggior fortuna
Veggiono in oriente, innanzi all'alba,
Surger per via che poco le sta bruna.
(*Purg.*, XIX, 4-6).

I geomanti si vantavano di poter predire il futuro medi-

tando sulla figura formata da alcune stelle dell' Aquario e dei Pesci, sorgenti, in principio di primavera, prima dell'alba.

Il Poeta volle pertanto indicare le ore 4 del mattino, perchè in tempo equinoziale l'alba spunta poco dopo le ore 4 antimeridiane.

Ore 6 $^1/_2$ ant. — Dante, svegliatosi, si avviò con Virgilio al quinto girone, mentre già sorgeva il sole:

> Su mi levai e tutti eran già pieni
> Dell'alto dì i giron del sacro monte,
> Ed andavan col sol novo alle reni.
> (*Purg.*, XIX, 37-39).

Ore 11 ant. — I due Poeti, insieme con Stazio, finirono di salire la scala dal quinto al sesto girone.

> E già le quattro ancelle eran del giorno
> Rimase a retro, e la quinta era al temo,
> Drizzando pure in su l'ardente corno.
> (*Purg.*, XXII, 118-120).

La quinta ancella del giorno (la quinta ora diurna) era al timone del carro solare. Sono adunque indicate le ore 11 antimeridiane, perchè l'ora sesta corrispondeva a mezzogiorno.

Ore 1 $^1/_2$ pom. — I tre Poeti salgono la scala che mette al settimo girone.

> Ora era che il salir non volea storpio,
> Chè il sole aveva il cerchio di merigge
> Lasciato al Tauro e la notte allo Scorpio.
> (*Purg.*, XXV, 1-3).

Il sole, che era al 22° grado dell'Ariete, aveva già oltrepassato il meridiano del monte del Purgatorio, essendovi pervenuto il Toro, il quale segue l'Ariete. E però il sole era già declinato ad occidente di 8° dell'Ariete e di 15° del Toro, cioè di 23°. Erano adunque le ore 1 $^1/_2$ pomeridiane, perchè il sole gira con la volta celeste circa 15° ogni ora.

Invece a Gerusalemme era l'ora 1 $^1/_2$ antimeridiana. La Notte, la quale gira opposta al sole, era in Libra, perchè questa è diametralmente opposta all'Ariete. E quindi la Notte e la Libra avevano anch'esse lasciato il meridiano di Gerusalemme (che è anche quello del Purgatorio), sul quale era venuto lo Scorpione, diametralmente opposto al Toro (fig. 3ª).

Ore 5 $^1/_2$ pom. — Dante, preceduto da Stazio e seguìto da Virgilio, attraversa le fiamme del settimo girone per avviarsi alla scala che mette alla spianata superiore del monte, ossia al Paradiso terrestre.

Sì come quando i primi raggi vibra
Là dove il suo fattore il sangue sparse,
Cadendo Ibero sotto l'alta Libra
E l'onde in Gange da nona riarse,
Si stava il sole; onde il giorno sen giva.
(*Purg.*, XXVII, 1-5).

Il sole sorgeva a Gerusalemme (ore 5 $^1/_2$ ant.) e però tramontava alla base dell'antipodo monte del Purgatorio, dove per conseguenza erano le ore 5 $^1/_2$ pomeridiane.

Il Poeta nomina il Gange e l'Ebro, non per fissare, ma per indicare l'estremo oriente (dove era mezzodì), e l'estremo occidente (dove era mezzanotte) dell' emisfero che ha per vertice Gerusalemme.

Dante indica che il sole tramontò poi anche alla cima del sacro monte, dicendo che vide scomparire la propria ombra, mentre saliva l'ultima scala per arrivare alla spianata superiore. Dice inoltre che la sua ombra gli stava innanzi e che la scala saliva dritta entro il monte (*Purg.*, XXVII, 64-69), cioè verso levante.

Ma egli ascese la costa orientale del monte e poi, salito di girone in girone, si mosse sempre a destra ossia tenendo sempre la mano destra di fuori (verso la riva).

E però risulta che Dante attraversò tutto il versante boreale del Purgatorio, per arrivare dal primo girone alla scala che mette alla spianata superiore (Paradiso terrestre).

Quel versante doveva essere il più soleggiato, perchè il monte fu immaginato antipodo a Sion e quindi nell' emisfero australe, di là dal tropico del Capricorno.

Mercoledì pasquale al Purgatorio (13 aprile).
(Sole a 23° Ariete).

Ore 4 $^1/_2$ ant. (alba). — Dante, che aveva passata la notte dormendo sulla scala che dal settimo girone mette al Paradiso terrestre, sognò Lia allo spuntare dell'alba e si svegliò quando questa rischiarava già tutto il sacro monte e il mare circostante:

E già, per gli splendori antelucani
. . . . . .
Le tenebre fuggian da tutti i lati
E il sonno mio con esse; ond'io leva'mi.
(*Purg.*, XXVII, 109-113).

Il Poeta dice, di credere che, quando fu creato il mondo, Venere sorgesse insieme con l'alba (*Purg.* XXVII, 94-96): ma non già che Venere fosse mattutina quando sognò Lia.

Ore 6 1/2 ant. — I tre Poeti arrivano al Paradiso terrestre mentre sorge il sole:

Vedi là il sol che in fronte ti riluce.
(*Purg.*, XXVII, 133).

Mezzogiorno. — Dante, accompagnato da Matelda e da Stazio, si reca a bere al vicino fiume Ennoè.

E più corrusco e con più lenti passi
Teneva il sole il cerchio di merigge.
(*Purg.*, XXXIII, 103-104).

NB. Il Poeta rimase nel Paradiso terrestre sino al mattino del giorno seguente e salì al cielo con Beatrice al sorger del sole, come in seguito dichiarerò. Risulta dunque che, dal momento in cui egli oltrepassò il centro terrestre per salire all'emisfero australe, al momento in cui dal Paradiso terrestre ascese al cielo, trascorsero cinque giorni, computati da mane a mane al Purgatorio, ossia da sera a sera a Gerusalemme (ore 120).

Terza cantica.

Giovedì pasquale al Purgatorio (14 aprile).

(Sole a 24° Ariete).

Dante e Beatrice fissano gli occhi nel sole nascente (ore 6 1/2 ant.) e salgono dal Paradiso terrestre al cielo.

Surge a' mortali per diverse foci
La lucerna del mondo; ma da quella
Che quattro cerchi giunge con tre croci,
Con miglior corso e con migliore stella
Esce congiunta; e la mondana cera
Più a suo modo tempera e suggella.
Fatto avea di là mane e di qua sera
Tal foce quasi, e tutto era là bianco
Quello emisferio e l'altra parte nera,
Quando Beatrice in sul sinistro fianco
Vidi rivolta a riguardar nel sole.
(*Parad.*, I, 37-47).

All'equinozio di primavera il sole entra nel segno dell'Ariete e si trova dove l'ecclittica, l'equatore celeste ed il coluro equinoziale s'incontrano formando, due a due, tre croci nel comune punto d'intersezione. Allora il sole, quando sorge, si trova anche sopra l'orizzonte dell'osservatore e quindi congiunge *quattro cerchi con tre croci.*

Il 14 aprile, quando Dante salì al cielo, il sole non si trovava più nel piano dell'equatore; ma (*girando per le spire in che piuttosto ognora s'appresenta*) era di poco declinato a nord. E però il Poeta dice che la foce donde esso sorgeva all'orizzonte era *quasi* quella corrispondente all'equinozio di primavera. Il sole *fatto avea di là mane e di qua sera* ossia era sorto al Purgatorio e tramontato a Gerusalemme.

L'emisfero celeste del Purgatorio era *tutto bianco*, perchè tale è il colore del cielo quando sorge il sole. Tutta *l'altra parte* del cielo non poteva essere veduta che da Gerusalemme, donde doveva apparire *nera*, perchè il sole era tramontato.

Dante e Beatrice, salendo dal Paradiso terrestre al cielo, riuscirono ad essere *congiunti colla prima stella* (*Parad.* II, 30) ossia con la luna, mentre questa passava presso il loro zenit.

Infatti la luna, che nella notte dall' 11 al 12 aprile era sorta al Purgatorio *quasi a mezzanotte*, precedendo così il sole di sei ore circa, doveva la mattina del 14 aprile, al sorger del sole, cioè dopo due giorni e un quarto, precederlo soltanto di ore quattro e quindi arrivare al meridiano del monte del Purgatorio fra due ore. Pertanto Dante e Beatrice riuscirono a congiungersi con la luna dopo due ore di salita, impiegate in discussioni scientifiche.

La velocità con la quale salirono potè ben dirsi dal Poeta fulminea, perchè è facile calcolare che essa fu di 50 chilometri per minuto secondo.

Il lungo indugio, fatto da Dante e Beatrice nel Paradiso terrestre, prima di salire alla luna, era necessario, perchè dovevano attendere che essa arrivasse in posizione tale da poter essere poi raggiunta presso il loro zenit, dove dovea passare, essendochè era molto declinata ad Austro (*Purg.*, XVII, 79-31). Se avessero fatta l'ascensione nel meriggio del giorno precedente, come ha creduto il Benassuti, non avrebbero potuto arrivare alla luna, anzi se ne sarebbero sempre più allontanati, perchè essa allora era quasi al tramonto.

Dalla luna passarono poi a visitare Mercurio, Venere, il Sole, Marte, Giove, Saturno e la costellazione dei Gemelli.

Per maggiori chiarimenti si vegga la mia nota: *Salita di Dante dall'Eden alla luna*, inserita negli " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XXXV.

Venerdì pasquale al Purgatorio (15 aprile).
(Sole a 25° Ariete).

Dante e Beatrice lasciarono la costellazione dei Gemelli, quando si trovavano con quella costellazione sopra il meridiano di Cadice ed il sole mandava gli ultimi raggi al lido dell'antica Fenicia (*Parad.*, XXVII, 4-9), dove finisce il Mediterraneo e passa il meridiano di Gerusalemme. Adunque il sole tramontava a quella città e per conseguenza sorgeva all'antipodo Purgatorio (ore 6 $^1/_2$ ant.), allorchè Dante e Beatrice salirono dalla sfera stellata (dai Gemelli) al nono cielo (1). Ma erano saliti al cielo dalla sommità del monte del Purgatorio, il giorno prima, mentre sorgeva il sole. E però risulta che il loro viaggio per i primi otto cieli durò 24 ore, cioè un giorno computato da mane a mane al Purgatorio.

Dante non indica quanto tempo abbia impiegato per attraversare il nono cielo e per contemplare l'Empireo. Ma, tenuto anche conto delle sue idee simboliche circa il sole, si può congettu-

---

(1) Il sole che era nel 25° grado dell'Ariete, precedeva Dante (che stava in mezzo ai Gemelli) dei rimanenti 5° dell'Ariete, dei 30° del Toro e di 15° dei Gemelli, ossia lo precedeva di 50°. Per conseguenza il Poeta, che era arrivato coi Gemelli sopra il meridiano di Cadice, mentre tramontava il sole a Gerusalemme, doveva allora distare 40° dal meridiano di Sion, perchè il sole ne era distante 90°. Egli adunque assegnò al Mediterraneo, da Cadice al lido della Fenicia (Siria), 40° di longitudine, cioè quasi quella (42°) che si rileva dalle carte geografiche moderne.

Pertanto Dante, attribuendo 90° di longitudine a *La maggior valle in che l'acqua si spanda* (*Parad.*, IX, 82) intese di attribuirli non al Mediterraneo, ma al gran bacino che comprende, fra *liti discordanti* per causa di avvenuti sollevamenti tellurici, non solo il Mediterraneo, ma anche il mar Nero, il Caspio ed i laghi di Aral e Balkash. Infatti tale bacino si estende quasi 90° a levante di Cadice.

Per altri chiarimenti si legga la mia nota: *Sulla scienza cosmologica di Dante*, inserita negli " Atti della R. Accademia delle scienze di Torino ", vol. XXXV.

rare che la meravigliosa visione abbia avuto fine dopo altre *undici ore*, quando il sole, tramontato al Purgatorio (sera del 15 aprile), risorgeva a Gerusalemme (mattino del 16 aprile, sabato dopo Pasqua), e l'alba spuntava a Roma e Firenze.

Insomma, siccome il Poeta dichiara d'essere partito dalla *selva oscura* quando sorgeva la luna (*Purg.*, XXIII, 118-121), si può conchiudere che il viaggio dantesco durò (tempo di Firenze) dalle ore 8 della sera del 7 aprile, alle ore 4 del mattino (alba) del 16 aprile 1300; cioè quasi otto giorni e mezzo e precisamente 200 ore.

Si giunge a questa conclusione anche riepilogando quanto si è detto precedentemente:

1° Il viaggio dalla *selva oscura* sino al fondo dell'inferno, durò due giorni meno tre ore, ossia .	45 ore
2° Il tempo successivo impiegato da Dante per salire all'isola e sul monte del Purgatorio, sino al momento in cui dal Paradiso terrestre ascese al cielo, fu di cinque giorni, ossia di	120 ore
3° Il viaggio celeste di Dante, sino al momento in cui dai Gemelli salì al nono cielo, durò un giorno, ossia	24 ore
4° Il Poeta, per salire al nono cielo e per contemplare l'Empireo, impiegò *undici ore*, che è il tempo che doveva trascorrere tra il sorgere e il tramontare del sole all'isola del Purgatorio (durata della notte a Gerusalemme)	11 ore
Durata di tutto il viaggio dantesco	200 ore.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

Fig. 1ª - *Il sole sta per tramontare a Gerusalemme* (G) *e quindi per sorgere all' antipodo Purgatorio* (P). *Canto II, 1-9.*

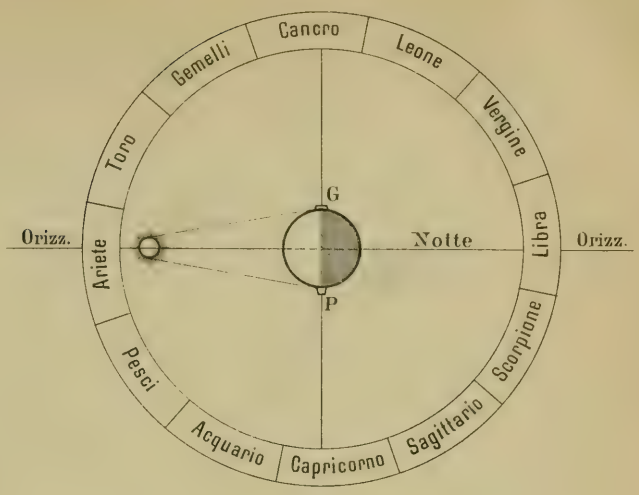


Fig. 2ª - *Ore 7½ ant. al Purgatorio.* (Canto II, 55-57)

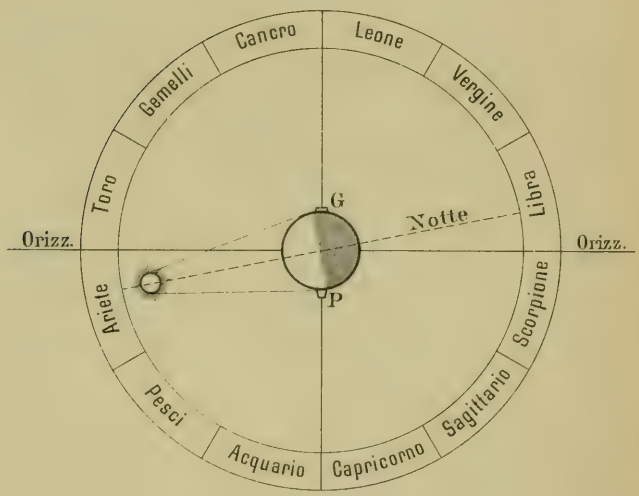
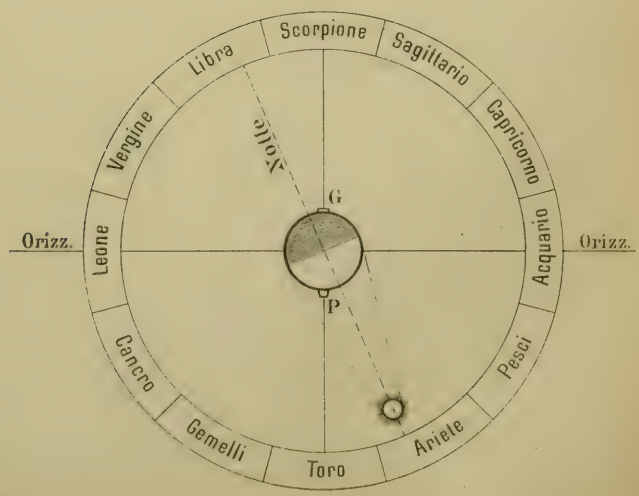


Fig. 3ª - *Ore 1½ pom. al Purgatorio.* (Canto XXV, 1-3)



Lit. Salussolia, Torino.

N. Y. Academy
of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente fa menzione delle seguenti pubblicazioni inviate dagli autori in omaggio all'Accademia:

Le costruzioni in Béton armato. Conferenze tenute nel maggio 1900. Torino, 1901; 4° (dal Socio C. Guidi);

Sui sistemi lineari di grado zero. Roma, 1901, 4 pp.; 8° (dal Socio corrispondente E. Bertini);

Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. III. Zweite Auflage. 2. Abth. Abschnitt XVII (1700-1726). Leipzig, 1901; 8° (dal Socio corrispondente M. Cantor).

Vengono accolti per l'inserzione negli *Atti* gli scritti seguenti:

1° *Azione fisiologica del campo magnetico,* nota del dottor Valentino Grandis, presentata dal Socio Mosso,

2° *Sulle oscillazioni delle sensazioni di deformazione cutanea,* nota dei dottori Luigi Agliardi e Annibale M. Pastore, presentata dal Socio Mosso,

3° *Aggiunta alla nota " Sulle corrispondenze* (p, p) *nelle curve di genere* p „, nota del prof. Gaetano Scorza, presentata dal Socio Segre.

Il Socio Segre legge anche a nome del Socio D'Ovidio la relazione sulla memoria del prof. Emilio Veneroni intitolata: *Sui connessi bilineari fra punti e rette nello spazio ordinario,* concludendo con la proposta che la memoria sia letta alla Classe. Approvata la proposta e compiuta la lettura, viene accolta la memoria per la inserzione nei volumi accademici.

Il Socio Naccari presenta una memoria del prof. Angelo Battelli e del dr. Luigi Magri intitolata: *Scariche oscillatorie.* Sarà esaminata da apposita Commissione.

Raccoltasi in seduta privata la Classe elegge a Socio residente, salvo l'approvazione sovrana, il prof. Oreste Mattirolo.

LETTURE

Azione fisiologica del campo magnetico.

Nota del Dott. VALENTINO GRANDIS.

Du Bois-Reymond, L. Hermann, Schiff, giustamente apprezzando l'importanza che l'applicazione allo studio della elettrofisiologia delle leggi scoperte da Ampère, sull'azione mutua che le correnti elettriche esercitano fra di loro, avrebbe esercitato sulla conoscenza dei fenomeni nervosi, tentarono ripetutamente lo studio dell'azione esercitata dal campo magnetico sulle funzioni dei nervi. I risultati da loro ottenuti furono costantemente negativi, solamente Schiff credette di poter riscontrare un aumento del periodo di eccitazione latente del muscolo, quando il nervo, da cui esso è governato, fu sottoposto all'azione delle linee di forza emananti da un potente elettro-magnete, per un tempo non inferiore ai 15 minuti. Le sue ricerche lo portarono inoltre alla conclusione che negli animali, precedentemente operati nella zona motoria, l'azione permanente del campo magnetico determina un aumento nella eccitabilità del nervo.

Ho ripreso lo studio dell'argomento, guidato dalla speranza di poter in questo modo portare un contributo alla conoscenza dei fenomeni elettrici, che accompagnano l'attività dei nervi. Ferve viva la discussione se la variazione negativa della corrente propria dei nervi, durante il loro funzionamento, sia da ritenersi un fenomeno concomitante accessorio, oppure debba ritenersi come una condizione fisica necessaria, facente parte integrale del fenomeno stesso. Con un campo magnetico è possibile modificare lo stato di equilibrio elettrico in un conduttore qualsiasi. Se questo stato è intimamente legato colla funzione

del nervo, è logico aspettarsi una modificazione delle sue proprietà, quando per mezzo di un fascio di linee di forza noi produciamo qualche variazione nelle sue condizioni elettriche.

Incominciai le ricerche fin dal 1896. La preparazione fu molto lunga sopra tutto per le difficoltà tecniche, che era necessario eliminare, per mettermi al riparo delle cause di errore, le quali mi avrebbero potuto condurre ad una interpretazione erronea dei risultati. Ho pubblicato nel volume per le onoranze giubilari del prof. Luciani la descrizione dell'apparecchio di induzione, col quale credo di aver risolto le difficoltà inerenti alla graduazione della corrente indotta, della quale mi dovevo valere durante il corso degli esperimenti. Data la natura delle ricerche era indispensabile acquistare la certezza assoluta, che le modificazioni delle proprietà del nervo, nelle quali avrei potuto eventualmente incontrarmi, non dipendessero da una variazione nella intensità dello stimolo impiegato per mettere in attività il muscolo.

Le mie ricerche comprendono finora i seguenti quesiti:

1° — Azione, che un fascio di linee di forza, parallele o perpendicolari alla direzione delle fibre nervose, esercita sulla conducibilità del nervo e sul periodo di eccitazione latente del muscolo.

2° — Modificazioni, che la presenza di un campo magnetico permanente attorno al nervo, determina nella curva, che rappresenta le fasi successive, per le quali passa il muscolo, durante la contrazione provocata dallo stimolo dettato nel nervo.

3° — Condizione del nervo nelle modificazioni di equilibrio, determinate dalle rapide variazioni nella intensità del campo magnetico.

A) Linee di forza parallele alla direzione delle fibre nervose.

B) Linee di forza perpendicolari alle fibre nervose.

4° — Azione esercitata dalla direzione del flusso di forza magnetica sulla eccitabilità del nervo.

5° — Decorso della fatica, ottenuta con un ritmico succedersi di eccitamenti magnetici.

6° — Condizioni elettriche del nervo durante la sua attività provocata da un eccitamento magnetico.

Tutti gli esperimenti furono eseguiti sopra il *Leptodactylus Ocellatus*, batracio che rappresenta nell'America del Sud il genere rana, presentando sopra di questo il vantaggio di raggiungere una mole superiore, condizione la quale facilita considerevolmente la tecnica operatoria.

I risultati, che riferirò in seguito, furono tutti ottenuti in animali, trovantisi nelle condizioni di perfetta salute, durante il periodo della scorsa primavera australe. Gli esperimenti, che tentai di riprodurre, qui, sulle rane temporarie ed esculente, durante questi mesi di inverno, non diedero sempre un risultato positivo. Non potei stabilire se ciò dipenda solamente dallo stato di letargo, in cui la rigidità della stagione le approfonda, o se vi concorra pure la differenza biologica. Qui potei constatare bene il fenomeno della eccitabilità magnetica solamente in alcuni grossi esemplari di rana temporaria. Disgraziatamente in essi mi limitai alla constatazione qualificata dei fenomeni, che avevo prima studiato nel *leptodactylus*. Desidero cionondimeno comunicare ora le conclusioni cui mi condussero le ricerche praticate; farò ciò in modo sommario perchè condizioni da me indipendenti mi vietano di darne ora una descrizione dettagliata e documentata.

Il campo magnetico, di cui mi servii, era dato da una corrente generantesi da due piccoli accumulatori, in serie nel periodo costante della loro scarica, i quali mi davano un'intensità di corrente di 20-40 *milliampères*, quando la resistenza del circuito, sul quale erano chiusi, era di 100 unità *ohm* sommata con la resistenza, offerta da 2 metri di filo di rame, del diametro di 2/10 di mm. Ottenni un'intensità sufficiente del campo magnetico avvolgendo il filo di rame, perfettamente isolato con una doppia copertura di seta e verniciato con gomma lacca, in 100 oppure 200 spire sopra un rocchetto. L'armatura del rocchetto era costruita in modo speciale e mi permetteva di poterlo applicare attorno al nervo, senza staccar questo dalla sua origine alla colonna vertebrale, onde il fenomeno non fosse complicato dalla corrente di demarcazione alla quale dà luogo la sezione del nervo.

Quando l'eccitamento indotto, applicato sopra il nervo, deve attraversare un tratto di nervo, sottoposto all'azione di un fascio di linee di forza, che hanno una direzione perpendicolare al decorso delle fibre nervose, si allungherebbe, secondo Schiff,

il periodo latente della *scossa* muscolare. Dalle mie determinazioni non risultò confermata una tale azione. I valori da me ottenuti rappresentano la somma del tempo, impiegato a percorrere il tratto di nervo, compreso fra il punto eccitato ed il muscolo, con il tempo dell'eccitamento latente, impiegato nella trasformazione dell'impulso nervoso in movimento muscolare. Essi non sono concordanti fra loro in modo da autorizzare una conclusione qualsiasi; non potei decidere se le differenze dipendessero da modificazioni interne dell'apparato neuro-muscolare, o fossero in parte da imputarsi al fenomeno di isteresi magnetica verificantesi nelle elettrocalamite, impiegate per trasmettere agli apparecchi grafici il momento dell'eccitamento.

Le contrazioni muscolari, ottenute eccitando il nervo con una corrente indotta, mentre una porzione di nervo si trovava sotto l'influenza del campo magnetico presentano una particolarità degna di fissare la nostra attenzione. L'ultimo dei tre periodi, in cui si può dividere la curva tracciata dal muscolo contraendosi, quello cioè corrispondente al rilassamento del muscolo, subisce, in queste condizioni, un allungamento considerevole, o meglio non si compie in modo completo, di guisa che il muscolo non ritorna più ad acquistare la sua lunghezza primitiva, ma rimane più corto. Si direbbe che il muscolo entra in contrattura, o per lo meno aumenta la sua tonicità. Questo stato cessa appena si toglie l'azione del campo magnetico, e si provoca una contrazione, eccitando semplicemente il nervo colla stessa corrente, con la quale veniva prima eccitato.

Nell'atto della chiusura del circuito, generante il campo magnetico, dentro il quale sta immersa una porzione di nervo, se la direzione delle linee di forza, emananti dal campo magnetico, è perpendicolare alla direzione delle fibre nervose, il nervo prova un eccitamento, ed il muscolo, cui esso si distribuisce, si contrae allo stesso modo, come quando si eccita il nervo con una corrente indotta di apertura o di chiusura, applicata direttamente sul nervo. I caratteri di una tale *scossa* non differiscono in modo apprezzabile da quelli di una *scossa* di un muscolo contraentesi in condizioni normali.

Quando la posizione del nervo rispetto al campo magnetico è tale, che le sue fibre siano percorse nel senso della loro lunghezza dalle linee di forza del campo magnetico, il nervo

non risente alcuna influenza dalle variazioni di equilibrio, determinate dal passaggio e dalla cessazione della corrente, generante il campo magnetico, in cui il nervo sta immerso. In tutti questi casi il muscolo conserva il suo stato di riposo.

Nel primo caso, cioè quando le fibre nervose sono tagliate perpendicolarmente alla loro direzione dal percorso delle linee di forza, l'azione eccitante sulla *scossa* muscolare differisce, col variare della direzione della corrente nel circuito generante il campo magnetico. Secondo i casi si può avere una *scossa* solamente all'atto della chiusura del circuito, oppure si può avere contemporaneamente *scossa* alla chiusura ed all'apertura, oppure solamente all'apertura. L'intensità dell'eccitamento, dedotta dall' altezza della *scossa* muscolare da esso determinata, varia, oltre che per la direzione della corrente eccitante, anche per l'intensità della corrente stessa, sebbene la forza elettromotrice si mantenga costante.

Con ritmiche interruzioni della corrente generante il campo magnetico, ottenute per mezzo di un metronomo, è possibile ottenere una serie di *scosse* successive, le quali riproducono nel loro complesso la curva della fatica muscolare ottenuta dal Kronecker nel muscolo della rana. Dopo che il nervo ed il muscolo sono completamente esauriti per questa forma di eccitamento, applicando la stessa corrente, collo stesso ritmo d'interruzione, direttamente sul nervo, si ottiene un'altra serie di *scosse* muscolari, che, in linea generale, seguono nel loro complesso lo stesso decorso. Parimenti, quando, invece di mandare quella corrente direttamente sul nervo, la si manda in un apparecchio d' induzione, e, colla corrente indotta generantesi, si eccita il nervo, si ottiene allo stesso modo una serie di *scosse* simili. Reciprocamente il campo magnetico è capace di provocare *scosse* in un muscolo, apparentemente esaurito per una serie di eccitamenti indotti o di eccitamenti prodotti dall'interruzione di una corrente costante, eguale a quella della quale si esperimenta l'azione magnetica. I fenomeni descritti si osservano immediatamente dopo l'esaurimento, ottenuto con una qualsiasi di quelle forme di eccitamento, in modo che si può escludere assolutamente una reintegrazione del muscolo e del nervo per il riposo. Credo perciò legittima la conclusione, che, nel preparato neuro-muscolare, la parte che si affatica

prima è il nervo, e che la fatica del nervo non è completa, ma relativa alla forma di eccitamento impiegato. Cambiando la natura dell'eccitamento, nervo e muscolo riacquistano le loro proprietà.

Le alterazioni dell'apparato neuro-muscolare, dipendenti dalla fatica e manifestantisi sotto forma di contrattura muscolare, sono molto più evidenti per un eccitamento, determinato da una corrente indotta o dalla interruzione di una corrente costante, che negli eccitamenti, determinati dalle variazioni magnetiche; in questo caso mancano affatto, oppure sono ridotte ad un minimo impercettibile.

Durante l'eccitamento, prodotto dalle variazioni del campo magnetico, con un elettrometro capillare di Lippmann di quella forma, che fu proposta dall' Ostwald, o con la bussola del Wiedemann, armata con filo del diametro di 5 decimi di millimetro, non è possibile osservare alcun cambiamento nello stato elettrico del nervo. Si possono osservare variazioni solamente quando si fanno agire campi magnetici in più punti del nervo contemporaneamente; in questo caso le variazioni si limitano nei punti compresi fra due campi magnetici.

Nel lavoro in extenso, comunicherò, particolareggiatamente le condizioni nelle quali mi posi durante le mie ricerche, e la forma degli apparecchi impiegati.

Laboratorio di Fisiologia della Facoltà di Medicina in Buenos Aires.

Sulle oscillazioni delle sensazioni di deformazione cutanea (1).

Note dei Dott^ri ANNIBALE M. PASTORE e LUIGI AGLIARDI.

Il HUME già aveva osservato che se noi guardiamo un punto nero su carta bianca, lo vediamo a intervalli. A variazioni sul modo di percepire stimoli visivi, accennarono pure il LOTZE (2), il HELMHOLTZ (3), SCHÖN e MOSSO (4), e altri. Ma l'URBANTSCHITSCH per il primo precisando la natura del fatto, dimostrò, specialmente per le sensazioni acustiche, che sensazioni deboli continuamente subiscono oscillazioni. Dopo l'URBANTSCHITSCH con intento psicologico studiarono il fatto N. LANGE nei sensi della vista, dell'udito, del tatto; il MÜNSTERBERG nel senso della vista. I risultati diversi ai quali giunsero questi due psicologi, determinarono altri a riprendere le indagini; se ne occuparono contemporaneamente, nel laboratorio di *Lipsia* l'ECKENER per le sensazioni acustiche, e il PACE che riprese il lavoro del MÜNSTERBERG; nel laboratorio di *Bonn*, il MARBE che rifece con nuovi intenti le ricerche sulle oscillazioni visive; a *Copenaghen* il LEHMANN che pose in relazione le oscillazioni osservate nei tre dominî di senso, vista, udito, tatto, coi periodi respiratorî. Ma questi tutti, pur constatando il fatto, non si accordarono punto sul decorso e sulla natura delle oscillazioni, delle quali ciascuno tentò un'interpretazione diversa.

L'URBANTSCHITSCH (5) aveva osservato che le oscillazioni

(1) Il presente lavoro è opera, per la parte sperimentale, del dott. PASTORE, il quale in una nota preliminare ha già comunicato alcuni dei risultati della ricerca (" Giorn. della R. Accad. di Medicina ", vol. VI, anno LXIII, fasc. 6, 1900 e " Arch. it. de biologie ", T. XXXIV, fasc. II); per la parte critica teorica, del dott. AGLIARDI.

(2) LOTZE, *Medizinische Psychologie*, pag. 510, 1852.

(3) HELMHOLTZ, *Phys. Opt.*, p. 391, 2^a ed., 1896.

(4) " A. f. Opht. ", XX, (2), 269.

(5) *Ueber eine Eigentümlichkeit der Schallempfindungen geringster Intensität*, " Central. f. d. med. Wissensch. ", pag. 65. — *Ueber subjective Schwankungen der Intensität der akustischen Empfindungen*, " Pflügers Arch. ", 1882, vol. 27°.

erano di varia durata, di un quarto, di mezzo, di un minuto, che si svolgevano in modo diverso, sorgendo ora improvvisamente, ora a poco a poco; passando ora rapidamente da un orecchio all'altro, ora gradatamente da quello che meglio percepiva, al meno fino.

In un caso ad es., il rumore era percepito a sinistra per 45 sec., poi spariva per 42, poi ritornava per 20, poi non più per 55, era di nuovo presente per 15, poi non per 45. Giungeva poi nell'orecchio destro, passava per il capo, poi di nuovo nell'orecchio sinistro. L' Urbantschitsch aveva pure indagato se egualmente avvenisse in altri sensi, ma traviato dal fatto della sostituzione di un orecchio all' altro, nel senso tattile ad es., stimolava col compasso simultaneamente due punti della pelle e osservava che ora nell'uno, ora nell'altro, si aveva una sensazione più intensa. Ma in tal modo egli sottoponeva allo studio un fatto assai più complesso e di diversa natura.

Il Lange (1) trovò nei sensi dell' udito, della vista e del tatto, oscillazioni periodiche e costanti: diverse per ciascun senso, si mantenevano della stessa durata nelle ricerche fatte in giorni diversi con variazioni medie che erano solo $^1/_4$ della lunghezza dell'intero periodo. Non solo, ma una certa affinità era pure tra i valori ottenuti su diversi soggetti. Così nelle sensazioni acustiche (tik-tak dell' orologio) il periodo oscillatorio aveva in serie di esperienze diverse questi valori (decimi di secondo): 38, 35, 43 con variazioni medie di 8, 8.1, sì che prendendo 100 valori, eliminati i più divergenti, si aveva una media aritmetica di 38 con variazione media di 7. Nelle sensazioni luminose (disco di Helmholtz) per 100 valori la media aritmetica era di 34 con variazione media di 4. Nelle sensazioni tattili (stimolo elettrico) la media aritmetica per 50 valori era di 26, con variazione media di 4. In altro soggetto, eguali gli stimoli ed eguale il numero dei valori, le medie erano per le sensazioni acustiche di 35 con variazione media di 7, per le sensazioni luminose di 30 con variazione media di 5.

Una tale regolarità e costanza nei periodi, nessuno dei suc-

---

(1) N. Lange, *Beitr. z. Theorie der sinnlichen Aufmerksamkeit und der activen Apperception*, " Wundt's Philos. Stud. „, IV, pag. 390.

cessivi sperimentatori potè ottenere. Il PACE (1) solo ebbe per ciascun soggetto periodi relativamente regolari: questi davano medie arit. di 14.1 sec. con variazione media di 1.3 sec.; di 5.5 con variazione media di 0.9; di 9.7 con variaz. media di 0.8. Ma a lui non riuscì di avere un valore generale, variando enormemente i dati da soggetto a soggetto. Di più anche la variazione media data dal PACE non ha che un valore piccolo, perchè, come egli avverte, non è calcolata dalle singole oscillazioni ma dai risultati di intere serie.

Valori enormemente irregolari ebbe il MÜNSTERBERG (2): le oscillazioni variavano di lunghezza e la variazione media era $^1/_3$ dell'intero periodo.

Anche il MARBE (3) osservando sempre le oscillazioni nel senso della vista, non potè in alcun caso constatarne la periodicità. Contro il MÜNSTERBERG affermò che la curva grafica delle oscillazioni non presenta un evidente " *Abschwellen und Anschwellen* „ della sensazione. La durata media delle oscillazioni era, in due soggetti, di 12.5 sec. e 9.3 sec. con variazioni medie rispettivamente di 8 sec. e 3.1 sec. I singoli valori andavano da 35.7 a 4.5 sec.; da 18.6 a 3.4 sec.

L'ECKENER (4) nelle oscillazioni delle sensazioni uditive ebbe a constatare la massima irregolarità. Il decorso era diverso non solo da individuo a individuo, ma nello stesso individuo ad ogni nuova serie. Una piccola modificazione nell'intensità dello stimolo produceva una grande diversità nel decorso delle oscillazioni. La variazione media raggiunse fino i $^2/_3$ del valore della media aritmetica dell'intero periodo.

A risultati completamente diversi dagli ultimi esposti, arrivò il LEHMANN (5). Nel senso tattile elettricamente stimolato

---

(1) E. PACE, *Zur Frage der Schwankungen der Aufmerksamkeit*, " Wundts Philos. Stud. „, VII, pag. 388.

(2) MÜNSTERBERG, *Schwankungen der Aufmerksamkeit*, " Beiträge z. exper. Psychologie „, T. 2°, pag. 69-124.

(3) MARBE, *Die Schwankungen der Gesichtsempfindungen*, " Wundts Philos. Stud. „, VIII, 1892, pag. 615.

(4) ECKENER, *Untersuch. üb. die Schwankungen der Auffassung minimaler Reize*, " Philos. Stud. „, VIII, pag. 343.

(5) LEHMANN, *Ueb. die Beziehung zwischen Athmung und Aufmerksamkeit*, " Philos. Stud. „, IX, 1893, pag. 66.

ottenne oscillazioni rapidissime di 4.1 sec., regolari, essendo la variazione media di 0.8. Nelle sensazioni acustiche e luminose le oscillazioni si presentarono più lunghe e meno regolari; per le prime la media aritmetica era di 9.1 sec. con variazione media di 1.3; per le seconde: m. arit. di 12.8 sec. con variazione media di 1.6.

Non meno contrarie sono le interpretazioni che del fenomeno furono tentate. Due sono le teorie estreme, tra le quali stanno alcune altre intermedie. Vi ha chi crede il fenomeno di origine periferica, e chi di origine centrale.

L'Urbantschitsch aveva avuto cura di eliminare la possibilità che le oscillazioni dipendessero dall'organo di senso. Egli esperimentò su persone nelle quali il condotto uditivo era ammalato, oppure fece pervenire lo stimolo acustico attraverso le ossa del cranio, evitando la trasmissione per l' apparecchio di senso, e avendo sempre trovato l' esistenza delle oscillazioni, conchiuse che esse dovessero dipendere dalla fatica del nervo acustico. Non si pose neppure la questione, se fosse possibile un'origine centrale.

Le critiche del Lange, dell'Eckener, dimostrano la insufficienza della spiegazione data dall' Urbantschitsch. Non pare possibile che stimoli di piccola intensità possano affaticare tanto presto il nervo. Non si spiega inoltre come mai, perdurando lo stimolo che produce l'esaurimento del nervo, questo possa rimettersi, sì che la sensazione appaia più intensa. Il Lange credette di poter senz'altro escludere l'origine periferica. Avendo fatto agire contemporaneamente due stimoli di natura diversa, l'uno visivo, l'altro acustico, egli osservò che le due specie di oscillazioni non coincidevano, ma erano separate da un tempo fisso. Se le oscillazioni fossero prodotte dalla fatica del nervo, avrebbero certamente qualche volta interferito. Ma ammessa l'origine centrale, quale può essere il fattore? L'imagine di memoria, risponde il Lange. Anche nella percezione della scala di Schroeder si hanno oscillazioni, secondo il Lange, periodiche: poichè in queste il fattore essenziale è l' imagine mnemonica, egli si crede autorizzato, dal fatto della periodicità comune ad ambedue le specie di oscillazioni, ad ammettere la stessa causa anche nelle oscillazioni delle sensazioni minime. La sensazione reale non può mutare, muterà quindi l'imagine di memoria. E

però egli studia le oscillazioni delle imagini di memoria e queste pure riscontra periodiche ma di minor durata.

Ecco ora come agisce l' imagine di memoria sulla sensazione, ecco il rapporto tra l'una e l'altra. La sensazione incontra l'imagine di memoria e questa agisce su di quella rinforzandola; ma l'imagine oscilla e quindi la sensazione ora è rinforzata e ora rimane immutata nella sua intensità. E così il Lange costruisce la sua teoria dell'attenzione. Questa non consiste che in un'assimilazione della sensazione semplice, che rimane immutata, per opera dell' imagine di memoria che subisce oscillazioni (1).

La teoria del Lange fu molto discussa. L'Eckener ritiene eccessiva l'azione attribuita dal Lange all'imagine mnemonica: molte volte la sensazione riemerge senza che sia presente l'imagine e però non può aver luogo sempre quel rinforzamento di cui parla il Lange. L'Eckener conviene nell'origine centrale del fenomeno in questione e dopo aver posto ogni studio nel dimostrare che non si può farne risalire la causa alla fatica della sostanza nervosa, egli modifica la teoria del Lange: durante l'appercezione delle sensazioni minime è presente uno stato psichico che agisce nel senso di far sopravvivere l'imagine mnemonica alla stimolazione reale. Nelle variazioni di questo stato sta la causa delle oscillazioni. Le variazioni dipenderebbero dalla natura stessa del processo psichico che tende a mutare e del fatto, che lo sforzo dell'attenzione porta con sè altre rappresentazioni e sopratutto sentimenti confusi.

Il Lehmann fece un'acerba critica all'Eckener, accusandolo di aver spostato il punto su cui si aggira la questione. L'Eckener, che a parer nostro ha avuto il merito di fare nel suo lavoro larga parte all'osservazione interna, distingue due specie di oscillazioni. Alcune intermittenze della sensazione, rare e corte, che sono sentite come prodotte esteriormente e che coincidono coll'interruzione oggettiva della impressione, possono essere dipendenti dalla fatica nervosa. Ma vi sono oscillazioni che sono sentite come soggettive, che si manifestano in rapidissimi aumenti e diminuzioni nella chiarezza della sensazione, oppure in una scomparsa della sensazione, scomparsa non totale, accompagnata

(1) Lange, l. cit., pag. 411.

da un sentimento oscuro, e tale che non mai coincide coll'interruzione oggettiva dello stimolo; queste oscillazioni devono ritenersi dovute alla variazione dello stato psichico. Il LEHMANN dice che, non queste, ma le prime oscillazioni devono essere prese in esame. " La questione delle oscillazioni dell'attenzione non si volge a quelle che sono prodotte da una distrazione avvertita, bensì a quelle che, come dice lo stesso ECKENER, tutt'affatto direttamente (*ganz unvermittelt*) avvengono in una coscienza chiara e con un'attenzione decisamente rivolta all'impressione. Queste oscillazioni non sono nè rare nè di breve durata, ma di durata varia (1) „. Unico merito dell'ECKENER, secondo il LEHMANN, sarebbe di aver dimostrato che alcune oscillazioni sono dovute alla disattenzione " *Unaufmerksamkeit der allergewöhnlichsten Art* „. Troppo poco veramente, se così stesse la cosa! A noi pare che il LEHMANN equivochi. Già il WUNDT ha espresso questo dubbio; egli crede infatti che le oscillazioni registrate dal LEHMANN siano quelle stesse considerate dall'ECKENER come fenomeni dell'attenzione e non le altre tutt'affatto sporadiche (2). In queste ricerche ciascuno, mentre accusa gli autori dei lavori anteriori di essere stati tratti in errore da preconcetti, dal canto suo mostra di non sapersene liberare (3). Il LEHMANN, nella critica che fa all'ECKENER, pare dominato, certo inconsciamente, da quella antica concezione dell'attenzione che egli certo ripudia. Ammesso che l'attenzione è un processo psichico, e che, come ogni altro processo psichico, non può mantenersi immobile, inalterata, non ci è lecito contrapporre all'attenzione, così concepita, le variazioni che in essa avvengono (e delle quali parla l'ECKENER), così come la psicologia delle facoltà contrapponeva l'attenzione alla non attenzione. Quando il LEHMANN distinguendo, come vedremo più sotto, le esperienze del LANGE da quelle degli altri, riconosce a queste un valore, in quanto dimostrano che l'attenzione continuamente concentrata si disperde malgrado

(1) LEHMANN, lav. cit., pag. 75.

(2) WUNDT, *Grundz. der phys. Psychologie*, 4. Aufl., 1893, 2, pag. 301, n. 2.

(3) Questa accusa fa il LEHMANN all'ECKENER. Il MARBE dice che la teoria del MÜNSTERBERG risente dell'importanza che nella psicologia del MÜNSTERBERG hanno le sensazioni muscolari. Nella teoria del LEHMANN si potrà riconoscere l'influenza dei suoi studi sulla circolazione del sangue in rapporto agli stati psichici.

ogni sforzo volontario, riconosce il fatto studiato dall'ECKENER, che non si può in ogni caso chiamare *Unaufmerksamkeit der allergewöhnlichsten Art.*

Alla teoria centrale del LANGE e a quella dell'ECKENER, che della prima è una modificazione, si contrappone la teoria periferica del MÜNSTERBERG, la quale differisce per altro da quella dell'URBANTSCHITSCH. Mentre questi non dava importanza allo stato psichico del soggetto, il MÜNSTERBERG parte dal presupposto che il soggetto sia in istato di attenzione: ma, egli dice, non varia l'attenzione, non varia cioè il rapporto tra il soggetto attento e il contenuto di coscienza, oggetto dell'attenzione, bensì varia il contenuto stesso di coscienza. Il MÜNSTERBERG si limita a studiare il fatto nel senso visivo e, senza preoccuparsi di porre in accordo le sue conclusioni con quelle dell' URBANTSCHITSCH, afferma che le oscillazioni provengono dalle modificazioni degli apparecchi di senso.

Nella fissazione, l'occhio è accomodato e tutti i muscoli sono in azione. L'affaticarsi dei muscoli produce movimento dell'occhio, spostamento dello stimolo minimo dal punto di visione massima ad altri punti della retina, quindi modificazioni nelle condizioni della visibilità. Ma lo stato di tensione in cui possono porsi e mantenersi i muscoli, è in relazione colla tonicità loro, e questa è rinforzata da ogni inspirazione, sì che le oscillazioni potrebbero porsi in rapporto col ritmo respiratorio. In ogni caso da questo solo dipende la durata dei periodi oscillatori " *die zeitliche rhythmische Regulierung* (1) „. I periodi sono più o meno lunghi a seconda dell'accorciamento o rallentamento della respirazione.

Le conclusioni del MÜNSTERBERG, senza dubbio importanti, furono oggetto di lunghe discussioni e validamente oppugnate. Innanzi tutto, poichè le oscillazioni hanno luogo anche in sensi nei quali o non affatto, o minima è l' azione dei muscoli, e la diretta influenza della respirazione quasi nulla, nasce spontaneo il dubbio che esse abbiano a dipendere da altra causa. Pur riconoscendo al MÜNSTERBERG il merito di aver migliorato il metodo della ricerca, il PACE e il MARBE (2) notano che le modifica-

(1) MÜNSTERBERG, " Beitr. „, 2, pag. 111.
(2) MARBE, l. cit., pag. 619.

zioni introdotte da lui in alcuni esperimenti, non rispondono sempre agli intenti del problema, sì che i risultati non comportano le conclusioni alle quali egli vorrebbe giungere. Se le oscillazioni o si accorciano o spariscono quando si interponga una lente che escluda l'effetto dell'accomodazione, o quando si ponga innanzi allo stimolo per alcuni istanti uno schermo, o quando dal soggetto si facciano chiudere tratto tratto gli occhi, ciò prova solo che nell'esperimento è necessario che gli occhi fissino quietamente. Il Pace (1), avendo eliminato con iniezioni di *Homatropinum hydrobromicum* l' azione dell' accomodazione, potè provare che le oscillazioni perduravano. Ci pare che il Münsterberg abbia troppo trascurato il lato psicologico del problema. Per dimostrare che dei due termini, stato e contenuto di coscienza, il secondo varia, ha dimenticato che anche il primo è mutabilissimo, e difatti nell'esperimento in cui faceva chiudere gli occhi, modificava non tanto il contenuto quanto lo stato di coscienza. Ci pare inoltre che, poichè l'attenzione sta anche nella fissazione, si potrebbe parlare anche qui di oscillazioni dell'attenzione: se si accoglie infatti la teoria del Ribot (2) sull'attenzione, non sarebbe più il caso di parlare di modificazioni nel solo contenuto di coscienza. Per altro il lavoro del Münsterberg ha avuto il merito di mostrare ordini di fatti per l'innanzi assolutamente trascurati e ha spinto a nuove ricerche.

Un punto meritava in ispecie di essere considerato: il rapporto affermato dal Münsterberg tra le oscillazioni delle sensazioni e il periodo respiratorio, e questo fu oggetto delle indagini del Lehmann (3). Avendo fatto scrivere contemporaneamente su uno stesso cilindro rotante i periodi respiratorî e le oscillazioni nelle sensazioni del senso tattile, elettricamente stimolato, il Lehmann trovò una piena corrispondenza, 4.1 sec. e 4.1 sec. Non egual relazione fu possibile stabilire per le sensazioni acustiche e luminose.

Per le prime il periodo respiratorio era di 4.6 sec. e la media aritmetica delle oscillazioni di 9.1 sec.; per le seconde rispettivamente di 4.4 sec. e di 12.8 sec.

---

(1) Pace, l. cit., pag. 399.

(2) Ribot, *Psychologie de l'attention*, Paris.

(3) Questo rapporto fu già intravveduto dal Leumann, *Die Seelenthätigkeit in ihrem Verhältniss zu Blutumlauf und Athmung*, " Phil. Stud. „ V, p. 618.

La ragione di questa diversità, crede il LEHMANN sia la seguente: nelle sensazioni tattili il fenomeno si svolge in tutta la sua semplicità e purezza, non essendo l'intervento nè dei muscoli di accomodazione nè di imagini di memoria, delle quali le sensazioni tattili sono poverissime; negli altri due sensi, per contro, entrano in campo altri fattori. Nelle sensazioni luminose, ad es., alla respirazione si unisce il tremolìo dei muscoli come causa delle oscillazioni; a queste si oppongono le imagini di memoria, e dall'interferenza di questi tre fattori le oscillazioni acquistano il loro carattere irregolare. Ma come può agire la respirazione? Non direttamente certo. Osservò il LEHMANN che i due massimi delle reazioni indicanti la frequenza delle oscillazioni cadevano nelle stesse fasi del periodo respiratorio. Più spesso la sensazione emergeva presso il massimo dell'inspirazione, ma non coincideva col massimo. Nella fase inspiratoria, secondo il LEHMANN, la pressione del sangue è maggiore. Sappiamo che in maggior copia affluisce il sangue a un organo che lavora, ed è probabile che questo maggior afflusso renda più facile il lavoro dell' organo, nel caso nostro l'attività funzionale del cervello, e però in questa condizione la sensazione si fa più viva. Ma l'emergenza della sensazione non può coincidere col massimo dell'inspirazione, perchè in questo momento è grandissima l' innervazione dei muscoli respiratorî, e però una parte dell' attività cerebrale è distratta. Se del fatto dell'attenzione, pel quale una rappresentazione si fa più chiara alla coscienza, determiniamo le condizioni fisiologiche, possiamo dire che l'attenzione risponde a quello stato del cervello, in cui pel maggior nutrimento, l'organo è più attivo e il lavoro più facile. Ecco perchè le oscillazioni nelle sensazioni, che sono apparse in relazione colla respirazione, possono dirsi oscillazioni dell'attenzione.

Contro la teoria del LEHMANN stanno non solo argomenti ma fatti. Le ricerche di MOSSO (1), di BINET e SOLLIER (2), dimostrano che l'influenza della respirazione sul polso cerebrale è ben più complessa di quanto ce la presenti il psicologo di Copenaghen. Il volume del cervello può, a causa del lavoro psichico, aumentare

(1) MOSSO, *Ueb. Kreislauf des Blutes im menschlichen Gehirn*, Leipzig, 1881.

(2) BINET et SOLLIER, *Recherches sur le pouls cérébral*, " Arch. de phys. ", octobre 1895.

senza che si notino variazioni nei movimenti respiratori (1). In nessun caso poi si può sostenere un rapporto di causa ed effetto tra una fase respiratoria corrispondente a un dato fatto psichico e questo stesso fatto, perocchè, se è ben vero che il cervello è più attivo quando è meglio nudrito, il fatto psichico si compie prima che abbia tempo di giovarsi dei riflessi muscolari che ad esso si associano. Il Patrizi (2), che per l'appunto fece quest'ultima obbiezione, andò anche oltre, e in un fanciullo che presentava una breccia nella parete cranica, determinò il rapporto tra le oscillazioni dell'attenzione (risultanti da una serie di tempi di reazione), le oscillazioni, cioè, dell' attività funzionale del cervello e le oscillazioni nella circolazione del cervello e riscontrò che le une e le altre, tra loro indipendenti, seguono uno speciale decorso.

Nella interpretazione del fatto delle oscillazioni, prendono una posizione meno decisa il Marbe e il Pace, i quali hanno principalmente avuto di mira lo studio di alcuni dei fattori che entrano nel fenomeno. Il Marbe, criticando la teoria del Lange, dice che possiamo ammettere un fattore centrale senza essere costretti a ritenere che esso sia l'attenzione. La necessità di una tensione continua dell'attenzione, perchè le oscillazioni avvengano, contradirebbe, secondo il Marbe, alla teoria del Lange. Ma poichè questi fa consistere il fatto dell' attenzione nel rinforzamento delle imagini, e poichè dimostra che le imagini oscillano, a noi pare che non si possa, riferendosi al Lange, parlare di una tensione *continua* dell'attenzione. Il Marbe, colle sue ricerche, determinò che le oscillazioni sono in istretta relazione coll'intensità della sensazione e che avvengono nella vicinanza della soglia entro certi limiti. Per questo egli crede che qui entrino fattori simili a quelli che sono causa dei così detti errori variabili nella determinazione della soglia, e che quindi la questione della causa delle oscillazioni sia da mettere, per un certo lato, in connessione col significato della legge di Weber (3). Ma variazioni nell'intensità avvengono anche per sensazioni al

---

(1) Mosso, op. cit., pag. 70.

(2) Patrizi, *Il tempo di reazione semplice studiato in rapporto alla curva pletismografica*, " Riv. sper. di freniatria „, XXIII, 1897.

(3) Marbe, l. cit., pag. 634.

disopra della soglia, e in questo caso si dovrebbe attribuire il fatto alla fatica. La spiegazione del Marbe è ancora troppo indeterminata e appena abbozzata, perchè su di essa convenga insistere; rileviamo solo che il Marbe propende per una causa centrale. Il Pace cercò conciliare le due teorie, ammettendo l'azione di un fattore centrale e di uno periferico: osservò che la soglia, durante l'esperimento, muta e dall'abbassamento della soglia verrebbe l'irregolarità delle oscillazioni. Fintanto che lo stimolo è appena percettibile (*eben merklich*) deve prevalere il fattore centrale. Tuttavia, specie per stimoli sopraliminari, devono entrare in campo anche fattori periferici, accomodazione, fatica dei muscoli — questi potrebbero agire indirettamente alterando la circolazione del sangue nella retina e rendendo questa meno sensibile —; ma poichè la fase della percettibilità è sempre più lunga di quella in cui lo stimolo non è veduto, non è possibile credere a un unico fattore periferico (1). Anche il Pace all'attenzione non fa più parte alcuna.

***

Un fatto così interessante e così controverso meritava di essere sottoposto a nuove indagini e vi ci accingemmo, consigliati e diretti dal Dott. F. Kiesow, al quale siamo lieti di poter rendere qui le più sentite grazie. Le oscillazioni nel senso tattile erano state le meno studiate; solo dal Lange e dal Lehmann per sensazioni prodotte con stimolo elettrico. Hylan (2) nel laboratorio di Harward fece alcune ricerche sulle oscillazioni delle sensazioni tattili prodotte da uno stimolo di pressione, ma non eliminò la sensazione di temperatura, sì che le oscillazioni delle due specie di sensazioni si sovrapponevano. Per suggerimento del Dott. Kiesow prendemmo in esame le sensazioni prodotte da una deformazione cutanea. Il punto di partenza per la disposizione e il metodo delle nostre ricerche fu la nota dello stesso Dott. Kiesow: *Sur l'excitation du sens de pression par des déformations constantes de la peau* (3).

---

(1) Pace, l. cit., pag. 401.

(2) Hylan, *Fluctuation of the Attention I*, " Psycholog. Rew. ", III, 1. 1896.

(3) " Arch. it. de biologie ", XXVI, 1896.

Come apparecchio ci servimmo di una bilancia di precisione colle braccia di diversa lunghezza, appositamente costrutta (1). Al braccio più lungo si fissa verticalmente lo stimolo costituito di un bastoncino cui aderisce un piccolo disco di carta del diametro di circa mm. 3.5. La carta serve ad escludere qualsiasi sensazione di temperatura. Un contrappeso che si muove mediante una vite di piccolo passo lungo il braccio più corto, mette ogni volta in equilibrio la bilancia. Sul braccio più lungo finamente graduato si applica un peso che, a seconda della posizione, determina l'intensità dello stimolo di pressione. Dall'estremità del braccio minore parte un filo che gira nella gola di una carrucola, passa nel foro di una leva spostabile a piacimento e si attacca ad un punto del tavolo. La tensione del filo impedisce che la bilancia inclini quando vi si applichi il peso. È il movimento della leva che abbassa lo stimolo colla massima delicatezza senza la possibilità di uno spostamento laterale.

Era necessario che la superficie cutanea cui doveva applicarsi lo stimolo, rimanesse immobile e che per ogni serie di esperimenti fosse la medesima. A tale scopo, poichè facemmo le ricerche sul braccio e sulla mano, gettammo un'opportuna forma di gesso nella quale il braccio avesse a rimaner fermo e fissammo con nitrato d'argento le piccole regioni da stimolare, superficie circolari della grandezza del disco stimolo. Nell'immobilità del braccio incontrammo le maggiori difficoltà. Facilmente la forma, premendo e costringendo, avrebbe potuto dar luogo a sensazioni disturbanti: avemmo cura che essa fosse capace e la rivestimmo di bambagia. Il soggetto, sedendo molto alto, poteva adagiare nella forma il braccio piegato nel cubito e non doveva essere in posizione forzata. Con tutto questo nascevano spesso sensazioni muscolari che disturbavano l'osservazione. In tal caso il soggetto ne avvertiva lo sperimentatore e la serie era annullata.

Era anche necessario escludere la caduta dello stimolo e però questo, prima che cominciasse l'esperimento, era abbassato

---

(1) Questo apparecchio non è che un perfezionamento dell'apparecchio usato dal Dr Kiesow, di cui è dato il disegno nella memoria qui sopra citata.

sino quasi a sfiorare la pelle e poi con un ultimo lentissimo movimento della leva veniva applicato.

Nostro desiderio sarebbe stato di fare le ricerche sempre sulla polpa delle dita, perocchè qui in maggior numero sono gli organi tattili e così fitti che la sensibilità, non variando da regione a regione, può considerarsi nell'esperimento come costante. Ma stimolando la polpa del dito medio, osservammo ben presto come fosse difficile ottenerne l'immobilità: il dito automaticamente tendeva a flettersi, nè lo si poteva costringere, perchè una pressione esercitata sull'estremità si sommava colla sensazione minima sulla quale era diretta l'attenzione. Cercammo ovviare alla difficoltà fissando il dito per mezzo dell'unghia, ma nello stesso tempo vedemmo la necessità di rivolgerci anche ad altre regioni e scegliemmo la parte ventrale del polso, poco sopra all'articolazione, ove non sono peli e dove i punti tattili sono pure numerosi (1). Qui avemmo cura di fissare per ogni gruppo di esperimenti due superficie e stimolammo alternativamente l'una e l'altra.

Riguardo al procedimento sperimentale, prima di esporre quello da noi tenuto, è opportuno ricordare i metodi, molto diversi, seguìti da quanti ci hanno preceduto, perchè, mentre daremo ragione della preferenza accordata ad uno di essi, ci renderemo conto forse anche delle grandi divergenze nei risultati.

Il Lange misurava la durata delle intere oscillazioni mediante l'orologio di Hipp (disposto secondo il piano che il Wundt dà nel cap. XXVI della *Physiologische Psychologie* e che il Cattell descrive in *Psychometrische Untersuchungen* " Philos. Stud. „, vol. III). Il soggetto appena avvertiva un aumento nella soglia dello stimolo, mediante un tasto apriva la corrente e metteva l'orologio in movimento; al successivo aumento, chiudendo la corrente, determinava l'arresto del cronoscopio. Così ogni oscillazione era un valore preso a sè, costituiva un esperimento. A questo metodo momentaneo il Münsterberg sostituì un metodo continuo, pel quale si determinava la durata di una serie di oscillazioni successive. Il soggetto reagiva quando aveva

---

(1) F. Kiesow, *Contributo alla psicofisiologia del senso tattile*, " Giornale della R. Acc. di Med. di Torino „, novembre 1900.

coscienza di una variazione nella sensazione e le oscillazioni erano scritte sul chimografo. L'esperienza durava circa 2 minuti. Il metodo continuo fu tenuto, salvo piccole modificazioni, dall'Eckener, dal Marbe, dal Pace. Una differenza nei risultati si ha a seconda che si tiene l'un metodo o l'altro. Col momentaneo si hanno valori più regolari. Lo dimostrò il Marbe che col metodo del Münsterberg ebbe valori medi di 12.5 sec. e 9.3 sec. con variazioni medie di 8 e 3.1 sec.; col metodo del Lange valori medi di 8.4 e 9.9 sec. con v. m. di 1.5 e 1.9. La differenza è grande ma spiegabile. Alla prima oscillazione le condizioni dell'organo e lo stato psichico sono diversi che ad una seconda. La scelta di un metodo in luogo dell'altro dipende dal problema che ci proponiamo. Se vogliamo studiare le oscillazioni *periodiche* dell'attenzione sensoriale in rapporto alla durata, quale è stato l'intento del Lange, potrà servirci il metodo momentaneo. Ma se liberi dal presupposto della periodicità delle oscillazioni, di queste vogliamo studiare lo svolgimento e la successione e dare la misura nella loro successione, ci servirà il metodo continuo, il quale ha anche questo vantaggio, che ci presenta il fatto nella sua forma più naturale anzichè in una sperimentalmente artificiosa.

Anche nel metodo di calcolare le oscillazioni si tennero criteri diversi. Il Lange misura il tempo tra le oscillazioni dei due massimi dell'attenzione, cioè fra due aumenti della soglia dello stimolo. Il Münsterberg conta le oscillazioni dal principio del primo sparire della sensazione sino al successivo sparire. Il Pace prende come punto di partenza dell'oscillazione non il principio dello sparire, ma il momento in cui lo stimolo è affatto scomparso. L'Eckener calcola l'oscillazione dal momento del ritorno della sensazione dopo un'oscillazione all'eguale momento dell'onda oscillatoria successiva.

Noi usammo del metodo continuo grafico, così disponendo l'esperimento: Su un cilindro affumicato mosso da un motore di Baltzar due segnalatori elettrici scrivevano l'uno i mezzi minuti secondi battuti da un metronomo, l'altro le oscillazioni. Queste erano trasmesse dal soggetto che in altra camera agiva sopra un tasto, il quale, perchè non desse rumore nè offrisse resistenza, era costituito da un'asta elastica fissata orizzontalmente a una estremità e pescante coll'altra estremità in un pozzetto a mer-

curio. Il soggetto non appena avvertiva la sensazione, premeva sul tasto e il segnalatore si sollevava. Sulla grafica la presenza della sensazione era data dalla linea più bassa, l'assenza dalla più alta: il periodo oscillatorio era calcolato dalla comparsa alla comparsa successiva.

Ma un maggior numero di serie facemmo col metodo continuo verbale: il soggetto indicava con monosillabi convenuti la modificazione nella sensazione e lo sperimentatore ad ogni indicazione registrava il tempo leggendo da un cronografo. Preferimmo questo metodo più semplice per molte ragioni. Sin dalle prime ricerche osservammo che avvenivano modificazioni di diversa natura, che non potevano essere rese da un unico modo di designazione. Già l'Eckener e il Pace hanno dimostrato l'insufficienza del metodo grafico. Il primo non crede si possano considerare i valori numerici come una determinazione esatta della durata delle oscillazioni, perchè è sempre una notevole perdita di tempo. Chi ha osservato il fatto introspettivamente si sarà tosto accorto della difficoltà di una risposta immediata. E però l'esattezza per la quale il metodo grafico si raccomanderebbe, non può essere che relativa. Si aggiunga che spesso le variazioni sono improvvise e queste è quasi impossibile registrare. Il Pace già esprimeva l'opportunità, che la natura delle oscillazioni in rapporto al loro svolgimento graduale o improvviso fosse desunta piuttosto dalle indicazioni del soggetto che dalle curve della grafica. Da ultimo il processo di reazione complica, disturba e forse altera la ricerca. Secondo il Münsterberg si stabilirebbe una connessione meccanica riflessa tra lo stimolo e la reazione e però questa si compirebbe automaticamente. Il Lehmann, che in luogo del tasto usò una pera di cautsciu premendo sulla quale si metteva in movimento un segnalatore di Marey, mirò pure ad ottenere una registrazione automatica mediante un lungo esercizio. Ma coll'Eckener e col Pace crediamo che questa reazione automatica influisca sul processo che vogliamo studiare. Acutamente il Pace scrive: " Una connessione riflessa potrebbe esser causa di errore, in quanto potrebbe dare al periodo delle oscillazioni una regolarità che altrimenti non avrebbe „ (1).

---

(1) Pace, l. cit., pag. 390.

Nel caso nostro l'influenza perturbante del movimento di reazione era ancor più manifesta, perocchè non ci riusciva che con grande sforzo a stabilire una indipendenza tra la mano che reagiva e la mano sulla quale era localizzata la debolissima sensazione di pressione.

L'impiego di ambedue i metodi grafico e verbale fu di qualche utilità per il confronto che si potè stabilire tra i risultati. In tutti gli esperimenti condotti secondo un metodo e secondo l'altro, constatammo la massima irregolarità delle oscillazioni, ma il metodo verbale ci permise di renderci conto di molte variazioni sulla chiarezza della sensazione che completamente sfuggivano alla registrazione per reazione. Aumentando il numero delle variazioni nel senso di maggiore o minore chiarezza della sensazione, i periodi da una comparsa ad un'altra o da una scomparsa assoluta alla successiva, si allungavano. Con questo nostro risultato si accorda la supposizione del Wundt, che, se in luogo di designare il graduale crescere o decrescere della chiarezza, si tendono a registrare solo i massimi, i periodi si fanno più corti (1).

Delle molte serie di esperimenti che facemmo per più mesi (marzo-giugno 900, novembre 900—gennaio 1901) diamo alcuni risultati. Soggetto fu sempre Agliardi; sperimentatore Pastore: alcune ricerche di controllo furono fatte su Pastore.

Metodo continuo grafico. — Calcolando il periodo dalla comparsa alla scomparsa della sensazione avemmo con uno stimolo di gr. 0.50 e 0.75

in 64 valori una media aritmetica di 18 sec. con una variazione media di 10 sec.

Nella stessa serie, calcolando il periodo dalla scomparsa alla scomparsa avemmo

in 52 valori m. ar. di 19 sec. con v. m. di 10.6 sec.

Metodo continuo verbale. — Eccitando il dito medio con stimoli debolissimi (gr. 0.30 - 0.40) in poche serie avemmo una m. ar. di 25 sec. con variaz. m. di 8 sec.

In un gruppo di 34 esperimenti fatti in 10 sedute osservammo:

---

(1) Wundt, *Grundz. der phys. Psychol.*, II, 4ª ed., pag. 296.

228 variazioni della sensazione ad un intervallo medio di 14 sec.;

in 45 oscillazioni complete calcolate da un sì deciso al successivo sì, avemmo una m. ar. di 32 sec. con var. m. di 14 sec. In 50 oscillazioni, da un no assoluto al successivo, una m. a. di 35 sec. con v. m. di 13 sec.

All'inizio delle ricerche ad ogni seduta e per ogni nuova regione della pelle che si prendeva a stimolare, si determinava il valore di soglia: ottenutolo, con aumenti di gr. 0.5 si provava volta per volta se nello spazio di un minuto si avessero oscillazioni, ma la pressione era sentita al primo istante e poi spariva e non era possibile risentirla (1). Dovemmo quindi concludere che, perchè le oscillazioni siano avvertite, il valore dello stimolo deve essere sopra la soglia. I valori più opportuni ci parvero, a seconda dei diversi punti: gr. 0.50, 0.75 e 1. Già il Marbe per le sensazioni visive ha riconosciuto che le oscillazioni hanno luogo nelle vicinanze della soglia e non proprio alla soglia; e l'Eckener per quelle dell'udito, che non si può parlare di uno stimolo assolutamente minimo. Tanto più questo era da aspettarsi per le sensazioni tattili, essendo qui gli organi meno fini e, come già osservò il Lange, essendo noi meno soliti a dirigere la nostra attenzione sul senso tattile. Ma anche cogli stimoli indicati le oscillazioni non si avvertono tosto, ma solo dopo un lungo esercizio. Del resto l'intensità oggettiva dello stimolo non ha che un valore relativo, perchè lo stesso stimolo in serie successive di esperimenti, applicato sulla medesima regione della pelle, ci dà risultati diversissimi e talora è appercepito distintamente e permane a lungo, talora scompare ben tosto e solo dopo una lunga pausa ritorna. Il Pace ha dimostrato che la soglia tende ad abbassarsi e l'Eckener ha pure messo in rilievo le continue variazioni nella sensibilità del soggetto, sì che non si può ritenere che l'intensità dello stimolo agisca egualmente. Questo noi potemmo stabilire in modo sicuro, che, *rimanendo eguale l'intensità oggettiva dello stimolo e agendo sempre sullo stesso punto, le oscillazioni si svolgevano in modo diverso.*

Un fatto che quasi costantemente si ripetè, fu che nei primi

---

(1) Identici sono i risultati che il Dr Kiesow dà nella sua memoria cit.: *Sur l'excitation du sens de pression,* " Arch. it. de Biol. „, 1896.

minuti la sensazione si faceva più chiara e il soggetto pareva avvertire un aumento nell'intensità rispetto alla sensazione primitiva. Ma se per inavvertenza dello sperimentatore lo stimolo era applicato violentemente, determinando una sensazione molto forte all'inizio dell'esperimento, ben tosto la sensazione spariva e non era possibile richiamarla, benchè la carica fosse la medesima cui in serie precedenti avevano corrisposto numerose oscillazioni.

La scomparsa della sensazione avveniva con diminuzioni o graduali o rapide, di intensità o di chiarezza. La sensazione si faceva debole, debolissima, poi svaniva; oppure l'impressione si estendeva, facendosi sempre più confusi i limiti della regione eccitata, finchè non era possibile rintracciarla.

Anche il ritorno avveniva diversamente: talora prima che la sensazione fosse interamente scomparsa, si rifaceva via via più chiara; talora essendo completamente svanita, irrompeva d'un tratto.

Il maggior numero di variazioni la sensazione offriva durante il primo minuto: erano sopratutto variazioni nella chiarezza; nel secondo minuto prevalevano le fasi di eclissi. La serie talora si chiudeva colla presenza della sensazione ma più spesso coll'assenza. Talora quando si toglieva lo stimolo, il soggetto aveva la sicurezza che la pressione era oggettivamente interrotta, ma più spesso se lo stimolo era presente, all'atto dello scarico il soggetto non aveva coscienza di alcuna interruzione, ma avvertiva un aumento di intensità nella sensazione. Da questo fatto che, già osservato e studiato dal Dott. Kiesow nella memoria citata, ha luogo con stimoli sopraliminari, fummo condotti ad altre ricerche:

a) se abbiano luogo ancora oscillazioni prolungando il tempo dell'applicazione dello stimolo oltre i due minuti;

b) come si comportino stimoli di molto superiori alla soglia rispetto alle oscillazioni e per due minuti e per un tempo maggiore.

Riguardo al primo ordine di indagini prolungammo il tempo dell'esperienza a 4 e a 5 minuti. Il soggetto conosceva questa modificazione. Essendo lo stimolo di gr. 1 — non era opportuno uno stimolo più debole — si osservò che nel primo minuto le oscillazioni avvenivano come nelle esperienze antecedenti; nel

secondo la sensazione mancava; talora nel terzo ritornava; regolarmente dopo un'assenza di 1 o 2 minuti riemergeva, così che nel quarto o nel quinto minuto era presente se era mancata nell'antecedente. Lo sperimentatore all'insaputa del soggetto levava lo stimolo per poi rimetterlo: il soggetto nei primi istanti di interruzione oggettiva spesso accusava lo stimolo e ne indicava delle variazioni oppure, se lo stimolo era già scomparso, ne annunciava un ritorno istantaneo. Questo fatto ci condusse a indagare, se e fino a quando sopravviva l'imagine e se questa pure subisca oscillazioni. Ma nell'esperimento della durata di 4 o 5 minuti le condizioni non erano le più favorevoli per questa ricerca e però facemmo serie speciali. Prima di passare a queste, ricordiamo i risultati ottenuti con pesi maggiori.

Come per gli stimoli minimi è un limite al di sotto del quale non è possibile ottenere oscillazioni, così era probabile si avesse ad incontrare un limite al di sopra del quale non fossero più oscillazioni. Partendo dalla pressione di gr. 1 andammo via via aumentando lo stimolo secondo la legge di Weber e giungemmo a uno stimolo massimo di gr. 10. Anche qui dovemmo constatare che non sempre i risultati corrispondono adeguatamente alle modificazioni nell'intensità oggettiva. Pure fu possibile complessivamente stabilire che per pressioni di gr. 2.5 - 5 le oscillazioni persistevano in aumenti e diminuzioni di chiarezza; al di sopra di gr. 6 la sensazione rimaneva pel primo minuto invariata, era sempre sentita intensa e chiara, subiva modificazioni nel secondo minuto ma rare.

Fatto che ben rare volte ci fu dato osservare con pressioni deboli ma che qui si ripetè quasi ad ogni serie, fu quello di oscillazioni rapidissime, che il soggetto indicava come pulsazioni: queste che avevano sempre luogo durante la presenza dello stimolo, sono senza dubbio in relazione coi fatti trovati dal Mosso e dai suoi allievi (1).

Prolungando il tempo di stimolazione, gli stimoli mediocri (gr. 2.5-5) stavano presenti per i primi due minuti, talora anche per il terzo, subendo oscillazioni nella chiarezza, poi sparivano

---

(1) A. Mosso, *Sphygmomanomètre, ecc.*, " Arch. it. de Biol. „, XXIII, p. 177; *Miosfigmografo*, in *Fisiologia dell'uomo sulle Alpi*, pag. 93, 1898.

per ritornare. Gli stimoli forti stavano presenti più a lungo e sparivano solo nell'ultimo minuto, evidentemente a causa della stanchezza.

L'interruzione della pressione, fatta all'insaputa del soggetto durante l'esperimento, con stimoli di tale intensità, era sempre avvertita.

Per studiare l'azione postuma della impressione abbreviammo il tempo della ricerca e lasciammo agire lo stimolo per un minuto o poco più. Anche noi, come già l'Eckener, constatammo che l'interruzione oggettiva dello stimolo non era mai percepita durante l'assenza della sensazione. Ma come già abbiamo notato, molte volte lo scarico era percepito come un rinforzamento di pressione e però la sensazione perdurava e non spariva che lentamente, subendo variazioni in chiarezza. Qui alcuno potrebbe pensare forse a un effetto dell'irritazione lasciata negli organi di senso dallo stimolo, benchè per stimoli deboli di gr. 1 questa ipotesi sia poco probabile. Ma un fatto più notevole ci costringe a ricorrere ad altre spiegazioni. Anche quando l'assenza della sensazione aveva coinciso coll'interruzione oggettiva dello stimolo, perdurando lo stato d'attenzione, si avvertiva la presenza della sensazione come incerta, poi sparita e infine spesso se ne aveva un ritorno deciso, sempre istantaneo. Questo avveniva per lo più dopo i primi 10 sec. In alcuni casi si ebbe un ritorno improvviso anche dopo 1 minuto di interruzione, dopo che il soggetto aveva dichiarata incerta o mancante l'impressione. Questo fatto era evidente di natura centrale; ad esso corrispondeva sempre uno stato sentimentale penoso. Il soggetto stesso poi, recisamente accusando l'assenza dell'impressione, veniva acquistando la convinzione che lo stimolo era stato tolto.

Un fatto particolare che pur merita di essere ricordato, è il seguente, incontrato stimolando due regioni della parte ventrale dell'avambraccio destro presso l'articolazione del polso. Qui tratto tratto sorgevano sensazioni di freddo, ora diffuse, ora intense e nettamente localizzate nel punto stimolato. Queste sensazioni, benchè si manifestassero in modo irregolare, si può dire che tenevano per lo più il posto della presenza dell'impressione o succedevano a una chiara sensazione di pressione e però si alternavano alle fasi di assenza. Si noti che, essendo lo stimolo terminato da un disco di cartone, era esclusa un'eccitazione adeguata.

***

Tali i risultati delle nostre ricerche; vediamo come si accordino coi dati degli autori che ci hanno preceduto nello studio del fatto e quale sia l'interpretazione che di essi possiamo dare.

Il LEHMANN, raffrontando gli opposti risultati ottenuti dal LANGE e dagli altri tutti, avanzava il dubbio che i fatti indagati dal primo fossero diversi da quelli che i secondi avrebbero preso in esame. Negli esperimenti del LANGE l'attenzione allo sparire della sensazione si rilassava per poi di nuovo concentrarsi. Presso gli altri l'attenzione era sempre tesa. Le ricerche del LANGE dimostrerebbero quindi, secondo il LEHMANN, che l'attenzione è periodicamente tesa e rilassata se non ci sforziamo a tenerla fissata. Le ricerche del MÜNSTERBERG, dell'ECKENER, del PACE proverebbero che un'attenzione continuamente concentrata si disperde malgrado ogni sforzo volontario (1). La distinzione è sottile, ma non ci pare che risponda al caso nostro. A nostro avviso, anche il LANGE studiò il secondo ordine di fatti e i suoi risultati comportano solo la seconda conclusione. Egli infatti così riassume il risultato delle sue ricerche: " Deboli sensazioni, quando noi le osserviamo *mit starker Spannung der Aufmerksamkeit* subiscono notevoli oscillazioni. Queste oscillazioni sono di origine centrale, prodotte da corrispondenti oscillazioni di quello stato che diciamo dell'attenzione sensoriale „. Che nella scomparsa della sensazione l'attenzione è modificata, questa è appunto la conclusione teorica del LANGE (2). Consistendo l'attenzione in un rinforzamento della sensazione reale per opera della imagine di memoria che è mutevole, è naturale che, venendo meno coll'oscillazione dell'imagine il rinforzamento della sensazione, si debba parlare di un rilassamento dell'attenzione; ma questo è un fatto altrettanto necessario e dipendente dalla natura dei processi di coscienza (v. il § V° del lav. del LANGE " *Theorie der periodischen Erscheinungen im Bewusstsein* „) che quello portato dall'ECKENER a spiegare la modificazione dello stato di attenzione.

---

(1) LEHMANN, lav. cit., pag. 69.

(2) LANGE, lav. cit., pag. 402.

La distinzione fatta dal LEHMANN è tuttavia opportuna, perchè ci mostra due ordini di fatti interessanti e che facilmente possono essere confusi. Quando nella nostra camera udiamo e non udiamo il *tik-tak* del pendolo, oppure non l'udiamo affatto, ma ci accorgiamo della sua interruzione se l'orologio si ferma, abbiamo a fare con un fatto di ordine diverso da quello che è oggetto di questi studi sulle oscillazioni dell'attenzione. In quel caso si tratta di un avvicendarsi di stati di attenzione e di non attenzione; quando non udiamo il *tik-tak* non abbiamo che a pensare ad esso e tosto lo appercepiamo. Ma negli esperimenti fatti dal LANGE e dagli altri tutti, trattandosi di appercepire stimoli minimi, l'attenzione è preparata e coatta. Una tensione e un rilassamento dell'attenzione indipendentemente dallo sforzo volontario ci porta a quella teoria che considera l'attenzione come una risultante e non come una forza (1); ma se ammettiamo essere il fatto della volontà proprio dell'attenzione, dovremo nell'attenzione naturale e in quella conativa ammettere solo una differenza nell'indice di volontarietà (2) e però da un lato riconosceremo essere uno stato di disattenzione là dove manca la fissazione volontaria e dall'altro lato, ammettendo anche per l'attenzione la proprietà di ogni fatto psichico, di essere cioè un processo che continuamente si svolge e muta, non parleremo più di un'attenzione continuamente concentrata per un unico sforzo volontario, ma di un'attenzione sostenuta per una serie di sforzi di volontà. Che del resto solo il secondo ordine di fatti fosse possibile studiare, ce lo dimostra il LEHMANN stesso, il quale non dichiara a quale dei due fatti darà la preferenza e usando del metodo continuo, in cui lo stimolo agiva per 100 sec., giunge a risultati simili a quelli del LANGE, almeno nel senso tattile.

Dove adunque la causa della differenza tra i risultati del LANGE, del LEHMANN e i nostri, che, come quelli del MÜNSTERBERG, dell'ECKENER, del PACE, del MARBE per gli altri sensi, affermano

---

(1) W. JAMES, *Principî di psicologia,* trad. ital. del Dr FERRARI, cap. 11°, pag. 324 e segg. Milano 1901.

(2) S. DE SANCTIS, *Lo studio dell'attenzione conativa.* Estr. della " Soc. rom. di antrop. „, vol. IV, fasc. II. — V. anche UEBERHORST, *Das Wesen der Aufmerksamkeit,* " Archiv f. system. Philos. „, IV.

essere anche le oscillazioni del senso tattile irregolari? Non è facile indicarla. Per le ricerche del Lange la si potrebbe vedere nell'uso del metodo momentaneo, ma pur questa non ci pare ragione sufficiente. Sull'automatismo delle reazioni potrebbe nelle ricerche del Lehmann avere anche influito il ritmo respiratorio. Nel caso speciale poi delle sensazioni tattili la natura dello stimolo usato dal Lange e dal Lehmann non sfugge ad appunti. Essi applicavano a un braccio un elettrode e facevano immergere un dito dell'altro braccio in un vaso d'acqua cui metteva capo l'altro elettrode. Qui l'intensità oggettiva dello stimolo sfugge ad un'esatta determinazione; inoltre lo stimolo elettrico ci dà una sensazione speciale, vibratoria, di cui è più difficile valutare la continuità (1). Del resto la periodicità delle oscillazioni è fortemente infirmata anche nella sua base teorica. Si ricordi che il Lange era partito, per una spiegazione del fatto, dall'analogia colle oscillazioni che si hanno nella percezione della scala di Schroeder. Anche queste sarebbero, secondo il Lange, periodiche. Il Marbe ha ripetuto le osservazioni e ha trovato oscillazioni aperiodiche tanto col metodo continuo quanto col momentaneo. E le ricerche da noi pure rifatte col metodo momentaneo (soggetto il dottore F. Kiesow) non poterono che confermare i risultati del Marbe (2). Non vi è quindi alcuna ragione per ritenere regolari le oscillazioni delle imagini — irregolari e di diversa durata risultarono all'Eckener e a noi pure — e se alle oscillazioni delle imagini sono dovute le oscillazioni delle sensazioni, neppur queste possono avere la regolarità e la periodicità.

Il Lehmann si sforza di vedere la ragione, perchè la regolarità e la relazione col ritmo respiratorio esistenti per le oscillazioni delle sensazioni tattili non siano pure per quelle delle sensazioni acustiche e luminose. Ad altri potrebbe parer strana la regolarità delle prime soltanto e porsi il problema inverso, perocchè i fattori nei quali il Lehmann ha veduto la causa dell'irregolarità, non mancano affatto nel dominio delle sensazioni tattili. Le imagini sopratutto che avrebbero parte principale nella

---

(1) Anche Hylan (lav. cit.) che ha pure usato lo stimolo di pressione, si accorda con noi nel concludere per la irregolarità delle oscillazioni.

(2) V. la comunicaz. preventiva fatta da Pastore, già citata, pag. 4.

irregolarità delle sensazioni visive, esistono e hanno sufficientemente efficacia anche per le sensazioni di pressione.

Più naturale si presenta quindi l'ammettere che anche le oscillazioni del senso tattile presentino, non meno che quelle degli altri sensi, durate e decorsi irregolari. Dovremo ora vedere la causa di esse, col Münsterberg, in un fattore periferico o, cogli altri, in un fattore centrale?

Dopo gli studi recenti di von Frey e Kiesow (1) conosciamo assai meglio la funzione degli organi tattili e sappiamo che allo stimolo di pressione corrisponde una deformazione della pelle, la quale agisce sui nervi di senso non con una diretta azione meccanica, ma producendo, con ogni probabilità, una modificazione nella costituzione chimica o nella pressione osmotica dei liquidi dei tessuti. Questa modificazione, quando la pressione continua è di una certa intensità, perdura e però i nervi rimangono eccitati. Se la pressione è debole, la si avverte al primo istante e poi scompare. Questo fatto già studiato dal dott. Kiesow e da noi pure confermato, dimostra che se la pressione non è sufficiente per produrre negli organi di senso una modificazione duratura, ben tosto i liquidi dei tessuti si rimettono in equilibrio. Si potrebbe ora supporre che ad uno stimolo di pressione alquanto più forte, non tale però da determinare un'eccitazione continua degli organi di senso, si avessero delle reali oscillazioni nella pressione interna e quindi un'avvicendarsi di eccitazioni e non eccitazioni. Pel fatto poi che anche con pressioni forti si hanno oscillazioni, ma non nel senso della scomparsa e della ricomparsa della sensazione, ma in quanto questa si fa più o meno chiara, si potrebbe pensare alla così detta *fatica* degli organi di senso (2). Per il fattore *fatica* qui si presenta meno forte l'obbiezione del Lange, non comprendersi cioè, come mai perdurando la causa della fatica gli organi di senso possano rimettersi; perocchè, essendo grande il numero dei punti tattili eccitati, si potrebbe pensare a una sostituzione nella funzione

---

(1) *Ueb. die Function der Tastkörpchen*, " Zeitschr. f. Psych. u. Phys. d. Sinnesorg. „, XX, 1899. — *Sur la fonction des corpuscules tactiles*, " Arch. it. de Biologie „, XXIII, 1900.

(2) Dati nuovi su quel fatto che si indica come fatica degli organi, darà il Dr Kiesow in un suo prossimo lavoro sulla sensibilità degli organi tattili.

sensitiva dei punti meno eccitati a quelli più, a una trasmissione dell'eccitazione da alcuni punti ai più vicini. E una tale ipotesi sarebbe anche favorita dall'osservazione di una diffusione dell'eccitamento, e da un creduto spostamento dello stimolo.

Il Pace ha accennato tra le cause periferiche a una probabile alterazione nella circolazione del sangue nella retina e a una conseguente diminuzione di sensibilità. Anche nel caso nostro si potrebbe pensare che variazioni nella circolazione dei capillari, determinando anemie o iperemie, modifichino la sensibilità della parte stimolata. Speciali ricerche intendiamo fare in proposito, pur non nascondendoci le gravi difficoltà che ostacolano una tale indagine. È necessario determinare le variazioni dei capillari della stessa mano, anzi dello stesso dito stimolato, perocchè le curve pletismografiche non corrispondono *perfettamente* da braccio a braccio (1) e la posizione stessa della mano ha una grande influenza (2).

Maggiori studi sono adunque necessari per lasciare il terreno delle ipotesi. Crediamo veramente che gli organi periferici anche nelle sensazioni di deformazione, come già ritennero il Marbe e il Pace per le visive, possano avere una parte nel produrre le oscillazioni; ma alcuni argomenti ci pare stiano decisamente contro un'origine puramente periferica del fatto. Anche negli stimoli deboli si hanno oscillazioni graduali e non improvvise e nette comparse ed eclissi della sensazione, come dovrebbe avvenire se veramente si trattasse di interruzione nel processo di eccitazione. L'enorme diversità dei risultati, pur quando si mantenga eguale l'intensità dello stimolo e si agisca sulla medesima regione, fa credere che alle probabili cause già accennate se ne debbano aggiungere altre di natura non periferica. Il fatto poi dell'*imagine postuma* che pur subisce oscillazioni, come si è veduto a pag. 22, ci costringe ad ammettere un fattore centrale.

Non ci pare adunque che il fattore periferico sia da escludere ma neppure da ritenersi sufficiente, tanto meno poi l'es-

---

(1) Mosso, *Sopra un nuovo metodo per scrivere i movimenti dei vasi sanguigni nell'uomo.* Estr. " Atti R. Acc. delle scienze di Torino ", XI, 1875, pag. 31.

(2) Binet et Courtier, *La circulation capillaire de la main,* " Année psych. ", II, 1895, pag. 98.

senziale. La grande irregolarità delle oscillazioni, la diversità di risultati da gruppi a gruppi di serie, da soggetto a soggetto ci dicono che altri fattori sono in giuoco, e di origine centrale. Diciamo altri fattori perchè non crediamo che, escluso o ritenuto insufficiente il fattore periferico, si debba senz'altro riconoscere l'azione di un unico fattore centrale. La ricerca sperimentale delle oscillazioni delle sensazioni minime è spesso stata traviata da un interesse teorico, e col preconcetto di vedere nelle oscillazioni il risultato di un unico fattore si è semplificato il fatto trascurandone troppi elementi (1). Se non possiamo renderci conto di possibili fattori fisiologici centrali che a priori non siamo in diritto di escludere, l'esame introspettivo (2) del come si svolge l'esperimento, ci dirà che in esso entrano molti processi psichici e, se da un lato farà nascere il dubbio che l'indagine di queste oscillazioni non sia la più opportuna per lo studio della pura attenzione sensoriale, dall'altro ci renderà ragione della grande irregolarità dei decorsi oscillatori e delle diversità che si hanno da soggetto a soggetto.

Nell' osservazione sperimentale delle oscillazioni è senza dubbio necessaria la presenza di uno stato di attenzione e più specialmente di *attenzione conativa*. Il soggetto, all'avviso dello sperimentatore, concentra la sua attenzione sul punto della mano che sarà stimolato. Ma che cosa vuol dire: concentra la sua attenzione? Questo: suscita davanti a sè la rappresentazione di quella data regione della pelle isolandola, cioè inibendo ad ogni altra rappresentazione di sorgere (3). Ad un tratto, in questo stato psichico, avviene una modificazione: sorge una sensazione di pressione debolissima, che passerebbe inavvertita se i nostri centri ideativi non fossero già stati diretti su quella regione della pelle nella quale vien tosto localizzata. L'impressione si fa allora dominante nella coscienza, e quanto più su di essa ci

---

(1) Un giudizio simile sulla " Glätte und Einfachheit der Resultate „, ecc., troviamo in Münsterberg, lav. cit., " Beitr. „, 2, pag. 78.

(2) " Ohne möglichst genaue Analyse des Erlebten kommen wir nun einmal nicht aus. Die blossen Zahlen nützen uns gar nichts „. Münsterberg, l. cit., pag. 119.

(3) Il processo d'arresto nell'attenzione è messo assai bene in luce dal Marillier, *Remarques sur le mécanisme de l'attention*, " Rev. philos. „, del Ribot, 1889, vol. XXVII.

raccogliamo, tanto più essa acquista per noi evidenza, perde, come direbbe il James, la sua frangia, si distacca dalla regione stimolata e ci si presenta quasi nella sua purezza di sensazione. È per un vero processo ideativo che otteniamo così un rinforzamento della sensazione reale. L'intensità richiama allora sopra di sè la nostra attenzione e poichè sappiamo di dover osservare se in essa avvengano modificazioni, prendiamo a valutarla. Si sposta quindi il punto di mira della nostra attenzione. L'imagine dell'impressione si affievolisce e la diminuzione di intensità che ne consegue, è un nuovo fatto di appercezione. Se la diminuzione è improvvisa e l'impressione era appena sopra la soglia, la sensazione può tosto sparire. Ma più spesso abbiamo una graduale scomparsa per un digradamento di chiarezza: e ogni modificazione di chiarezza appercepiamo mediante una comparazione che facciamo tra lo stato immediatamente anteriore e il presente. Quando la sensazione o è divenuta debolissima o è scomparsa, la nostra attenzione si dirige nuovamente nel senso di trattenerla o di riafferrarla: si fissa sulla regione soggetta all'indagine e coll'aiuto dell'imagine di memoria viene di nuovo localizzando la parte stimolata e rintracciando la sensazione. Sono perciò diversi contenuti di coscienza che si succedono e successivamente in noi predominano. Si potrà pur sempre parlare di oscillazioni dell'attenzione, purchè non si dimentichi che l'attenzione è uno stato psichico molto complesso, del quale non conosciamo ancora tutti i fattori fisiologici e psichici. Ma un punto ci pare importante mettere in rilievo: *che nella determinazione delle oscillazioni hanno luogo processi di comparazione appercettiva*. Nei rinforzamenti e nelle eclissi improvvise delle impressioni si potrebbe vedere forse un fenomeno di *contrasto* (1). Se ammettiamo questa comparazione, una conseguenza importante risulta: ogni variazione della sensazione è sentita e valutata rispetto all'impressione antecedente e però non è possibile una sicura determinazione dei periodi per la *relatività di ogni nuovo stato*. Nel metodo continuo grafico questo fatto si manifesta nel senso di un accorciamento dei periodi, in quanto che l'unica forma di designazione delle variazioni e la preoccupa-

(1) Wundt, *Compendio di psicologia*, trad. Agliardi, pag. 203 e segg. Torino, 1900.

zione di registrare immediatamente la modificazione sulla quale si deve fare la reazione, portano a una valutazione unica della modificazione stessa.

Queste nostre osservazioni possono forse essere messe in relazione colle conclusioni teoriche del Marbe e col fatto riscontrato dal Pace dell'abbassamento della soglia; ci pare anzi che trovino una ancor più facile applicazione alle oscillazioni del senso della vista coi dischi di Masson.

Conclusione: *Anche le sensazioni di deformazione cutanea presentano, entro limiti d'intensità, oscillazioni, le quali sono irregolari di decorso e di durata diversissime. Gli organi di senso hanno una parte nel produrre il fatto constatato, ma non sufficiente nè essenziale. Sono altri fattori centrali, che non ci è possibile di determinare. L'introspezione ci dà a conoscere la complessità del fatto studiato, dalla quale forse proviene anche l'irregolarità. La relatività, fin qui trascurata, di ogni variazione della sensazione rende impossibile una sicura determinazione delle oscillazioni.*

Dall'Istituto fisiologico di Torino del prof. A. Mosso,
Sezione di psicologia sperimentale, diretta dal
Dott. F. Kiesow, febbraio 1901.

Aggiunta alla Nota sulle corrispondenze (p, p) *nelle curve di genere* p.

(Estratto di una lettera del Dott. G. SCORZA al Prof. C. SEGRE).

Nella mia Nota: *Sopra le corrispondenze* (p, p) *esistenti sulle curve di genere* p *a moduli generali* ("Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino", vol. XXXV) ho lasciata sospesa la questione delle corrispondenze *speciali* (5, 5) di valenza 1 esistenti sulle curve di genere 5, credendola più difficile di quel che in realtà essa non fosse.

Ecco infatti come essa si può risolvere in modo breve e semplice.

1° Se sopra una curva del genere 5 esiste una corrispondenza speciale (5,5) di valenza 1 (*), ogni punto X della curva, preso insieme ai suoi cinque punti Y corrispondenti, dà un gruppo di una serie speciale (completa) g_6^2 della curva, e ogni punto Y, preso insieme ai suoi cinque punti X corrispondenti, dà un gruppo di una seconda serie speciale (completa) G_6^2 appartenente alla curva medesima. Ne segue, che, se rappresentiamo la curva mediante una curva piana C del 6° ordine con cinque punti doppî e la g_6^2 mediante la serie segata su C dalle rette del suo piano, le quintuple di punti Y corrispondenti ai varii punti X di C saranno situate su rette, passanti pei punti medesimi e costituenti un (*vero e proprio*) inviluppo Γ di 6ª classe in corrispondenza biunivoca prospettiva con C.

I gruppi di tangenti di questo inviluppo, che passano pei varii punti del piano, formano una serie lineare, che ha per omologa sulla curva C precisamente la serie G_6^2 contenente le sestuple formate dai punti Y di C insieme ai relativi cinque punti X corrispondenti, perchè se Y è un qualunque punto di C le sei rette dell'inviluppo che passano per Y sono appunto le sei rette relative al punto Y e ai suoi cinque punti X corrispondenti. Quindi, se si considera la rete delle cubiche (aggiunte a C), che passano (fuori dei punti doppii) per due certi punti fissi P e Q di C e segnano su C la serie G_6^2, l'inviluppo Γ si può ottenere dalla curva C applicando a questa una determinata trasformazione doppia dei punti del piano di C nelle rette del piano medesimo, il piano doppio essendo il piano rigato.

Ora si osservi, che quando si fa una tale trasformazione doppia le rette, che contengono uno dei due loro punti corrispondenti formano un inviluppo, che in generale è soltanto della 5ª classe, perchè mentre una retta del piano rigato descrive un fascio la coppia di punti corrispondenti si muove sopra una cubica, segnando su di essa una g_2^1; dunque la nostra particolare trasformazione doppia è tale, che ogni retta contiene la coppia dei punti omologhi, e nasce dalla involuzione (di 8° ordine con

(*) Beninteso qui sono escluse le corrispondenze (5, 5) di valenza 1, che si ottengono considerando una serie speciale g^1_6 della curva e chiamando omologhi di un punto X i cinque punti, che insieme ad esso ne completano un gruppo.

sette punti tripli), generata dalla rete di cubiche, coordinando ad ogni punto del piano la retta che lo congiunge al suo coniugato.

Ne segue, che, per costruire il più generale inviluppo Γ di 6ª classe della specie cercata, si dovrà procedere nella maniera seguente.

Si prenderà una rete qualunque di cubiche aggiunte a C, poi si coordinerà ad ogni punto X di C la retta x, che lo congiunge al nono punto-base del fascio delle cubiche della rete, che passano per X, e la retta x, al variare di X sopra C, descriverà un inviluppo Γ (*che sarà proprio*) della 6ª classe in corrispondenza biunivoca prospettiva con C. Dopo ciò Γ darà luogo su C a una corrispondenza speciale (5, 5) di valenza 1.

Le corrispondenze (5, 5) di valenza 1 così coordinate alla g_6^2 segnata su C dalle rette del piano sono pertanto ∞^2 e quindi:

Le corrispondenze speciali (5, 5) *di valenza* 1 *esistenti sopra una curva del genere* 5, *che non nascono dalle serie* g_6^1 *speciali (incomplete), sono* ∞^4.

Si può osservare che le ∞^2 corrispondenze relative alla g_6^2 tagliata su C dalle rette del piano hanno tutte altrettante coppie involutorie nelle coppie di punti di C raccolte nei punti doppii: o, in altri termini (come del resto è ben naturale):

Le 10 *coppie involutorie di una corrispondenza speciale* (5, 5) *di valenza* 1 *(della classe considerata) esistente sopra una curva di genere* 5 *si ottengono considerando le due quintuple di coppie neutre delle due serie lineari* g_6^2 *e* G_6^2 *coordinate alla corrispondenza medesima.*

2° Anzi che rappresentare la curva di genere 5 mediante una curva piana del 6° ordine con cinque punti doppii, si può rappresentarla con la curva C^8 (speciale normale) dell'8° ordine di S_4 intersezione completa di tre quadriche e allora è facile (dopo le cose dette) costruire direttamente su questa la corrispondenza speciale (5, 5) di valenza 1 coordinata a due date serie speciali (complete) g_6^2 e G_6^2 di C^8, ossia a due sue date corde AB e A'B'.

Infatti si projetti la C^8 dalla sua corda AB sopra un piano π. Il risultato della projezione sarà una curva del 6° ordine con cinque punti doppii nei cinque punti di incontro del piano π con gli S_2 quadrisecanti di C^8 che escono dalla corda AB; e

quindi, se si osserva al sistema lineare ∞^4 delle cubiche passanti per quei cinque punti e alla corrispondenza (omografica) che viene spontaneamente stabilita dalla C^8 fra le sue curve e gli iperpiani dell' S_4, si potrà affermare che la C^8 è situata sopra una V_2^4 di S_4 contenente la corda AB, le cinque corde di C^8 congiungenti gli ulteriori punti di intersezione della curva con gli S_2 quadrisecanti uscenti da AB e infine le 16 corde di C^8 congiungenti gli ulteriori punti di intersezione della curva medesima con gli iperpiani contenenti a coppie i precedenti S_2.

Ciò posto (senza fermarci a ripetere proprietà notissime per la configurazione di queste 16 corde di C^8), siano: X un punto qualunque di C^8 e Z l'ulteriore punto di intersezione di questa V_2^4 col piano A'B'X. L'iperpiano ABXZ taglia C^8 fuori di A,B,X in cinque punti $Y_1, \ldots Y_5$, che corrispondono a X in una corrispondenza (5, 5) di valenza 1 della specie richiesta.

Infatti (per verificare che ad ogni punto Y corrispondono cinque punti X) si incominci dall'osservare, che i cinque punti Y corrispondenti a un dato punto X di C^8 sono le ulteriori intersezioni di C^8 con una cubica gobba di V_2^4 passante per X, situata in un iperpiano passante per AB e secante il piano A'B'X nei punti X e Z.

Ora gli iperpiani passanti per la corda AB secano V_2^4 (oltre AB) in una rete di cubiche gobbe, ciascuna delle quali taglia in tre punti ogni quartica gobba ottenuta secando V_2^4 con un iperpiano passante per A'B': quindi, se Y è un punto qualunque (di V_2^4, in particolare di) C^8, una qualunque delle ∞^1 quartiche gobbe di V_2^4 passanti per A'B'Y è tagliata dal fascio delle cubiche di detta rete passanti pel punto Y nei gruppi di una sua determinata g_2^1. Ne segue che se Y' è l'ulteriore intersezione di V_2^4 col piano A'B'Y, la quartica gobba, che si ottiene secando V_2^4 coll'iperpiano (passante per A'B' e) tangente nel punto Y alla cubica gobba sezione ulteriore di V_2^4 coll'iperpiano ABYY', è tagliata dalle cubiche gobbe considerate nella serie g_2^1 segnata su di essa dagli S_2 uscenti da A'B' e appartenenti all'iperpiano che la contiene: dunque i punti X corrispondenti a Y sono i cinque punti $X_1, \ldots X_5$, nei quali questa quartica sega C^8 fuori di Y, A', B'.

3° Il metodo qui seguìto per le curve di genere 5, che del resto è una naturale estensione di quello già seguìto nella mia

nota per le curve di genere 4, si può applicare con successo anche per la determinazione delle corrispondenze speciali (6, 6) esistenti sulle curve di genere 6.

Infatti esista sopra una curva del genere 6 una corrispondenza speciale (6, 6) di valenza 1 (*) (non generata da una g_7^1 speciale incompleta) e siano g_7^2 e G_7^2 le serie lineari speciali (complete) coordinate nel solito modo alla corrispondenza medesima. Rappresentando la curva, mediante la g_7^2, con una curva piana C del 7° ordine dotata di nove punti doppii, si avrà, come prima, che la corrispondenza (6, 6) considerata si otterrà sopra C per mezzo di un certo inviluppo Γ della 7ª classe in corrispondenza biunivoca prospettiva con C, e che la corrispondenza intercedente fra C e Γ sarà contenuta in una trasformazione multipla del piano punteggiato nel piano rigato, per la quale i fasci del piano rigato vengono mutati nelle quartiche (aggiunte a C) della rete segnante su C la serie G_7^2.

In questa trasformazione i punti di C stanno sulle rette omologhe, dunque nella omografia stabilita dalla trasformazione medesima fra i punti del piano rigato (concepiti come centri di fasci di raggi) e le quartiche della rete, i punti di C appartengono alle quartiche corrispondenti. Ora in una omografia stabilita fra i punti di un piano e le quartiche di una rete del piano medesimo solo i punti di una curva del 5° ordine appartengono in generale alle quartiche corrispondenti, dunque nel nostro caso tutti i punti del piano stanno sulle quartiche corrispondenti, ossia nella trasformazione multipla ogni retta contiene il gruppo dei suoi punti omologhi (**).

Ne segue che la serie caratteristica della rete di quartiche segnanti la G_7^2 è una serie speciale e (non potendo essere una g_4^1, chè altrimenti essa non sarebbe completa) precisamente una g_3^1: ossia la rete di quartiche è sovrabbondante ed ha 13 punti-base (dei quali uno è fuori di C).

Ora, allorchè si ha un sistema lineare ∞^3 di quartiche con 11 punti-base, le coppie di punti del piano, per le quali passa

(*) Come pel caso del genere 5, si vede subito con considerazioni analoghe a quelle della mia nota, che questo è l'unico caso da considerare.

(**) Questo stesso ragionamento (estendibile a tutti i valori di p) avremmo potuto utilizzare per l'analoga conclusione nel caso $p = 5$.

una rete anzichè un fascio di curve del sistema, formano (*) una curva del 7° ordine con 11 punti doppii negli 11 punti-base, dunque la rete di quartiche aggiunte a C che segna la nostra G_7^2 ha sopra C 12 punti-base dei quali (nove sono i punti doppii di C e altri) due sono perfettamente arbitrarii.

D'altra parte data una rete sovrabbondante di quartiche aggiunte a C con 12 punti-base su C è subito costruita una corrispondenza speciale (6, 6) di valenza 1 coordinata alla g_7^2 segnata su C dalle rette del piano e alla G_7^2 segnata su C da quella rete: dunque:

" *Le corrispondenze speciali* (6, 6) *di valenza* 1, *non generate da serie* g_7^1 *speciali incomplete, esistenti sulle curve di genere* 6, *sono* ∞^5 ".

Come Ella vede, il metodo si può estendere anche a valori superiori del genere, ma non pare che esso basti a esaurire la questione per valori molto elevati, nei quali è dubbio se esistono corrispondenze speciali di valenza superiore a 1 e se esistono corrispondenze speciali di valenza 1 coordinate a serie lineari di dimensione superiore a 2.

Pisa, 28 febbraio 1901.

Relazione sulla Memoria del Prof. Emilio Veneroni " *Sui connessi bilineari fra punti e rette nello spazio ordinario* ".

Si tratta in questo lavoro di una classe di enti geometrici, sui quali pochi studi erano stati fatti finora: e che pur presentano molto interesse, per la semplicità ed eleganza delle prime loro proprietà, e perchè chi ne approfondisca la teoria giunge a ritrovare sotto nuovi e opportuni aspetti varie figure geometriche già note, e a generarne delle nuove non meno importanti.

Un' equazione bilineare tra le coordinate di un punto e quelle di una retta nello spazio ordinario definisce analiticamente il *connesso bilineare*, ossia una corrispondenza projettiva

(*) Clebsch, *Ueber die Abbildung algebraischer Flächen*, ecc., " Math. Ann. ", Bd. 1; Caporali, *Sopra i sistemi lineari triplamente infiniti di curve algebriche piane*, Collect. Math. in mortem D. Chelini, Milano 1881.

tra i punti ed i complessi lineari di un sistema lineare ∞^3. Ne deriva una corrispondenza nulla (1, 3) tra i punti e piani. Il connesso è determinato se si dànno le 2 rette fondamentali del detto sistema ∞^3 di complessi, ed inoltre quei 5 punti particolari che godono della proprietà di formare elementi del connesso con tutte le rette che li contengono.

Per un *fascio* di connessi le coppie di rette fondamentali costituiscono una rigata iperellittica di 8° grado e di genere 3, le cui proprietà (per esempio relative agli 8 punti tripli e piani tripli) si presentano con eleganza da questo punto di vista. E le rette che con un loro punto dànno elementi comuni a tutti i connessi del fascio formano un notevole complesso di 3° grado, di cui è caso particolare quello (studiato dal Montesano) costituito dalle generatrici delle quadriche di una rete. D'altra parte quei punti che dal fascio di connessi vengono associati a congruenze lineari speciali hanno per luogo una superficie del 4° ordine con 8 punti doppî.

Similmente i sistemi lineari più volte infiniti di connessi, e le loro intersezioni, dànno origine a certi luoghi di punti e di rette degni di studio. Va rilevato il sistema ∞^4 dei connessi che producono una stessa corrispondenza nulla (1, 3) tra i punti e i piani dello spazio: quando lo si rappresenti linearmente cogl'iperpiani dello spazio a 4 dimensioni si presenta spontanea in questo spazio la nota varietà cubica con 10 punti doppî.

Il Dott. Veneroni studia le cose qui accennate e varie altre che vi si collegano, con diversa ampiezza. Forse appunto qualche disuguaglianza nello sviluppo non sembra giustificata. È certo però che il lavoro in cui abbondano le prove d'ingegno e di gusto geometrico, costituisce un'importante contributo alla teoria dei connessi bilineari. In conseguenza noi proponiamo che esso venga accolto nei volumi delle Memorie.

E. D'Ovidio,
C. Segre, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Andrea Naccari.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 17 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Direttore della Classe, Bollati di Saint-Pierre, Pizzi, Chironi, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 3 marzo 1901.

Il Segretario presenta, a nome dell'Autore, il volume di Eugène Jarry, *Les origines de la domination française à Gênes (1392-1402),* Paris, Picard, 1896.

Il Socio Chironi fa omaggio di un volume di Alfredo Minozzi, *Studio sul danno non patrimoniale (danno morale),* Milano, 1901, lodandolo come contributo notevole alla investigazione giuridica del soggetto.

LETTURE

Della congetturata provenienza del palinsesto Torinese del Codice Teodosiano dalla Biblioteca di Bobbio.

Nota del Socio corr. Prof. FEDERICO PATETTA.

(Con una tavola).

Si ritiene generalmente che il palinsesto Torinese, dal quale Amedeo Peyron trasse i suoi *frammenti inediti del codice Teodosiano* (1), provenga dalla celebre biblioteca del monastero di Bobbio (2). Se però si ricercano le ragioni e l'origine di questa comune credenza, si trova che essa nacque da una semplice ipotesi del Peyron, che alcuni per errore considerarono come affermazione di un fatto, e che ad ogni modo non fu mai discussa.

Mi propongo dunque di esaminare brevemente la questione, che è interessante tanto per la storia del diritto quanto per la paleografia, e che si può dire in qualche modo anche di attualità, ora che sta per essere pubblicata la tanto desiderata edizione del codice Teodosiano curata dal Mommsen.

Il ms., dal quale provengono i 42 fogli palinsesti conservati nella biblioteca nazionale di Torino sotto la segnatura *a.* II. 2, conteneva, di nuova scrittura, le *res gestae Alexandri Macedonis* tradotte in latino da Giulio Valerio. Il Peyron, nato nel 1785, narra di averlo esaminato essendo ancora *adolescens* (3), il che ci riconduce facilmente all'epoca della dominazione francese. Egli stesso lo indicò nel 1817 ad Angelo Mai, che per il primo ne fece cenno nella sua edizione del Filone (4). Più tardi nella dissertazione *de bibliotheca Bobiensi*, che porta la data del

(1) *Codicis Theodosiani fragmenta inedita*, in " Memorie della R. Accad. delle Scienze di Torino ", t. XXVIII, 1824, p. 137 e segg.

(2) Cito per tutti G. Ottino, *I Codici Bobbiesi della Bibl. Naz. di Torino*, 1890, p. 1 e Mommsen, *Das theodosische Gesetzbuch* in " Zeit. der Savigny-Stiftung für Rechtsgesch. ", XXI, 1900, R. A., p. 155.

(3) *Codicis Theodos. fragm.*, p. 146.

(4) *Philo et Virgilii interpretes.* Mediol., 1818, p. XXXVIII.

maggio 1821, il Peyron (1) scriveva " commemorandi postremo loco veniunt codices, qui a Bobiensi in Taurinensem bibliothecam fuerunt, ut equidem suspicor, medio saeculo elapso translati. Magnifica, scio enim, de nobis praedicantur, ac si spolia opima retulissemus; sed quatuor (2) tantum codices habuimus Sedulium, Lactantium et Augustinum *contra Maximinum*, de quibus dicam ad codices 141, 67 et 19; hisce accedit codex *Iulii Valerii res gestae Alexandri Macedonis translatae ex Aesopo*, quem, licet nullis Bobiensibus notis insignitum, Coenobio tamen D. Columbani acceptum refero . . . „. Che si tratti di una pura e semplice ipotesi appare anche meglio dalla prefazione ai frammenti del codice Teodosiano, nella quale si legge (p. 159) " A quonam archivio ad Taurinensem bibliothecam delatus fuerit hic codex plane ignoro; at quum palimpsestus sit et antiquus, auguror eum acceptum esse referendum Bobiensi Coenobio, quod aliis item codicibus pluteos nostros ditavit; semel ac vero primum folium in lacinias abiit, evanuit etiam nota Coenobii S. Columbani, quam in prima voluminum scheda exarare solebant Monaci „. Nello stesso luogo (p. 146) il Peyron afferma anche, che il codice appariva a primo aspetto di nessun valore, tanto che il Pasini, il Rivautella ed il Berta, autori del catalogo dei mss. Torinesi, non ne fecero alcun cenno. Da ciò si vede che, secondo il parere del Peyron, il codice avrebbe dovuto trovarsi a Torino fin dall'epoca della pubblicazione del catalogo, cioè dal 1749; ma anche questa è una semplice ipotesi. Il Peyron cioè congetturò, che i pochi codici Bobbiesi entrati nella biblioteca di Torino prima del 1820 vi fossero stati trasportati in una sola volta; e certo prima del 1749, poichè due di essi sono descritti nel catalogo a stampa.

A me pare però, che si farebbe troppo grave torto alla memoria degli autori del catalogo, supponendo che abbiano volontariamente omesso di parlare del ms. di Giulio Valerio. Osservo inoltre che essi tacquero anche dell'antico ms. Bobbiese

---

(1) *M. Tulli Ciceronis orationum... fragmenta inedita...* Stuttgardiae et Tubingae, 1824, p. XXVIII.

(2) All'epoca del Peyron l'antico codice Bobbiese n. 141 era già stato legato in due volumi, segnati attualmente E, IV, 42-43. Perciò forse egli parla di quattro volumi e non di tre. Cfr. la nota al citato codice 141 (o. c., p. 214-216).

n. 19, ora *a*. II. 2* (già D, IV, 22), contenente un' opera di S. Agostino, e che sarebbe contradditorio l'ammettere che tanto questo codice quanto quello di Giulio Valerio siano stati scelti nella biblioteca di Bobbio, e ritenere nel medesimo tempo che fossero stimati di così poco valore da non meritare di essere catalogati. Credo quindi che nel 1749 non si trovassero ancora nella biblioteca di Torino. Ad ogni modo il Peyron cadde certamente in errore quando affermò che i codici Bobbiesi dovettero essere trasportati a Torino verso la metà del secolo XVIII, poichè è noto che il ms. del Lattanzio vi era già nel 1711 (1).

Ritornando alla questione, che più ci interessa, appare evidente, che l'unica ragione, che indusse il Peyron a congetturare la provenienza bobbiese dei palinsesti Teodosiani è appunto l'essere il ms. *palimpsestus et antiquus;* e questo sembra veramente troppo poco, tanto più se si considera che non solo manca nei primi fogli del ms., tuttora conservati, ogni traccia della iscrizione, che si riscontra ordinariamente nei codici Bobbiesi, ma che per di più l'inventario del 1461 non ricorda affatto l'opera di Giulio Valerio, che trattando di Alessandro Magno avrebbe pur dovuto destare la curiosità e l'interesse dei monaci (2). In questo stato di cose io credo, che qualche indizio sulla provenienza del ms. Torinese possa risultare solo dall'esame paleografico, rivolto specialmente alla nuova scrittura sostituita all'antico testo del codice Teodosiano.

Su questa nuova scrittura caddero in errore tanto il Mai, che la giudicò all'incirca del secolo duodecimo (*saeculo circiter* XII), quanto il Peyron che l'attribuì al secolo undecimo e più recentemente l'Ottino, che la volle del decimo. L'errore dell'Ottino è meno grave, ma ciononostante meno scusabile (3), perchè egli non avrebbe dovuto ignorare, che il giudizio concorde di valentissimi paleografi era affatto diverso dal suo. Infatti fin dal 1867

---

(1) Cfr. P. Vayra, *Il museo storico della Casa di Savoia.* Torino, 1880, p. 40, n. 1.

(2) L'opera di Giulio Valerio non è ricordata nemmeno fra quelle *scoperte* nel 1493 nel monastero di Bobbio e indicate in fine del quarto libro dei Commentarî del Volterrano (ediz. di Basilea, 1559, p. 89-90).

(3) Del resto, chi ha esaminato qualche codice Bobbiese della Nazionale di Torino deve aver osservato che il catalogo dell'Ottino formicola d'inesattezze e d'errori d'ogni specie.

Giulio Zacher aveva fatto esaminare dal Jaffé e dal Waitz il facsimile dato dal Peyron, e benchè questi abbia riprodotta una sola linea del Giulio Valerio (1), i due valenti paleografi non avevano esitato a riconoscervi " una scrittura corsiva romana della tarda età, di rado usata nei libri, probabilmente del sesto o settimo secolo, ma difficilmente dell'ottavo; in nessun caso di tempo posteriore „ (2). Questo giudizio era stato poi confermato dal Wattembach e dallo Zangemeister, i quali diedero un facsimile del codice Torinese nella tavola 25 degli *exempla codicum latinorum litteris maiusculis scriptorum* (3); e da ultimo Bernardo Kübler nei suoi *Studii su Giulio Valerio* (4) e nella sua edizione delle *res gestae Alexandri* (5) si era occupato ampiamente dello stesso codice, qualificando anch'egli la scrittura più recente per corsiva romana del secolo settimo.

Che la scrittura sia proprio del secolo settimo e non piuttosto dell'ottavo, io non oserei veramente di affermare. Posteriore al secolo ottavo non è certo, come il lettore potrà facilmente scorgere dal facsimile unito al presente lavoro.

Questo facsimile riproduce le due sole pagine, che non sono rescritte e sulle quali non furono quindi usati i reagenti che nelle altre distrussero interamente o danneggiarono moltissimo il testo di Giulio Valerio. Solo alcune macchie azzurre trasparirono dalle facciate opposte, ma esse non alterarono punto la scrittura e nella fotografia sono appena visibili, mentre lo sono molto più che nell'originale le macchie giallognole negli angoli superiori esterni delle due pagine riprodotte (6). Queste corri-

---

(1) *Codicis Theod. fragm.*, p. 330.

(2) Zacher, *Pseudocallistenes. Forschungen zur Kritik und Geschichte der ältesten Aufzeichnungen der Alexandersage.* Halle, 1867, p. 35 e segg. cit. dal Kübler in " Riv. di filologia e d'istruzione classica „, XVI, 1888, p. 372.

(3) Heidelberg, 1876, con supplemento del 1879 (opera non posseduta dalle biblioteche pubbliche di Torino e che non ho presentemente modo di consultare). Del Wattembach confronta anche la *Anleitung zur latein. Palaeographie*, 4ª ediz. Lipsia, 1886, p. 17.

(4) Nella citata " Riv. di filol. „, XVI, p. 368 e segg.

(5) Lipsiae, Teubner, 1888, p. IX e segg. Il Kübler rinvia anche a P. Mayer, *Alexandre le Grand dans la littérature française du m. â.* Paris, 1886, II, p. 14 e segg.

(6) La scrittura, che nel facsimile è talora nascosta da queste macchie, nell'originale, per quanto sia sbiadita, si distingue sempre benissimo.

spondono al verso del f. 40 del palinsesto Teodosiano e nel ms. di Giulio Valerio appartenevano all'ottavo quaderno, l'ultimo che ci sia stato conservato. Esse contengono parte dei capitoli 29 e 38 del libro secondo delle *res gestae Alexandri* (ed. Kübler, p. 100-101 e 109).

La scrittura, come ognun vede, è realmente la corsiva romana, usata nei documenti e nelle note marginali, ma che più raramente servì anche a trascrivere interi codici (1). A giudicare dallo scarso materiale paleografico, di cui posso disporre, il codice, che più si avvicina al nostro, è un altro codice di Torino, già Bobbiese, contenente i frammenti palinsesti di Cicerone, e del quale si ha un ottimo facsimile nella *Paléographie des Classiques latins* del Chatelain (tav. 30). La nuova scrittura contiene un frammento di Cipriano ed è attribuita dal Chatelain al secolo ottavo (2).

Venendo ad esaminare il nostro facsimile, il fatto paleograficamente più importante, che vi riscontriamo, è certo l'uso frequente della abbreviazione $\hat{p}$ ad indicare *per* (pagina 1ª, a destra della tavola, linee 1, 3 e 10: pag. 2ª, lin. 9). Come è noto, questa abbreviazione, insieme con altre, è una particolarità della scrittura *insulare*, cioè irlandese ed anglosassone (3). Ora il sistema insulare penetrò nelle scuole scrittorie di alcuni celebri monasteri del continente, fra i quali v'è appunto quello di Bobbio (4); cosicchè la stessa abbreviazione di *per* si trova

(1) Vedi p. es.: Wattembach, o. c., p. 17; Paoli, *Programma scolastico di paleogr. latina*, I, p. 11, n. 2; Thompson, *Handbook of greek and latin Palaeography*, 2ª ed. p. 215.

(2) Nella tavola 153 (1°) il Chatelain dà il facsimile di un ms. di Vienna, già Bobbiese, la cui scrittura è qualificata nell'illustrazione della tavola come *écriture irlandaise du VIIIe ou IXe siècle*, mentre nell'*Index paléographique* è detta corsiva romana. Credo che non questa ma la prima designazione sia la vera. Di una pagina di scrittura corsiva, con qualche lettera semionciale, si ha il facsimile nella tavola XIII dei *Monumenta palaeographica sacra*. È tolta da un codice Veronese ed attribuita al secolo VIII.

(3) Wattembach, op. cit., p. 75, constata l'uso di tale abbreviazione nella sottoscrizione del ms. Luxoviense del 669 (Luxeuil è appunto uno dei monasteri fondati da S. Colombano): Cappelli, *Dizionario di abbreviature*, 1899, p. 233, la indica usata nel secolo VIII: si trova ancora nel Boezio irlandese, ora Laurenziano, del principio del secolo XII (*Collez. Fiorentina*, tav. 4).

(4) Rinvio specialmente all'importante articolo di L. Traube in " Neues Archiv „, XXVI, 1900, p. 237 e segg.

pure nei frammenti Bobbiesi del *liber Pontificalis*, conservati ora a Napoli (1).

Ecco dunque due indizi d'origine Bobbiese del nostro palinsesto: l'analogia colla scrittura del citato frammento di Cipriano, e l'uso di un'abbreviazione caratteristica della scrittura irlandese. Dico *indizi*, e non *prove*, poichè credo che il pretendere di scoprire col solo aiuto della paleografia non solo la scuola grafica, ma anche il luogo preciso, da cui un codice proviene, sia cosa tanto assurda, quanto lo sarebbe il voler fissare non solo la data approssimativa, ma anche l'anno, o magari il decennio, in cui il codice è stato scritto. Di fronte a questi indizi d'origine Bobbiese, potremmo chiederci se il nostro Giulio Valerio non si debba per avventura ravvisare nella *historia Alexandri Magni Macedonis* registrata nel più antico inventario della biblioteca di Bobbio (2), al n. 472. Dobbiamo però riconoscere che detto titolo si riferisce molto probabilmente, anzi certamente, alla nota opera di Curzio Rufo, assai più diffusa anche nel Medio evo.

L'opinione del Peyron resta dunque pur sempre una semplice congettura, non distrutta dal fatto della mancanza di ogni accenno al Giulio Valerio negli inventarî Bobbiesi, ma neppur provata dai due indizi ora ricordati. Ritornando al facsimile, possiamo notare fra i varî nessi più o meno comuni quello *tq* nella pagina I linea 2 e nella pagina II lin. 19, e il nesso *ui* usato due volte nella parola *quidquid* (pag. I, lin. 11). Notiamo ancora *q̄n̄m̄* = *quoniam*, *ü* = *vero*, *c*ↄ = *cum*, ⁾ = *cum* (nella correzione a pag. II, lin. 20) e le solite abbreviazioni di *que*, *bus*, *rum*, *pre* o *prae*. La forma speciale dell'*i* nelle linee 1 e 9 della prima pagina si può confrontare con quella, che tale lettera ha spesso in un papiro Ravennate del 572, di cui ab-

---

(1) Vedi il facsimile nell'edizione dei *Monum. Germaniae*, vol. I, tav. 4ª. Altro facsimile, meno ben riuscito, si trova nell'edizione del Duchesne, vol. I, p. clxxvi. I frammenti Napoletani sono in scrittura corsiva ed attribuiti alla fine del secolo VII. Il Mommsen (ed. cit., p. lxxxiv) nota l'analogia della scrittura con quella del codice Viennese n. 17, proveniente pure da Bobbio.

(2) Questo inventario pubblicato, esagerandone forse l'antichità, dal Muratori, *Antiquitates*, III, 817 e segg., è riprodotto in Becker, *Catalogi bibliothecarum antiqui*, Bonnae, 1885, p. 64 e segg.

biamo un facsimile nella citata opera del Thompson (1). Nella ortografia si osservi l'uso del dittongo *ae* per *e* (pag. I, lin. 5 e 6), e di *e* per *ae* (pag. I, lin. 15: pag. II, lin. 9), come pure quello di *u* per *b* (corretto due volte da mano posteriore).

Le correzioni interlineari sono in parte della stessa mano del testo, in parte posteriori.

In principio di parecchie linee si scorgono tre puntini. Siccome in quasi tutte queste linee si trovano delle correzioni, si può supporre che tali puntini siano precisamente stati usati per indicare una presunta corruzione del testo.

Nella pag. I, lin. 6 la *a* sembra condannata con un puntino sovrapposto, e analogamente, nella lin. 12, la sillaba *ter* con tre puntini. Invece in più altri luoghi alcune lettere errate sono condannate con un punto sottoposto e scrivendo sopra la correzione. Più generalmente le lettere o sillabe superflue sono cancellate con linee trasversali.

Do ora la trascrizione delle due pagine, colle note opportune.

---

(1) P. 214. Questo papiro, pubblicato dal Marini (n° cxx), fu già nella libreria Pinelli ed è ora nel British Museum. Si confrontino anche parecchi dei facsimili dati dallo stesso Marini, nei quali compare l'*i* con forme somiglianti.

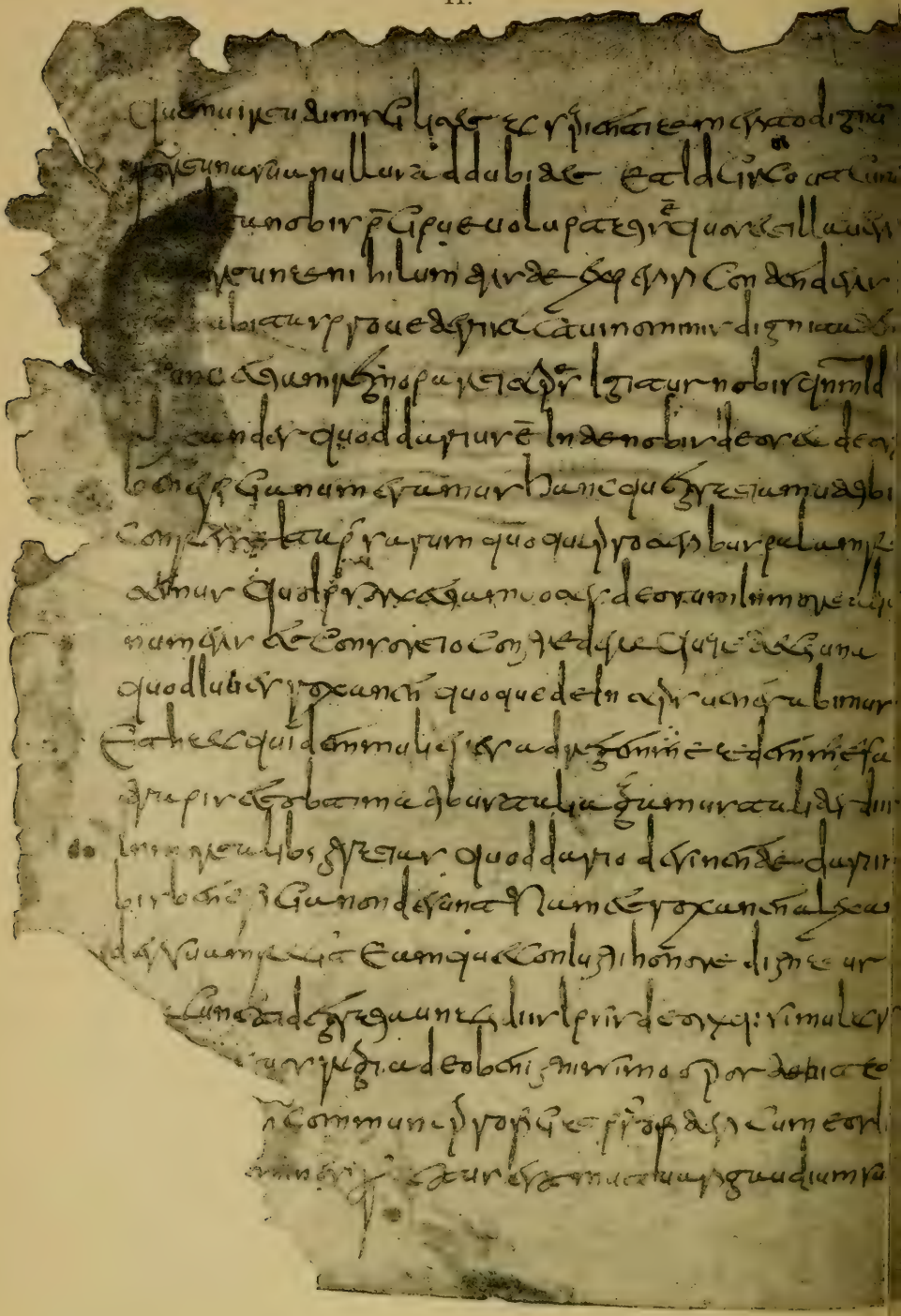
[*libro* II, *cap.* 29: *ed. Kübler*, *p.* 100-101].

iniecto igni concremari id quoq: mox p̄ penitentiam re
formatum extingui atque *in* faciem pristinam reteneri p̄cepit
Fuit eidem inter haec curae ut sepulchra p̄sarum et se
pulta olim eorum corpora intueretur quod in his sepulchris
5 multi crateres atrei multaquae magni p̄tii condita ad tem
plorum magnificentiam dicerentur Sed a egregiae ceteris
anteibat cyri: aedes quae scilicet turris ad faciem lapide
leui quadraque in summam altitudinem extructa pro
cesserat ipsi ū cyro *pro*conditūrium erat e lapide uisen
10 do cuius siue natura p̄spicua siue insulptio adeo tenuis
erat ut nihilo prorsus quidquid intererat inpedire intu
entium diligentiam adeo ut p̣ter saxi illius eui
dentiam capilli etiam conditi caueris uiserentur sed
p̄p̄ter hoc sepulchrum fleuile spectaculum alexan
15 der pro:tionatus Erant enim greci idem conplures
quos cum uariis ex causis diuersisq: temporibꝰ cap
tiuitate rex aut regii subegissent, p̄sectis naribꝰ
auribꝰque et quaecꝰq: hominum uultibꝰ decoriter
natura prouidet suplici tali post seruitio deuincti circa
20 haec sepulchra custodes agitabant Hii igitur om
nes ubi iuxta alexandrum agere sensere pari uoce

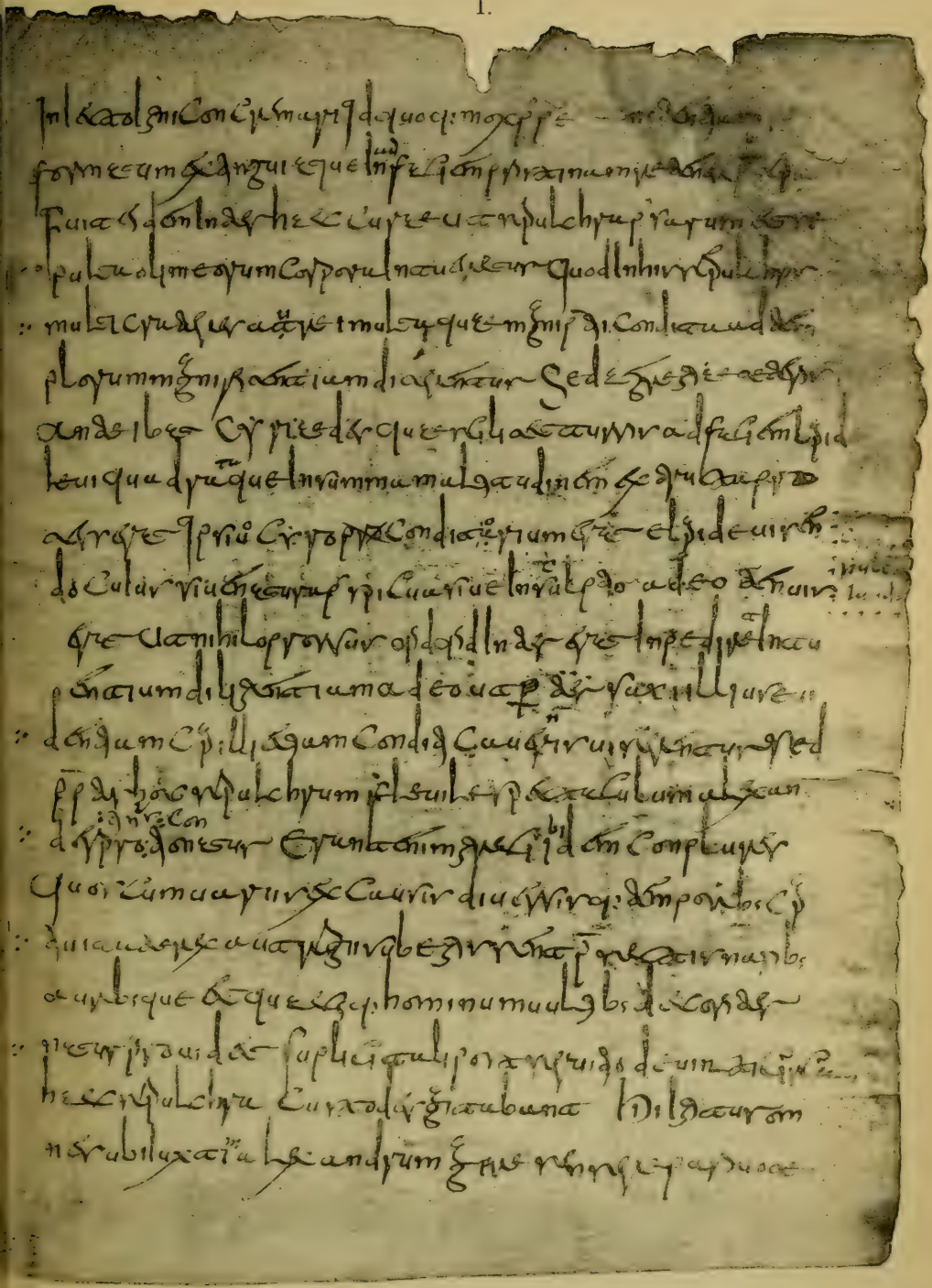
[*libro* II, *cap.* 38: *ed. Kübler*, *p.* 109].

quem uirtutum scilicet ac sapientiae merito dignū
fortuna sua nullus addubitet et idcirco ut cunc
tis ita nobis p̄cipue uoluptatis quos et illa versu
ra fortunae nihilum triste experiri contenderis
5 et habitas pro ueteris ac tui nominis dignitatem
Nunc etiam regno particeps igitur nobis qnm̄ id
alexander quod darius ē in te nobis deos et deo2
beneficia numeramus hancque gratiam ut tibi
confesse ita p͡sarum quoque proceribus palam fe
10 cemus quo ipso2 etiam uoces deorum inmortaliū
numeris et consortio congredere quare tec; una
quod iubes roxanen quoque deinceps uenerabimur
∵ Et haec quidem mulieres ad regem *m* eaedem *me* sa
trapis et obtimatibus talia agamus taliter diis
15 inmortalibς gratias quod dario desinente darii no
bis beneficia non desunt Nam et roxanen alexan
der suam fecit eamque coniugii honore dignatur
[*qua*] cuncti de gratia una c; diis ipsis deo2q: simulacris
[*obuiare*] uos regi adeo benignissimo oportebit atq:
20 [*id quod in*] commune proficiat *pro*fiteri cum eos in
[*quos do*]minos factus est mutuari gaudium suū

II.



I.



NOTE ALL'APOGRAFO.

Pag. I, lin. 2. *in* è cancellato con una lineetta trasversale: *ad* sovrapposto è d'altra mano. — 5. *t* in *atrei* è condannato col punto sottoposto: *u* sovrapposta è d'altra mano. — 6. Sull'*a* di *a egregiae* vi è un punto, che sembra fatto coll'inchiostro più scuro usato dal correttore. — 7. I due punti dopo *Cyri* sembrano aggiunti posteriormente per distinguere questa parola dalla seguente. — 8. *ta* di *quadrataque* è d'altra mano. Kübler per errore *quadratoque*. — 9. *pro* di *proconditorium* è cancellato con due lineette trasversali: *o* soprascritta è d'altra mano. Kübler *pro conditorium*. — 9-10. A margine sta la nota *Cyri se/pulch[ri]/ laudes*. — 10. *c* sovrapposta è della stessa mano del testo. — 11. *t* sovrapposta è della stessa mano del testo. — 12. Si era scritto dapprima *pter*, cioè *praeter*, come ha il ms. Parigino: più tardi la lineetta sul *p* venne raschiata e sostituita col taglio nella gamba, condannando nel medesimo tempo il *ter* coi puntini sovrapposti. Così il ms. ha attualmente *per* non *propter*, come lesse il Kübler. — 13. *caueris* è un errore per *cadaveris*: *ñ* cioè *non* sovrapposto è d'altra mano. Kübler, certo per una svista, *caueris propter*. — 15. I due punti dopo *pro* servono per rinvio alla correzione interlineare, che è della stessa mano del testo: si deve dunque leggere *protinus contionatus*. Nel *tinus* nota la *u* soprascritta. Il *bi* soprascritto pare della stessa mano. — 18. Kübler, senza notare la variante del ms. Torinese, stampa *suppliciali*. — 21. *m* soprascritta sembra di mano posteriore.

Pag. II, lin. 3. *est* soprascritta è della stessa mano del testo. — 5. *s* di *veteris* è forse aggiunta dallo stesso amanuense dopo che era già stata scritta la parola seguente *ac*. — 9. Sembra che sotto la *e* finale di *confesse* sia stata aggiunta posteriormente una codetta, per cambiarla nella *e* caudata, che tiene luogo di dittongo. — 10. Sulla seconda *e* di *fecemus* fu scritta posteriormente un'*i*. — 11. Leggi *congregere* come hanno il ms. Parigino e l'edizione. — *iubes* è correzione posteriore di *iuues*. — 13. *m* erroneamente ripetuta dopo *regem* è cancellata con linea trasversale: inoltre vi sono sopra tre puntini corrispondenti ad altri tre puntini appena visibili nel margine. Il *me* è cancellato con linee trasversali. In suo luogo l'edizione ha *tamen*. — 19. *oportebit* è correzione posteriore di *oporteuit*. — 20. *pro* è cancellato con linea trasversale ponendo sopra l'abbreviazione tironiana di *con*, che pare della stessa mano. — 21. *o* di *dominos* è condannata col puntino e coll'*u* soprascritta.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 24 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Bizzozero, Direttore della Classe, Berruti, D'Ovidio, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Jadanza, Foa, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e Naccari Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza che viene approvato.

Il Presidente comunica il programma dei concorsi banditi dalla R. Accademia economico-agraria dei Georgofili di Firenze e l'invito del Comitato del Congresso di Fisiologia, che si terrà in Torino nel prossimo settembre, a prender parte a quel Congresso.

Il Socio Spezia presenta come omaggio a nome dell'autore, Dott. Alessandro Roccati, una memoria stampata intitolata: *Ricerche mineralogiche sulla sabbia della Grotta del Bandito. Val di Gesso (Cuneo).*

Vengono presentati ed accolti per l'inserzione negli *Atti* i seguenti scritti:

1° *Sulla solubilità del quarzo nelle soluzioni di tetraborato sodico,* nota del Socio Spezia,

2° *Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di mancanza, di correlazione e di assimmetria,* nota del Socio Camerano,

3° *Un'osservazione relativa alla riducibilità delle trasformazioni Cremoniane e dei sistemi lineari di curve piane per mezzo di trasformazioni quadratiche,* nota del Socio Segre,

4° *Contributo allo studio delle Ghiandole emolinfatiche nell'uomo ed in alcuni mammiferi,* nota dei signori Egidio Morandi e Pietro Sisto, presentata dal Socio Bizzozero.

Raccoltasi in seduta privata la Classe rielegge alla carica triennale di Direttore della medesima, salvo l'approvazione sovrana, il Socio Bizzozero.

LETTURE

Contribuzioni di Geologia chimica.

Solubilità del quarzo nelle soluzioni di tetraborato sodico.

Nota del Socio GIORGIO SPEZIA.

(Con una Tavola).

Lo studio degli effetti prodotti sul quarzo, sia dall'acqua, sia da sali in essa disciolti, è a mio avviso utile per la geologia chimica; e le relative esperienze di paragone fra l'azione della temperatura e quella della pressione costituiscono le necessarie ricerche preliminari per la questione del dinamo-metamorfismo riflettente quelle roccie cristalline schistose, nelle quali il quarzo è fra i componenti principali.

In altri lavori trattai dell'azione sul quarzo dell'acqua (1) e delle soluzioni di silicato sodico (2); in questo indicherò i risultati avuti con soluzioni di tetraborato sodico; alla quale indagine fui condotto, sia dal considerare la grande diffusione del boro nei gneiss tormaliniferi e la frequente associazione del quarzo con la tormalina e l'axinite, sia dall'avere osservato che le acque termali boraciche sono molto ricche di silice; p. es.: una delle sorgenti del Boraxsee in California conterrebbe, secondo l'analisi di Campbell (3), 1,19 di silice su 1000 parti di acqua, quantità maggiore di quella sinora trovata nelle acque termali silicee.

Poche sono le ricerche eseguite sinora sulla reazione per via umida fra i borati alcalini e l'acido silicico. La bibliografia da me esaminata non mi fornì che due esperienze, una di Schweizer (4) e l'altra di Doveri (5).

(1) " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXXIII, pag. 289.

(2) " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXXV, pag. 750.

(3) J. Roth, *Allgemeine und chemische Geologie,* vol. I, pag. 489.

(4) " Ann. der Pharm. ", vol. 76, pag. 267.

(5) *Handbuch der anorganischen Chemie* von L. Gmelin, vol. 2°, part. I, pag. 741.

Lo Schweizer dalla sua esperienza conchiuse che la silice gelatinosa non agisce sulle soluzioni di borace; il Doveri esperimentò che l'acido borico precipita la silice gelatinosa da soluzioni concentrate di silicati alcalini.

Entrambi i risultati ottenuti per via umida concorrevano quindi nel preavvisarmi che infruttuosa sarebbe stata la mia ricerca intorno agli effetti sul quarzo del tetraborato sodico in soluzione; ma appoggiandomi al fatto che il borace fuso scioglie il quarzo costituendo una massa vetrosa, ritenni conveniente il tentativo, pensando che se la solubilità per via secca era dovuta all'alta temperatura, si poteva ottenere lo stesso effetto anche per via umida con una temperatura superiore a 100°, ossia maggiore di quella alla quale credo abbia sperimentato lo Schweizer.

Ad ogni modo, per meglio assicurarmi, ripetei anzitutto l'esperienza di Schweizer colla silice gelatinosa, prima d'intraprendere quella col quarzo. Perciò in una soluzione satura a caldo di tetraborato sodico monoclino, ossia borace, posi della silice gelatinosa in eccesso, poi, dopo l'ebollizione di tre quarti d'ora, filtrai il liquido bollente; sul filtro rimase molta silice ed il liquido passato era perfettamente limpido ed incoloro. In questo raffreddato, si formò un gran deposito, il quale con ripetuti lavaggi con acqua fredda scomparve quasi tutto, essendo dovuto all'eccesso di borace depositato pel raffreddamento, e rimase una tenuissima quantità di silice idrata.

Per una seconda esperienza posi in una soluzione di borace satura a 15° della silice gelatinosa e dopo l'ebollizione, pure di tre quarti d'ora, filtrai bollente il liquido, separando in tal modo la silice ed ottenendo la soluzione perfettamente incolora e limpida. Tale soluzione, raffreddata, divenne opalescente, e facendola di nuovo bollire appariva incolora, riprendendo poi l'opalescenza per successivo raffreddamento.

Sebbene io avessi adoperato silice gelatinosa e la silice disciolta fosse in minima quantità, tuttavia mi parve che le due esperienze eseguite soltanto alla temperatura di 100° mi autorizzassero a credere, che a più alta temperatura anche il quarzo dovesse sciogliersi in una soluzione di borace.

Per l'esperienza preparai un piccolo prisma a base quadrata di quarzo, s'intende perfettamente limpido e jalino e tagliato in modo che due delle maggiori facce, dell'area complessiva di

165 mm² e ridotte a superficie finamente smerigliate, fossero normali all'asse di simmetria del quarzo, e le altre quattro facce dell'area complessiva di 219 mm² e levigate fossero parallele all'asse. Il peso del prisma era di gr. 1,0678.

Detto prisma fu posto con una soluzione di borace al 5 % in un recipiente d'argento e questo in altro d'acciaio a chiusura ermetica e contenente pure eguale soluzione di borace. Ossia la ricerca fu condotta col sistema già descritto in altri miei lavori.

L'esperienza durò 4 giorni con la temperatura da 290° a 315°, ed il risultato fu che il prisma perdette in peso gr. 0,257 e presentava al microscopio profonde figure di corrosione.

Sulle pareti poi del recipiente d'argento vi erano grumi ed esili patine di silice idrata.

Sebbene sia a supporsi che il quarzo debba presentare all'azione del tetraborato sodico una diversa solubilità nelle due direzioni, parallela e normale all'asse di simmetria, come io trovai per la solubilità nell'acqua pura; tuttavia considererò come superficie di media solubilità la somma delle due parziali sopra indicate ossia la superficie di 384 mm². Con tale superficie e colla accennata perdita in peso di gr. 0,257, si ha che la quantità di quarzo disciolta fu di milligr. 66,9 per centimetro quadrato.

Per una seconda esperienza soltanto qualitativa, presi un frammento di un cristallo allungato di quarzo e lo ridussi, segandolo normalmente all'asse, ad avere una faccia piana parallela al pinacoide. Poi una parte del prisma esagono fu avviluppata con una lamina d'argento in modo d'impedire l'azione del solvente sulla parte coperta; quindi lo sottoposi all'esperienza con una soluzione satura a 15° di borace e con l'aggiunta di altro borace nella quantità voluta affinchè durante l'esperienza la saturazione risultasse quella corrispondente a 100°.

L'esperienza durò 4 giorni con la temperatura da 290° a 310° e l'effetto della corrosione è rappresentato dalla fig. 1 coll'ingrandimento di tre diametri.

Nel liquido, dopo l'esperienza, vi erano cristalli di borace e silice idrata.

Quindi feci un'altra esperienza analoga alla precedente. Con un pezzo di quarzo, s'intende sempre jalino e perfettamente scevro di inclusioni o fessure, formai un prisma a base quadrata e l'avviluppai pure per una parte con lamina d'argento. Quindi

lo posi nel recipiente con una poltiglia molto densa fatta di borace ridotto in polvere e di soluzione satura a 15° dello stesso sale. In tal modo, data la grande solubilità del borace col crescere della temperatura, il quarzo doveva trovarsi in una soluzione molto più ricca di sale dell'esperienza precedente.

L'effetto di solubilità sulla parte scoperta del prisma dopo 4 giorni e colla temperatura da 290° a 315° è rappresentato dalla fig. 2, coll'ingrandimento di tre diametri.

In questo esperimento la poltiglia, la cui parte solida si era trasformata in minuti cristalli, aveva un aspetto bianchiccio torbido per la silice idrata diffusa, la quale rimase di residuo dopo lavaggi con acqua, che sciolse la parte solida cristallina.

Dalle tre esperienze eseguite con eguale tempo e quasi eguale temperatura, ma con differente grado di concentrazione del solvente, il quarzo apparve diversamente corroso ed io comunico tale osservazione come contributo allo studio dei fenomeni d'erosione nei minerali.

Nella prima con la soluzione al 5 p. $^0/_0$ di borace le figure di corrosione erano ben distinte, sebbene non così perfette, quali rappresentanti di struttura cristallina, come quelle che io osservai coll'azione sul quarzo dell'acqua pura o con soluzioni molto diluite di silicato sodico.

Nella seconda esperienza, nella quale il solvente aveva la saturazione corrispondente a 100°, le figure di corrosione furono affatto irregolari come risulta dalla fig. 1.

Nella terza poi dove eravi il solvente in poltiglia, la corrosione si presentò con superficie liscia come indica la fig. 2. Questa specie di corrosione corrisponde a quella che si osserva quando colla fusione si sciolga nel borace della polvere grossolana di quarzo e, sospendendo dopo un certo tempo l'operazione, si osservino al microscopio i granuli, i quali si presentano con spigoli arrotondati, superficie liscia e senza traccia di vere figure di corrosione caratteristiche.

Per tale confronto sul diverso modo di corrosione si potrebbe quasi dedurre, volendo generalizzare per ogni solvente, che in natura, in alcuni casi, quando le figure di corrosione sul quarzo siano perfette, esse debbano essere state prodotte da solventi molto diluiti; se invece la corrosione è irregolare, profonda e senza traccia di figure, essa sia stata prodotta da sol-

venti molto concentrati. Per altri casi evidentemente deve essere causa del diverso aspetto di corrosione il vario movimento, che possono avere le acque mineralizzate che funzionerebbero da solvente; movimento che influirebbe sulla velocità di diffusione, dalla quale dipende la velocità di soluzione.

Il risultato delle esperienze eseguite, che cioè diminuendo la temperatura si formava silice idrata, ricostituendosi il tetraborato sodico, può spiegare la causa della disparità di effetto fra l'esperienza dello Schweizer e la mia; nella quale avendo io sperimentato col quarzo, ebbi la prova evidente della reazione avvenuta nella sua corrosione e trasformazione in silice idrata. Mentre lo Schweizer se avesse anche ad alta temperatura sperimentato col porre silice idrata gelatinosa insieme al borace, non poteva essere sicuro della reazione ritrovando ancora la silice idrata, la quale non avrebbe presentata altra modificazione rispetto a quella primitiva gelatinosa, se non nella quantità di acqua divenuta minore per causa dell'alta temperatura.

A riguardo del limite di temperatura al quale può iniziarsi la reazione, riesce difficile determinarla perchè entra in funzione il tempo necessario per rendere l'effetto visibile.

Da tre esperienze eseguite pure con soluzione al 5 p. % di borace, la prima a 109°, la seconda con un massimo di temperatura di 160° e la terza con un massimo di 194°, e durate tutte tre 4 giorni, trovai che al disotto di 160° non vi fu traccia di corrosione visibile al microscopio. Invece un principio di reazione l'ebbi soltanto fra i 160° e 194° indicato da corrosione e da una perdita in peso del quarzo di milligrammi 0,62 per cm^2; ma sono convinto che, se le dette esperienze avessero durato un mese invece di 4 giorni, io avrei ottenuto traccie di reazioni anche sotto i 160°.

Confrontando ora il risultato avuto alla temperatura fra i 160°-194°, con quello della perdita di milligr. 66,9 per cm^2 avuto coll'esperienza a 290°-315° con eguale soluzione e nello stesso tempo, si scorge come la solubilità del quarzo nel tetraborato sodico aumenti rapidamente col crescere della temperatura.

Per spiegare l'azione del tetraborato sodico in soluzione sul quarzo si può supporre: o che essa sia un effetto di semplice solubilità, o che si formi un silicato sodico rimanendo libero l'acido borico, o che si formi un boro-silicato sodico.

La prima supposizione si può escludere dal fatto, che l'ottenere, col diminuire della temperatura, non più quarzo o anidride silicica, ma silice idrata, comprova come sia avvenuta una reazione chimica e che non si tratti di semplice solubilità del quarzo. Per via umida accade cioè quello che avviene per via secca; se si fa sciogliere il quarzo fondendolo con borace, si ottiene una massa vetrosa, la quale si decompone coll'acqua dando silice idrata.

Il supporre che ad alta temperatura si formi un silicato sodico, rimanendo libero l'acido borico, il quale reagirebbe sul silicato sodico col diminuire della temperatura, ricostituendo il tetraborato sodico e lasciando la silice idrata, appare una reazione probabile, sebbene tale supposizione non spieghi un fatto da me osservato.

In una esperienza nella quale una lastra di quarzo fu posta in una soluzione mista di 10 p. $^0/_0$ di tetraborato sodico e di 10 p. $^0/_0$ di acido borico, la solubilità del quarzo, a parità di temperatura e tempo, si ridusse quasi a metà di quella ottenuta colla soluzione al 5 p. $^0/_0$ di solo tetraborato sodico. Ossia l'aggiunta di acido borico libero avrebbe diminuita la solubilità. Supponendo ora che nella reazione si formi silicato sodico e acido borico libero, un' aggiunta di questo non dovrebbe scemare l'azione del tetraborato sodico sul quarzo. Nè tale diminuzione di solubilità si può attribuire al fatto che l'eccesso d'acido borico libero, aumentando la concentrazione, diminuisca la solubilità del quarzo; perchè nelle esperienze fatte colla poltiglia di borace, il cui grande effetto sul quarzo è rappresentato dalla fig. 2, la quantità di acido borico, che sarebbe rimasto libero, era di gran lunga maggiore di quella presente nell'esperienza, nella quale io aggiunsi acido borico.

Quindi sembra che la solubilità del quarzo abbia dei limiti dipendenti dalla proporzione esistente fra l'acido borico e la soda, e non soltanto da quest'ultima, come sarebbe nella supposizione che si formi silicato sodico e acido borico libero.

Per tale considerazione acquista forse più probabilità il supporre che si formi un borosilicato sodico, benchè non esista in natura nè, secondo le mie ricerche bibliografiche, siasi ottenuto o un acido o un'anidride borosilicica.

Infatti il quarzo e l'anidride borica non si uniscono alla temperatura della fusione del platino.

E per via umida, da un'esperienza fatta, io ebbi per risultato che, una lamina di quarzo mantenuta per 4 giorni alla temperatura da 300° a 320°, in una soluzione satura al freddo di acido borico, non perdette in peso quanto avrebbe perduto per egual tempo e temperatura nell'acqua pura.

Non potendo quindi ottenersi libero un acido borosilicico, si deve ammettere che se nella reazione fra il quarzo e la soluzione di tetraborato sodico si forma un borosilicato sodico, questo debba essere stabile in contatto dell'acqua soltanto ad alta temperatura, diminuendo la quale si scomponga; e che l'acido borosilicico si costituisca soltanto in presenza di una base, dalla cui natura poi dipenderebbe la maggiore o minore facilità della decomposizione in presenza dell'acqua e col diminuire della temperatura.

Del resto l'interpretazione della reazione costituisce un argomento di studio che io volentieri consegno ai chimici.

Considererò invece l'altro argomento, che ha sempre grande importanza geologica, se cioè la pressione possa avere influenza nella reazione fra il quarzo ed il tetraborato sodico in soluzione.

A tale scopo io ripetei con alta pressione e temperatura ordinaria due delle esperienze eseguite ad alta temperatura.

Per la prima adoperai un prisma a base quadrata tagliato egualmente a quello della prima esperienza, in modo quindi che la superficie esposta all'azione del solvente fosse, il più possibilmente, di egual area e solubilità.

Detto prisma del peso di gr. 1,0666 e con una superficie di media solubilità di 382 mm^2, fu posto nell'apparecchio che io descrissi in altro lavoro (1) e che si fonda sul principio della compressione uniforme, esercitata intorno ad un recipiente costituito da sostanza plastica. La soluzione era parte di quella adoperata per l'esperienza a caldo, ossia al 5 p. % di borace. L'esperienza colla pressione di 6000 atmosfere durò 20 giorni e la temperatura oscillava da 12° a 16°.

Da tale esperienza non si palesò traccia di reazione; il prisma di quarzo mantenne esattamente il suo peso ed il microscopio non rivelò segno alcuno di corrosione.

(1) " Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino ", vol. XXXV, pag. 750.

Ora, facendo un confronto fra i risultati delle due esperienze eseguite con la stessa soluzione al 5 p. % di borace, una ad alta temperatura e l'altra ad alta pressione e ritenendo per l'esperienza a caldo la pressione data dal vapore acqueo per la corrispondente temperatura, si ha:

Peso del prisma in grammi	Area in mm²	Temperatura	Pressione in atmosfere	Tempo in giorni	Perdita in peso per cm² in milligrammi
1,0678	384	290°-315°	76-106	4	66,9
1,0666	382	12°-16°	6000	20	0

Lo stesso prisma di quarzo che non aveva subìto variazione alcuna nel peso e nello stato fisico delle sue faccie, fu sottoposto ad una seconda esperienza ad alta pressione, colla differenza dalla prima che invece di essere immerso in una soluzione al 5 p. % di borace, si trovava nella stessa condizione della terza esperienza eseguita ad alta temperatura, cioè in una poltiglia di borace in polvere e soluzione satura a freddo dello stesso sale.

Anche in questa esperienza, che durò 20 giorni colla pressione di 6000 atmosfere e colla temperatura da 14° a 16°, non osservai traccia alcuna di reazione chimica fra il tetraborato sodico ed il quarzo, mentre l'analoga esperienza a caldo produsse l'effetto già indicato colla fig. 2.

Dalle descritte ricerche risulta anzitutto che le acque mineralizzate con borato sodico possono essere, nella crosta terrestre, alla profondità corrispondente alla temperatura necessaria per la loro azione, energici solventi del quarzo e che la causa unica della reazione sarebbe la temperatura, non avendo la pressione alcuna influenza diretta. Inoltre si può dedurre che i borosilicati, stabili alla temperatura ordinaria, quali la tormalina, l'axinite e la datolite, si sieno più probabilmente formati per via umida ed alta temperatura col concorso di soluzioni di borosilicato sodico, che non col concorso di cloruri e fluoruri volatili, come supporrebbero Fouqué e Michel Lévy (1) per le tormaline; e l'esperienza colla quale De Gramont (2) ottenne per via umida la datolite, appoggerebbe la mia deduzione.

---

(1) *Synthèse des minéraux et de roches*, pag. 121.

(2) " Comptes rendus Ac. Sc. Paris ", T. CXIII, 2, pag. 83.

G. SPEZIA - *Contribuzione di Geologia chimica. Solubilità del quarzo nelle soluzioni di tetrabromato sodico.*

Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino. Vol. XXXVI.

1

2.

ELIOT. CALZOLARI & FERRARIO. MILANO

Infine le citate esperienze di confronto, fra l'effetto chimico della temperatura e quello della pressione, si uniscono nel risultato a quelli già da me eseguiti coll'acqua pura e colle soluzioni di silicato sodico, per accrescere le prove, che nel metamorfismo chimico delle roccie schisto-cristalline quarzose, debbano, per ciò che riflette l'elemento quarzo, entrare come fattori geologici essenziali soltanto il calore ed il tempo e non la pressione.

Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di mancanza, di correlazione e di asimmetria.

Nota del Socio LORENZO CAMERANO.

In un precedente lavoro (1) io proposi per lo studio quantitativo degli organismi, un modo semplice per calcolare alcuni indici atti ad esprimere in maniera precisa l' entità di alcuni fenomeni della variabilità degli organismi stessi: vale a dire gli indici di *variabilità*, di *variazione*, di *frequenza*, di *deviazione* e di *isolamento*. Dissi allora: " Nel procedimento proposto per lo studio analitico della variabilità dei caratteri di una serie di individui, ho indicato alcuni indici che si riferiscono a speciali modalità del fenomeno di variazione: ma non è d'uopo dire che altri ancora se ne potrebbero escogitare in rapporto ad altre modalità, che ricerche ulteriori metteranno in chiaro e che si potranno calcolare seguendo lo stesso procedimento generale „.

Agli indici sopradetti si possono aggiungere i seguenti:

Indice di mancanza di un dato carattere. — È noto che negli organismi vi sono caratteri che si sviluppano gradatamente per tutta la vita dell'individuo, altri che, dopo essersi sviluppati fino ad un dato periodo della vita stessa, gradatamente vanno riducendosi fino, talvolta, a scomparire al tutto. Così pure, considerando le serie di individui raccolti nelle circoscrizioni spe-

---

(1) *Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di variabilità, di variazione, di frequenza, di deviazione e di isolamento,* " Atti della R. Accad. delle Scienze „, vol. XXXV, 1900.

cifiche, avviene spesso di trovare più o meno numerosi i casi di mancanza totale di alcuni caratteri, mentre permangono gli altri. La scomparsa totale di certi caratteri in un numero più o meno grande di individui di una specie data è fatto assai importante per la conoscenza del fenomeno generale della variabilità ed è necessario venga espresso esso pure con dati numerici fra loro comparabili.

Propongo pel calcolo dell'indice di mancanza il procedimento seguente:

Dato un carattere A, e una *serie* di 10 individui (ad esempio) e dato che 2 individui della serie manchino del carattere A l'indice di mancanza sarà dato da $\frac{2}{10} = 0,2$. Se gli individui che mancano del carattere A sono 9 (ad esempio) avremo $\frac{9}{10} = 0,9$, e via discorrendo.

L'indice di mancanza, che si potrà indicare con m, sarà rispettivamente $m = 0,2$ e $m = 0,9$; m indica perciò nella serie studiata l'importanza del fenomeno di mancanza del carattere A.

Indice di correlazione. — Uno dei fenomeni più oscuri della variabilità si è quello delle variazioni correlative di due o più caratteri. Poco di sicuro si sa fino ad ora intorno a questo argomento, poichè i dati che si possono dedurre dalla maggior parte delle descrizioni e dalle misure degli individui non sono espressi dagli Autori con valori comparabili fra loro e poichè molto lavoro è da farsi prima che si possa conchiudere alla esistenza o alla mancanza di variazioni correlative propriamente dette.

Le ricerche recenti, fatte o col metodo quantitativo-statistico della scuola americana-inglese, o con quello da me proposto, mostrano una scarsa tendenza, nelle varie parti degli organismi, a variazioni correlative. Queste ricerche tuttavia non sono ancora sufficienti per una conclusione o in un senso o in un altro (1).

Per calcolare l'*indice di correlazione* propongo il procedimento seguente:

---

(1) Cfr. il mio precedente lavoro: *Ricerche sulla variazione del Bufo vulgaris Laur.*, " Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino ", ser. II, vol. L, 1900.

Siano due caratteri a, b.

Siano n, n' le variazioni quantitative rispettive di questi due caratteri.

Variando a di $+n$ e b di $+n'$

se $n = n'$ avremo $\frac{n}{n'} = 1$.

In questo caso la correlazione è massima, poichè crescendo a di n, b cresce pure della stessa quantità. La variazione correlativa fra i due caratteri a e b è *totale* e l'indice di correlazione, che si può esprimere colla lettera c, ha il suo valore massimo, cioè $c = 1$. Questa espressione vorrà dire non solo che la variazione correlativa è totale, ma che essa si fa nel senso dello sviluppo maggiore dei caratteri.

Se il carattere a varia di $-n$ e il carattere b varia di $-n'$. Essendo $-n = -n'$ avremo $\frac{-n}{-n'} = 1$.

Ciò vorrà dire che, come nel caso precedente, la variazione correlativa fra i due caratteri è pure *totale* e si fa nel senso della regressione dei caratteri stessi. L'indice di correlazione in questo caso potrebbe essere espresso nel modo seguente:

$$-c = 1.$$

Si possono avere ancora i casi seguenti:

1° Se a varia di $+n$ e b varia di $-n'$ e se la variazione quantitativa in un senso $(+n)$ di un carattere è eguale alla variazione quantitativa nell'altro senso $(-n')$ dell'altro carattere avremo

$$\frac{+n}{-n'} = -1.$$

2° Se a varia di $-n$ e b varia di $+n'$ e se, come nel caso precedente, le due quantità n e n' sono eguali, avremo

$$\frac{-n}{+n'} = -1.$$

In questi due casi la variazione correlativa dei due caratteri a, b è ancora *totale*, ma si compie in senso inverso nei due

caratteri. L'indice di correlazione potrebbe essere espresso nel modo seguente:

$$\pm c = -1.$$

Nei casi in cui n è $\gtrless$ di n' in una direzione o in un'altra l'indice di correlazione è dato dal rapporto $\frac{n}{n'}$.

L'indice di correlazione potrà, da quanto si è detto, essere espresso nei varî modi seguenti:

Indice di variazione correlativa progressiva	$c=1$	$c=x$
„ „ regressiva	$-c=1$	$-c=x$
Indice di variazione correlativa progressiva di un carattere e regressiva dell'altro carattere	$\pm c=-1$	$\pm c=-x$.

Volendo studiare l'andamento del fenomeno in una serie di individui, si può procedere nel modo seguente:

Si dispongono gli indici sopradetti in classi per modo che essi formino una progressione aritmetica colla *ragione* $= 1$. A questa progressione si applicano i procedimenti indicati nel metodo da me proposto (1) per lo studio quantitativo degli organismi per determinare i varî indici di variabilità, di variazione, di frequenza, ecc. Per tal modo si ottengono dati che servono a mettere in chiaro l'andamento del fenomeno di variazione correlativa di determinati caratteri in una serie di individui, dati che possono servire per confronti con altre serie. L'indice di variabilità delle serie sopradette viene ad esprimere il *campo di variabilità* dell'indice di correlazione e può essere indicato con Ac. Analogamente ac designerà l'indice di variazione, Mc la media, Fc, F$_1c$, F$_2c$ gli indici di frequenza, dc, d_1c gli indici di deviazione, dfc, d_1fc gli indici di deviazione e di frequenza, ic l'indice di isolamento, i_1c l'indice di isolamento e di frequenza, SQc sinossi quantitativa del fenomeno di variazione correlativa per dati caratteri in una serie determinata di individui.

---

(1) *Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di variabilità, di variazione, di frequenza, ecc.*, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. XXXV, 1900.

Non è d'uopo dire che i dati quantitativi che si riferiscono ai caratteri dei quali si vuole studiare la variazione correlativa devono essere paragonabili fra di loro e perciò è necessario siano preventivamente ridotti per mezzo dei coefficienti somatici (1) o con altro procedimento analogo.

Si voglia, ad esempio, studiare la variazione correlativa fra due caratteri A e B di una serie di 5 individui di una specie.

Il carattere A cresce (per fare un caso fra i varî possibili) dal 1° al 5° individuo delle quantità:

$$m,\ n,\ o,\ p.$$

Il carattere B cresce dal 1° al 5° individuo delle quantità:

$$m',\ n',\ o',\ p'.$$

Gli indici di correlazione saranno rispettivamente (per fare un caso qualunque):

$$c = \frac{m}{m'} = x, \quad c = \frac{n}{n'} = x^1, \quad c = \frac{o}{o'} = x^2, \quad c = \frac{p}{p'} = x^3.$$

Si dispongono i valori di x, x^1, x^2, x^3 (*varianti*) in serie riunendoli in *classi* secondo il loro valore progressivamente crescente. Si abbia ad esempio:

$$1^a \text{ classe } \binom{x^2}{x},\ 2^a \text{ classe } (x^3),\ 3^a \text{ classe } (x^1).$$

Di questa serie di *classi* si potranno determinare i valori di Ac, ac, Mc, Fc, F$_1c$, F$_2c$, ecc., come precedentemente è stato detto.

Indice di asimmetria. — Non sono rari, come è noto, i casi di asimmetria fra gli organi omotipici dei due parameri negli animali a simmetria bilaterale o fra gli organi dei varî parameri negli animali a simmetria raggiata. Talvolta queste asimmetrie sono spiccatissime ed entrano a far parte dei caratteri

(1) L. Camerano, *Lo studio quantitativo degli organismi ed il coefficiente somatico,* " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", vol. XXXV, 1900.

diagnostici specifici (Crostacei, Insetti, ecc., ad esempio). È importante di tener conto nello studio generale della variazione anche di questo fenomeno che si presenta, nelle sue cause e nelle sue modalità, non meno oscuro del precedente. L'applicazione del metodo quantitativo statistico al suo studio potrà portare a qualche utile risultamento.

Propongo pel calcolo dell'indice di asimmetria il procedimento seguente:

Dati due organi A, A′ omotipici appartenenti ai due parameri di una serie di individui, se i valori delle varianti che si ottengono dalle loro misure sono eguali fra loro in ciascun individuo della serie è evidente che l'indice di asimmetria sarà eguale a *o*, se invece in nessun individuo della serie le varianti di A e A′ sono eguali fra loro avremo il caso di asimmetria massima o totale nella serie; l'indice di asimmetria sarà eguale ad 1. Tenendo conto infatti del numero degli individui con varianti asimmetriche rispetto al numero totale degli individui della serie stessa e chiamando *as* l'indice di asimmetria, avremo:

$$\frac{\text{individui con varianti asimmetriche } n}{\text{numero totale degli individui } n'} = as$$

se

$$n = n', \quad as = 1.$$

e in ogni caso

$$as = \frac{n}{n'} = x.$$

Gli indici di variabilità, di variazione, di frequenza delle serie di varianti riferentisi ai due organi + A a A′ daranno un'idea del variare dei singoli organi stessi e potranno mettere in evidenza le modalità della variazione, ad esempio degli organi omotipici di destra rispetto a quelli di sinistra e via discorrendo.

Anche le asimmetrie fra organi omodinamici si possono calcolare con analogo procedimento.

Un'osservazione relativa alla riducibilità delle trasformazioni Cremoniane e dei sistemi lineari di curve piane per mezzo di trasformazioni quadratiche.

Nota del Socio CORRADO SEGRE.

Nei lavori, a cui mi dovrò riferire, che trattano i problemi di riduzione per trasformazioni quadratiche, occorre il concetto di composizione d'un punto singolare di una curva piana mediante *punti multipli infinitamente vicini*, quale è stato introdotto specialmente dal sig. Nöther (*). È quindi opportuno che io qui cominci col ricordare con precisione in che cosa esso consista (**).

Si abbia nel piano una curva γ col punto s-plo A. Una trasformazione quadratica generale $\mathcal{T}$ con un punto fondamentale in A muti γ in γ'. Essa farà corrispondere a tutto l'intorno di A su γ gl'intorni su γ' di uno o più punti distinti $A'_1, A'_2, \ldots$: tracce sulla retta fondamentale a', corrispondente ad A, delle rette che la $\mathcal{T}$ fa corrispondere alle diverse tangenti $\tau_1, \tau_2, \ldots$ di γ in A. Indichiamo con $s_1, s_2, \ldots$ le moltiplicità che γ' avrà risp. in $A'_1, A'_2, \ldots$ — Similmente una seconda trasformazione quadratica generale $\mathcal{T}'$ con un punto fondamentale in A'_i muti γ' in γ'', ed il punto A'_i di γ' in uno o più punti distinti A''_{i1}, $A''_{i2}, \ldots$ di γ'' (sulla retta fondamentale a'' che $\mathcal{T}'$ fa corrispondere ad A'_i), multipli risp. secondo $s_{i1}, s_{i2}, \ldots$ — E così si continui, applicando successive trasformazioni quadratiche. — Si dice allora che A è per γ un punto s-plo, al quale sono infinitamente vicini, in diverse direzioni $\tau_1 \tau_2 \ldots$, (costituendo l'intorno di 1° ordine di A su γ), punti colle molteplicità $s_1, s_2, \ldots$; ciascuno

(*) *Ueber die algebraischen Functionen*, Note 2. Göttinger Nachrichten 1871; *Ueber die sing. Werthsysteme einer alg. Function und die sing. Punkte einer alg. Curve.* Math. Ann. 9, 1875-6.

(**) Cfr. anche la mia Memoria *Sulla scomposizione dei punti singolari delle superficie algebriche*, Annali di mat. (2) 25, 1896-7.

di questi, per esempio s_i, avendo poi per punti infinitamente vicini (intorni di 2° ordine di A) dei punti colle moltiplicità s_{i1}, s_{i2}, ...; e ognun di questi, per es° s_{ik}, a sua volta punti colle molteplicità s_{ik1}, s_{ik2}, ... (intorni del 3° ordine di A); e così via. Si conviene pure di dire che i punti indicati con s_i, s_{ik}, s_{ikl}, ... (per dati valori degl'indici) *succedono* al punto A in questo loro ordine, sopra la curva γ; che ognuno è *successivo* al precedente.

Se poi si considera nel piano un'altra curva δ passante per A, si dice che essa contiene anche, oltre a questo, i punti infinitamente vicini di γ indicati con s_i, s_{ik}, ..., se le successive trasformazioni quadratiche $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{T}'$, ... la mutano in curve δ', δ'', ... passanti rispettivamente pel punto A'_i di γ', A''_{ik} di γ'', ...

Ciò premesso, rileviamo questo fatto: che una successione di tre o più punti infinitamente vicini di γ, cioè $s\ s_i\ s_{ik}$ ..., può esser tale che *ogni* curva δ passante per essi ne abbia sempre uno o più come punti multipli; cosicchè per quella successione di punti non passi alcuna curva avente A come punto *semplice*. Così, se nella curva γ' il punto A'_i s_i-plo ha il successivo s_{ik} giacente sulla retta a' (il che significa che il punto A''_{ik} di γ'' è sull'intersezione di a'' colla omologa di a' per $\mathfrak{T}'$), δ' risulta costretta a toccare a' in A'_i, e quindi δ avrà in A almeno un punto doppio. Tre punti successivi $s\ s_i\ s_{ik}$ possono dunque presentare due casi distinti rispetto ai rami (rami completi o cicli) di curva algebrica che li contengono: o per essi passano rami lineari, oppure passan solo rami superlineari (d'ordine ≥ 2). In particolare si ha che nel 1° caso, purchè i tre punti successivi non siano allineati, si posson condurre per essi infinite coniche irriducibili; mentre nel 2° caso per i tre punti non passano coniche irriducibili, e quindi — rileviamolo pel seguito — *essi non si posson prendere come punti base, infinitamente vicini, di una trasformazione quadratica!* (*). — Similmente 4 punti successivi

(*) Si vede pure subito, dalle trasformazioni quadratiche, che i rami di curva passanti pei 3 punti hanno nel 1° caso l'ordine uguale o minore della classe (poichè la $\mathfrak{T}$ li trasforma in rami uscenti da A'_i i quali non toccano a'), e nel 2° caso invece l'ordine maggiore della classe. E d'altra parte è evidente, anche senza ricorrere alle trasformazioni, che se un elemento differenziale di curva determinato da tre punti successivi ha curvatura finita e non nulla (e quindi sta su coniche irriducibili), ogni ramo che lo contiene avrà l'ordine uguale alla classe!

s s_i s_{ik} s_{ikl} possono stare su rami lineari, oppure solo su rami d'ordine ≥ 2, oppure solo su rami di ordine e classe ≥ 2, o infine solo su rami d'ordine ≥ 3: ciò dipende dalle posizioni che i loro omologhi su γ' e γ'' hanno rispetto ad a' e ad a''. — E in generale, prendendo una successione di un numero finito qualunque di punti di γ, si ha da fare una ovvia ma lunga distinzione dei casi che essi posson presentare rispetto alla natura dei rami di curva algebrica che li contengono (*).

Veniamo ora al problema della risoluzione di una trasformazione cremoniana piana in un prodotto di trasformazioni quadratiche. Com'è noto, la possibilità di questa risoluzione fu asserita, quasi nello stesso tempo e indipendentemente l'uno dall'altro, da Clifford (**), Nöther (***) e Rosanes (****). Clifford si limitò ad effettuarla per le trasformazioni d'ordine ≤ 8, con punti fondamentali ordinari in posizione generica. Invece gli altri due scienziati dedussero dalle due relazioni di Cremona tra le moltiplicità dei punti fondamentali di una rete omaloidica il fatto che la somma delle 3 moltiplicità più elevate supera l'ordine della rete. Allora prendendo quei 3 punti come punti base per una trasformazione quadratica, questa muterà la rete in una d'ordine inferiore. Pel caso che la data rete abbia punti fondamentali infinitamente vicini, Rosanes si limitò ad aggiungere (pag. 109) che le trasformazioni quadratiche da adoperare posson essere di quelle che hanno 2 o 3 punti base coincidenti. Nöther invece dedicò a questo caso un altro breve lavoro (*****). Egli osservò che la trasformazione quadratica coi punti base nei 3 punti fondamentali più elevati (j, i_1, i_2) di una rete omaloidica d'ordine n potrebbe mancare, *perchè all'uno di essi fossero infinita-*

(*) Cfr. il n. 6 della mia Mem^a citata.

(**) Nei §§ 68 e seg^i della mem^a di Cayley *On the Rational Transformation between Two Spaces*, Proc. Lond. Math. Soc. III 1869-1871 (= Collect. Math. Papers di Cayley t. 7°). Cfr. anche Clifford, Math. Papers, p. 538.

(***) *Ueber Flächen, welche Schaaren rationaler Curven besitzen*, Math. Ann. 3, 1870-71: v. a pag. 167.

(****) *Ueber diejenigen rationalen Substitutionen, welche eine rationale Umkehrung zulassen*, Crelle 73, 1870-71.

(*****) *Zur Theorie der eindeutigen Ebenentransformationen*, Math. Ann. 5, 1872.

mente vicini gli altri due in ***diverse*** *direzioni.* Sia j la moltiplicità più alta; siano infinitamente vicini a questo punto, in *diverse* direzioni, i punti multipli secondo $i_1\, i_2 \ldots i_m$, ove

$$i_1 \geq i_2 \geq \ldots \geq i_m, \qquad \Sigma i_Q \leq j\,;$$

ed esistano poi dei punti fondamentali h_λ, ove

$$i_2 \geq h_1 \geq h_2 \geq \ldots,$$

i quali posson anche essere infinitamente vicini ai precedenti. Nöther dimostra che in tale ipotesi, se h_1 è successivo per esempio a i_Q, si ha anche $j + i_Q + h_1 > n$; e per conseguenza, applicando, invece della suddetta trasformazione $(j\, i_1\, i_2)$ ora mancante, la trasformazione quadratica avente per punti base $j\, i_Q\, h_1$, si abbasserà ancora l'ordine della rete. *Sarebbe dunque, secondo* Nöther, *possibile in tutti i casi l'abbassamento di quest'ordine mediante* ***una*** *trasformazione quadratica.*

Ora a questo ragionamento si posson muovere due obbiezioni. 1°) Non è soltanto nel caso rilevato e trattato da Nöther che viene a mancare la trasformazione quadratica coi punti base nei 3 punti fondamentali più elevati $j\, i_1\, i_2$ della rete; ma anche quando questi 3 punti, essendo *nella* ***stessa*** *direzione,* cioè su uno stesso ramo di curva, non stanno però su alcun ramo lineare. Sarebbe questo un nuovo caso da esaminare (*). 2°) Pur restando nel caso a cui Nöther si limita, potrebbe accadere che i 3 punti infinitamente vicini $j\, i_Q\, h_1$ ai quali allora si ricorre in sostituzione dei 3 punti di maggior moltiplicità, non stessero a loro volta su alcun ramo lineare di curva, e quindi non potessero servire come punti base di una trasformazione quadratica.

(*) Quantunque Nöther, come gli altri Autori che citerò tosto, dicano sempre esplicitamente che basta limitarsi all'esame del caso che i_1, i_2 siano infinitamente vicine a j in *diverse* direzioni, si potrebbe nei loro calcoli includere anche l'altro caso che ora ho detto: ammettendo che le $i_1\, i_2 \ldots i_m$ significhino tutte le moltiplicità, *distinte od infinitamente vicine,* che da una trasformazione quadratica generale con punto base in j vengono a prodursi sulla retta fondamentale corrispondente a questo punto. — Forse anzi è questo il concetto che avevano in mente il Nöther e qualche altro Autore: sicchè per essi questa 1ª obbiezione non sarebbe sostanziale. *Ma essenziale invece rimane, in ogni modo, la* 2ª.

Effettivamente si posson formare senza difficoltà, in base a queste obbiezioni, delle reti omaloidiche, il cui ordine non si abbassa *con una sola* trasformazione quadratica. Il più semplice esempio è dato dalle cubiche aventi comune una cuspide, con la tangente, e con 8 intersezioni coincidenti. Esso è incluso per $n = 3$ nell'esempio fornito dalla seguente equazione:

$$\lambda(y^{n-1} + \varphi_n) + \mu x y^{n-1} + \nu y^n = 0,$$

in cui φ_n indica una forma d'ordine n di x, y. Qualunque sia n, quest'equazione rappresenta una rete omaloidica — caso particolare di quelle di De Jonquières — di curve d'ordine n aventi comune nell'origine un punto $(n-1)$plo e poi, su rami d'ordine $n-1$ uscenti da questo, $2n-2$ punti semplici successivi. Per queste reti non solo non basta, se $n > 2$, una trasformazione quadratica per abbassarne l'ordine: ma nemmeno basta una trasformazione di un ordine $< n$.

Il procedimento adoperato dal Nöther per la riduzione delle reti omaloidiche con punti fondamentali qualunque fu poi applicato successivamente da varî scienziati per ridurre con trasformazioni quadratiche all'ordine minimo altre specie di sistemi lineari di curve piane. Bertini (*) da una tale estensione del metodo di Nöther dedusse i fasci e talune reti di genere $p = 1$, e certi sistemi tripli $p = 2$. Guccia (**) trattò i sistemi lineari comunque infiniti di curve razionali, e poi anche (***) quelli di curve ellittiche. Martinetti si occupò di questi ultimi (****) e dei sistemi sovrabbondanti di genere 2 (*****). Jung trattò in

(*) *Ricerche sulle trasformazioni univoche involutorie nel piano*, Annali di mat. (2) 8, 1877.

(**) *Generalizzazione di un teorema di Nöther*, Rendic. Circ. mat. Palermo, t. I, 1886.

(***) *Sulla riduzione dei sistemi lineari di curve ellittiche* ecc., Ibid. 1887.

(****) *Sopra i sistemi lineari di curve piane algebriche di genere uno*, Rend. Ist. Lomb. (2) 20, 1887.

(*****) *Sopra alcuni sistemi lineari di curve piane algebriche di genere due*, Rend. Circ. mat. Palermo, t. I, 1887. — Cfr. anche Nöther *Ueber die rationalen Flächen vierter Ordnung*, Math. Ann. 33, 1888-89; ove si cita appunto questo lavoro del Martinetti per le reti sovrabbondanti di genere due che occorrono nella ricerca di quelle superficie.

generale dei sistemi di genere p, con applicazione ai primi valori di p (*). Più recentemente De Franchis determinò i fasci $p=2$ (**), e i sistemi $p=3$ di dimensione >1 (***). Orbene in tutte queste trattazioni, appunto perchè procedono parallelamente a quella di Nöther, vi è luogo alle stesse obbiezioni che ad essa ho fatto: perchè nessuno di quegli Autori ha avvertito che la trasformazione quadratica da essi adoperata potrebbe mancare pel fatto che i tre punti multipli infinitamente vicini, che ne sarebbero i punti base, cioè $j\, i_1\, i_2$, oppure $j\, i_\varrho\, h_1$, pur essendo nella stessa direzione o successivi, non stessero su coniche irriducibili (****).

Agli esempi già addotti di sistemi con $p=0$ se ne possono aggiungere quanti si vogliano, per ogni valore di p. Basti citare ancora le sestiche

$$(x^3+y^2)^2+y(x^3+y^2)\varphi_2+y^2\psi_4=0,$$

ove φ_2 e ψ_4 indicano forme di x, y, di 2° e 4° ordine, a coefficienti indeterminati. Esse costituiscono un sistema lineare del genere 1, avendo in comune un punto quadruplo e 3 punti doppi che son successivi a quello su rami di 2° ordine. *Con una sola* trasformazione quadratica non si può abbassarne l'ordine, mentre secondo i lavori citati relativi a $p=1$ dovrebbe esser possibile.

Si può osservare che in questi esempi l'abbassamento dell'ordine che non si raggiunge *con una* trasformazione quadratica

---

(*) In varî lavori del 1887 e 1888, fra i quali va citato qui specialmente: *Ricerche sui sistemi lineari di curve piane algebriche del genere* p ecc. (Mem. II), Annali di mat. (2) 16, 1888-89.

(**) *Riduzione dei fasci di curve piane di genere* 2, Rend. Circ. mat. Palermo 13, 1898-99. — A questa si può collegare la breve Nota *Sulle reti sovrabbondanti di curve piane di genere* 2, publicata dal De Franchis nel 1899 nel medesimo vol^e, e diretta a completare la determinazione di queste reti fatta dal Martinetti.

(***) *Riduzione dei sistemi lineari* ∞^k *di curve piane di genere* 3, *per* $k>1$. Rend. Palermo 13, 1898-99.

(****) Vedansi nei lavori citati i passi seguenti: Bertini n. 9. — Guccia pag. 148, 151; e poi pag. 175, 177. — Martinetti n. 3 della 1ª Nota; e il n. 2 della 2^a. — Jung pag. 302 e seg. — De Franchis pag. 3, 4, 8, 9; e poi 142, 146, ecc.

si può ottenere invece *con più* trasformazioni quadratiche. Ma non è dimostrato che lo stesso accadrà sempre!

In conclusione:

Non è ancora completamente dimostrato che ogni trasformazione Cremoniana si possa risolvere in un prodotto di trasformazioni quadratiche.

Non è completamente dimostrato che quei sistemi lineari di genere 0, 1, 2, 3, ... *che gli Autori citati vollero determinare si possan tutti ridurre, con trasformazioni quadratiche successive, o con trasformazioni Cremoniane, ai tipi che gli Autori stessi hanno ottenuti* (*).

(*) Nella mia Nota *Sui sistemi lineari di curve piane algebriche di genere* p (Rend. Circ. mat. Palermo, t. 1, 1887) io ho proposto un altro metodo per ottenere i varî tipi di sistemi lineari di dato genere, dal punto di vista delle trasformazioni Cremoniane: ricorrendo cioè alle superficie (dei varî spazî) rappresentate da tali sistemi. Cfr. anche, pel genere uno, la Nota di Del Pezzo *Sulle superficie dell'* n^{mo} *ordine immerse nello* S_n, publicata nello stesso vol^e; e pei sistemi iperellittici Castelnuovo *Sulle superficie algebriche le cui sezioni piane sono curve iperellittiche*, nel t. 4° degli stessi $Rend^i$ (con una mia nota a piè delle pag. 86-88); ecc. — Naturalmente però quel metodo non esaurisce la questione, perchè si applica solo ai sistemi di dimensione > 2.

Contributo allo studio delle Ghiandole emolinfatiche nell'uomo ed in alcuni mammiferi.

Nota degli Studenti EGIDIO MORANDI e PIETRO SISTO.

(Con una Tavola).

In questi ultimi tempi, alcuni osservatori inglesi ed anglo-americani, Gibbs (1), Robertson (2), Clarkson (3-4), Swale Vincent ed Harrison (5), Drummond (6), studiando specialmente nei mammiferi, parlarono di due tipi speciali di linfoglandule, diverse dalle comuni, che avrebbero secondo alcuni una funzione ematopoetica, secondo altri, ematolitica e che chiamarono col nome di ghiandole emali ed emolinfatiche.

Noi ci siamo occupati di questo argomento, sia per istudiare attentamente la struttura di tali formazioni, specialmente nell'uomo, di cui poco o nulla s'erano interessati i menzionati autori, sia per indagarne, col mezzo di opportune ricerche, l'importanza nell'economia animale.

Già fin dallo scorso anno abbiamo comunicato i risultati delle prime indagini, di ordine prettamente anatomico; ora, che anche il lato sperimentale è esaurito, riassumendo brevemente quelle, diremo delle conclusioni cui fummo tratti intorno alla probabile funzione delle ghiandole emolinfatiche. Ma, prima di far ciò, dobbiamo accennare di sfuggita ad altri autori, i quali indirettamente, ossia studiando la funzione splenica in rapporto con l'ematopoesi, s'incontrarono in corpi, che noi non esitiamo, e ne vedremo il perchè, ad identificare con le ghiandole emolinfatiche, ma li interpretarono in modo ben diverso. Vogliamo dire di Tizzoni (7-8-9), Foà (10-11), Griffini (12-13), Eternod (14), che in una serie di lavori pubblicati dal 1881 in poi, descrissero dei noduli splenici nel peritoneo e nel grande omento, interpretandoli, il Tizzoni e l'Eternod, come un prodotto abnorme, dovuto ad un compenso fisiologico per parte dell' organismo, all'insufficienza della funzione splenica, qualunque sia la causa da cui essa derivi; il Griffini, bensì come un prodotto abnorme, ma non necessario compagno di certe lesioni della milza, che

pur la infirmano in modo da renderla insufficiente; il Foà infine, come normali concomitanti della milza sana ed in condizioni perfettamente fisiologiche. Facciamo cenno ancora, e vedremo infine come essi si colleghino col caso nostro, degli studi del Gabbi (15), del Maffucci (16), del Cordua (17), i quali ritennero le comuni linfoglandule, sede di processi ematolitici, avendo osservato nelle più rosse di esse delle cellule globulifere e degli avviati processi eritrocitolitici, il primo in condizioni normali, e gli altri, in seguito ad operate trasfusioni sanguigne.

Le ghiandole emolinfatiche, nell'uomo, si trovano con rigorosa costanza tanto nei giovani che nei vecchi individui, nelle regioni in cui si trovano le comuni linfoglandule da cui macroscopicamente si distinguono, specialmente perchè più piccole e molto arrossate. Le ghiandole emolinfatiche presentano tali variazioni graduali, di aspetto, di dimensioni, di colore, di forma, di struttura, che non ci riuscì, almeno nell'uomo, di darne un'unica descrizione. Per questo, le abbiamo divise in vari gruppi, tra i quali però non esiste un limite ben netto, rappresentando le ghiandole emolinfatiche, per la loro struttura, un graduale passaggio, fra le comuni linfoglandule e la milza.

1° Gruppo (Fig. 1-2).

Una capsula fibrosa involge tutto l'organo, inviando nell'interno delle esili trabecole che dividono la sostanza corticale in tante loggie, di cui alcune contengono i soliti noduli, ed altre, più grandi, sono occupate da tessuto reticolare contenente nelle sue maglie, comuni linfociti, cellule globulifere e pigmentifere, globuli rossi interi e frazionati e granuli di pigmento. Questi vari elementi si trovano pure nel seno periferico sottocapsulare e nei seni midollari. Nella sostanza midollare, non bene delimitata, si notano, oltre ai soliti cordoni, dei vasti seni sanguiferi (Fig. 2) aventi 100-300 μ di diametro, il cui lume è ridotto ad $^1/_3$ od $^1/_4$ da una spessa parete di tessuto adenoide, limitata verso il lume del vaso, da endotelio.

2° Gruppo (Fig. 3).

I corpi appartenenti a questo gruppo, sono assai simili a quelli precedentemente descritti, ma ne differiscono per la presenza di fibre muscolari liscie nella capsula e perchè i noduli corticali foggiati tutti su uno stesso tipo, assai numerosi e piccoli, possono, spostandosi col seno che li circonda verso la capsula, determinare in essa la formazione di nicchie cui corrispondono all'esterno dei rilievi mammellonati avvertibili all' esame macroscopico esterno.

3° Gruppo.

Simili ai precedenti, questi corpi posseggono nel loro interno delle cellule adipose, isolate o riunite in gruppi.

4° Gruppo (Fig. 4).

Manca ogni traccia di separazione fra le due sostanze, corticale e midollare, il seno periferico è molto ampio (150-200 μ di larghezza), e contiene, in mezzo al solito reticolo, globuli rossi, bianchi, cellule globulifere e pigmentifere. Scarse e poco delimitate, le formazioni nodulari, immerse nel parenchima, non sporgono verso la capsula.

5° Gruppo (Fig. 5).

Vi appartengono quelle forme che per la superficie liscia e lucente, pel colore intensamente rosso, e per la poca loro consistenza, si distinguono più facilmente dalle comuni linfoglandule.

La capsula vi è fatta quasi esclusivamente da fibrocellule muscolari che s'insinuano riunite a cordoni in mezzo al parenchima; il seno periferico, molto vasto, è ripieno di sangue, con cellule globulifere e pigmentifere; il parenchima contenente pure delle cellule fagocitanti, è ridotto ad un accumulo di tessuto linfoide, solcato da vasti seni sanguiferi comunicanti fra di loro e col seno periferico, e limitati dal solo endotelio.

6° Gruppo (Fig. 6).

La capsula contiene molte fibrocellule muscolari che penetrano nel parenchima. Non esiste separazione fra le due sostanze

e manca un seno periferico. La sostanza propria formata da tessuto linfoide con globuli rossi e cellule fagocitanti, è qua e là interrotta da piccoli ammassi, costituiti da linfociti giovani alla periferia e da cellule globulifere e pigmentifere al centro.

Nel cane, le ghiandole emolinfatiche si trovano pure, numerose e costanti, nelle stesse regioni in cui si trovano le comuni linfoglandule. Si presentano molto arrossate, oppure gialle, screziate, ecc. La loro struttura, pur presentando molteplici variazioni, si può comprendere in una sola descrizione.

La capsula che avvolge l'organo è formata da fibre connettive ed elastiche, alle volte, anche da fibrocellule muscolari in mezzo alle quali stanno degli spazi pieni di sangue e numerosi linfociti. Sotto alla capsula vi è un seno periferico, attraversato da trabecole che si distaccano dalla capsula, da un fine reticolo di cellule applicate su fibre connettive, e da cordoni di fibre muscolari liscie, che solcano tutto l'organo. La sostanza propria consta di cordoni di tessuto adenoide variamente intrecciati in modo da formare una rete a larghe maglie. Alle volte verso la periferia della ghiandola, compaiono dei noduli, veri centri germinativi formati da tessuto linfoide molto compatto, tutto attorno al nodulo stesso. Nelle maglie, come nel seno periferico, stanno dei leucociti, dei globuli rossi interi o frammentati, delle cellule globulifere e pigmentifere, dei granuli di pigmento (Fig. 7-8).

Poco ne differisce la struttura della ghiandola emolinfatica nel coniglio.

Non è dubbio che nelle ghiandole emolinfatiche, come nelle comuni linfoglandule, si svolga un processo di formazione di globuli bianchi, esplicato dai centri germinativi; ma la presenza di cellule globulifere e pigmentifere induce ad assegnare loro anche una funzione ematolitica.

Per provare questa ipotesi, il chiariss. prof. Fusari ci consigliò di ricorrere a mezzi che avessero il potere di esagerare la funzione di questi corpi, come all'esportazione della milza ed alla somministrazione di sostanze ematolitiche.

Noi abbiamo operata la splenectomia su nove cani che sacrificammo poi da 28 a 67 giorni dall'eseguita operazione, e ad uno di essi somministrammo per giunta, in varie riprese, parecchi grammi di acido pirogallico, per via sottocutanea.

All'autopsia abbiamo sempre potuto osservare che le ghiandole emolinfatiche, pur non essendo in numero maggiore del normale, erano notevolmente accresciute in dimensioni ed intensamente colorate, mentre le comuni linfoglandule presentavano delle screziature gialle specialmente verso l'ilo.

All'esame microscopico, specialmente in quelle tolte dal cane avvelenato con acido pirogallico, abbiamo trovato i seni, sia periferici che centrali, enormemente dilatati e riempiti di una gran quantità di cellule globulifere e pigmentifere e di globuli rossi interi e frazionati, e la sostanza propria ridotta a piccoli accumuli di linfociti, immersi nei seni.

Le comuni linfoglandule presentavano i seni gremiti di pigmento probabilmente trasportato per mezzo dei vasi linfatici dalle vicine ghiandole emolinfatiche.

A nostro avviso i cosidetti noduli splenici del Tizzoni, del Griffini, dell'Eternod, che già il Foà aveva dimostrato come prodotti normali, corrispondono alle ghiandole emolinfatiche, sia per la loro disposizione topografica che per l'aspetto macro e microscopico che essi presentano.

Parimenti noi crediamo ghiandole emolinfatiche quelle descritte dal Gabbi come comuni linfoglandule provvedute di cellule globulifere e così ancora quelle ghiandole descritte dal Cordua e dal Maffucci e che in seguito alla trasfusione palesavano un processo ematolitico.

CONCLUSIONI

Noi crediamo che le ghiandole emolinfatiche provvedano, oltre che alla formazione di globuli bianchi, anche alla distruzione dei globuli rossi, e questo per parecchie ragioni:

1° Per la presenza in esse di cellule globulifere e pigmentifere;

2° Per la grande quantità in cui compaiono questi elementi nei casi in cui manca la milza che normalmente presiede alla distruzione dei globuli rossi;

3° Per l'esagerarsi delle condizioni descritte, in seguito ad una grave alterazione dei globuli rossi prodotta da sostanze ematolitiche.

Istituto di Anatomia umana normale
diretto dal prof. R. Fusari.

INDICAZIONI BIBLIOGRAFICHE

1. Heneage Gibbs, " Quart. Journal of Micros. Science „, 1884, vol. XXIV.
2. W. F. Robertson, " Lancet „, 29 novembre 1890.
3. Clarkson, " British Medical Journal „, 25 July 1891.
4. Id., " A Text-book of Histology „, 1896.
5. Swale Vincent and Spencer Harrison, " Journal of Anatomy and Physiology „, January, 1897.
6. W. B. Drummond, " Journal of Anat. and Physiology „, January, 1900.
7. G. Tizzoni, *Sulla riproduzione della milza*, " Memorie della R. Accademia dei Lincei „, 1881.
8. Id., *Sulle milze accessorie e sulla neoformazione della milza per processi patologici della milza primaria*, " Memorie della R. Accademia dei Lincei „, 1882.
9. Id., *Nuove ricerche sulla riproduzione totale della milza. Contribuzione sperimentale allo studio della funzione ematopoetica del tessuto connettivo*, " Memorie della Reale Accademia dei Lincei „, 1883.
10. P. Foà, *Sulla cosidetta riproduzione della milza*, " Società di Medicina e Chirurgia di Modena „, 1881.
11. Id., *Contribuzione allo studio della fisiopatologia della milza*, " Lo Sperimentale „, 1883.
12. L. Griffini, *Sulla riproduzione parziale della milza*, " Archivio per le Scienze mediche „, vol. VI, fasc. 3, 1882.
13. Id., *Contribuzione allo studio dello sviluppo dei nodi di milza nell'omento*, " Archivio per le Scienze mediche „, vol. VII, 1884.
14. A. Eternod, *Sur un cas de régénération de la rate à la suite de l'extirpation totale, chez le renard*, " Rev. méd. de la Suisse Romande „, 1885.
15. U. Gabbi, *Le cellule globulifere nei ganglii linfatici*, " Lo Sperimentale „, anno XL, tomo LVIII, 1886.
16. Maffucci, Vedi U. Gabbi, l. cit.
17. Cordua, *Ueber die Resorptions-Mechanismus von Blutergüssen*. Berlin, 1877.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

c = capsula *s* = seno periferico *s-m* = seno midollare *p* = parenchima *v* = seni sanguiferi *g* = guaina adenoide.

Fig. 1. — Sezione di una ghiandola emolinfatica mesenterica d'uomo d'anni 24 - Sostanza corticale - 1° gruppo.

Fig. 2. — Sezione di una ghiandola emolinfatica mesenterica d'uomo d'anni 24 - Seno sanguifero colle tonache ridotte all'endotelio e ad una guaina adenoide - 1° gruppo.

Fig. 3. — Sezione di una ghiandola emolinfatica mesenterica d'uomo d'anni 24 - Seno periferico - 2° gruppo.

Fig. 4. — Sezione di una ghiandola emolinfatica cervicale d'uomo d'anni 21 - Seno periferico - 4° gruppo.

Fig. 5. — Sezione di una ghiandola emolinfatica cervicale d'uomo d'anni 75 - Seno periferico - 5° gruppo.

Fig. 6. — Sezione di una ghiandola emolinfatica post-pancreatica di bambino d'anni 4 - 6° gruppo.

Fig. 7-8. — Sezioni di ghiandole emolinfatiche mesenteriche di cane sacrificato 45 giorni dopo la splenectomia e dopo abbondanti iniezioni di acido pirogallico.

L'Accademico Segretario
ANDREA NACCARI.

Fig. 1

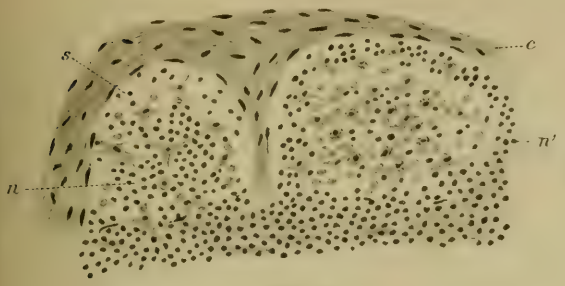


Fig. 2

Fig. 3

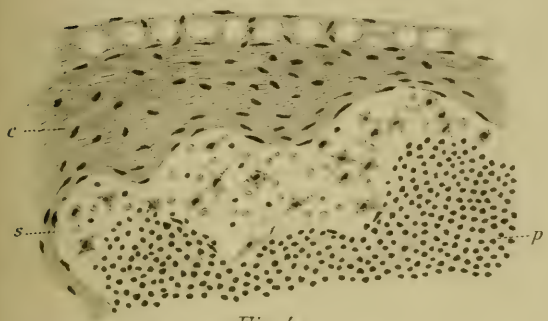


Fig. 4

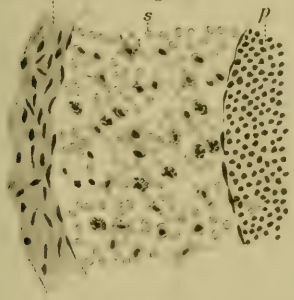


Fig. 5

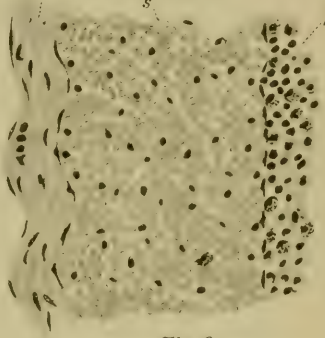


Fig. 6

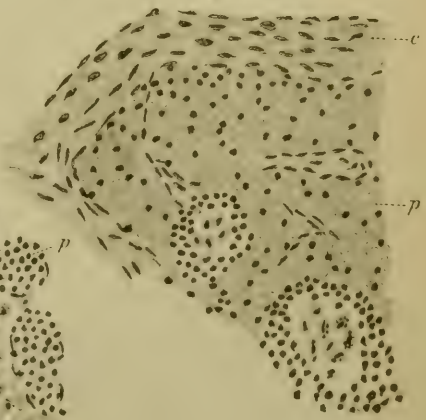


Fig. 7

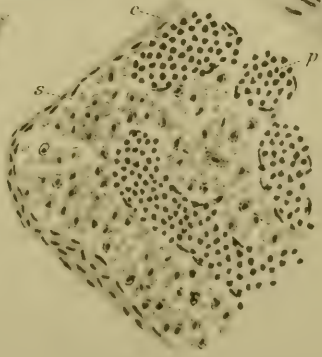
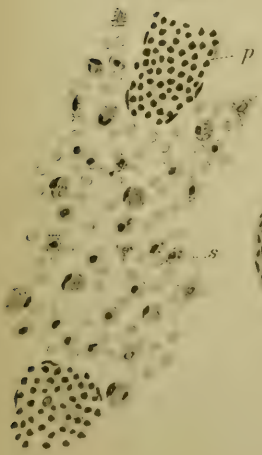


Fig. 8



E. Morandi dis.

Lit. Salussolia, Torino

CLASSI UNITE

Adunanza del 31 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: Salvadori, Berruti, D'Ovidio, Naccari, Mosso, Camerano, Segre, Jadanza, Foà, Fileti, Parona (Il Socio Guareschi, scusa la propria assenza);

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Peyron, Vice Presidente dell'Accademia, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Carle, Graf, Cipolla, Brusa, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi Unite, 3 marzo 1901.

Il Presidente comunica:

1°, che con R. Decreto del 10 marzo 1901 fu approvata la elezione del Socio Peyron alla carica triennale di Vice Presidente dell'Accademia;

2°, che con telegramma del 29 marzo u. s. l'Accademia si associò alle onoranze tributate il 30 marzo al suo Socio non residente prof. Graziadio Isaia Ascoli, pel quarantesimo anno di insegnamento;

3°, che il Senatore Messedaglia, Presidente dell'Accademia Reale dei Lincei, ha invitato a rappresentare l'Accademia

stessa alle onoranze che si renderanno a Vincenzo Gioberti il Presidente Cossa ed i Soci Carle e Carutti, ai quali prega si uniscano gli altri Soci dei Lincei che si trovano a Torino. Il Presidente rinnova anche per conto proprio questa preghiera ed invia al Senatore Messedaglia una lettera di ringraziamento.

Togliendo occasione da ciò, il Socio Carle propone che l'Accademia nostra aderisca solennemente alle onoranze con cui si celebrerà il centenario di Vincenzo Gioberti, e la sua proposta è accolta dal voto unanime dei presenti.

È letta dal Socio D'Ovidio la relazione della prima Giunta per il XII premio Bressa (quadriennio 1897-1900) da conferirsi a soli Italiani.

La relazione è approvata.

Si passa quindi all'elezione del Socio Tesoriere e riesce eletto, salvo l'approvazione Sovrana, il Socio Jadanza.

Si procede alla nomina della 2ª Giunta per il premio Bressa anzidetto e vengono nominati dalla Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali i Soci: Camerano, D'Ovidio, Naccari, Mosso, Segre, e dalla Classe di scienze morali, storiche e filologiche i Soci: Cipolla, Ferrero, Carle, Pezzi, Graf.

Gli Accademici Segretari
Andrea Naccari
Rodolfo Renier.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 31 Marzo 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. BERNARDINO PEYRON

VICE PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socii: Bollati di Saint-Pierre, Pezzi, Ferrero, Carle, Graf, Cipolla, Brusa, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'antecedente adunanza, 17 marzo 1901.

Il Socio Pezzi fa omaggio, a nome del Direttore, del 2° vol. degli *Studi glottologici italiani,* diretti dal marchese Giacomo De Gregorio, Torino, Loescher, 1901, accompagnandone la presentazione con le seguenti parole:

Giusta il desiderio molto cortesemente manifestatomi dal march. dott. Giacomo de Gregorio, io sono lieto di presentare alla Classe il secondo volume degli *Studi glottologici italiani* da lui diretti. Giacomo de Gregorio è da parecchi anni favorevolmente noto ai cultori della scienza del linguaggio in particolar modo per i suoi *Cenni di glottologia bantu* (*sud-africana* — Torino, 1882) e per varî lavori notevoli intorno a dialetti della sua Sicilia: egl'insegna storia comparata delle lingue classiche e neolatine nella R. Università di Palermo. Fra gli scritti pubblicati nell'erudito ed elegante volume meritano di venire notate in ispecialissima guisa le *Osservazioni glottologiche* del Direttore *sulla struttura della lingua evé* (*ewe, ephe, epʿe* — pp. 129-223), la principale delle lingue parlate nella regione del Togo nella

Guinea superiore. Anche dopo le trattazioni fatte da G. B. Schlegel, da Ern. Henrici e da Rod. Prietze (1), non potranno ad alcun glottologo parere prive di valore notizie come queste forniteci, per usare le parole del de Gregorio, *in base a proprie raccolte dal vivo*, avendo questo cultore di lingue africane tratto profitto, con molta cura, da una carovana di circa 60 indigeni del Togo fermatasi a Palermo nel febbraio e nel marzo dell'anno 1899, soprattutto poi dal capo di essi, abbastanza pratico d'inglese per poter venire utilmente interrogato. Descritti i suoni dell'evé, l'A. viene alla formazione delle parole e mette in rilievo la grande importanza che in tale idioma spetta alla composizione: essa è ciò che " spiega tutto ", perchè vi si possono ridurre " le formazioni per via dei così detti prefissi, e per via dei così detti suffissi " (pp. 157 e 175). La povertà di forme grammaticali è qui assai maggiore che in qualsiasi delle più povere lingue flessive. " Si può ben dire, che i verbi non hanno che unico tempo e modo, oltre l'infinito che è del resto identico ai sostantivi verbali. Per i numeri, generi e casi dei nomi non vi sono che dei ripieghi, o dei mezzi estrinseci ". Più che vera forma v'ha qui pertanto apparenza di forma: siamo lungi anche da quella netta distinzione fra le varie parti del discorso alla quale le nostre lingue sì potentemente ci resero avvezzi (p. 179). Nell'evé ci si presenta un linguaggio paragonabile a quegli organismi elementari il cui studio è allo scienziato necessaria preparazione a quello d'organismi superiori. Il lavoro del de Gregorio ha termine con un *Piccolo saggio di costrutti* (pp. 210-7) e con alcune *Giunte al Glossario tedesco-evé di Henrici* (pp. 218-23). Intorno alle relazioni fra l'evé e le lingue bantu l'A., dopo uno studio comparativo degli elementi formativi del nome, si mostra indotto a reputare innegabile che l'evé " possa ascriversi fra le lingue che Torrend designa per semi-bantu ", senza determinare il grado preciso di affinità (pp. 178-9). Per quanto poi concerne il verbo, " qui non si può menomamente stabilire qualche analogia " (p. 206).

Degli altri scritti contenuti in questo volume sono dolente di potere soltanto qui ricordare il nuovo lavoro del de Gregorio

---

(1) V. anche Feder. Müller, *Grundr. der sprachwiss.*, I, II, pp. 126-34.

sulla *varietà d'origine dei dialetti gallo-italici di Sicilia* (pp. 247-301), continuazione di ricerche ben note ai cultori della dialettologia italiana (1), e le numerose notizie comparative raccolte dal La Terza intorno al *Trattamento della vocale radicale nel tema del perfetto greco* (pp. 1-91). La pubblicazione dei due volumi degli *Studi* ..... diretti dal de Gregorio, dopo quella di non pochi scritti italiani d'argomento glottologico di varia estensione, ed in particolarissima guisa dopo quella degli splendidi volumi dello *Archivio* ..... diretto dall'Ascoli, è segno d'una perseverante attività intellettuale cui l'Accademia nostra non può non far plauso, con gioia e fiducia nell'avvenire della scienza italiana.

Il Socio Carle presenta con elogi un opuscolo di Pasquale Del Giudice, *Gli Statuti inediti del Cilento,* Napoli, 1901. Egli fa pure dono all'Accademia dei seguenti suoi scritti:

1°, *La filosofia del diritto nello Stato moderno,* Roma, 1901;

2°, *La critica nella filosofia del diritto,* Torino, 1901;

3°, *Il comparire della sociologia e la filosofia del diritto,* Roma, 1901;

4°, *La sociologia e la filosofia del diritto,* Torino, 1901;

5°, *Il compito odierno della filosofia del diritto,* Roma, 1901.

Il Socio Savio parla con lode di un breve, ma diligente lavoro di Ambrogio Pesce intitolato: *Di Antonio Maineri governatore della Corsica, per l'ufficio di S. Giorgio (1457-1458),* Spezia, 1901, ch'egli offre in dono all'Accademia. Nota che con questo scritto il Pesce ha rettificato parecchi errori ed è riuscito a provare con documenti il vero nome di Antonio Maineri (non Mainetto) ed il tempo preciso del suo governo, dal maggio 1457 al maggio 1458.

Il Segretario segnala tra le pubblicazioni pervenute in dono i volumi 15°, 16° e 17° e Allegati grafici dell'opera *Campagne del Principe Eugenio di Savoia,* Torino, 1900, dono di S. M. il Re d'Italia.

---

(1) V. anche il primo volume degli *Studi* ....., pp. 1-202.

Il Socio Carle legge per l'inserzione negli *Atti* alcune *Lettere inedite di Vincenzo Gioberti* (1).

Il Socio Savio presenta pure per gli *Atti* un suo scritto col titolo: *Pietro suddiacono napoletano agiografo del secolo X.*

Raccoltasi la Classe in seduta privata, procede all'elezione del suo Direttore e riesce eletto per un triennio il Socio Ermanno Ferrero, salvo l'approvazione Sovrana.

---

(1) In un prossimo fascicolo saranno inserite le *Lettere inedite di Vincenzo Gioberti*, pubblicate dal Socio Giuseppe Carle.

LETTURE

Pietro suddiacono napoletano agiografo del secolo X.

Nota del Socio FEDELE SAVIO.

È fuor di dubbio che a Napoli nei secoli IX e X vi furono varî scrittori, che si occuparono nel comporre o tradurre vite o leggende di Santi.

Uno di essi fu il vescovo napoletano Atanasio II, che resse quella chiesa dal marzo dell'876 all'agosto del 902. Egli tradusse dal greco gli atti di S. Areta (1).

Sotto di lui visse un Paolo diacono, che tradusse la vita di S. Maria egiziaca e la dedicò *gloriosissimo ac praestantissimo regi Carolo*, ossia a Carlo il Calvo verso l'875, oppure a Carlo il Grosso nell'881.

Celebre per scritti agiografici e storici si rese pure in quel medesimo tempo un Giovanni, diacono della chiesa di S. Gennaro. Contando egli l'età di 25 anni scrisse e dedicò ad Atanasio II non ancora vescovo (quindi prima dell'876) l'elogio storico di S. Niccolò di Mira. Poscia, per ordine del suddetto vescovo, tradusse dal greco gli atti di S. Febronia vergine, gli atti di S. Pietro vescovo di Alessandria, e quelli di S. Eustrazio e compagni martiri.

Oltre alle dette opere agiografiche, scrisse ancora le Vite dei vescovi napoletani, cominciando dal 763 e continuando sino alla morte di Atanasio I. Quando attendeva alla compilazione di queste Vite, fonte assai preziosa per la storia napoletana, era ancora in buona età.

Più tardi, cioè dopo il 902, scrisse la storia del martirio di S. Procopio di Taormina, il racconto della traslazione di San Sosio e quello della traslazione di S. Severino (2).

---

(1) *Acta SS.*, tomo X d'ottobre, 761-762; Parascandolo, *Memorie storico-critiche-diplomatiche della Chiesa di Napoli*, Napoli, 1847-51, vol. II, p. 159.

(2) Parascandolo, II, 169.

Non molto dopo di lui s'incontrano a Napoli, non più un solo, ma parecchi membri del clero, i quali attesero a comporre, a correggere o a tradurre vite di Santi. Tali furono un prete Orso, che tradusse la vita di S. Basilio, un suddiacono Bonito, che scrisse la vita di S. Teodoro, l'autore ignoto della vita di S. Atanasio I (1), ed il Pietro suddiacono, del quale mi propongo ora di ragionare.

A questi forse si deve aggiungere un certo Alberico, che ritoccò la vita di S. Aspreno ponendovi la dedica: *Sanctissimo ac reverendissimo Patri Petro Albericus filialis obsequii famulatum* (2). Ma non vi sono argomenti affermativi così forti come per gli altri. Molto meno posso dire se vivesse allora un certo

---

(1) Quanto all'autore della vita di S. Atanasio I, che il Caracciolo, il Chioccarello, l'Ughelli e i Bollandisti collocarono al secolo IX, ed il Waitz, *Script. Rer. Langob.*, 401, afferma non inferiore al secolo X, il Parascandolo vorrebbe trasportarlo alla fine del secolo XI od al principio del XII, perchè indica i lebbrosi col nome di Lazzari. Ora, dice egli, questo nome non si diede ai lebbrosi che dopo le Crociate. Ma il Parascandolo è incorso in una svista. L'autore della vita non indica col nome di Lazzari i lebbrosi, ma i poveri, come si vede chiaramente dalle sue parole. Dopo aver detto della ricchezza di Napoli, dove i cittadini e gli ospiti non vanno cercando il necessario col girar da una casa all'altra, ma lo trovano nelle proprie case, soggiunge: *et iuxta praeceptum Dominicum, praedictae urbis accolae potius Lazaros quaeritant et exhibent largius quibus indigent, quam inopes affluentum inquirunt opes. Civitas haec civitas misericordiae est;* Parascandolo, II, 235. Forse dall'uso di chiamar Lazzari i poveri, è venuta la parola *lazzarone.* — B. Croce in un articolo sui *Lazzari* nel tomo XIV dell' " Archivio per lo studio delle tradizioni popolari ", Palermo-Torino, Clausen, 1895, pagg. 187-201, dice che la prima volta in cui s'incontra scritto il nome di *Lazzari* fu nella rivoluzione napoletana di Masaniello. Ma appunto allora Francesco Capecelatro nel suo Diario faceva il nome Lazzaro sinonimo di povero; vol. II, pag. 203 e vol. III, pag. 273. Che se ora si aggiunga il testo riferito della vita atanasiana, si vedrà forse che si tratta d'un vocabolo da parecchi secoli indigeno dell'Italia, e non punto proveniente dalla Spagna, come inclinerebbe a credere il Croce.

Ancora una correzione. L'Ughelli, VI, 36, con altri, afferma che l'autore della vita di S. Severo fu un anonimo vivente verso l'anno 800, mentre nei versi riportati ivi, pag. 42, questi si chiama col suo nome di Giovanni arciprete. Nella sua narrazione poi, trovasi un fatto posteriore alla coronazione di Enrico III nel 1046; onde risulta ch'egli visse almeno dopo il 1046.

(2) Ughelli, VI, 19.

Leo presbiter servus SS. Nicandri et Marciani, cioè cappellano del monastero femminile dei SS. Nicandro e Marciano, che scrisse la vita di S. Patricia vergine (1).

Parecchie sono le leggende che furono o composte, o ritoccate, o tradotte da uno scrittore, che ora si chiama Pietro suddiacono partenopense, ora Pietro levita, ora semplicemente Pietro.

In quella di S. Giuliana vergine e martire, dedicata a Pietro vescovo di Napoli, si dice che le reliquie della Santa dimoravano ancora a Cuma. Da questa circostanza dedussero i Bollandisti e il Parascandolo che il suddetto vescovo Pietro, contemporaneo dell'agiografo, non fosse Pietro II, il quale fu vescovo dopo la traslazione delle reliquie da Cuma a Napoli, avvenuta nel 1207, ma Pietro I vivente negli anni 1094 e 1100. In questo tempo perciò sarebbe vissuto l'agiografo Pietro suddiacono.

Al contrario altre leggende, composte anch'esse da un suddiacono Pietro, parvero al Parascandolo e ad altri scrittori napoletani indicare un tempo assai più antico, ed in particolare l'anno 960 incirca. Onde egli distinse due agiografi, entrambi dello stesso nome Pietro, ed entrambi suddiaconi, uno cioè verso il 960 e l'altro verso il 1094. Al primo attribuì il racconto dei miracoli di S. Agrippino vescovo, il racconto dei miracoli di S. Agnello abate, la vita dei SS. Ciro e Giovanni, e la continuazione delle Vite dei vescovi napoletani di Giovanni diacono. Al secondo le vite di S. Giuliana vergine e martire, di S. Massimo, di S. Cristoforo, di S. Giorgio, dei SS. Quirico e Giulitta e dei SS. 4 Coronati (2).

Che l' autore dei miracoli di S. Agrippino vivesse verso l'anno 960 non si può in nessun modo dubitare, poichè poco prima di narrare l' assalto che i Saraceni diedero a Napoli nel 958 egli protesta di voler raccontare *ea quae nostris temporibus gesta sunt.*

Quanto ai miracoli di S. Agnello, sebbene nel racconto non apparisca il nome dell'autore, il Mazocchi, dopo fattone un diligente e minuto riscontro coi miracoli di S. Agrippino, ne conchiuse che il medesimo Pietro, il quale scrisse questa storia, scrisse pure quella di S. Agnello, tanta è la rassomiglianza di

(1) *Acta SS.*, tomo V d'agosto, pag. 215.
(2) Parascandolo, III, 33.

stile e di lingua che si scorge tra le due scritture (1). La stessa osservazione fece pure il Parascandolo (2).

Questo giudizio dei due scrittori è ora confermato da un *Carmen Petri subdiaconi*, che segue i miracoli di S. Agnello nel codice IX, C. 33 della biblioteca nazionale di Napoli. Nel carme, che fu pubblicato la prima volta dal Capasso (3), Pietro si manifesta autore del precedente racconto, ch'egli offre a G. C. ed alla sua santissima Madre a nome di un vescovo Stefano, chiamato da lui

Stephanus insignis Domini mitisque sacerdos.

Qui il Capasso suppose indicato Stefano vescovo di Napoli dal 902 al 907. Ma non sembra probabile che il suddiacono Pietro, il quale verso il 960 scriveva i miracoli di S. Agrippino, avesse già narrati i miracoli di S. Agnello tra il 902 ed il 907. Credo piuttosto che si tratti d'un altro vescovo Stefano, del quale parlerò più avanti. Per questa stessa ragione non parmi che il nostro agiografo si possa identificare con un Pietro suddiacono, il quale assistette alla traslazione di S. Sosio nel 910.

Riguardo alla vita dei SS. Ciro e Giovanni non sembra meno certo ch'essa pure sia stata composta da Pietro suddiacono vivente verso il 960. Nel prologo l'autore dice d'essersi indotto a scrivere pregatone da Gregorio, luogotenente di Napoli e figlio di Giovanni duca e console; " *precationis voto Gregorii Parthenopensis Lociservatoris, Johannis ducis atque consulis filii* „ (4).

Il Parascandolo, il Capasso e lo Schipa in questo Gregorio giustamente ravvisarono quel medesimo Gregorio, del quale fanno menzione il suddiacono Bonito ed il prete Orso, entrambi i quali

---

(1) *De SS. Neapolitanae ecclesiae episcoporum cultu*, Napoli, 1753, pag. 332.

(2) Op. cit., II, 179.

(3) *Monum. Neapol. Ducatus, Cronache*, I, 22.

(4) Mai, *Spicileg. Rom.*, IV, 268. Il Mai trasse questa vita dal codice vaticano 6075, del quale il ch.mo dott. Mercati gentilmente mi trasmise la seguente informazione: " È una copia eseguita nel 1601 *ex antiquissimo codice manuscripto, quod in monasterio monialium S. Ceciliae Transtiberim asservatur, summa fide atque diligentia*, anche dove c'erano degli errori, come attesta in fine, fol. 208 *v*, *P. Card. Sfondratus manu propria.* Dove sia attualmente l'archetipo non so „.

furono da lui esortati a scrivere il primo la vita di S. Teodoro ed il secondo la vita di S. Basilio. Da Bonito Gregorio è detto *Parthenopensis lociservator, qui videlicet nepos ac proles, frater ac patruus extat Parthenopensium Ducum* (1), e quasi con gli stessi termini lo saluta il prete Orso (2). Il Mazocchi, esaminando i titoli suddetti dati da Bonito, aveva già scorto trattarsi qui di quel medesimo Gregorio, che appunto in un diploma del 939, o del 935, come inclina a credere lo Schipa (3), è chiamato *Lociservator* (4), ossia, come egli spiega, luogotenente (o vicario) del duca di Napoli. In questo medesimo diploma è detto zio del duca Giovanni III. Quindi a lui, come osservarono pure il Parascandolo ed il Capasso, convengono in effetto tutti i titoli datigli da Pietro suddiacono e da Bonito, poichè egli era nipote del duca Gregorio IV, figlio del duca Giovanni II (915-919), fratello del duca Marino II (919-928), zio del duca Giovanni III (928-968) e prozio del duca Marino II (968-977), il quale fanciullo ancora fu assunto dal padre alla dignità ducale prima del 944 (5). Egli è ancora nominato in un atto del 955 (6).

Il Mazocchi per stabilire la sua asserzione aveva combattuta l'ipotesi che *Gregorius Parthenopensis lociservator* e figlio del duca Giovanni fosse quel Gregorio che fu arcivescovo di Napoli nel 1116. Tale ipotesi, che tra gli altri era stata accolta dai Bollandisti (7), venne pure seguìta dal Mai (8) che sembra non aver conosciuto quanto ne aveva scritto il Mazocchi e, sull'autorità del Mai, dal De Rossi (9) e dagli editori della *Bibliotheca Casinensis* (10), per tacere del Parascandolo e di altri. Come prova

---

(1) *Bibliotheca Casinensis*, III, *Floril.*, pag. 205.

(2) *Acta SS.*, tomo 2° di febbr., pag. 30.

(3) " Archivio storico per le prov. napol. „, vol. 18 (1893), pag. 266.

(4) Il diploma o *Capitularium* fu pubblicato dal Muratori in *R. I. S.*, II, 1, pag. 341 e poi dal Capasso, *Monumenta Neapol. Ducatus*, *Diplomata*, pag. 144.

(5) Schipa, loc. cit., pag. 265.

(6) Mazocchi, *De SS. Neapol. ecclesiae episcop. cultu*, pag. 389; Capasso, *Monum. Neap. Ducatus*, *Cronache*, pag. 111.

(7) *Vita di S. Teodoro*, tomo 2°, febbraio, pag. 25.

(8) *Spicilegium Rom.*, IV, pag. x e 283.

(9) " Bullettino d'Archeol. cristiana „, 1879, pag. 66.

(10) III, 290.

il Mazocchi, il titolo di *Parthenopensis servator* era titolo di dignità civile, e nulla ha di comune colla dignità arcivescovile.

Neppure si può congetturare che Gregorio prima fosse stato *Lociservator* e poi verso il 1116 diventasse arcivescovo, poichè sapendosi che Gregorio, lodato dall'agiografo Pietro, era figlio di un duca Giovanni, egli dovrebbe dirsi figlio o di Giovanni V, che governò Napoli dal 1036 incirca al 1053, oppure di Giovanni VI che fu duca dal 1107 al 1108. Ma quest'ultimo bisogna subito escluderlo, perchè egli fu padre di Sergio VII ultimo duca di Napoli. Se noi supponessimo Gregorio figlio di Giovanni VI e quindi fratello dell'ultimo duca, egli non avrebbe più avuto la qualità di *patruus* dei duchi di Napoli (1).

Neppure si può accettare la supposizione ch'egli fosse figlio di Giovanni V. Tralascio l'inverosimiglianza della sua elezione ad arcivescovo nel 1116 quando già avrebbe contato almeno presso a sessant'anni d'età; poichè sarebbe nato prima del 1053. Ma specialmente mi fondo sopra ciò che i documenti, non tanto rari, della seconda metà del secolo XI, sotto i duchi Sergio V, Sergio VI e Giovanni VI, non fanno mai nessuna menzione di un tal personaggio della famiglia ducale, il quale a giudicare dal titolo di *Lociservator* e dalle lodi dategli dai suoi contemporanei, dovette esercitare non poca influenza nella vita pubblica del ducato. Aggiungasi infine ciò che nota lo Schipa, ed è confermato dai documenti, che dopo il secolo X non si trova più menzione della dignità di *Lociservator Parthenopensis* (2), ossia, come s'è detto, di vicario e luogotenente del duca in Napoli, e non rimarrà più dubbio che Gregorio *Parthenopensis Lociservator*, figlio del duca e console Giovanni, figlio, fratello, nipote e zio di duchi napoletani, fu veramente quel Gregorio, che viveva

---

(1) In una carta del 1092 (*Monum. Neap. Ducat.*, *Regesta*, n. 553), è nominato *Gregorio magnifico viro filio q. Johannis militis*. Ma oltrechè *Johannis militis* è ben diverso da *Johannis ducis et consulis*, sembra che qui si tratti di un Gregorio contemporaneo di Macario, il quale era stato abate o *egumeno* dei SS. Sergio e Bacco nel 921; vedi ivi carta 9.

(2) " Archivio Storico per le prov. napol. „, vol. 18 (1893), pag. 627. Nel secolo X si trova pure il nome *Lociservator* dato a persone private. Per esempio in una carta del 937 si nomina *haereditatem seu substantiam q. d. Leoni Comobsequii*. Vedi *Monum. Neap. Ducatus, Diplom.*, pag. 41.

nel 939 e nel 955, figlio del duca Giovanni II (1). Per conseguenza Pietro, che per sua esortazione scrisse la vita dei SS. Ciro e Giovanni, viveva verso il 955 e 960.

Quanto alla continuazione delle Vite dei vescovi napoletani, fatta certamente da un Pietro suddiacono, non vi è difficoltà a credere ch'egli fosse il nostro agiografo.

Venendo ora alle leggende, che il Parascandolo suppose composte sulla fine del secolo XI, è certo anzitutto che una di esse, cioè la leggenda dei SS. 4 Coronati è anteriore all'anno 1010, poichè la si trova nel codice cassinese 148, scritto nell'anno suddetto (2). Questa data inoltre ci assicura sull'esistenza d'un vescovo Pietro di Napoli prima del 1010, al quale è dedicata la leggenda dei SS. 4, e toglie la difficoltà che poteva farsi contro la mia tesi dalla mancanza assoluta d'ogni memoria d'un vescovo Pietro nel secolo X e dall'omissione del suo nome nelle liste dei vescovi napoletani. Credo persino che il Parascandolo ed altri siansi indotti a supporre che il nostro agiografo vivesse sulla fine del secolo XI al tempo del vescovo Pietro del 1094, perchè non trovarono memorie d'un vescovo omonimo più antico.

Del resto la serie dei vescovi napoletani nel secolo X presenta molte lacune. Dopo Atanasio III, l'ultima memoria del quale appartiene al 958, vi è soltanto un documento del vescovo Niceta nel 962 (3); un altro del vescovo Gregorio nel dì 11 marzo del 966 (4), e di poi parecchie memorie relative al vescovo

---

(1) Chi vedendo in Gregorio, sebbene laico, tanto amore per le vite dei Santi, volesse supporre ch'egli, così inclinevole alla pietà, fosse poi elevato alla dignità vescovile, e sia quel Gregorio vescovo di Napoli, che figura in un documento del 966, non andrebbe lungi dal verosimile. Altri personaggi della famiglia ducale si vedono nei secoli IX e X collocati sul seggio vescovile di Napoli.

(2) *Bibliotheca Casinensis*, III, 306. Qui la *Passio* si trova senza il prologo. Il prologo, che fu edito dal Mai, *Spicil. Rom.*, IV, 282, comincia così: *Praeclaro patri domino Petro et sanctae parthenopensis ecclesiae optimo pastori Petrus: Hortaris, beatissime*, etc.

(3) *Monum. Neap. Ducatus*, *Regesta*, n. 125.

(4) A questo documento, riferito per il primo dal Muratori, *Antiq. Medii Aevi*, V, 426, gli editori degli *Indices Muratoriani* apposero con dubbio la data 981 (vedi numero 3874). Nei *Monum. Neap. Ducatus*, *Regesta*, n. 154, gli viene assegnata la data 966, già assegnatagli dal Parascandolo.

Sergio nel periodo 982-994. Tra l'uno e l'altro di questi prelati ben v'è spazio sufficiente per il vescovo Pietro.

Quanto alle altre leggende attribuite dal Parascandolo al tempo di Pietro vescovo nel 1094, cioè quelle di S. Giuliana, di S. Giorgio, di S. Cristoforo e dei SS. Quirico e Giulitta, v'è tra esse e quelle attribuite da lui all'agiografo Pietro del 960 la stessa somiglianza di stile, di espressioni, di concetti, che egli ed il Mazocchi notarono tra i miracoli di S. Agrippino ed i miracoli di S. Agnello. Varie particolarità distinguono da ogni altro l'autore di queste varie scritture. La prima è una grande tendenza a verseggiare. Egli fa dei versi al principio, alla fine e spesso anche in mezzo ai suoi lavori, ed interseca di versi ed emistichi la prosa della sua narrazione. Onde il Mazocchi gli applica quel detto ovidiano: *Quidquid conabar dicere versus erat.* Altra sua particolarità è di dar sempre la spiegazione etimologica dei nomi, specialmente se greci, che gli cadono sotto la penna. Così nella vita dei SS. Ciro e Giovanni egli scrive: *Athanasia genitrix illarum, secundum nominis sui praesagium, immortalium eis monita praebebat* (1), e più sotto: *Menuthis, quod latine simulacrum daemonis dicitur* (2). Termini simili adopera nella vita di San Giorgio: *Hic namque quasi de supernis sedibus destinatus, secundum nominis sui praesagium. Nam Georgius eolice, latine autem terrae cultor dicitur* (3).

In tutte le varie leggende, di cui parliamo, si trova una certa dicitura latina, che non manca di forza e di splendore, tanto che il Mazocchi la giudicò superiore al suo tempo. Vi si osserva pure l'uso di certe parole, alcune delle quali alquanto singolari per il senso in cui le adopera l'autore. Tal è l'aggettivo *opimus* nel senso di ricco e potente, dato a Santi e a Dio stesso. Nei miracoli di S. Agrippino (ed. Capasso, n. IX) si legge:

O Deus omnipotens, hominum plasmator opime.

Rivolgendosi a S. Agnello gli dice:

Qui pietate tua afflictorum corda serenas,
Tu mihi solamen placidum, tu confer opime.

---

(1) Mai, *Spicil. Rom.*, IV, 273.
(2) Ib., 280.
(3) *Biblioth. Casinens.*, III, *Floril.*, 341.

La leggenda di S. Giorgio finisce così:

Haec tibi gesta dedit, Georgi martyr opime,
Petrus, amore tuo sentes pellendo malignas,
Praesulis egregii Petri praecepta secutus,
Iam praetiosa nitet tua passio, pugna, triumphi (1).

Così dicasi della parola *famine* per significare discorso. Nel prologo della vita di S. Giorgio si legge: *Plerique plurimos Sanctorum Martyrum passiones variis erroribus involutas emendare conati sunt et clarificare, scilicet ut quia pro inculto famine despiciebantur et neglegebantur, congruis honoribus exornatae amplecterentur* (2). Ed in fine della stessa vita:

Sume, pater pàtriae, praesul per cuncta benigne,
Petre, tui Petri famulatum, quaeso, libenter,
Quod tua sancta mihi praecepit iussio fari,
Scilicet ut tenebras Georgii martyris almi
Famine pellendo, luculentum dogma ministrem (3).

Le suddette dichiarazioni sul guasto avvenuto nelle varie leggende per opera dei traduttori, guasto che egli intende di riparare, sforzatovi dalle esortazioni o del vescovo Pietro o del vescovo Stefano o di Gregorio luogotenente di Napoli, si ripetono o in prosa o in versi, e spesso colle stesse parole, tanto nelle vite che il Parascandolo attribuì all'agiografo Pietro del 960, come in quelle da lui attribuite a Pietro del 1094. Così per es. nel prologo alla vita dei SS. Giovanni e Ciro, opera del primo Pietro, leggesi: *Ego Petrus hanc passionem SS. abba Cyri et Johannis de inculto apice elevans ad veritatis regulam convertere studui, inepta videlicet resecando.* Così nel prologo alla vita di S. Giorgio, citato qui sopra.

Lo stesso trovasi pure nel prologo alla leggenda dei SS. 4 Coronati: *Hortaris, beatissime, quo passionem sanctorum martyrum Quatuor Coronatorum de caenoso rivulo ad claritatis tramitem perducere studeamus. Quam iussionem devota mente amplectentes, magis*

(1) Ughelli, *Italia Sacra*, ed. Coleti, VI, 111.
(2) *Biblioth. Casinensis*, III, *Floril.* 341.
(3) Ughelli, VI, 111.

orationum vestrarum suffragiis quam nostro inerti ingenio roborati, inepta correximus, utiliora addidimus, et ad veram lucem perducere curavimus. Attamen quia Spiritus Sancti gratia non omnibus aequaliter attribuitur, Vos, qui sancto et admirabili polletis ingenio, quidquid ineptum ibi esse decernitis elimare, atque nectare fontis vestrae mellificare dignamini; quatenus sicut suo sancti certamine praefati martyres cum triumpho victoriae coelites effecti sunt, ita vestro studio in sancta glorificentur ecclesia.

Omnipotens Dominus res semper sancte gubernet
Et cum Martyribus societ in sede polorum (1).

Il paragone qui sopra riferito dell'ingegno e della facondia dei suoi patroni al nettare è famigliare al nostro scrittore. Nella prefazione alla vita dei SS. Quirico e Giulitta egli dice: *Horum itaque sanctorum Patrum studio motus, ego Petrus vestro animatus nectare, Parthenopensis ecclesiae levita, Petre, inquisivimus diligenter* (2). Così ancora nei versi che finiscono la leggenda di S. Cristoforo:

Parthenopensis apex, Praesul per cuncta beate,
Nectare salvifico redimitus munere divo,
Petre, Petri meritis qui te sacravit in Urbe,
Sume tui Petri famulatum mente benigna,
Quod patravit ovans ad vestri nominis odas,
De Christophori laude magnisque triumphis
Martyris eximii pro Christi lege patratis (3).

Le parole *munere divo* del secondo verso si trovano pure in un verso dei miracoli di S. Agnello:

Ac varios morbos purgari munere divo.

Tutte queste citazioni mi sembrano più che sufficienti per dimostrare che le varie opere, di cui abbiamo parlato, appartengono tutte al medesimo autore, ossia a Pietro vivente nel 960.

---

(1) Mai, *Spicil. Rom.*, IV, 282.
(2) Ughelli, VI, 111.
(3) Ibid.

Il titolo di *praesul*, ossia vescovo, che nelle due suddette leggende di S. Giorgio e di S. Cristoforo l'agiografo dà al suo mecenate, non dev'essere trascurato nella nostra ricerca sull'età, in cui egli visse. Fino al secolo X i pastori della chiesa napoletana portarono soltanto il titolo di vescovi. In qual anno preciso di quel secolo essi prendessero il titolo di arcivescovi non è ben noto. Il documento più antico, in cui comparisce questo titolo, apparterrebbe a Niceta nel 962. Ma il Parascandolo, vedendo che un suo successore, Gregorio, nel marzo del 966, prende il nome di vescovo, crede che il titolo di arcivescovo fosse preso da Niceta o per usurpazione illegittima o per qualche altro motivo personale a lui solo. Al contrario è certo che da Sergio I nel 990 in poi tutti i pastori della chiesa di Napoli si chiamarono arcivescovi. Onde il Parascandolo fa la congettura assai verosimile che l'elevazione della sede napoletana alla dignità metropolitica avvenisse circa il tempo in cui Giovanni XIII diede quella dignità alle sedi di Capua e di Benevento, il che per Capua fu nel 966 e per Benevento nel maggio del 969 (1).

Onde se il prelato, a cui l'agiografo Pietro dedicò varie delle sue leggende, fosse stato l'arcivescovo Pietro del 1094, sembra che l'agiografo stesso avrebbe dovuto rilevare questa elevata dignità con un titolo più pomposo del semplice *praesul*, che significa generalmente prelato oppure un vescovo. A questi argomenti si aggiunga quello che si può trarre dai codici contenenti o l'una o l'altra delle leggende suddette. Alcuni di essi appartengono al secolo XI; onde si rende probabile che le leggende fossero già composte un certo tempo prima della fine di quel secolo, ossia prima dell'arcivescovo Pietro vivente negli anni 1094 e 1100. Così la leggenda dei SS. Ciro e Giovanni col prologo trovasi nel codice cassinese 123, in quella parte del codice, che, a giudizio degli editori della *Bibliotheca Casinensis* (2), fu scritta in caratteri interamente longobardi del secolo XI. Al medesimo secolo appartengono i codici 110, 145 e 146, che contengono le leggende di S. Giuliana e di S. Giorgio (3).

---

(1) Parascandolo, II, 181; III, 8, 16. — Jaffé, *Regesta Pontif. Rom.*, I, pagg. 471, 474, n. 3738.

(2) Vol. III, pag. 112.

(3) Ib., pagg. 1, 287, 295.

Quanto alle leggende di S. Cristoforo e dei SS. Quirico e Giulitta, che sono esse pure opera d'un agiografo Pietro e da lui dedicate al vescovo di Napoli suo omonimo, i pochi *Excerpta* che ne diedero l'Ughelli ed il Parascandolo, e che ho citati sopra, non lasciano dubbio ch'esse altresì abbiano per padre il Pietro del 960.

In fine al medesimo autore di tutte le precedenti leggende attribuirono il Caracciolo ed il Parascandolo la leggenda di un S. Massimo venerato a Cuma.

Oltre alle leggende finora citate, su cui non può cader dubbio ch'esse uscirono dalla penna del suddiacono Pietro vivente nel 960, parecchie altre ve ne sono che credo si debbano attribuire a lui. Per ora mi limito a ricordare quelle per le quali esistono argomenti più forti.

Una gli fu già attribuita dal cardinal Mai ed è la leggenda di S. Caterina, ch'egli trovò nello stesso codice vaticano 6075, dove stanno le leggende dei SS. Ciro e Giovanni e di S. Giuliana. Di essa il Mai pubblicò il prologo; ed il breve tratto che qui ne riferisco, affinchè i miei lettori possano confrontarlo con le leggende certe di Pietro, basterà per convincerli del suo autore. *Hanc namque passionem graeco famine scriptam a praefato Anastasio, a variis translatoribus postmodum constat esse vitiatam, adeo ut legi in coetu fidelium minime posset. Quam passionem ego Petrus fidelium fratrum devotione compulsus, atque amore ipsius sanctissime virginis et martyris, de inepto famine elevans, magis sensum quam verba sequens, incomposita resecans et necessaria addens, plenissime latinis auribus tradere curavi* (1).

D'un'altra, cioè della leggenda di S. Fortunata, il Mai, che pure ne pubblicò il prologo, sospettò autore l'agiografo Pietro. Ma, persuaso che questi vivesse nel 1094 e che il vescovo Stefano, a cui è dedicata la leggenda (2), fosse il vescovo Stefano III di Napoli dal 902 al 907, non osò pronunziare un giudizio.

---

(1) Mai, *Spicil. Rom.*, IV, 283.

(2) *Ego igitur tantorum virorum exemplo provocatus, tuisque simul, venerabilis pater Stephane, crebris exhortationibus animatus, passionem sanctissimae virginis Fortunatae hac ratione stilo propriae locutionis expressi, superflua scilicet resecans, necessaria quoque subrogans, vitiata emendans*, etc.; Mai, *Spicil. Roman.*, IV, 289.

Questo è ora reso a noi più facile dal fatto che la leggenda si trova nel codice cassinese 148 scritto nel 1010. Sotto questo riguardo nulla ci impedisce di attribuire la paternità della leggenda al nostro agiografo Pietro del 960. Nè punto ci dobbiamo preoccupare dell'altra ipotesi sul vescovo Stefano III di Napoli, poichè essa poggia solo sul debolissimo fondamento del nome. Molti altri vescovi, di nome Stefano, potevano esservi e vi furono, contemporanei dell'agiografo Pietro. Da certi documenti si ha notizia di un vescovo Stefano, che resse la chiesa di Gaeta dal 962 al 995 (1). Non credo tuttavia che questi sia il vescovo Stefano, del quale si parla nel prologo di S. Fortunata, ma bensì un vescovo Stefano di Pozzuoli, al quale un Pietro, che è certamente il nostro, dedicò la vita del martire S. Artema.

La leggenda comincia appunto così: *Venerabili Patri et S. Puteolanae Ecclesiae inclyto Praesuli et Domino Stephano Petrus* (2).

Nelle liste dei vescovi di Pozzuoli finora note s'incontra un solo Stefano tra il 449 ed il 465 (3), ed a questo attribuirono l'Ughelli ed il Cappelletti la dedica della passione di S. Artema. Ma che lo Stefano della dedica vivesse in tempi assai posteriori, posteriori almeno al secolo VIII, consta dal ricordo che Pietro fa nel prologo di Ariperto, autore della passione di S. Fortunata. Ora se Ariperto non fu l'abate omonimo di Montecassino, vivente sulla fine del secolo VIII, egli almeno fu un suo contemporaneo, poichè nella predetta passione nomina il vescovo di Napoli Stefano II (762-799), il papa Adriano I (772-795) e gli imperatori Costantino ed Irene (4).

Devesi dunque ammettere un altro vescovo di Pozzuoli di nome Stefano, vivente nella seconda metà del secolo X. Nè da parte della lista dei vescovi puteolani v'è punto difficoltà, poichè dal 680 al 1030 incirca essa è vuota di nomi.

Che poi il Pietro autore della detta passione di S. Artema sia il nostro suddiacono del 960, deducesi dalle stesse note

---

(1) *Codex Cajetanus*, pagg. 116, 176.

(2) La leggenda fu edita dai Bollandisti ai 25 gennaio, tomo II, pag. 616, indi dall'Ughelli, VI, 273 e dal Cappelletti, XIX, 648.

(3) Ughelli, VI, 283; Gams, 914.

(4) *Acta SS.*, oct. VI, pag. 453.

caratteristiche accennate sopra, cioè dalla tendenza a comporre dei versi ed inserirli nel suo racconto, dallo sfoggio della sua scienza del greco nello spiegare le etimologie dei nomi, e dalle non poche espressioni a lui famigliari, che si ripetono qui, come nelle precedenti sue scritture.

Così per es. spiega l'etimologia del nome Artema con termini quasi identici a quelli adoperati nella passione dei SS. Ciro e Giovanni per il nome Anastasia: *Artemas ... secundum nominis sui praesagium, nam attice Artemas, latine Nus sive ratio interpretatur.* L'emistichio *munere divo,* che abbiam visto nelle leggende di S. Agnello e di S. Cristoforo trovasi pure in questa di S. Artema,

Talia patrando monstravit munere divo.

Ma per non dilungarmi troppo in un minuto raffronto, che si potrebbe di leggeri istituire, mi basterà citare una parte del prologo, nel quale, come per altre sue leggende, ripete le solite dichiarazioni dello stato cattivo in cui si trovava la leggenda di S. Artema, e dell'ordine che gli diede il vescovo Stefano di ritoccarla e di ripulirla.

Dopo l'iscrizione di dedica egli dice così: *Glorificando et venerando reliquias sanctorum, quia b. Artemae gloriosi Martyris sanctissimum corpus in dioecesi vestri episcopii requiescit, praecipuisque miraculis coruscando plebem fidelium mirabiliter invitare non desinit, nec tamen eius passio incomposite edita relegi praevalet; studiose suggerere curasti, ut sicut b. Ambrosius S. Agnetis gesta, et venerabilis dominus Aripertus S. Fortunatae passionem clarificare studuerunt; ita et nos illorum studium imitantes, illius passionem de inculto eloquio transferentes, ecclesiastico dogmati tradere curaremus, quatenus ad honorem Domini et ipsius praefati Martyris Artemae gloriam, sacratissima illius plebs amplius laetificetur... Quapropter, egregie Pastor, ... vestrae Paternitati libentissime parere curantes, invictissimum illius agonem et triumphale martyrium mirifice declarare curavimus.*

Ergo, benigne Pater, quia claro dogmate fulges
Martyrium sacrum praefati Martyris almi
Sume sagax placide grates referendo Tonanti;

Atque sacrae plebi studiose tradere cura,
Gaudeat ut semper de vestro dogmate sacro,
Ac Domino Christo laudem decantet ovanter.

Pietro pertanto compose questa passione di S. Artema, e ritoccò quella di S. Fortunata, esortato all'una e all'altra opera dal vescovo Stefano di Pozzuoli, il quale è certamente il medesimo del quale si parla nel *Carmen Petri subdiaconi.*

In conclusione, le vite o composte, o tradotte, o ritoccate dal suddiacono Pietro, sarebbero quelle dei seguenti Santi: *Agnello - Agrippino - Artema - Caterina - Ciro e Giovanni - Coronati (SS. Quattro) - Cristoforo - Fortunata - Giorgio - Giuliana - Massimo - Quirico e Giulitta.*

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Aprile 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Berruti, Naccari, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo e D'Ovidio Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale della precedente adunanza, che viene approvato.

Il Presidente comunica di aver avuto partecipazione della morte del Senatore Angelo Messedaglia, Presidente della R. Accademia dei Lincei, e di avere inviato un telegramma di condoglianza al Senatore Blaserna, Vice Presidente, pregandolo di rappresentare l'Accademia di Torino ai funerali del compianto scienziato ed esimio statista.

Comunica inoltre il R. Decreto 17 marzo 1901, col quale fu approvata l' elezione del nuovo Socio residente Prof. Oreste Mattirolo, al quale dà a nome di tutti il benvenuto. — Il Socio Mattirolo ringrazia il Presidente, ed esprime il suo grato animo per la conferitagli elezione ai Soci, dei quali parecchi egli fin da studente aveva imparato a stimare.

Il Presidente dà comunicazione del R. Decreto 17 marzo 1901, con cui fu accettata la rinunzia del Socio D'Ovidio alla carica di Tesoriere dell'Accademia ed approvata la nomina del medesimo a Segretario della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Il Presidente comunica alla Classe la gravissima perdita sofferta dall'Accademia per la immatura morte del Socio Senatore Giulio Bizzozero, il quale apparteneva all'Accademia dall'anno 1879. La commozione dell'animo non gli consente lungo discorso; ma il generale cordoglio manifestato dai corpi scientifici, dalla cittadinanza, dalla gioventù studiosa, dà la misura dell'altissima estimazione e della simpatia che circondavano il compianto collega. Scienziato valorosissimo, indefesso, coscienzioso; maestro perspicuo, efficacissimo, dalla cui scuola uscirono tanti insegnanti delle nostre Università; ottimo padre; amico incomparabile; carattere equanime e nobile, egli lascia di sè vivissimo desiderio. In segno del lutto dell'Accademia per tanta perdita, propone:

1°, che la Presidenza sia incaricata di presentare alla egregia vedova del Bizzozero le condoglianze dell'Accademia;

2°, che il Socio Prof. Foà sia incaricato di leggere una commemorazione scientifica di Lui;

3°, che la odierna seduta sia immediatamente tolta.

Il Presidente avverte i Socî, che abbiano a presentare lavori per gli *Atti* o proprii o di estranei sotto la loro responsabilità, di consegnarli alla Segreteria accademica, salvo a farne regolare presentazione alla Classe nella successiva adunanza del 28 aprile 1901.

Furono quindi consegnati i seguenti lavori:

1°, *Sur les systèmes linéaires du genre zéro*, estratto di una lettera del Socio corrispondente Emilio Picard al Socio Segre e presentato da questo:

2°, *Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche,* del Socio D'Ovidio;

3°, *Integrazione di sistemi di equazioni lineari differenziali,* del dott. Antonino Vaccaro, presentato dal Socio Peano;

4°, *Azione dell'acido nitrico sui composti alifatici contenenti il gruppo* CH(OH), del dott. Giacomo Ponzio, presentato dal Socio Fileti.

LETTURE

Sur les systèmes linéaires de genre zéro

par Mr ÉMILE PICARD.

(Extrait d'une lettre adressée à Mr Segre).

Permettez-moi, à l'occasion de votre bel article sur la réductibilité des transformations Crémoniennes et des systèmes linéaires de courbes planes, de vous faire une remarque, qui a d'ailleurs un intérêt purement historique. Je crois m'être occupé le premier de la réductibilité des systèmes linéaires de genre zéro dans un article déjà bien ancien de la *Société Philomathique* (1878), et dans un mémoire du *Journal de Crelle,* t. 100; cette question s'était présentée à moi dans la recherche des surfaces dont toutes les sections planes sont unicursales. J'admettais implicitement qu'*un système complet de genre zéro est régulier*. La démonstration de ce résultat aurait pu se déduire de mon analyse, mais elle est intuitive, comme on peut le voir à la page 58 du premier fascicule du tome II de ma *Théorie des fonctions algébriques de deux variables,* paru l'année dernière. Considérons en effet un système complet de genre *zéro* et d'ordre n, et supposons, comme il est permis, que les courbes aient seulement, en fait de singularités, des points multiples ordinaires d'ordre λ. On aura d'abord la relation

$$\Sigma \frac{\lambda(\lambda-1)}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2},$$

et, en désignant par r la dimension du système et par D son degré, on a en outre

$$D = n^2 - \Sigma\lambda^2,$$
$$r = D + 1 + \epsilon;$$

la *surabondance* ϵ étant nulle si le système est régulier. On va voir de suite que ϵ *est nul*. En effet, prenons $D + \epsilon$ points ar-

bitraires dans le plan; on pourra, par ces points, faire passer un faisceau de courbes du système. Le nombre des points de rencontre de deux courbes de ce faisceau sera au moins égal à

$$\Sigma\lambda^2 + D + \epsilon$$

c'est-à-dire à $n^2 + \epsilon$; ceci exige que $\epsilon = 0$, et la remarque est par suite établie.

Paris, 8 avril 1901.

Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche e armoniche.

Nota del Socio ENRICO D'OVIDIO.

Nel calcolo di π s'incontrano delle successioni di numeri alternamente medii aritmetici e geometrici fra i due immediatamente precedenti. Ma di tali successioni in quel problema si considerano soltanto casi particolari e si adoperano poche proprietà.

La presente Nota ha per oggetto di trattare in modo generale delle successioni del tipo accennato e di altre affini, le quali sono in numero di dieci, e di farne qualche applicazione geometrica.

§ 1. — Successione di medie aritmetiche.

Nella successione di numeri reali o complessi

$$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$$

ciascuno, a partir dal terzo, sia medio aritmetico fra i due immediatamente precedenti, cioè

$$a_{n+2} - a_n = a_{n+1} - a_{n+2}, \qquad a_{n+2} = \frac{1}{2}(a_n + a_{n+1}), \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Si ha

$$a_{n+2} - a_{n+1} = -\frac{1}{2}(a_{n+1} - a_n) = \frac{1}{4}(a_n - a_{n-1}) = \ldots,$$

e ponendo $a_2 - a_1 = \delta$,

$$a_{n+2} - a_{n+1} = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \delta, \tag{1}$$

onde anche

$$a_{n+2} - a_n = -\left(-\frac{1}{2}\right)^n \delta.$$

Sommando la (1) con quelle che ne derivano diminuendo successivamente n, si ottiene

$$a_{n+2} - a_2 = \left\{-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \ldots + \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right\}\delta = -\frac{2^n - (-1)^n}{2^n . 3}\delta,$$

onde

$$a_{n+2} = \frac{[2^n - (-1)^n]a_1 + [2^{n+1} - (-1)^{n+1}]a_2}{2^n . 3} = \frac{a_1 + 2a_2}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^n \frac{\delta}{3}$$

$$(n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Al limite sarà

$$\lim_{n=\infty} a_{n+2} = \frac{a_1 + 2a_2}{3}.$$

Si ha pure, dal sistema di equazioni lineari

$$a_p + a_{p+1} - 2a_{p+2} = 0 \qquad (p = 1, 2, \ldots, n),$$

un'altra espressione di a_{n+2}, cioè

$$a_{n+2} = \frac{1}{2^n} \begin{vmatrix} a_1 & -3 & 2 & 0 & . & 0 \\ a_2 & 1 & -2 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 \end{vmatrix}.$$

La successione si può prolungare indefinitamente verso sinistra ponendo $n = 0, -1, -2, \ldots$, e diviene

$$\ldots a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, \ldots;$$

per essa, estendendo le precedenti formole, si trova

$$a_{-n+2} = \frac{a_1 + 2a_2}{3} + (-2)^n \frac{\delta}{3} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

e

$$\lim_{n=\infty} |a_{-n+2}| = \infty.$$

Quando a_1, a_2 sono reali, lo sono evidentemente tutti gli altri elementi, e ciascuno è compreso fra i due che lo precedono.

Allora, se $a_1 < a_2$, è $\delta > 0$, gli $\ldots, a_1, a_3, \ldots$ sono crescenti a destra e tendono a $-\infty$ a sinistra; gli $\ldots, a_2, a_4, \ldots$ sono decrescenti a destra e tendono a $+\infty$ a sinistra; e quelli sono minori di questi. Se invece $a_1 > a_2$, avviene il contrario.

In entrambi i casi, $\ldots, a_1, a_3, \ldots$ e $\ldots, a_2, a_4, \ldots$ formano due classi contigue, che individuano il numero $\frac{a_1+2a_2}{3}$ loro limite comune.

§ 2. — Successione di medie armoniche.

Nella successione

$$a_1, a_2, a_3, \ldots$$

ciascun elemento, a partir dal terzo, sia medio armonico fra i due immediatamente precedenti, cioè

$$a_n : a_{n+1} = a_n - a_{n+2} : a_{n+2} - a_{n+1}, \quad a_{n+2} = \frac{2a_n a_{n+1}}{a_n + a_{n+1}}, \quad \frac{2}{a_{n+2}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}},$$

$$(n = 1, 2, \ldots).$$

Sarà

$$\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \ldots\ldots$$

una successione di medie aritmetiche. Quindi avremo

$$a_{n+2} = \frac{2^n . 3a_1a_2}{[2^{n+1}-(-1)^{n+1}]a_1 + [2^n-(-1)^n]a_2} = \frac{3a_1a_2}{2a_1 + a_2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n \delta}$$

$$(n = 0, 1, 2, \ldots),$$

ed anche

$$a_{n+2} = 2^n a_1 a_2 : \begin{vmatrix} a_2 & -3 & 2 & 0 & . & 0 \\ a_1 & 1 & -2 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & . & 1 \end{vmatrix};$$

ed inoltre

$$\lim_{n=\infty} a_{n+2} = \frac{3a_1a_2}{2a_1 + a_2}.$$

La successione si può prolungare a sinistra mediante la formola

$$a_{-n+2} = \frac{3a_1 a_2}{2a_1 + a_2 - (-2)^n \delta} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

e si trova $\lim\limits_{n=\infty} | a_{-n+2} | = 0.$

Presentemente

$$a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{2a_n a_{n+1}}{a_n + a_{n+1}} - a_{n+1} = -\frac{a_{n+1}}{a_n + a_{n+1}} (a_{n+1} - a_n),$$

$$a_{n+1} - a_n = -\frac{a_n}{a_{n-1} + a_n} (a_n - a_{n-1}),$$

onde

$$a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{1}{2} \frac{a_{n+2}}{a_{n-1} + a_n} (a_n - a_{n-1}).$$

Quando a_1, a_2 sono reali, lo sono anche gli altri; se inoltre a_1, a_2 sono entrambi positivi (o negativi), lo sono anche i seguenti, e ciascuno è compreso fra i due che lo precedono.

Precisamente: se $0 < a_1 < a_2$, sono crescenti $\ldots, a_1, a_3, \ldots$ a destra e tendono a $-\infty$ a sinistra; sono decrescenti $\ldots, a_2, a_4, \ldots$ a destra e tendono a $+\infty$ a sinistra; e quelli son minori di questi. Che se $a_1 > a_2 > 0$, avviene il contrario.

In entrambi i casi si hanno due classi contigue, che individuano il numero loro limite.

Il che risulta dalle cose dette; ma può anche vedersi osservando che nelle presenti ipotesi a_{n+2} è compreso fra a_{n-1} e a_n, sicchè $\frac{a_{n+2}}{a_{n-1} + a_n} < 1$, e però sarà

$$| a_{n+2} - a_{n+1} | < \frac{1}{2} | a_n - a_{n-1} |.$$

§ 3. — Successione di medie geometriche.

Nella successione

$$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$$

ciascun elemento sia medio geometrico fra i due immediatamente precedenti, cioè

$$a_n : a_{n+2} = a_{n+2} : a_{n+1}, \quad a_{n+2}^2 = a_n a_{n+1}, \quad a_{n+2} = \sqrt{a_n a_{n+1}},$$
$$(n = 1, 2, \ldots).$$

Sia direttamente, sia osservando che la successione

$$\log a_1,\ \log a_2,\ \log a_3, \ldots$$

è di medie aritmetiche (*), si trova

$$a_{n+2} = a_1^{\frac{2^n-(-1)^n}{2^n.3}} . a_2^{\frac{2^{n+1}-(-1)^{n+1}}{2^n.3}} = (a_1 a_2^2)^{\frac{1}{3}} . (a_2 : a_1)^{\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^n}$$

$$(n = 0, 1, 2, \ldots),$$

e

$$\lim_{n=\infty} a_{n+2} = (a_1 a_2^2)^{\frac{1}{3}}.$$

La successione si può prolungare a sinistra mediante la formola

$$a_{-n+2} = (a_1 a_2^2)^{\frac{1}{3}} . (a_2 : a_1)^{\frac{1}{3}(-2)^n} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

e si trova

$$\lim_{n=\infty} |a_{-2n}| = \infty, \qquad \lim_{n=\infty} |a_{-2n+1}| = 0.$$

Si ha poi

$$a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{a^2_{n+2} - a^2_{n+1}}{a_{n+2} + a_{n+1}} = -\frac{a_{n+1}}{a_{n+1} + a_{n+2}} (a_{n+1} - a_n)$$

$$= \frac{a_{n+1}}{a_{n+1} + a_{n+2}} . \frac{a_n}{a_n + a_{n+1}} (a_n - a_{n-1}),$$

e quindi anche

$$a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1} + a_{n+2}} . \frac{a_{n+2}}{a_n + a_{n+1}} (a_n - a_{n-1}).$$

Se a_1, a_2 sono reali positivi, tali si possono assumere gli altri, e ciascuno è compreso fra i due che lo precedono.

Allora, se $a_1 < a_2$, crescono $\ldots, a_1, a_3, \ldots$ a destra e tendono a zero a sinistra; decrescono $\ldots, a_2, a_4, \ldots$ a destra e tendono a $+\infty$ a sinistra; e sono quelli minori di questi. Che se $a_1 > a_2$, accade il contrario.

In entrambi i casi si hanno due classi contigue, che individuano il numero loro limite.

(*) Ciò si ottiene scegliendo convenientemente tra gl'infiniti valori dei logaritmi.

Ciò risulta dalle cose dette; ma può vedersi osservando che allora (*)

$$\frac{a_{n+2}}{a_n + a_{n+1}} < \frac{1}{2}, \quad \frac{a_{n+2}}{a_{n+1} + a_{n+2}} < 1,$$

e però sarà

$$\left| a_{n+2} - a_{n+1} \right| < \frac{1}{2} \left| a_n - a_{n-1} \right|.$$

§ 4. — Successione alterna di medie aritmetiche ed armoniche.

Nella successione

$$a_1, b_1, \; a_2, b_2, \; a_3, b_3, \ldots$$

gli elementi, a partir dal terzo, siano alternamente medii aritmetici ed armonici fra i due immediatamente precedenti, cioè

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n), \; b_{n+1} = \frac{2b_n a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}}, \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Posto $b_1 - a_1 = \delta$, dimostriamo che sarà

$$(1) \quad a_{n+1} = \frac{a_1}{2^n} \prod_{r=1}^{n} \frac{2^{2r-1}b_1 - \delta}{2^{2r-2}b_1 - \delta} = a_1 \prod_{1}^{n} \frac{2^{2r-1}b_1 - \delta}{2^{2r-1}b_1 - 2\delta} = a_1 \prod_{1}^{n} \left(1 + \frac{\delta}{2^{2r-1}b_1 - 2\delta}\right),$$

$$(2) \quad b_{n+1} = 2^n b_1 \prod_{1}^{n} \frac{2^{2r-1}b_1 - \delta}{2^{2r}b_1 - \delta} = b_1 \prod_{1}^{n} \frac{2^{2r}b_1 - 2\delta}{2^{2r}b_1 \quad \delta} = b_1 \prod_{1}^{n} \left(1 - \frac{\delta}{2^{2r}b_1 - \delta}\right),$$

$$(n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Invero, essendo

$$a_2 = \frac{a_1 + b_1}{2}, \quad b_2 = \frac{2b_1 a_2}{b_1 + a_2} = \frac{2b_1(a_1 + b_1)}{a_1 + 3b_1} = 2b_1 \frac{2b_1 - \delta}{4b_1 - \delta},$$

$$a_3 = \frac{a_1 + b_1}{4}\left(1 + \frac{4b_1}{a_1 + 3b_1}\right) = \frac{a_1 + b_1}{4} \cdot \frac{a_1 + 7b_1}{a_1 + 3b_1} = \frac{a_1 + b_1}{4} \cdot \frac{8b_1 - \delta}{4b_1 - \delta},$$

(*) Di due numeri positivi a, b la media aritmetica supera la geometrica, e questa l'armonica; il che segue dall'essere

$$(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2 \geq 0.$$

si vede che a_2, b_2, a_3 sono conformi alle (1) e (2). Resta a mostrare che, ammesse le (1) e (2), si deducono analoghe espressioni di b_{n+2} e a_{n+3}.

Fatto, per brevità, $2^k b_1 - \delta = c_k$, onde $c_0 = a_1$, $c_1 = a_1 + b_1$, si ha

$$a_{n+1} = \frac{a_1 c_1 c_3 \,..\, c_{2n-1}}{2^n c_0 c_2 \,..\, c_{2n-2}}, \quad b_{n+1} = 2^n b_1 \frac{c_1 c_3 \,..\, c_{2n-1}}{c_2 c_4 \,..\, c_{2n}},$$

$$a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + b_{n+1}}{2} = \frac{c_1 c_3 \,..\, c_{2n-1}}{2^{n+1} c_2 \,..\, c_{2n}} (c_{2n} + 2^{2n} b_1);$$

ma $c_{2n} + 2^{2n} b_1 = c_{2n+1}$; dunque

$$a_{n+2} = \frac{a_1 c_1 c_3 \,..\, c_{2n+1}}{2^{n+1} c_0 c_2 \,..\, c_{2n}}.$$

Del pari si ha

$$\frac{2}{b_{n+2}} = \frac{1}{b_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}} = \frac{1}{2^n b_1} \cdot \frac{c_2 c_4 \,..\, c_{2n}}{c_1 c_3 \,..\, c_{2n-1}} + \frac{2^{n+1} c_0 c_2 \,..\, c_{2n}}{a_1 c_1 c_3 \,..\, c_{2n+1}},$$

$$\frac{1}{b_{n+2}} = \frac{1}{2^{n+1} b_1} \cdot \frac{c_2 \,..\, c_{2n}}{c_1 \,..\, c_{2n-1}\, c_{2n+1}} (c_{2n+1} + 2^{2n+1} b_1);$$

ma $c_{2n+1} + 2^{2n+1} b_1 = c_{2n+2}$; dunque

$$b_{n+2} = 2^{n+1} b_1 \frac{c_1 c_3 \,..\, c_{2n+1}}{c_2 c_4 \,..\, c_{2n+2}}.$$

Al crescere di n indefinitamente, sorgono due prodotti indefiniti. Essi sono assolutamente convergenti, poichè è assolutamente convergente per $|\alpha| > 1$ la serie

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha^r + \beta}$$

$\left(\text{visto che il valore assoluto del rapporto di un termine al precedente tende a } \frac{1}{|\alpha|}\right)$, e quindi sono assolutamente convergenti le serie

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{\delta}{2^{2r+1} b_1 - 2\delta}, \quad \sum_{1}^{\infty} \frac{-\delta}{2^{2r} b_1 - \delta},$$

che corrispondono ad $\alpha = 4$. Avremo dunque

$$\lim_{n=\infty} a_{n+1} = a_1 \prod_1^\infty \frac{2^{2r-1}b_1 - \delta}{2^{2r-1}b_1 - 2\delta} = a_1 \prod_1^\infty \left(1 + \frac{\delta}{2^{2r-1}b_1 - 2\delta}\right),$$

$$\lim_{n=\infty} b_{n+1} = b_1 \prod_1^\infty \frac{2^{2r}b_1 - 2\delta}{2^{2r}b_1 - \delta} = b_1 \prod_1^\infty \left(1 - \frac{\delta}{2^{2r}b_1 - \delta}\right).$$

E poichè $\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \frac{c_{2n}}{2^{2n}b_1} = 1 - \frac{\delta}{2^{2n}b_1}$, sarà $\lim_{n=\infty} \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = 1$,

vale a dire che a_{n+1} e b_{n+1} hanno lo stesso limite.

Notiamo che si ha pure

$$b_{n+1} - a_{n+1} = \frac{2b_n a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}} - a_{n+1} = -\frac{a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}}(a_{n+1} - b_n) = \frac{1}{2}\frac{a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}}(b_n - a_n).$$

La successione si può prolungare a sinistra, in modo che divenga

$$\ldots a_{-2}, b_{-2}, a_{-1}, b_{-1}, a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$$

Con analogo procedimento si ottiene

$$\frac{1}{b_0} = \frac{2}{b_1} - \frac{1}{a_1}, \quad b_0 = \frac{a_1 b_1}{2a_1 - b_1}, \quad a_0 = 2a_1 - b_0 = \frac{a_1(4a_1 - 3b_1)}{2a_1 - b_1},$$

e in generale

$$a_{-n} = a_1 \prod_0^n \frac{b_1 - 2^{2r+2}\delta}{b_1 - 2^{2r+1}\delta} = a_1 \prod_0^n \frac{2^{-2r-1}b_1 - 2\delta}{2^{-2r-1}b_1 - \delta} = a_1 \prod_0^n \left(1 - \frac{\delta}{2^{-2r-1}b_1 - \delta}\right),$$

$$b_{-n} = b_1 \prod_0^n \frac{b_1 - 2^{2r}\delta}{b_1 - 2^{2r+1}\delta} = b_1 \prod_0^n \frac{2^{-2r}b_1 - \delta}{2^{-2r}b_1 - 2\delta} = b_1 \prod_0^n \left(1 + \frac{\delta}{2^{-2r}b_1 - 2\delta}\right),$$

$$(n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Invero, posto $b_1 - 2^k\delta = d_k$, onde $d_0 = a_1$, ed ammesse queste espressioni di a_{-n} e b_{-n}, si ha

$$a_{-n} = a_1 \frac{d_2 d_4 \ldots d_{2n+2}}{d_1 d_3 \ldots d_{2n+1}}, \quad b_{-n} = b_1 \frac{d_0 d_2 \ldots d_{2n}}{d_1 d_3 \ldots d_{2n+1}},$$

$$\frac{1}{b_{-n-1}} = \frac{2}{b_{-n}} - \frac{1}{a_{-n}} = \frac{2d_1 \ldots d_{2n+1}}{b_1 d_0 \ldots d_{2n}} - \frac{1}{a_1} \cdot \frac{d_1 \ldots d_{2n+1}}{d_2 \ldots d_{2n+2}}$$

$$= \frac{1}{b_1} \cdot \frac{d_1 \ldots d_{2n+1}}{d_0 d_2 \ldots d_{2n+2}} (2d_{2n+2} - b_1) = \frac{1}{b_1} \cdot \frac{d_1 \ldots d_{2n+3}}{d_0 \ldots d_{2n+2}},$$

$$a_{-n-1} = 2a_{-n} - b_{-n-1} = 2a_1 \frac{d_2 \ldots d_{2n+2}}{d_1 \ldots d_{2n+1}} - b_1 \frac{d_0 d_2 \ldots d_{2n+2}}{d_1 d_2 \ldots d_{2n+3}}$$

$$= a_1 \frac{d_2 \ldots d_{2n+2}}{d_1 \ldots d_{2n+3}} (2d_{2n+3} - b_1) = a_1 \frac{d_2 \ldots d_{2n+4}}{d_1 \ldots d_{2n+3}},$$

come appunto si voleva.

La serie $\sum_1^\infty \frac{1}{\alpha^r+\beta}$ è divergente quando $|\alpha|<1$; poichè nel caso particolare di α e β positivi i termini vanno crescendo; quindi le serie $\sum_0^\infty \frac{-\delta}{2^{-2r-1}b_1-\delta}$, $\sum_0^\infty \frac{\delta}{2^{-2r}b_1-2\delta}$, corrispondenti ad $\alpha=\frac{1}{4}$, non sono convergenti, e nemmeno sono convergenti i prodotti esprimenti a_{-n}, b_{-n}. Del resto, essendo

$$\frac{a_{-n}}{b_{-n}}=\frac{d_{2n+2}}{b_1}=1-2^{2n+2}\frac{\delta}{b_1},\quad \frac{|a_{-n}|}{|b_{-n}|}\geq 2^{2n+2}\frac{|\delta|}{|b_1|}-1,$$

risulta

$$\lim\frac{|a_{-n}|}{|b_{-n}|}=\infty,$$

onde segue che

$$\lim_{n=\infty}|a_{-n}|=\infty,\quad \lim_{n=\infty}|b_{-n}|=0.$$

Un altro modo d'indagare la natura dei prodotti indefiniti testè incontrati è il seguente:

Consideriamo il prodotto

$$G(x)=\prod_0^\infty\left(1-\frac{x}{2^{2r}}\right),$$

il quale è assolutamente ed equabilmente convergente, perchè è assolutamente convergente la serie $\sum\frac{1}{2^{2r}}$, e rappresenta una funzione trascendente intera, di genere zero, avente gli zeri nei punti $x=2^{2r}$.

Poichè

$$a_{n+1}=a_1\prod_0^{n-1}\frac{2^{2r+1}b_1-\delta}{2^{2r+1}b_1-2\delta}=a_1\frac{\prod_0^{n-1}\left(1-\frac{\delta}{2^{2r+1}b_1}\right)}{\prod_0^{n-1}\left(1-\frac{\delta}{2^{2r}b_1}\right)},$$

e poichè per $n=\infty$ i due ultimi prodotti tendono a

$$G\left(\frac{\delta}{2b_1}\right),\quad G\left(\frac{\delta}{b_1}\right),$$

avremo

$$\lim_{n=\infty} a_{n+1} = a_1 \frac{G\left(\frac{\delta}{2b_1}\right)}{G\left(\frac{\delta}{b_1}\right)}.$$

Del pari

$$b_{n+1} = b_1 \prod_0^{n-1} \frac{2^{2r+2}b_1 - 2\delta}{2^{2r+2}b_1 - \delta} = b_1 \frac{\prod_0^{n-1}\left(1 - \frac{\delta}{2^{2r+1}b_1}\right)}{\prod_0^{n-1}\left(1 - \frac{\delta}{2^{2r+2}b_1}\right)},$$

e quindi

$$\lim_{n=\infty} b_{n+1} = b_1 \frac{G\left(\frac{\delta}{2b_1}\right)}{G\left(\frac{\delta}{b_1}\right)}\left(1 - \frac{\delta}{b_1}\right) = a_1 \frac{G\left(\frac{\delta}{2b_1}\right)}{G\left(\frac{\delta}{b_1}\right)} = \lim_{n=\infty} a_{n+1}.$$

Poichè inoltre

$$a_{-n} = a_1 \prod_0^{n} \frac{2^{-2r-1}b_1 - 2\delta}{2^{-2r-1}b_1 - \delta} = a_1 \frac{\prod_0^{n}\left(1 - \frac{b_1}{2^{2r+2}\delta}\right)}{\prod_0^{n}\left(1 - \frac{b_1}{2^{2r+1}\delta}\right)} \cdot 2^{n+1},$$

e i due ultimi prodotti tendono rispettivamente a

$$G\left(\frac{b_1}{\delta}\right) : \left(1 - \frac{b_1}{\delta}\right), \quad G\left(\frac{b_1}{2\delta}\right),$$

mentre 2^{n+1} cresce indefinitamente, avremo

$$\lim_{n=\infty} |a_{-n}| = \infty.$$

Invece, poichè

$$b_{-n} = b_1 \prod_0^{n} \frac{2^{-2r}b_1 - \delta}{2^{-2r}b_1 - 2\delta} = b_1 \frac{\prod_0^{n}\left(1 - \frac{b_1}{2^{2r}\delta}\right)}{\prod_0^{n}\left(1 - \frac{b_1}{2^{2r+1}\delta}\right)} \cdot \frac{1}{2^{n+1}},$$

e i due ultimi prodotti tendono a $G\left(\frac{b_1}{\delta}\right)$, $G\left(\frac{b_1}{2\delta}\right)$, avremo

$$\lim_{n=\infty} b_{-n} = 0.$$

Quando a_1, b_1 sono reali, lo sono tutti gli altri.

Se inoltre a_1, b_1 sono positivi, lo sono tutti i seguenti, e ciascuno è compreso fra i due che lo precedono.

Precisamente: se $0 < a_1 < b_1$, gli $a_1, a_2, \ldots$ sono crescenti, i $b_1, b_2, \ldots$ decrescenti, e quelli minori di questi; allora si ha $\frac{a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}} < \frac{1}{2}$, onde

$$b_{n+1} - a_{n+1} < \frac{1}{4}(b_n - a_n).$$

Se invece $0 < b_1 < a_1$, gli $a_1, a_2, \ldots$ sono decrescenti, i $b_1, b_2, \ldots$ crescenti, e quelli maggiori di questi; allora $1 > \frac{a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}} > \frac{1}{2}$, e però

$$\frac{1}{4}(a_n - b_n) < a_{n+1} - b_{n+1} < \frac{1}{2}(a_n - b_n).$$

In entrambi i casi gli a e i b formano due classi contigue, le quali individuano il numero loro limite comune, del quale abbiamo trovato dianzi due espressioni.

§ 5. — Successione alterna di medie armoniche ed aritmetiche.

Nella successione

$$a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$$

sia

$$a_{n+1} = \frac{2a_n \cdot b_n}{a_n + b_n}, \quad b_{n+1} = \frac{1}{2}(b_n + a_{n+1}). \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

Una tal successione si riduce a quella del caso precedente preponendo ad a_1 come primo elemento $2b_1 - a_1$ (chè b_1 è medio aritmetico fra esso e a_1), val dire mutando nelle formole del caso precedente a_1 in $2b_1 - a_1$, b_1 in a_1, a_{n+1} in b_n, b_{n+1} in a_{n+1}, e quindi δ in -2δ.

Per tal modo si ottiene

$$a_{n+1} = 2^n a_1 \prod_1^n \frac{2^{2r-1}a_1 + 2\delta}{2^{2r}a_1 + 2\delta} = a_1 \prod_1^n \frac{2^{2r-1}a_1 + 2\delta}{2^{2r-1}a_1 + \delta} = a_1 \prod_1^n \left(1 + \frac{\delta}{2^{2r-1}a_1 + \delta}\right),$$

$$b_{n+1} = \frac{b_1}{2^n} \prod_1^n \frac{2^{2r-1}a_1 + 2\delta}{2^{2r}a_1 + 2\delta} = b_1 \prod_1^n \frac{2^{2r}a_1 + \delta}{2^{2r}a_1 + 2\delta} = b_1 \prod_1^n \left(1 - \frac{\delta}{2^{2r}a_1 + 2\delta}\right),$$

$$(n = 1, 2, \ldots);$$

e quindi

$$\lim_{n=\infty} a_{n+1} = a_1 \prod_1^\infty \frac{2^{2r-1}a_1+2\delta}{2^{2r-1}a_1+\delta} = a_1 \prod_1^\infty \left(1+\frac{\delta}{2^{2r-1}a_1+\delta}\right),$$

$$\lim_{n=\infty} b_{n+1} = b_1 \prod_1^\infty \frac{2^{2r}a_1+\delta}{2^{2r}a_1+2\delta} = b_1 \prod_1^\infty \left(1-\frac{\delta}{2^{2r}a_1+2\delta}\right),$$

e questi due limiti coincidono in uno, che è $(2b_1-\delta)\dfrac{G\left(-\dfrac{\delta}{a_1}\right)}{G\left(-\dfrac{2\delta}{a_1}\right)}$.

Qui si ha

$$b_{n+1}-a_{n+1} = -\frac{1}{2}(a_{n+1}-b_n) = \frac{1}{2}\frac{b_n}{a_n+b_n}(b_n-a_n).$$

La successione si può prolungare a sinistra, e si trova, per $n=0,-1,-2,\ldots$:

$$a_{-n} = a_1 \prod_0^n \frac{a_1+2^{2r+1}\delta}{a_1+2^{2r+2}\delta} = a_1 \prod_0^n \frac{2^{-2r-1}a_1+\delta}{2^{-2r-1}a_1+2\delta} = a_1 \prod_0^n \left(1-\frac{\delta}{2^{-2r-1}a_1+2\delta}\right),$$

$$b_{-n} = b_1 \prod_0^n \frac{a_1+2^{2r+1}\delta}{a_1+2^{2r}\delta} = b_1 \prod_0^n \frac{2^{-2r}a_1+2\delta}{2^{-2r}a_1+\delta} = b_1 \prod_0^n \left(1+\frac{\delta}{2^{-2r}a_1+\delta}\right),$$

$$\lim_{n=\infty} a_{-n} = 0, \quad \lim_{n=\infty} |b_{-n}| = \infty.$$

Quando a_1, b_1 sono reali, lo sono anche gli altri. E se inoltre a_1, b_1 sono entrambi positivi, lo sono tutti i seguenti, e ciascuno è compreso fra i due che lo precedono.

Se $0 < a_1 < b_1$, gli $a_1, \ldots$ crescono, i $b_1, \ldots$ decrescono, e quelli sono minori di questi. Allora $1 > \dfrac{b_n}{a_n+b_n} > \dfrac{1}{2}$, e però

$$\frac{1}{4}(b_n-a_n) < b_{n+1}-a_{n+1} < \frac{1}{2}(b_n-a_n).$$

Se invece $0 < b_1 < a_1$, gli $a_1, \ldots$ decrescono, i $b_1, \ldots$ crescono, e quelli sono maggiori di questi. Allora $\dfrac{b_n}{a_n+b_n} < \dfrac{1}{2}$, e però

$$b_{n+1}-a_{n+1} < \frac{1}{4}(b_n-a_n).$$

In entrambi i casi gli a e i b formano due classi contigue, ed individuano il numero loro limite comune, del quale abbiamo dianzi trovate due espressioni.

§ 6. — Successione alterna di medie aritmetiche e geometriche.

Sia la successione

$$\ldots, a_{-1}, b_{-1}, a_0, b_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$$

ove

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n), \quad b_{n+1}^2 = b_n a_{n+1}, \qquad (n = \ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots).$$

Si ha

$$b_{n+1}^2 - a_{n+1}^2 = \frac{1}{4}(b_n^2 - a_n^2), \quad (b_{n+1} - a_{n+1}) = \frac{1}{2}\frac{a_{n+1}}{a_{n+1} + b_{n+1}}(a_n - b_n).$$

Le espressioni di a_{n+1}, b_{n+1} mediante i soli a_1 e b_1 (reali o complessi) sono complicate, anche perchè plurivoche, nè lasciano scorgere in generale una tendenza a limite.

Quando a_1, b_1 sono reali e positivi, tali assumiamo tutti i seguenti. Ciascuno sarà compreso fra i due che lo precedono.

Se $0 < a_1 < b_1$, gli $a_1, a_2, \ldots$ crescono, i $b_1, b_2, \ldots$ decrescono, e quelli son minori di questi. Allora $\frac{a_{n+1}}{a_{n+1} + b_{n+1}} < \frac{1}{2}$, e quindi risulta

$$b_{n+1} - a_{n+1} < \frac{1}{4}(b_n - a_n).$$

Se invece $0 < b_1 < a_1$, gli $a_1, a_2, \ldots$ decrescono, i $b_1, b_2, \ldots$ crescono, e quelli son maggiori di questi. Allora $1 > \frac{a_{n+1}}{a_{n+1} + b_{n+1}} > \frac{1}{2}$, e risulta

$$\frac{1}{4}(a_n - b_n) < a_{n+1} - b_{n+1} < \frac{1}{2}(a_n - b_n).$$

In entrambi i casi, gli $a_1, \ldots$ e i $b_1, \ldots$ formano due classi contigue, ed individuano un numero positivo, il quale sarà limite degli uni e degli altri (*).

(*) Per altre proprietà di questa successione si veda: G. Fubini, *Nuovo metodo per lo studio e per il calcolo delle funzioni trascendenti elementari* (" Periodico di Mat. ", v. XII, p. 169, a. 1897); C. W. Borchardt: *Lettre à L. Cremona* (Collectanea mathematica in memoriam Dominici Chelini, p. 206. Pisa, 1881).

Una notevole illustrazione geometrica della presente successione ci vien fornita dal noto teorema: *Se a, r sono l'apotema e il raggio di una linea poligonale regolare, e a', r' l'apotema e il raggio della linea poligonale isoperimetra di doppio numero di lati e compresa nello stesso angolo al centro, sarà a' medio aritmetico fra a e r, e b' medio geometrico fra r e a'.*

Raddoppiando indefinitamente il numero dei lati, nasce la successione

$$a, r, a', r', a'', r'', \ldots$$

di medii alternamente aritmetici e geometrici; e siccome $0<a<r$, così *possiamo concludere che sarà*

$$r^{(n+1)} - a^{(n+1)} < \frac{1}{4}\left(r^{(n)} - a^{(n)}\right).$$

§ 7. — Successione alterna di medie geometriche ed aritmetiche.

Nella successione

$$\ldots, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$$

sia

$$a_{n+1}^2 = a_n b_n, \quad b_{n+1} = \frac{1}{2}(b_n + a_{n+1}),$$

$$(n = \ldots, 1, 0, 1, 2, \ldots).$$

Si ha

$$b_{n+1} - a_{n+1} = -\frac{1}{2}(a_{n+1} - b_n) = \frac{1}{2}\sqrt{b_n}(\sqrt{b_n} - \sqrt{a_n}) = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{b_n}}{\sqrt{b_n}+\sqrt{a_n}}(b_n - a_n).$$

Quando a_1, b_1 sono reali e positivi, tali possiamo assumere tutti i seguenti, e ciascuno sarà compreso fra i due che lo precedono.

Se $0 < a_1 < b_1$, gli $a_1, \ldots$ crescono, i $b_1, \ldots$ decrescono, e quelli son minori di questi. Allora $1 > \frac{\sqrt{b_n}}{\sqrt{b_n}+\sqrt{a_n}} > \frac{1}{2}$, e però

$$\frac{1}{4}(b_n - a_n) < b_{n+1} - a_{n+1} < \frac{1}{2}(b_n - a_n).$$

Se invece $0 < b_1 < a_1$, gli $a_1, \ldots$ decrescono, i $b_1, \ldots$ crescono, e quelli son maggiori di questi. Allora $\frac{\sqrt{b_n}}{\sqrt{b_n}+\sqrt{a_n}} < \frac{1}{2}$, e però

$$a_{n+1} - b_{n-1} < \frac{1}{4}(a_n - b_n).$$

In entrambi i casi, gli $a_1, \ldots$ e i $b_1, \ldots$ formano due classi contigue ed individuano un numero positivo, il quale sarà loro limite comune.

Come illustrazione geometrica ricordiamo che:

Se r, a sono il raggio e l'apotema di una poligonale regolare, ed r', a' quelli di una poligonale regolare equivalente di doppio numero di lati e nello stesso angolo al centro, r' è medio geometrico fra r e a, e a' medio geometrico fra r e $\frac{1}{2}(r+a)$.

Essendo

$$r'^2 = ra, \qquad a'^2 = \frac{1}{2}a(r+a),$$

sarà

$$(r'^2)^2 = r^2a^2, \qquad a'^2 = \frac{1}{2}(r'^2 + a^2),$$

e però la successione

$$r^2, a^2, r'^2, a'^2, \ldots,$$

che nasce raddoppiando sempre il numero dei lati, è di medii geometrici ed aritmetici. E siccome $0 < a^2 < r^2$, così *sarà certamente*

$$r'^2 - a'^2 < \frac{1}{4}(r^2 - a^2), \text{ ecc.}$$

E *sarà anche*

$$r' - a' < \frac{1}{4}(r - a), \text{ ecc.},$$

poichè

$$r'^2 - a'^2 = ra - \frac{1}{2}a(r+a) = \frac{1}{2}a(r-a).$$

onde

$$r' - a' = \frac{1}{2}\frac{a}{r'+a'}(r-a),$$

ma

$$r' > a' > a, \qquad \frac{a}{r'+a'} < \frac{1}{2},$$

dunque

$$r' - a' < \frac{1}{4}(r-a).$$

§ 8. — Successione alterna di medie geometriche ed armoniche.

Nella successione

$$\ldots, a_1, b_1, a_2, b_2, \ldots$$

sia

$$a_{n+1}^2 = a_n b_n, \quad b_{n+1} = \frac{2b_n a_{n+1}}{b_n + a_{n+1}} = \frac{2b_n a^2_{n+1}}{b_n a_{n+1} + a^2_{n+1}} = \frac{2a_n b_n}{a_{n+1} + a_n},$$

$$(n = \ldots, 1, 0, 1, 2, \ldots).$$

Si ha

$$b_{n+1} - a_{n+1} = \frac{2a_n b_n}{a_{n+1} + a_n} - a_{n+1} = -\frac{a_n}{a_n + a_{n+1}}(a_{n+1} - b_n)$$

$$= -\frac{a_n}{a_n + \sqrt{a_n b_n}}(\sqrt{a_n b_n} - b_n) = \frac{\sqrt{a_n b_n}}{\sqrt{a_n} + \sqrt{b_n}}(\sqrt{b_n} - \sqrt{a_n}),$$

e quindi

$$b_{n+1} - a_{n+1} = \frac{\sqrt{a_n b_n}}{(\sqrt{a_n} + \sqrt{b_n})^2}(b_n - a_n).$$

Quando a_1, b_1 sono reali e positivi, tali possiamo assumere anche i seguenti, e ciascuno di questi sarà compreso fra i due che lo precedono.

Se $0 < a_1 < b_1$, gli $a_1, \ldots$ crescono, i $b_1, \ldots$ decrescono, e quelli son minori di questi. Ed essendo

$$\frac{\sqrt{a_n b_n}}{(\sqrt{a_n} + \sqrt{b_n})^2} < \frac{1}{4},$$

sarà

$$b_{n+1} - a_{n+1} < \frac{1}{4}(b_n - a_n).$$

Se invece $0 < b_1 < a_1$, gli $a_1, \ldots$ decrescono, i $b_1, \ldots$ crescono, e quelli son maggiori di questi. Allora

$$a_{n+1} - b_{n+1} < \frac{1}{4}(a_n - b_n).$$

In entrambi i casi gli $a_1, \ldots$ e i $b_1, \ldots$ formano due classi contigue, ed individuano un numero positivo, il quale sarà limite degli uni e degli altri.

Di questa successione ci fornisce esempio il teorema: *Se* s, S *sono le aree di due settori poligonali regolari di egual numero di lati, l'uno iscritto e l'altro circoscritto a un settore circolare, e* s', S' *le aree di quelli di doppio numero di lati, sarà* s' *media geometrica fra* s, S, *ed* S' *media armonica fra* S, s'.

Raddoppiando sempre il numero dei lati, nasce la successione di medie geometriche e armoniche

$$s,\ S,\ s',\ S',\ \ldots,$$

e siccome $0 < s < S$, così *siamo certi che sarà*

$$S^{(n+1)} - s^{(n+1)} < \frac{1}{4}\,(S^{(n)} - s^{(n)}).$$

§ 9. — Successione alterna di medie armoniche e geometriche.

Nella successione

$$\ldots,\ a_1,\ b_1,\ a_2,\ b_2,\ \ldots$$

sia

$$a_{n+1} = \frac{2a_n b_n}{a_n + b_n},\quad b_{n+1}^2 = b_n a_{n+1},$$

$$(n = \ldots, -1, 0, 1, 2, \ldots).$$

Si ha

$$b_{n+1}^2 - a_{n+1}^2 = -a_{n+1}(a_{n+1} - b_n) = \frac{a_{n+1}\,b_n}{a_n + b_n}\,(b_n - a_n),$$

e dividendo per $b_{n+1} + a_{n+1}$,

$$b_{n+1} - a_{n+1} = \frac{a_{n+1}}{a_{n+1} + b_{n+1}} \cdot \frac{b_n}{a_n + b_n}\,(b_n - a_n),$$

od anche

$$b_{n+1} - a_{n+1} = \frac{b_{n+1}}{a_{n+1} + b_{n+1}} \cdot \frac{b_{n+1}}{a_n + b_n}\,(b_n - a_n).$$

Quando a_1, b_1 sono reali e positivi, tali assumeremo anche i seguenti, e ciascuno di essi sarà compreso fra i due che lo precedono.

Se $0 < a_1 < b_1$, gli $a_1, \ldots$ crescono, i $b_1, \ldots$ decrescono, e quelli sono minori di questi. Allora

$$\frac{a_{n+1}}{a_{n+1}+b_{n+1}} < \frac{1}{2}, \quad \frac{b_{n+1}}{a_n+b_n} < 1,$$

e però

$$b_{n+1} - a_{n+1} < \frac{1}{2}(b_n - a_n).$$

Se invece $0 < b_1 < a_1$, gli $a_1, \ldots$ decrescono, i $b_1, \ldots$ crescono, e quelli son maggiori di questi. Allora

$$\frac{a_{n+1}}{a_{n-1}+b_{n+1}} \cdot \frac{b_n}{a_n+b_n} = \frac{2a_nb_n}{a_{n+1}+b_{n+1}} \cdot \frac{b_n}{(a_n+b_n)^2} = \frac{2b_n}{a_{n+1}+b_{n+1}} \cdot \frac{a_nb_n}{(a_a+b_n)^2},$$

ove il primo fratto è minore di 1 e l'altro minore di $\frac{1}{4}$; e però sarà

$$a_{n+1} - b_{n+1} < \frac{1}{4}(a_n - b_n).$$

In entrambi i casi gli $a_1, \ldots$ e i $b_1, \ldots$ formano due classi contigue, ed individuano un numero positivo, il quale sarà limite degli uni e degli altri.

Ricordiamo il teorema:

Se P, p *sono i perimetri di due linee poligonali regolari di egual numero di lati, l'una circoscritta e l'altra iscritta a un dato arco circolare, e* P′, p' *i perimetri di quelle di doppio numero di lati, sarà* P *medio armonico fra* P *e* p, *e* p' *medio geometrico fra* p *e* P′.

Raddoppiando sempre il numero dei lati, si forma la successione alterna di medii armonici e geometrici

$$\mathrm{P},\ p,\ \mathrm{P}',\ p',\ \ldots;$$

e poichè $0 < p < \mathrm{P}$, *sarà certamente*

$$\mathrm{P}^{(n+1)} - p^{(n+1)} < \frac{1}{4}(\mathrm{P}^{(n)} - p^{(n)}).$$

§ 10. — **Media aritmetico-armonica.**

Le successioni di cui ci siamo occupati non sono del tipo di quella profondamente investigata da Gauss ed applicata alla trasformazione degl'integrali ellittici (*Gesammelte Werke*, Bd. III),

individuante il numero che egli chiamò *medio aritmetico-geometrico* fra due numeri positivi a_1, b_1; infatti in una tal successione

$$a_{-2},\ b_{-2},\ a_{-1},\ b_{-1},\ a_0,\ b_0,\ a_1,\ b_1,\ a_2,\ b_2,\ \ldots$$

si suppone a_2 medio aritmetico fra a_1 e b_1, e b_2 medio geometrico fra gli stessi a_1 e b_1, e così via a destra; del pari a_1 e b_1 medii aritmetico e geometrico fra a_0 e b_0, e così via a sinistra.

Supponendo invece a_2 e b_2 medii armonico e geometrico fra a_1 e b_1, e così via, si ha una successione di numeri, i cui inversi formano una successione di Gauss; e quindi essi individuano un numero, che può dirsi *medio armonico-geometrico* fra a_1 e b_1, supposti positivi.

Ora supponiamo che a_2 e b_2 siano medii aritmetico e armonico fra a_1 e b_1, e così via, cioè

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n),\quad b_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n},$$
$$(n = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots);$$

avremo così una nuova successione, della quale vogliamo accennare le proprietà fondamentali.

Si ha

$$a_{n+1} - b_{n+1} = \frac{(a_n - b_n)^2}{2(a_n + b_n)} = \frac{(a_n - b_n)^2}{4a_{n+1}}.$$

Si ha pure

$$a_{n+1}b_{n+1} = a_nb_n,$$

e però

$$a_nb_n = a_1b_1 = c^2,\qquad b_n = \frac{c^2}{a_n}.$$

Inoltre a_n e b_n sono le radici dell'equazione

$$x^2 - 2a_{n+1}x + c^2 = 0,$$

onde

$$a_n = a_{n+1} + \sqrt{a_{n+1}^2 - c^2},\qquad b_n = a_{n+1} - \sqrt{a_{n+1}^2 - c^2}.$$

È superfluo esaminare il caso $a_1 = b_1$, poichè allora son tutti eguali gli a e i b.

Quando a_1 e b_1 sono reali, lo sono tutti gli a e i b. E si può supporre indifferentemente $a_1 > b_1$ o $a_1 < b_1$, non avendo nessun effetto lo scambio di a_1 con b_1.

Se inoltre a_1 e b_1 sono positivi, è positivo c^2, e tali sono anche a_2 e b_2, e $a_2 > b_2$; e così via a destra. Prendendo anche $a_1 > b_1$, gli $a_1, a_2, \ldots$ sono decrescenti, i $b_1, b_2, \ldots$ crescenti, e quelli maggiori di questi.

Il radicale $\sqrt{a_{n+1}^2 - c^2}$ equivale a $\sqrt{a_{n+1}(a_{n+1} - b_{n+1})}$, e però è reale per $n \geq 0$; assumendolo positivo in a_0, risulta $a_0 > b_0 > 0$, e poi similmente $a_{-1} > b_{-1} > 0$, e così via a sinistra; inoltre gli a crescono a sinistra, e quindi i b decrescono a sinistra.

Essendo poi

$$a_{n+1} - b_{n+1} = \frac{1}{2}\,\frac{a_n - b_n}{a_n + b_n}(a_n - b_n) < \frac{1}{2}(a_n - b_n),$$

$$a_n - b_n > 2(a_{n+1} - b_{n+1}),$$

la differenza $a_n - b_n$ tende a zero a destra, onde gli a e i b formano due classi contigue ed individuano un numero positivo, compreso fra a_1 e b_1, che può dirsi *medio aritmetico-armonico* fra a_1 e b_1, ma che coincide con c, medio geometrico positivo fra a_1 e b_1, grazie alla $a_n b_n = c^2$ (*).

A sinistra $a_n - b_n$ cresce senza limite, e però gli a crescono indefinitamente e i b decrescono indefinitamente.

Se a_1 e b_1 sono negativi, ha luogo tutto il contrario, assumendo $a_1 < b_1$. Anche allora si ha un numero *medio aritmetico-armonico* fra a_1 e b_1 come limite destro, e questo è il medio geometrico negativo fra a_1 e b_1.

A sinistra gli a decrescono tendendo a $-\infty$ e i b crescono tendendo a zero.

Se a_1 e b_1 hanno segni contrarî, c^2 è negativo, a_n e b_n hanno segni contrarî. Ma non si scorge una tendenza a limite.

Le espressioni di a_n e b_n mediante a_1 e b_1 sono razionali, ma complicate. Si ha

$$a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1), \qquad b_2 = \frac{2a_1 b_1}{a_1 + b_1},$$

$$a_3 = \frac{(a_1 + b_1)^2 + 4a_1 b_1}{4(a_1 + b_1)}, \qquad b_3 = \frac{4a_1 b_1 (a_1 + b_1)}{(a_1 + b_1)^2 + 4a_1 b_1}, \text{ ecc.}$$

(*) L'egregio Dr. G. Vacca mi comunica che questo risultato si trova in Huygens (*Œuvres complètes*, La Haye, 1895, t. VI, p. 240, lettre de J. Gregory à H. Oldenburg, 23 juillet 1668).

§ 11. — Applicazioni geometriche.

Considerando gli elementi delle successioni numeriche reali come coordinate di elementi di una forma geometrica di 1ª specie, raccogliamo delle interpretazioni geometriche dei risultati dianzi ottenuti.

Se gli elementi sono ascisse di punti di una retta, abbiamo dalle prime tre successioni:

Data una successione di punti di una retta, ciascuno medio fra i due precedenti, vi è un punto limite destro, che divide nel rapporto 2:1 *la distanza dei due punti iniziali, e il punto all'infinito è il limite sinistro.*

Una successione di punti di una retta, ciascuno coniugato armonico di un punto fisso rispetto ai due precedenti, ha un punto limite destro, ed ha per punto limite sinistro il punto fisso.

Questo teorema comprende come caso particolare il precedente, poichè il punto medio fra due punti è il coniugato armonico del punto all'infinito rispetto ad essi.

Siano $a_1a'_1$, $a_2a'_2$ *due coppie di punti di una retta, che abbiano lo stesso punto medio* o; *sia* $a_3a'_3$ *la coppia armonica con le* a_1a_2, $a'_1a'_2$; $a_4a'_4$ *la coppia armonica con le* a_2a_3, $a'_2a'_3$; *e così via. Si possono supporre* a_1, a_2, a_3 ... *in una delle due semirette uscenti da* o *e* a'_1, a'_2, a'_3, ... *nell'altra; allora gli uni e gli altri hanno un punto limite, e i due punti limiti sono equidistanti da* o. *Se poi le successioni* a_1, a_2, ... *ed* a'_1, a'_2, ... *si prolungano a sinistra, gli elementi d'indice dispari han per limite* o *e quelli d'indice pari il punto all'infinito.*

Interpretando gli elementi delle successioni numeriche reali come coordinate *tangenti* di rette di un fascio o di piani di un fascio, si hanno teoremi analoghi a questi.

La relazione di armonia essendo proiettiva, possiamo all'ultimo enunciato sostituire uno più generale:

Sia oo' *una coppia di elementi di una forma di 1ª specie, e* $a_1a'_1$, $a_2a'_2$ *due coppie armoniche con* oo'. *Vi è una coppia* $a_3a'_3$ *armonica con* oo', a_1a_2, $a'_1a'_2$; *e così via. La successione di coppie* $a_1a'_1$, $a_2a'_2$, $a_3a'_3$, ... *si può prolungare indefinitamente a destra ed a sinistra; inoltre si possono supporre tutti gli elementi a cadenti in uno dei due segmenti* oo' *e gli* a' *nell'altro. Allora gli a*

hanno un unico limite destro, mentre a sinistra quelli d'indice dispari hanno per limite o e quelli d'indice pari o'. Lo stesso dicasi degli a'. E i limiti destri degli a e degli a' sono coniugati armonici rispetto a o e o'.

Passando alle successioni 4ª e 5ª, troviamo:

In una forma di 1ª specie siano dati due elementi o, o' ed altri due a_1, b_1; sia a_2 il coniugato armonico di o rispetto ad a_1, b_1; b_2 quello di o' rispetto a b_1, a_2; a_3 quello di o rispetto ad a_2; b_2, b_3 quello di o' rispetto a b_2, a_3; e così via. La successione a_1, b_1, a_2, b_2,... si può prolungare indefinitamente a destra ed a sinistra; gli a e i b hanno un comune punto limite destro, mentre a sinistra gli a han per limite o ed i b o'.

Le successioni 6ª e 9ª dànno luogo al seguente teorema:

In una forma di 1ª specie sia oo' una coppia di elementi ed $a_1a'_1$, $b_1b'_1$ altre due coppie armoniche con oo'. Sia a_2 il coniugato armonico di o rispetto ad a_1b_1, ed a'_2 quello di o rispetto ad $a'_1b'_1$. Vi è una coppia $b_2b'_2$ armonica con oo', b_1a_2, $b'_1a'_2$. Sia poi a_3 il coniugato armonico di o rispetto ad a_2b_2, e a'_3 quello di o' rispetto ad $a'_2b'_2$; e sia $b_3b'_3$ la coppia armonica con oo', b_2a_3, $b'_2a'_3$. Così proseguendo si hanno le due successioni a_1, b_1, a_2, b_2, ... e a'_1, b'_1, a'_2, b'_2, ... Entrambe hanno un limite destro e i due limiti sono coniugati armonici rispetto ad oo', quando si suppone che la prima cada tutta in uno dei segmenti oo' e la seconda nell'altro.

Le successioni 7ª e 8ª dànno:

Alle medesime conseguenze si giunge quando $a_2a'_2$ è armonica con oo', a_1b_1, $a'_1b'_1$, mentre b_2 e b'_2 sono i coniugati armonici di o e o' rispetto a b_1a_2 e $b'_1a'_2$, e così via alternamente.

La successione di Gauss e quella che individua la media armonico-geometrica porgono:

In una forma di 1ª specie sia oo' una coppia di elementi e $a_1a'_1$, $b_1b'_1$ due coppie armoniche con oo'. Siano a_2, a'_2 coniugati armonici di o, o' rispetto a a_1b_1, $a'_1b'_1$; vi sarà una coppia $b_2b'_2$ armonica con oo', a_1b_1, $a'_1b'_1$. Siano poi a_3, a'_3 coniugati armonici di o, o' rispetto a a_2b_2, $a'_2b'_2$, e $b_3b'_3$ la coppia armonica con oo', a_2b_2, $a'_2b'_2$. Così proseguendo si ha una successione di coppie $a_1a'_1$, $b_1b'_1$, $a_2a'_2$, ..., che può prolungarsi indefinitamente a destra ed a sinistra. Si può supporre che le due successioni parziali ..., a_1, a_2, ... e ..., b_1, b_2, ... cadano in un solo dei due segmenti oo' e le altre due ..., a'_1, a'_2, ... e ..., b'_1, b'_2, ... nell'altro.

Allora gli a e i b hanno un comune limite destro, come pure gli a' e i b', e questi due limiti sono coniugati armonici rispetto ad o e o'; mentre a sinistra gli a e gli a' hanno per limite o', i b e i b' hanno per limite o.

L'ultima successione trattata al § 10 porge:

In una forma di 1ª specie sia oo' una coppia di elementi, a_1b_1 un'altra; siano a_2 e b_2 coniugati armonici di o e o' rispetto ad a_1b_1, a_3 e b_3 coniugati armonici di o e o' rispetto ad a_2b_2, e così via. La successione a_1, b_1, a_2, b_2, ... si può prolungare a destra ed a sinistra. Se a_1 e b_1 cadono in un medesimo segmento oo', ivi cadono tutti gli a e i b, ed essi hanno uno stesso limite destro, il quale appartiene alla coppia armonica con oo', a_1b_1, ..., mentre a sinistra gli a han per limite o e i b o'.

§ 12. — Altre applicazioni geometriche.

Le precedenti proprietà geometriche sono state stabilite nell'ipotesi che i numeri componenti le successioni fossero reali. Quando si suppongono complessi, si ottengono ancora delle proprietà geometriche, poichè i numeri delle successioni ricevono una rappresentazione geometrica reale sulle forme di 2ª specie, p. e. sul piano punteggiato riferito a due assi ortogonali.

Quanto alla 1ª successione, si avranno punti di una retta del piano, ciascuno medio fra i due precedenti, e non si trova nulla di nuovo.

Quanto alla 2ª successione, ricordiamo che quattro punti armonici A, B, C, D del piano sono sopra una circonferenza, e dati tre di essi A, B, C, il quarto D è il punto di contatto della seconda tangente condotta dal punto comune alla retta AB ed alla tangente in C. Quindi si ottiene la stessa proprietà enunciata nel § 11, ma per punti di una circonferenza, od anche (mediante una proiezione) per punti di una conica luogo di punti; dalla quale è facile passare ad una conica inviluppo di rette, o ad un cono quadrico luogo di rette, o ad un cono quadrico inviluppo di piani.

Del resto così doveva essere, chi rifletta che quattro punti armonici di una conica sono proiettati mediante quattro rette armoniche da un punto della conica, e che la proprietà in esame compete alle rette di un fascio.

Queste considerazioni ci dispensano da una ulteriore disamina, e ci permettono di concludere che:

Le proprietà stabilite nel § 11 (dalla 2ª in poi) sussistono per successioni di elementi di una conica considerata come luogo di punti od inviluppo di rette, e di un cono quadrico considerato come luogo di rette od inviluppo di piani.

Torino, Aprile 1901.

Integrazione di sistemi di equazioni differenziali.

Nota del Dott. ANTONINO VACCARO.

§ 1. — Dai lavori del Iacobi in poi lo studio per l'integrazione d'un sistema di equazioni differenziali, nelle quali entrano pure funzioni di variabili complesse, è andato di pari passo con quello sulla teoria delle quantità complesse.

Sia che nel sistema da integrare vi entrino solamente funzioni di quantità reali, sia di quantità complesse, il problema si può dire completamente risoluto, e le ricerche e le modifiche che si tentano dai moderni matematici hanno per iscopo di sottoporre le funzioni al minore numero possibile di condizioni perchè possa avverarsi l'integrazione.

§ 2. — Trattandosi d'un sistema di n equazioni differenziali di forma algebrica, nei cui membri compariscono la variabile indipendente x, n funzioni di essa $y_1 y_2 \dots y_n$ e le derivate di queste, potremo sempre sostituire un altro sistema in cui compariscono le sole derivate prime: è cresciuto però il numero delle funzioni e per conseguenza, e della stessa quantità, il numero delle equazioni, ciascuna delle quali conterrà una derivata prima; contrariamente diminuirebbe il numero delle funzioni e l'ordine del sistema.

Studieremo quindi un sistema di equazioni differenziali ridotte alla forma normale:

$$(1)\qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{dy_1}{dx} = f_1(xy_1 \dots y_n) \\[2ex] \dfrac{dy_2}{dx} = f_2(xy_1 \dots y_n) \\[2ex] \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\[2ex] \dfrac{dy_n}{dx} = f_n(xy_1 \dots y_n). \end{array}\right.$$

E poichè un sistema d'ordine n di equazioni differenziali può ridursi ad una sola equazione differenziale d'ordine n (*) e l'esistenza degli n integrali fondamentali e quindi dell'integrale generale di questa è dimostrata (formula di LIOUVILLE), così sarebbe dimostrata l'esistenza del sistema integrale delle (1).

Allo stesso scopo servirebbe per $k = 1$ il teorema: *Conosciute k soluzioni indipendenti ($k < n$), l'integrazione del sistema proposto si riduce a quello d'un sistema analogo d'ordine $n - k$ ed a k quadrature.*

Epperò una dimostrazione rigorosa e diretta di tale esistenza (univoca), nel caso in cui le funzioni e le variabili siano quantità reali, venne data per la prima volta nel 1844 dal CAUCHY (**). Dimostrazione che venne semplificata nel 1868 dal LIPSCHITZ (***) per avere posto in evidenza le ipotesi necessarie alla dimostrazione. Condizioni per detta esistenza sono le seguenti:

Restando x nell'intervallo a e le $y_1 y_2 \dots y_n$ nell'intervallo b ed essendo le $f_1 \dots f_n$, funzioni delle quantità reali $x, y_1, y_2 \dots y_n$, per ciò non si annulli identicamente il loro determinante (****), siano le $f_1 \dots f_n$ funzioni continue in detti intervalli ed inoltre, ferma restando la x, s'abbia a potere determinare n quantità positive: A. B, ..., L (se il sistema è dell'ordine n) tali che:

$$(2) \quad | f_1(x, y'_1, y'_2, \dots, y'_n) - f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) | < A \, | y'_1 - y_1 | + \\ + | y'_2 - y_2 | + \dots + L \, | y'_n - y | .$$

Questo metodo però, oltre all'offrirci più condizioni del necessario non ci offre una via per conseguire tale ricerca. E rimanendo nel campo di variabili reali, dobbiamo pel primo al PEANO (*****) 1887, un tale processo, quantunque PICARD non lo ricordi in occasione d'analoga sua ricerca per l'equazione di 1° grado (******) nel 1890 cioè 3 anni dopo, nè per simili ricerche

(*) MOIGNO, vol. II, pp. 683.

(**) Per cura di M. MOIGNO, *Leçons de calcul différentiel et intégral.*

(***) LIPSCHITZ, *Lehrbuch der Analysis.* - ID., " Annali di Matematica ", serie 2ª, t. I.

(****) *Beiträge zur Theorie der Variation der einfachen Integrale* (" Giorn. di Crelle-Borchardt ", t. 65, pp. 26).

(*****) PEANO, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", XXII.

(******) PICARD, " Journal de Mathém. ".

nel 1890-91 (*), nè nel 1893 nel suo *Traité d'analyse*, dove richiama pure alcune modificazioni del LINDELOF (**), modificazioni apportate effettivamente prima, sebbene per via diretta, dal BENDIXON nel 1893 (***).

Tutti questi metodi, detti per *approssimazioni successive*, si rassomigliano tutti, hanno il grande vantaggio, oltre al dimostrare l'esistenza del sistema integrale, di offrirci una via per ritrovarlo e studiarne anche le proprietà.

Il PEANO si attenne ad un sistema di equazioni differenziali lineari, PICARD ad un sistema della forma (1), che possiamo rappresentare compendiosamente coll'unica espressione:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y_1, \ldots, y_n)$$

in cui:

$$y = [y_1, y_2, \ldots, y_n]$$

ed

$$f = [f_1, f_2, \ldots, f_n]$$

in cui le f possono essere non lineari.

PICARD, colle identiche condizioni del CAUCHY, partendo da un sistema arbitrario:

$$y_0 = [y_0, y_{0.1}, y_{0.2}, \ldots, y_{0.n}]$$

e col processo delle approssimazioni successive dà la serie:

$$\frac{dy_1}{dx} = f(x, y_{0.1}, y_{0.2}, \ldots, y_{0.n})$$

$$\frac{dy_2}{dx} = f(x, y_{1.1}, y_{1.2}, \ldots, y_{1.n})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{dy_n}{dx} = f(x, y_{n-1.1}, y_{n-1.2}, \ldots, y_{n-1.n})$$

(*) PICARD, " Bulletin de la Soc. Math. de France „, t. XIX, 1890-91. — ID., " Nouvelles Annales „, t. XV.

(**) LINDELOF, " Comptes rendus „, 26 février 1894, t. 108.

(***) BENDIXON, " Mémoires Académ. des Sciences de Stockholm „, novembre 1893.

dove è sempre:

$$y_i = [y_{i.1}, y_{i.2}, \ldots, y_{i.n}],$$

y_i determinato con quadrature in funzione di y_{i-1} in modo che per $x = x_0$ è $y_i = 0$.

Si ha così la serie:

$$Y_n = y_0 + (y_1 - y_0) + (y_2 - y_1) + \ldots + (y_n - y_{n-1}) + \ldots$$

cioè:

$$y_n = y_0 + M\delta \{1 + \delta\Sigma A + \delta^2(\Sigma A)^2 + \ldots\}$$

che per n crescente indefinitamente ammette un limite allorchè:

$$\delta\Sigma A < 1.$$

Questo limite è l'integrale cercato.

Qui è:

$$A = [A \,.\, B \ldots L]$$

$$\Sigma A = A + B + \ldots + L$$

$$\delta \leq \rho \leq a$$

$$M\rho < b,$$

mentre M è il massimo valore assoluto delle f.

Sicchè per l'esistenza del sistema integrale delle (1), bisognerà che la δ sia una quantità piccola a piacere, più piccola delle 3 quantità:

$$(3) \qquad a, \quad \frac{b}{M}, \quad \frac{1}{\Sigma A}.$$

Il Bendixon e il Lindelof (l. c.) con identici ragionamenti pervengono alla serie:

$$y_n = M(x - x_0) + M\Sigma A \frac{(x - x_0)^2}{2!} + M(\Sigma A)^2 \frac{(x - x_0)^3}{3!} + \ldots$$

evidentemente esponenziale e perciò convergente senza che sia necessaria la terza delle condizioni (3).

Il PEANO anzi nel 1892 (*) ritorna sul metodo del PICARD e dimostra come per l'esistenza del sistema integrale non è necessaria l'ipotesi (2), anzi è ammettendola (**) che se ne deduce non solo l'esistenza, ma anche l'unicità.

Il campo per $\delta < \left\{ \begin{matrix} a \\ \frac{b}{M} \end{matrix} \right.$ può certe volte allargarsi (LINDELOF, l. c.) e sparire financo la 2ª delle condizioni (3) e precisamente se le funzioni f sono finite e ben determinate per x compreso nell'intervallo a e $y_1 \dots y_n$ nell'intervallo $(-\infty, +\infty)$ e sia

$$\left| \frac{\partial f_i}{\partial y_k} \right|_{i,k=1\dots n} < N$$

Questo risultato, quantunque semplicissimo, presenta grandissimo interesse, poichè in generale è impossibile sapere ciò che avviene degli integrali fuori d'un campo limitatissimo.

Il sistema integrale esiste sempre, sia che le derivate parziali del 1° ordine positive crescano, sia che decrescano con $y_1 \dots y_n$, allorchè le $f_1 \dots f_n$ crescono con queste (***).

§ 3. — Nel caso in cui le $f_1 \dots f_n$ siano funzioni olomorfe, l'integrale esiste sempre e non ne esiste che uno. Tale dimostrazione venne data pel primo dal CAUCHY col *calcolo dei limiti* (****). I francesi BRIOT-BOUQUET (*****), M. MÉRAY e WEIERSTRASS in Germania, fondandosi sullo stesso principio lo applicarono differentemente. Questo metodo, al solito, consiste nel paragonare la serie rappresentante l'integrale ad un'altra evidentemente convergente.

Che l'integrale si possa mettere sotto forma di serie allorchè le $f_1 \dots f_n$ sono olomorfe, sviluppabili quindi in serie di potenze dei loro parametri, lo dimostrò il POINCARÉ (******) col calcolo dei

---

(*) PEANO, " Mathematische Annalen „, t. XXXVII.

(**) ID., " Nouvelles annales de Mathématique „, serie 3ª, 1892.

(***) PICARD, " Comptes rendus „, 115.

(****) *Œuvres complètes de Cauchy*, 1ª serie, vol. VII.

(*****) BRIOT-BOUQUET, " Journal de l'École Polytechnique „, t. XXI. — ID., *Traité des fonctions elliptiques*, pp. 325.

(******) POINCARÉ, *Les méthodes nouv. de la Mécanique céleste*, t. I, pp. 53.

limiti e il PICARD (*) col metodo delle approssimazioni successive. Per la funzione di paragone F potremo scegliere un campo più largo di quello scelto da BRIOT e BOUQUET (**) e cioè un campo di raggio:

$$\frac{M}{1-\frac{x}{R}}$$

dove R è eguale alla più piccola delle 2 quantità a e b e la funzione olomorfa $\frac{M}{1-\frac{x}{R}}$ dove M è il massimo modulo delle $f_1 f_2 \ldots f_n$ nel cerchio di raggio R, ci dà sempre:

$$\frac{\partial^r \left(\frac{M}{1-\frac{x}{R}}\right)}{\partial x^r} \geq \frac{d^r f}{dx^r}$$

e stabilendo il sistema ausiliario:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{M}{1-\frac{x}{R}} \left\{ z_1 + z_2 + \ldots z_n + 1 \right\}$$

colle condizioni iniziali $z(0) = k$, k essendo il massimo modulo di $y_{0.1}, y_{0.2}, \ldots, y_{0.n}$ ci riduciamo alla sola equazione:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{M}{1-\frac{x}{R}} (nz + 1)$$

che integrata dà:

$$\frac{1}{n} \frac{d}{dx} \lg (nz + 1) = - MR \frac{d}{dx} \lg \left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

$$\lg \frac{nz+1}{nk+1} = - MRn \lg \left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

$$nz + 1 = (nk + 1) \left(1 - \frac{x}{R}\right)^{-MRn}$$

z dunque è monodroma per $|x| < R$.

(*) PICARD, " Comptes rendus ", t. 108, n. 15, 1894. — ID., " Bulletin de la Société Math. de France ", t. XXII, 1894.

(**) PICARD, *Traité d'Analyse Ch.*, XI, § 3.

Ripigliando il sistema (1) colle condizioni del § 3, le $f_1, f_2, \ldots, f_n$ essendo funzioni olomorfe delle variabili $x, y_1, \ldots, y_n$ presso $x, y_{0.1}, y_{0.2}, \ldots, y_{0.n}$, sono sviluppabili in serie di potenze $x - x_0$, serie convergenti dentro e sul contorno (basterebbe impiccolire di poco il raggio di convergenza) del dato campo di raggio R, cioè ponendo $x_0 = 0$, è:

$$f = \Sigma \alpha^{(n)} x^n. \tag{4}$$

Volendo dimostrare l'esistenza delle funzioni $y_1, \ldots, y_n$, che per $x = x_0 = 0$ si riducono a $y_{0.1}, y_{0.2}, \ldots, y_{0.n}$, queste arbitrarie, basterà si possa determinare la serie convergente:

$$y_0 + \Sigma c x^n \tag{5}$$

le $c = [c_1 c_2 \ldots c_n]$ determinate in modo che le (5) soddisfino al sistema:

$$Y = \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 x + \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 x^2 + \ldots$$

e perciò basterà qui al posto di f e y sostituire le (4), (5), eguagliando i coefficienti dei termini d'ugual grado dei 2 membri, si avranno delle relazioni che determinano le c.

L'unicità di detta esistenza, qualunque sia il numero delle variabili e qualunque sia il cammino percorso dalle $x, y_1, \ldots, y_n$ dentro i campi di convergenza, allorchè esse tendono rispettivamente a $x_0, y_{0.1}, \ldots, y_{0.n}$, cioè senza le restrizioni di Briot e Bouquet (l. c.), è stata stabilita brillantemente dal Picard *(Traité)* senza che possano aver luogo i dubbi del Fuchs (*) su tale importante teorema.

§ 4. — Però il metodo delle approssimazioni successive è anche applicabile al caso in cui le f sono olomorfe, quando si tenga conto delle modificazioni del Lindelof. Questo osservò lo stesso Picard (1894) in fine alla nota del Lindelof (**).

Ciascun termine della serie già trovata:

$$y = y_1 + (y_2 - y_1) + \ldots + (y_n - y_{n-1}) + \ldots \tag{6}$$

(*) Fuchs, " Sitzungsberichte der Berliner Akademie „, 1886.

(**) " Comptes Rendus „, t. 108, N. 9 e 15.

sarà olomorfo dentro il cerchio di centro sull'origine e di raggio h:

$$h \begin{cases} < a \\ < \frac{b}{M} \end{cases}$$

e la serie convergente (6) ci rappresenta l'integrale del sistema dato, olomorfo nel dato campo h e che per $x = 0$ s'annulla.

Che l'integrale (6) sia olomorfo si può vedere anche, e più semplicemente, con una applicazione del teorema del MORERA (l'inverso di quello del CAUCHY). Invero poichè la (6) è convergente e ciascun termine continuo, sarà anche y funzione continua e finita e sarà:

$$\int_\sigma y dx = \Sigma \int_\sigma (y_n - y_{n-1})\, dx = 0$$

ossia y sarà funzione di x, finita e continua, e tale che $\int_\sigma y dx = 0$ e pel teorema del MORERA, y sarà funzione di x nel senso di funzione di variabile complessa.

§ 5. — Col metodo delle approssimazioni successive si viene ad allargare il campo di esistenza del sistema integrale, poichè mentre qui il raggio di detto campo di convergenza raggiunge la più piccola delle 2 quantità:

$$a, \quad \frac{b}{M}$$

risultato del resto trovato per via più lunga dal PICARD nel 1888 (*) e altrove (**), dallo stesso, col teorema:

La serie di Taylor originata dalle equazioni differenziali, converge necessariamente per un raggio eguale alla più piccola delle 2 quantità a e $\frac{b}{M}$; col calcolo dei limiti detto raggio può avere per massima lunghezza (BRIOT-BOUQUET, l. c.):

$$a\left(1 - e^{-\frac{b}{(n+1)M.a}}\right)$$

che è $< a$.

(*) PICARD, " Bulletin des Sciences math. ".
(**) " Comptes rendus ", t. CVI, 1888.

Sicchè il metodo delle approssimazioni successive anche sotto questo punto di vista è vantaggioso.

§ 6. — Il campo dell'esistenza del sistema integrale d'un sistema di equazione (*) può ancora allargarsi nel caso in cui le $f_1 f_2 \dots f_n$ sono sempre positive per qualunque valore di x e crescenti colle $y_1 y_2 \dots y_n$, mentre le derivate parziali prime rispetto a $y_1 \dots y_n$, necessariamente positive, decrescono. Allora queste resteranno sempre minori d'un numero fisso e ci troviamo nel caso ricordato al § 2.

Per qualsiasi valore di x, l'integrale sarà rappresentato dallo stesso sviluppo (*). Il sistema dato ci dà, a partire da $y=0$, gli sviluppi:

$$\left.\begin{array}{l} y_{1.1} < y_{1.2} < \dots < y_{1.n} < \dots \\ y_{2.1} < y_{2.2} < \dots < y_{2.n} < \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_{n.1} < y_{n.2} < \dots < y_{n.n} < \dots \end{array}\right\} < y$$

tutti convergenti qualunque sia la x, poichè si ha:

$$(7) \qquad \frac{y_1 - y_2}{y - y_1} < q\,, \quad \frac{y - y_3}{y - y_2} < q\,, \quad \frac{y - y_n}{y - y_{n-1}} < q$$

che moltiplicate fra loro dànno:

$$y - y_n < q^n y - q y_{n-1} < q^n y$$

e

$$\lim_{n=\infty} y_n = y$$

nè è necessario per le relazioni (7), cioè, per esempio, per la relazione:

$$y - y_2 < y - y_1$$

far vedere che ci troviamo nelle condizioni del problema, poichè è appunto per queste condizioni che si hanno le (7); in altri termini dalla precedente eguaglianza si ha:

$$\frac{d(y - y_2)}{dx} > \frac{d(y - y_1)}{dx}$$

(*) Picard, " Journal de Mathém. „, serie IV, t. IX, 1893, § 3.

cioè (*):

$$f(xy_1 \dots y_n) - f(xy_{1.1} \dots y_{1.n}) > f(xy_1 \dots y_n) - f(xy_{0.1}\, y_{0.2} \dots y_{0.n})$$

ch'è evidente da sè.

Qualora poi le derivate prime delle $f_1 f_2 \dots f_n$ rispetto x, restassero comprese fra 2 limiti fissi, il processo sarebbe sempre applicabile, sussisterebbe tutto ciò che s'è detto in questo paragrafo, anzi se le serie rappresentate in questa unica:

$$y = y_1 + (y_2 - y_1) + \dots + (y_n - y_{n-1}) + \dots$$

sono uniformemente convergenti, questi limiti coincidono con quelli $y = [y_1 y_2 \dots y_n]$ di sopra.

Qualora poi le $f_1 \dots f_n$, sono sempre positive, ma decrescenti, le approssimazioni successive a partire da $y_0 = [y_{0-1}\, y_{0-2} \dots y_{0-n}]$ dànno 2 limiti:

$$y_1 > y_3 > y_5 > \dots$$
$$y_2 < y_4 < y_6 < \dots$$

tutti e due soddisfano al sistema dato, poichè:

$$\text{(8)} \qquad \begin{aligned} Y &= y_1 + (y_3 - y_1) + \dots \\ y &= y_2 + (y_4 - y_2) + \dots \end{aligned}$$

ammettono le derivate prime:

$$\frac{dY}{dx} = f(x, 00 \dots 0) + [f(xy_{2.1}\, y_{2.2} \dots y_{2.n}) - f(x, 00 \dots 0)] + \dots = \\ = f(xy_{2n.1}\, y_{2n.2} \dots y_{2n.n})$$

$$\frac{dy}{dx} = f(xy_{1.1} \dots y_{1.n}) + [f(xy_{3.1}\, y_{3.2} \dots y_{3.n}) - f(xy_{1.1} \dots y_{1.n})] + \dots = \\ = f(xy_{2n-1.1} \dots y_{2n-1.n})$$

e cioè:

$$\frac{dY}{dx} = f(xY)$$

$$\frac{dy}{dx} = f(xy)$$

(*) Picard, id., § 4.

e poichè per $x = 0$ è $y = Y$ sarà sempre così. Per la coincidenza di detti limiti y e Y è dunque necessaria la convergenza uniforme delle serie (8), tale coincidenza è evidente per x piccola.

§ 7. — Potrebbe darsi che tutte o parte delle funzioni f del sistema:

$$\frac{dy}{dx} = f_1^n(xy_1 \dots y_n)$$

divenissero infinite in dati punti, mentre le loro inverse sono olomorfe presso $x_0\, y_{0.1}\, y_{0\,2} \dots y_{0.n}$ e che in essi punti d'infinito si annullano. Non avremmo che a considerare il sistema:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{f(xy_1 \dots y_n)}$$

dove le $y_1 \dots y_n$ sono funzioni della x. Questo sistema ammetterà un integrale olomorfo e se è la m^{ma} la 1ª derivata del 2º membro che non si annulla nei detti punti, esso integrale sarà rappresentato dalla serie convergente:

$$x - x_0 = A_1(y - y_0)^{m+1} + A_2(y - y_0)^{m+2} + \dots$$
$$A_1 \neq 0$$

per la quale la y si potrà sempre rappresentare con una serie delle potenze crescenti di $(x - x_0)^{\frac{1}{m+1}}$, il cui primo termine è $(x - x_0)$ e questo sviluppo sarà l'integrale cercato.

Se in tutto il campo semplicemente connesso le f sono regolari (prive cioè di punti singolari e di poli), l'integrale sarà monodromo, finito e continuo, poichè esso è regolare in qualunque cerchio dentro detto campo.

Se vi è un numero finito di punti critici per le dette funzioni, possiamo allargare il campo d'integrabilità in modo che il limite, chiuso, non passi per detti punti, nè li contenga internamente.

§ 8. — L'esistenza del sistema integrale d'un sistema di equazioni a derivate parziali venne anche dimostrata per la prima volta dal Cauchy (l. c.) e col solito metodo del calcolo dei

limiti. La dimostrazione venne semplificata da M. Darboux, M. Méray e meglio ancora da S. Kowaleski (*).

Il processo si può dire identico a quello usato pel caso delle equazioni differenziali ordinarie.

Il sistema da cui si parte è (**):

$$\frac{\partial u}{\partial x} \sum_{ik} A_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \tag{9}$$

$$\text{per} \begin{cases} u = [u_1 u_2 \dots u_n] \\ i = 1 \dots n \\ k = 12 \dots p \\ A = [A_1 A_2 \dots A_n] \end{cases}$$

e l'esistenza dell'integrale è affermata anche quando le A dipendono pure dalle $x_1 x_2 \dots x_p$, solo, in questo caso, il sistema sarebbe dell'ordine $n + p + 1$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \sum_{i.k} A_{i.k} (u_1 \dots u_n x'_1 \dots x'_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = 1$$

$$\frac{dX'}{\partial x} = 0 \quad \text{per} \quad X' = [x'_1 \dots x'_p].$$

Però il sistema più generale è della forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \sum_{i.k} A_{i.k} \frac{\partial u_i}{\partial x_p} + B \tag{10}$$

$$\text{per} \qquad B = [B_1, B_2, \dots, B_n].$$

Le B, come le A, sono funzioni olomorfe delle $n + p + 1$ variabili:

$$x x_1 x_2 \dots x_p u_1 u_2 \dots u_n$$

nell'intorno d'un punto $(x_0 x_{0.1} \dots x_{0.p} u_{0.1} \dots u_{0.n})$, pel quale si può anche pigliare il punto (000 ...). Ma è facile vedere che il sistema (10) si riduce subito alla forma (9).

Invero sostituendo alle $x x_1 \dots x_p$, $p + 1$ incognite: $t, t_1, t_2, \dots, t_p$; (A) e (B) siano ciò che divengono rispettivamente A e B dopo tale sostituzione e studiamo il sistema:

(*) Sophie Kowaleski, " Journal de Crelle "; t. VIII.

(**) Picard, *Traité d'Analyse Ch.*, IV, § 9.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \Sigma_{ik} (A_{i.k}) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + (B) \frac{\partial t_1}{\partial x_1} \tag{11}$$

colle condizioni:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial t_1}{\partial x_1} \tag{12}$$

$$\frac{\partial t_1}{dx} = \frac{\partial t_2}{\partial x} = \ldots = 0 \tag{13}$$

e inizialmente:

$$\begin{aligned} u_i(0x_1\ldots) &= \varphi_i(x_1 x_2 \ldots) \\ t_i(0x_1 x_2 \ldots) &= x_i. \end{aligned} \tag{14}$$

Siamo nel caso precedente, il sistema ammetterà dunque un sistema integrale e ne ammetterà uno solo:

$$u_1 u_2 \ldots u_n \, t \, t_1 \, t_2 \ldots t_p.$$

Ora per le (13) le t sono indipendenti da x e poichè per $x = 0$ esse sono, per le (14), eguali alle x, sarà perciò:

$$t_i = x_i.$$

La (12) allora dice che: $\frac{\partial t}{\partial x} = 1$, sicchè $t = x + \varphi(x_1 x_2 \ldots)$, ma per $x = 0$ è $t = 0$, quindi $\varphi(x_1 x_2 \ldots) = 0$ e perciò $t = x$ e $(A) = A, (B) = B$. Coincidono dunque i sistemi (10) e [(11) (12) (13)], e il sistema integrale univocamente determinato pel sistema [(11) (12) (13)] è quello anche pel sistema (10).

§ 9. — Il metodo delle approssimazioni successive è applicabile anche alle equazioni della forma:

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = F\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, x, y\right)$$

per A, B, C, dipendenti dalle variabili x, y (*). Lo stesso metodo io ho applicato (**) al tipo:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 y}{\partial y^4} =$$

$$= \Gamma\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{d^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}, \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}, \frac{\partial^3 u}{\partial y^3}, x, y\right)$$

ed analogamente si potrebbe estendere ai tipi generali.

(*) Picard, " Journal de Mathém. pures et appliquées ", t. VI, 1890 e *Traité, etc.*

(**) *Sur l'intégration d'une classe d'équations aux dérivées partielles*, " Bulletin des Sciences math. ", serie II, t. XXII, 1898.

Azione dell'acido nitrico sui composti alifatici contenenti il gruppo CH(OH).

Nota del Dott. GIACOMO PONZIO.

I. — Azione dell'acido nitrico sugli alcooli secondarî $CH_3 . CHOH . CH_2 . R$.

Chancel, dopo aver dimostrato in un suo lavoro (1) che per azione dell'acido nitrico sui chetoni $CH_3 . CO . CH_2 . R$ risultano dinitroidrocarburi $R . CH(N_2O_4)$, dice che la stessa reazione può servire a caratterizzare gli alcooli secondarî $CH_3 . CHOH . CH_2 . R$ quando però essi vengano prima trasformati, mediante una moderata ossidazione con miscela cromica, nei corrispondenti chetoni.

Il Richter nel suo *Trattato di Chimica organica* (2) generalizzando forse troppo queste parole di Chancel, riferisce fra i metodi di formazione dei dinitroidrocarburi anche l'azione diretta dell'acido nitrico sugli alcooli secondarî, ma senza alcuna citazione di luogo di pubblicazione o di autore. L'esempio portato dal Richter, cioè la formazione del dinitropropano dal dietilcarbinolo:

$$(C_2H_5)_2CHOH \rightarrow CH_3 . CH_2 . CH(NO_2)_2$$

è però completamente erroneo, poichè, come dimostrerò in questo stesso lavoro, dal dietilcarbinol si ottiene invece dinitroetano $CH_3 . CH(NO_2)_2$ (3).

---

(1) " Comptes Rendus „, *94*, 399 (1882).

(2) V. v. Richter, *Chemie der Kohlenstoffverbindungen*, 6. Aufl., I. p. 174.

(3) Nella stessa pagina è anche riportata la formazione del dinitropropano dal dietilchetone:

$$(C_2H_5)_2CO \rightarrow CH_3 . CH_2 . CH(NO_2)_2$$

ma evidentemente in questo caso l'autore dev'essere incorso in una svista, poichè a pag. 233 dello stesso trattato è detto invece che si forma dinitroetano:

$$(C_2H_5)_2CO \xrightarrow{HNO_3} CH_3 . CH(NO_2)_2$$

come avviene realmente.

Siccome non ho trovato nella letteratura chimica se tale reazione sia già stata studiata da qualcuno e poichè inoltre avevo motivo di dubitare che nell'azione dell'acido nitrico sugli alcooli secondarî oltre al dinitroidrocarburo si formasse anche un α-dichetone (per analogia con quanto avviene pei chetoni, dai quali risulta sempre per azione dell'acido nitrico, oltre al dinitroidrocarburo, anche un α-dichetone sfuggito al Chancel) (1) così ho ripreso lo studio della reazione e le mie ricerche, confermando quanto prevedevo, mi hanno condotto alla conclusione che l'α-dichetone non solo si forma, ma che esso rappresenta il prodotto principale dell'azione dell'acido nitrico sugli alcooli secondarî.

La trasformazione degli alcooli secondarî in α-dichetoni e in dinitroidrocarburi:

$$CH_3 . CHOH . CH_2 . R \begin{cases} \nearrow CH_3 . CO . CO . R \\ \searrow R . CH(N_2O_4) \end{cases}$$

si spiega facilmente riflettendo al fatto che tali alcooli dànno per ossidazione i chetoni corrispondenti; però mentre dai chetoni gli α-dichetoni e i dinitroidrocarburi risultano sempre in quantità notevoli, dagli alcooli secondarî se ne ha una quantità assai piccola, che tuttavia aumenta col crescere del peso molecolare dell'alcool ossidato. Ciò trova la sua ragione nel fatto che nel caso degli alcooli secondarî la reazione è molto più viva.

Nelle mie esperienze ho sempre impiegato acido nitrico commerciale, della densità 1,38, ed ho seguito esattamente il metodo usato nell'ossidazione dei chetoni (2).

Metiletilcarbinolo.

Ho preparato il metiletilcarbinolo $CH_3 . CHOH . CH_2 . CH_3$ (alcool butilico secondario) occorrente per le mie esperienze, seguendo il metodo di Wagner (3), cioè facendo agire l'acetaldeide sullo zincoetile e poi decomponendo con acqua il composto

---

(1) Fileti e Ponzio, *Trasformazione dei chetoni in α-dichetoni*, " Gazz. Chim. It. „, *25*, I, 233 (1895), *27*, I, 255 (1897), *28*, II, 262 (1898).

(2) " Gazz. Chim. It. „, *25*, I, 237 (1895).

(3) " Annalen „, *181*, 261 (1876).

d'addizione così formatosi. L'alcool, ottenuto mediante distillazione col vapor d'acqua, bolliva, dopo disseccamento su carbonato potassico fuso, a 98°-99°. Trattato con acido nitrico fornì *diacetile* $CH_3.CO.CO.CH_3$ e *dinitroetano* $CH_3.CH\ (N_2O_4)$ i quali si isolarono, il primo come diossima, il secondo come sale potassico.

Da gr. 20 di alcool si ebbero in tal modo gr. 2 di diacetildiossima $CH_3 . C(NOH) . C(NOH) . CH_3$ fusibile, dopo cristallizzazione dell'alcool acquoso, a 234° con sublimazione, e gr. 0,1 di dinitroetanpotassio $CH_3 . CK(N_2O_4)$ riconosciuto per la sua proprietà di colorarsi in rosso per azione della luce.

Gr. 0,1265 di sostanza fusibile a 234° fornirono cc. 25,7 di azoto ($H_0 = 748,4$, $t = 9°$) ossia gr. 0,30560.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_4H_8N_2O_2$
Azoto	24,16	24,13

Dietilcarbinolo.

Il dietilcarbinolo $CH_3.CH_2.CHOH.CH_2.CH_3$ (alcool amilico secondario) era già stato ottenuto da Saytzew e Wagner (1) trattando il formiato di etile con ioduro d'etile e zinco; io l'ho preparato molto più comodamente, riducendo il dietilchetone col metodo impiegato da Wislicenus (2) pel metil-β-butilchetone.

A tale scopo ho sciolto il chetone in etere galleggiante sopra uno strato d'acqua e l'ho trattato colla quantità teorica di sodio, impedendo ogni aumento di temperatura onde evitare la formazione del pinacone. Dopo aver seccata la soluzione eterea su solfato sodico anidro, evaporai il solvente ed ottenni così il dietilcarbinolo, bollente a 113°-114°.

Trattato con acido nitrico fornì *acetilpropionile* $CH_3.CO.CO.CH_2.CH_3$ e *dinitroetano* $CH_3.CH(N_2O_4)$ che isolai, come nel caso precedente, allo stato di diossima e di sale potassico.

Da gr. 20 di alcool ottenni gr. 2 di acetilpropionildiossima $CH_3.C(NOH).C(NOH).CH_2.CH_3$ la quale, dopo cristallizzazione dall'alcool si fondeva a 172°-173°, e gr. 0,2 di dinitroetanpotassio $CH_3.CK(N_2O_4)$ che fu riconosciuto pel suo comportamento alla luce

(1) " Annalen „, *175*, 351 (1875).
(2) " Annalen „, *219*, 309 (1883).

Gr. 0,1225 di sostanza fusibile a 172°-173°, fornirono cc. 22,2 di azoto ($H_0 = 746,9$, $t = 9°$), ossia gr. 0,026345.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_5H_{10}N_2O_2$
Azoto	21,50	21,53

Metilbutilcarbinolo.

Il metilbutilcarbinolo $CH_3.CHOH.CH_2.CH_2.CH_2.CH_3$ (alcool essilico secondario) era già stato ottenuto da Wanklyn ed Erlenmeyer (1) sia agitando l'essilene con acido solforico, che il ioduro di essile secondario con ossido d'argento, e da Lieben (2) dal dicloroetere e zincoetile. Io l'ho preparato riducendo il metilbutilchetone con sodio secondo il metodo citato poc'anzi e bolliva a 139°,5 alla pressione, ridotta a 0°, di 745^{mm}.

Gr. 0,1576 di sostanza fornirono gr. 0,4063 di anidride carbonica e gr. 0,1956 di acqua.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{14}O$
Carbonio	70,31	70,58
Idrogeno	13,79	13,72.

Con acido nitrico fornì *acetilbutirile* $CH_3.CO.CO.CH_2.CH_2.CH_3$ e *dinitrobutano* $CH_3.CH_2.CH_2.CH(N_2O_4)$ che furono come al solito isolati trasformandoli rispettivamente in diossima e in sale potassico.

Da gr. 20 di alcool si ebbero così gr. 2,5 di acetilbutirildiossima $CH_3.C(NOH).C(NOH).CH_2.CH_2.CH_3$, che lavata con benzina e cristallizzata dall'alcool si fondeva a 170°-171° e gr. 0,8 di dinitrobutanpotassio $CH_3.CH_2.CH_2.CK(N_2O_4)$ che cristallizzato dall'alcool si presentò in laminette gialle, splendenti.

Gr. 0,1738 di sostanza fusibile a 170°-171°, fornirono cc. 27,9 di azoto ($H_0 = 749,2$, $t = 6°$) ossia gr. 0,033616.

---

(1) " Journ. Chem. Soc. „, *16*, 230 (1863).

(2) " Annalen „, *178*, 22 (1875).

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{12}N_2O_2$
Azoto	19,34	19,44

Gr. 0,2616 di sale potassico fornirono gr. 0,1220 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_4H_7KN_2O_4$
Potassio	20,90	20,96

Metilessilcarbinolo.

Il metilessilcarbinolo $CH_3.CHOH.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH_3$ (alcool ottilico secondario) l'ho preparato dall'olio di ricino secondo il metodo di Freund e Schönfeld (1), cioè mediante trattamento con idrato potassico. Bolliva a 176°-177°.

Per azione dell'acido nitrico fornì *acetilcaproile* $CH_3.CO.CO.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH_3$ e *dinitroesano* $CH_3.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH(N_2O_4)$, i quali furono, come nei casi precedenti, trasformati nella diossima e nel sale potassico corrispondenti.

Da gr. 20 di alcool si ebbero così gr. 2 di acetilcaproildiossima $CH_3.C(NOH).C(NOH).CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CH_3$, che lavata con benzina e cristallizzata dall'alcool acquoso si fuse a 170°-171°, e gr. 1 di dinitroesanpotassio $CH_3.CH_2.CH_2.CH_2.CH_2.CK(N_2O_4)$ che, dopo cristallizzazione dall'alcool, si ebbe in laminette gialle splendenti.

Gr. 0,1875 di sostanza fusibile a 170°-171° fornirono cc. 25,8 di azoto ($H_0 = 752,5$, $t = 9°$), ossia gr. 0,030848.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_8H_{16}N_2O_2$
Azoto	16,45	16,27

Gr. 0,2770 di sale potassico fornirono gr. 0,1120 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{11}KN_2O_4$
Potassio	18,12	18,22

(1) " Berichte ", *24*, 3350 (1891).

II. — Azione dell'acido nitrico sugli alcooli chetonici $R.CO.CHOH.R$.

Di α-dichetoni simmetrici della serie grassa si conosce finora il solo diacetile $CH_3.CO.CO.CH_3$, poichè i tentativi fatti da varî chimici per prepararne gli omologhi superiori: dipropionile $C_2H_5.CO.CO.C_2H_5$, dibutirile $C_3H_7.CO.CO.C_3H_7$, divalerile $C_4H_9.CO.CO.C_4H_9$, ecc., diedero sempre risultati negativi.

Si credette per qualche tempo di poter ottenere tali α-dichetoni facendo agire il sodio sui cloruri dei radicali acidi, secondo l'equazione:

$$\begin{matrix} R.COCl \\ R.COCl \end{matrix} + Na_2 = \begin{matrix} R.CO \\ | \\ R.CO \end{matrix} + 2NaCl$$

ed anzi Freund (1) e Münchmeyer (2) descrissero come dibutirile e Brühl (3) come diisovalerile i prodotti ottenuti rispettivamente dal cloruro di butirile e di isovalerile.

Più tardi però Klinger e Schmitz (4) dimostrarono che tali composti non erano α-dichetoni ma eteri del glicole acetilenico bisostituito:

$$\begin{matrix} R - C - O(CO.R) \\ \| \\ R - C - O(CO.R) \end{matrix}$$

e quindi che i cosidetti dibutirile e diisovalerile non erano rispettivamente che dibutirato di dipropilacetilenglicole e diisovalerato di diisobutilacetilenglicole:

$$\begin{matrix} C_3H_7.CO(COC_3H_7) \\ \| \\ C_3H_7.CO(COC_3H_7) \end{matrix} \quad e \quad \begin{matrix} C_4H_9.CO(COC_4H_9) \\ \| \\ C_4H_9.CO(COC_4H_9) \end{matrix}$$

(1) " Annalen ", *118*, 35 (1861).
(2) " Berichte ", *19*, 1845 (1886).
(3) " Berichte ", *12*, 315 (1879).
(4) " Berichte ", *24*, 1271 (1891).

Lo stesso dimostrò Anderlini (1) pel cosidetto dipropionile che riconobbe per dipropionato di dietilacetilenglicole:

$$\begin{array}{c} C_2H_5 \,.\, CO(COC_2H_5) \\ \| \\ C_2H_5 \,.\, CO(COC_2H_5) \end{array}$$

Si tentò pure di arrivare ad α-dichetoni simmetrici ossidando i glicoli secondari corrispondenti sia con acido nitrico che con acqua di bromo, ma le esperienze fatte da Fossek (2) e da Pechmann (3) per ottenere il diisobutirile $(CH_3)_2CH \,.\, CO \,.\, CO \,.\, CH(CH_3)_2$ dal cosidetto *diisopropilglicole* non sono concludenti, poichè il corpo dal quale essi partivano (e che secondo Fossek (4) si forma per azione della potassa alcoolica sull'isobutilaldeide) non è diisopropilglicole $(CH_3)_2CH \,.\, CHOH \,.\, CHOH \,.\, CH(CH_3)_2$ ma trimetilpentadiol $(CH_3)_2CH \,.\, CHOH \,.\, C(CH_3)_2 \,.\, CH_2OH$, come dimostrarono posteriormente Brauchbar (5) e Urbain (6).

In due soli casi si era potuto dimostrare la formazione di un α-dichetone simmetrico (il dipropionile $CH_3 \,.\, CH_2 \,.\, CO \,.\, CO \,.\, CH_2 \,.\, CH_3$), cioè nell'azione dell'acido nitrico sull'etilpropilchetone $CH_3 \,.\, CH_2 \,.\, CO \,.\, CH_2 \,.\, CH_2 \,.\, CH_3$ (7) e nell'azione del tetrossido d'azoto sulla miscela dei due isonitrosochetoni isomeri $CH_3 \,.\, C\,(NOH) \,.\, CO \,.\, CH_2 \,.\, CH_2 \,.\, CH_3$ e $CH_3 \,.\, CH_2 \,.\, CO \,.\, C\,(NOH) \,.\, CH_2 \,.\, CH_3$ che si ottengono per azione dell'acido nitroso sullo stesso etilpropilchetone (8). Però sia nell'un caso che nell'altro la separazione del dipropionile non si potè effettuare formandosi contemporaneamente un α-dichetone asimmetrico: l'acetilbutirile $CH_3 \,.\, CO \,.\, CO \,.\, CH_2 \,.\, CH_2 \,.\, CH_3$.

In seguito ai risultati delle esperienze, riferite nella prima parte di questo lavoro, sulla trasformazione degli alcooli secondarî $CH_3 \,.\, CHOH \,.\, CH_2 \,.\, R$ in α-dichetoni $CH_3 \,.\, CO \,.\, CO \,.\, R$ ho voluto

---

(1) " Gazz. Chim. It. „, *25*, II, 46 (1895).
(2) " Monatshefte „, *4*, 664 (1884).
(3) " Berichte „, *24*, 2427 (1890).
(4) " Monatshefte „, *4*, 664 (1884).
(5) " Monatshefte „, *17*, 637 (1896).
(6) " Bull. Soc. Chim. „, *13*, 1049 (1895).
(7) Fileti e Ponzio, " Gazz. Chim. It. „, *27*, I, 264 (1897).
(8) Ponzio e De-Gaspari, " Gazz. Chim. It. „, *28*, II, 269 (1898).

accertarmi se facendo agire l'acido nitrico sugli alcooli chetonici R.CO.CHOH.R (detti anche α-chetoli o benzoini alifatici) non si riuscisse finalmente a trovare un metodo per la preparazione degli α-dichetoni simmetrici della serie grassa. E le mie esperienze furon coronate da buon esito poichè potei in tal modo ottenere dal propioino $C_2H_5 . CO . CHOH . C_2H_5$, dal butiroino $C_3H_7 . CO . CHOH . C_3H_7$, dall'isobutiroino $(CH_3)_2 CH . CO . CHOH . CH (CH_3)_2$, e dall'isovaleroino $(CH_3)_2 CH . CH_2 . CO . CHOH . CH_2 . CH (CH_3)_2$ i veri dipropionile $C_2H_5 . CO . CO . C_2H_5$, dibutirile $C_3H_7 . CO . CO . C_3H_7$, diisobutirile $(CH_3)_2 CH . CO . CO . CH (CH_3)_2$, e diisovalerile $(CH_3)_2 CH . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH (CH_3)_2$, i quali, come gli α-dichetoni asimmetrici, sono liquidi gialli, più leggieri dell'acqua, facilmente volatili col vapore e capaci di bollire inalterati alla pressione ordinaria trasformandosi in un vapore giallo di odore caratteristico analogo a quello del diacetile.

Questi dichetoni, che mi riservo di descrivere assieme ai loro derivati in una prossima pubblicazione, li ho sempre isolati e caratterizzati allo stato di diossime, le quali (a differenza delle diossime degli α-dichetoni asimmetrici, che per uno strano caso si fondono tutte verso 170°) hanno punti di fusione fra di loro abbastanza distanti.

Dipropionile

$CH_3 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_3$.

Per preparare questo dichetone conviene partire dal cloruro di propionile, trasformarlo dapprima, mediante il sodio in soluzione eterea, in dipropionato di dietilacetilenglicole e poi mediante idrato potassico in propioino; però invece di fare la saponificazione con potassa alcoolica, come Anderlini (1), è meglio seguire il consiglio di Basse e Klinger (2) e impiegare una soluzione acquosa di idrato potassico.

Il propioino $CH_3 . CH_2 . CO . CHOH . CH_2 . CH_3$ così ottenuto si tratta con acido nitrico commerciale ($d = 1,37$) secondo il procedimento usato da Fileti e Ponzio (3) per trasformare i chetoni in α-dichetoni, e dal prodotto della reazione, separato dalle acque

(1) " Gazz. Chim. It. ", *25*, II, 46 (1895).
(2) " Berichte ", *31*, 1217 (1898).
(3) " Gazz. Chim. It. ", *25*, I, 237 (1895).

nitriche, s'isola il *dipropionile* $CH_3 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_3$ mediante distillazione con vapor d'acqua. Il dipropionile si trasforma poi senz'altro in diossima: a tale scopo lo si tratta dapprima con cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico e, dopo un certo tempo, con altro cloridrato di idrossilamina ed un eccesso di idrato sodico. Questo procedimento non si può evitare, poichè il dipropionile (come tutti i dichetoni) è decomposto dall'idrato sodico e d'altra parte in presenza di carbonato sodico la reazione non è completa e la maggior parte del dichetone vien trasformata soltanto in monossima. Che realmente risulti come prodotto intermedio la monossima del dichetone (isonitrosochetone) è provato da ciò che quando si aggiunge l'idrato sodico il liquido si colora in giallo e questa colorazione scompare poi poco a poco col formarsi della diossima. Quando nel liquido non si trova più isonitrosochetone, cioè quando la soluzione è diventata incolora, si aggiunge dell'acido cloridrico diluito, per il che la diossima precipita come una sostanza solida bianca che si purifica per cristallizzazione dalla benzina.

La *diossima del dipropionile* $CH_3 . CH_2 . C (NOH) . C (NOH) . CH_2 . CH_3$, così ottenuta, si presenta in aghi bianchi splendenti fusibili a 185° con sublimazione ed è abbastanza solubile a caldo e poco a freddo nella benzina, nel cloroformio e nell'acqua, solubile sia a caldo che a freddo nell'alcool e nell'etere, insolubile anche a caldo in eteri di petrolio.

Gr. 0,1089 di sostanza fornirono cc. 18 di azoto ($H_0 = 740,1$, $t = 8°$), ossia gr. 0,021252.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{12}N_2O_2$
Azoto	19,51	19,44

Dibutirile

$$CH_3 . CH_2 . CH_2 . CO . CO . CH_2 . CH_2 . CH_3.$$

Per ottenere questo dichetone si parte dal cloruro di butirile, lo si trasforma per azione del sodio in dibutirato di dipropilacetilenglicole, si saponifica quest'ultimo con idrato potassico in soluzione acquosa e finalmente si tratta il butiroino $CH_3 . CH_2 .$

$CH_2.CO.CHOH.CH_2.CH_2.CH_3$ così ottenuto, con acido nitrico commerciale.

Il prodotto della reazione contiene oltre al *dibutirile* $CH_3.CH_2.CH_2.CO.CO.CH_2.CH_2.CH_3$ anche una piccola quantità di dinitropropano $CH_3.CH_2.CH(N_2O_4)$ formatosi per una reazione secondaria; perciò, dopo separazione delle acque nitriche e distillazione in corrente di vapore, conviene trattare il distillato con carbonato potassico, dove il solo dinitroidrocarburo si scioglie con colorazione gialla. Per isolare quest'ultimo dalla soluzione alcalina la si acidifica cautamente con acido cloridrico diluito, si estrae con etere e si tratta la soluzione eterea umida con idrato potassico in polvere, per il che si separano quasi subito laminette gialle che, dopo due cristallizzazioni dall'alcool, sottoposte all'analisi dànno numeri concordanti colla formola del dinitropropanpotassio.

Gr. 0,3712 di sostanza fornirono gr. 0,1870 di solfato potassico.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_3H_5KN_2O_4$
Potassio	22,58	22,67

Il dibutirile rimasto indisciolto allo stato di olio giallo si trasforma senz'altro in diossima trattandolo prima con cloridrato di idrossilamina e carbonato sodico e dopo riposo con altro cloridrato di idrossilamina e idrato sodico; ciò per i motivi esposti a proposito del dipropionile.

La *diossima del dibutirile* $CH_3.CH_2.CH_2.C(NOH).C(NOH).CH_2.CH_2.CH_3$ precipitata dalla sua soluzione alcalina con acido cloridrico diluito e cristallizzata dalla benzina, si presenta in lunghi e fini aghi splendenti fusibili a 175° ed è abbastanza solubile a caldo e pochissimo a freddo in benzina e in cloroformio, solubile sia a freddo che a caldo nell'etere e nell'alcool, insolubile nell'acqua e negli eteri di petrolio.

I. Gr. 0,1938 di sostanza fornirono gr. 0,3951 di anidride carbonica e gr. 0,1666 di acqua.

II. Gr. 0,1453 di sostanza fornirono cc. 20,6 di azoto ($H_0 = 735,6$, $t = 12°$) ossia gr. 0,023765.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_8H_{16}N_2O_2$
Carbonio	55,60	—	55,81
Idrogeno	9,55	—	9,30
Azoto	—	16,35	16,27

Un'altra porzione di dichetone fu scaldata con un eccesso di fenilidrazina a 150° per varie ore in bagno d'olio; il prodotto della reazione, versato in acido acetico diluito fornì una sostanza solida, gialla che cristallizzata dall'alcool si presentò in prismi leggermente giallognoli, fusibili a 137°, e che all'analisi diedero numeri concordanti colla formola del dibutirilosazone $CH_3 . CH_2 . CH_2 . C(N_2HC_6H_5) . C(N_2HC_6H_5) . CH_2 . CH_2 . CH_3$ già descritto da Basse e Klinger (1).

Gr. 0,1995 di sostanza fornirono cc. 29,3 di azoto ($H_0 = 751,7$, $t = 15°$), ossia gr. 0,034134.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{20}H_{26}N_4$
Azoto	17,11	17,42

Diisobutirile

$(CH_3)_2CH . CO . CO . CH(CH_3)_2$.

Questo dichetone si forma facendo agire l'acido nitrico commerciale sull'isobutiroino $(CH_3)_2CH . CO . CHOH . CH(CH_3)_2$ preparato saponificando con idrato potassico il diisobutirato di diisopropilacetilenglicole, che a sua volta si ottiene facendo agire il sodio sul cloruro di isobutirile.

La *diossima del diisobutirile* $(CH_3)_2CH . C(NOH) . C(NOH) . CH(CH_3)_2$ preparata in modo identico alle precedenti e cristallizzata dalla benzina, si presenta in aghi bianchi fusibili a 163°-164° con sublimazione ed è abbastanza solubile a caldo e poco a freddo in alcool ed etere, insolubile negli eteri di petrolio e nell'acqua.

I. Gr. 0,2292 di sostanza fornirono gr. 0,4679 di anidride carbonica e gr. 0,1968 di acqua.

---

(1) " Berichte ", *31*, 1219 (1898).

II. Gr. 0,1950 di sostanza fornirono cc. 27,3 di azoto ($H_0 = 738,4$, $t = 9°$) ossia gr. 0,032026.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_8H_{16}N_2O_2$
Carbonio	55,67	—	55,81
Idrogeno	9,54	—	9,30
Azoto	—	16,42	16,27

Diisovalerile

$(CH_3)_2CH.CH_2.CO.CO.CH_2.CH(CH_3)_2$.

Il punto di partenza per la preparazione di questo dichetone è il cloruro di isovalerile, il quale si trasforma prima in diisovalerato di diisobutilacetilenglicole e poi in isovaleroino $(CH_3)_2CH.CH_2.CO.CHOH.CH_2.CH(CH_3)_2$.

Quest'ultimo per azione dell'acido nitrico fornisce il *diisovalerile* $(CH_3)_2.CH.CH_2.CO.CO.CH_2.CH(CH_3)_2$ che fu isolato mediante distillazione col vapore e trasformato nel solito modo in diossima.

La *diossima del diisovalerile* $(CH_3)_2CH.CH_2.C(NOH).C(NOH).CH_2.CH(CH_3)_2$ purificata mediante cristallizzazione della benzina si presenta in splendidi aghi bianchi fusibili a 195° con sublimazione; è solubile anche a freddo in alcool ed in etere, abbastanza solubile a caldo e pochissimo a freddo in benzina e cloroformio, insolubile negli eteri di petrolio e nell'acqua.

I. Gr. 0,1535 di sostanza fornirono gr. 0,3378 di anidride carbonica e gr. 0,1398 di acqua.

II. Gr. 0,1461 di sostanza fornirono cc. 17,9 di azoto ($H_0 = 733,6$, $t = 12°$), ossia gr. 0,020596.

Cioè su cento parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_{10}H_2N_2O_2$
Carbonio	60,01	—	60,00
Idrogeno	10,11	—	10,00
Azoto	—	14,09	14,00

Un'altra porzione di dichetone fu scaldata per 3 ore a 150° con un eccesso di fenilidrazina e trasformata così nell'osazone del diisovalerile $(CH_3)_2CH . CH_2 . C(N_2HC_6H_5) . C(N_2HC_6H_5) . CH_2 . CH(CH_3)_2$ il quale cristallizzato dall'alcool si presenta in prismi giallognoli fusibili a 163°-164°, conforme ai dati di Basse e Klinger (1).

Gr. 0,1731 di sostanza fornirono cc. 23,8 di azoto ($H_0 = 746,3$, $t = 14°$), ossia gr. 0,027650.

Cioè su cento parti:

	trovato	calcolato per $C_{22}H_{30}N_4$
Azoto	15,97	16,03.

Torino, Istituto Chimico della R. Università.

(1) " Berichte ", *31*, 1222 (1898).

L'Accademico Segretario
ENRICO D'OVIDIO.

CLASSI UNITE

Adunanza del 21 Aprile 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci:

della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali: D'Ovidio, Naccari, Camerano, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti e Parona. — È scusata l'assenza del Socio Mattirolo;

della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche: Peyron, Vice Presidente dell'Accademia, Rossi, Pezzi, Carle, Boselli, Pizzi e Renier Segretario. — È scusata l'assenza del Socio Ferrero.

Si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente a Classi Unite, 31 marzo 1901.

Il Presidente legge:

1°, una lettera della signora Erminia Brambilla vedova Bizzozero, con cui ringrazia l'Accademia per le condoglianze inviatele nell' occasione della morte del marito, il rimpianto Senatore Giulio Bizzozero;

2°, il telegramma con cui il Socio nazionale non residente Senatore Graziadio Ascoli ringrazia l'Accademia degli auguri inviatigli per il suo quarantesimo anno d'insegnamento.

Il Socio D'Ovidio, invitato dal Presidente, procede all'esposizione finanziaria per il passato esercizio dell' anno 1900, e presenta il bilancio preventivo dell'anno in corso.

L'Accademia approva tanto il conto consuntivo, quanto il bilancio preventivo.

Approva pure i resoconti delle gestioni delle eredità Bressa, Gautieri e Vallauri; scarica il tesoriere da ogni contabilità passata e gli dà carico per l'esercizio in corso dell'anno corrente 1901.

Invitata dal Rettore della R. Università, l'Accademia passa a nominare un suo rappresentante presso la Commissione Amministrativa del Consorzio Universitario, in sostituzione del compianto Socio Bizzozero.

È eletto il Socio D'Ovidio, che accetta ringraziando.

Gli Accademici Segretari
Enrico D'Ovidio
Rodolfo Renier.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 21 Aprile 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. BERNARDINO PEYRON

VICE PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Rossi, Pezzi, Carle, Boselli, Pizzi e Renier Segretario. — I Soci Ferrero e Brusa scusano la propria assenza.

Si legge e si approva l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 31 marzo 1901.

Il Presidente comunica:

1°, l'invito da parte della *Société Française d'Archéologie pour la conservation des monuments historiques*, a partecipare al Congresso archeologico che si terrà in Agen ed in Auch dall'11 al 18 giugno 1901;

2°, il programma di concorso dell'*Académie de Stanislas* di Nancy per tre premi, che saranno assegnati a lavori di storia.

Il Socio Carle presenta per gli *Atti* un secondo gruppo di *Lettere inedite di Vincenzo Gioberti* (1).

(1) Ambedue le comunicazioni del Socio Carle escono insieme nel presente fascicolo degli *Atti*.

LETTURE

Alcune lettere inedite di Vincenzo Gioberti

pubblicate dal Socio GIUSEPPE CARLE.

Del copiosissimo carteggio di Vincenzo Gioberti la parte maggiore e più importante fu certo pubblicata da Giuseppe Massari nel monumento pietoso, che egli eresse alla memoria del maestro e dell'amico, coi suoi tre grossi volumi col titolo: *Ricordi biografici e carteggio di Vincenzo Gioberti* (Torino, Eredi Botta, 1860-63). Il Massari nel finire l'opera sua ricordava la statua, che erasi eretta al Gioberti in Piazza Carignano a Torino, stata inaugurata il 4 aprile 1860, e conchiudeva dicendo: " Mo-
" numento maggiore lo aspetta nell'eterna Città. Ricuperando
" la sua capitale, l'Italia non dimenticherà il debito della gra-
" titudine verso chi tanto l'amò e tanto per essa operò e soffrì,
" e col suo genio apparecchiò e divinò la sua unità nazionale
" e la sua grandezza „ (Vol. III, pag. 613).

Sino ad ora, come lamentò il Gioda in un suo recente scritto su Vincenzo Gioberti (1), questo maggior monumento in Roma capitale d'Italia non gli fu ancora eretto; e quindi, mentre si sta in aspettazione della giustizia che tosto o tardi gli sarà certamente resa dal popolo italiano, è giusto ed opportuno che in occasione del centenario della sua nascita si cerchi almeno di compiere sempre più quel monumento dell'amicizia, che è stato iniziato e in buona parte compiuto dal Massari, rendendo pubbliche alcune lettere del Gioberti, che a mia notizia sono ancora inedite.

Delle varie forme letterarie, la epistolare confacevasi mirabilmente alla spontaneità meravigliosa nello scrivere, che era propria al Gioberti, e quindi è sopratutto colle lettere che egli

(1) " Nuova Antologia „, 1° aprile 1901.

ha scritto, che si può rifare la storia della sua vita, delle sue opere, dei suoi sentimenti ed affetti, e si può avere la prova della coerenza e della continuità del suo pensiero religioso, filosofico, politico e civile. Dalle lettere appare come nel Gioberti l'uomo privato andasse perfettamente d'accordo collo scrittore, e più tardi anche coll'uomo politico, e come le maggiori opere sue siano lo svolgimento splendido e magniloquente di idee e di concetti da lui profondamente sentiti, che egli esponeva in modo più conciso, più semplice e famigliare nella sua corrispondenza cogli amici. Fu mediante quest'ultima, che egli, esule negli anni migliori della sua vita, continuò in certo modo a vivere nella patria sua. La sua corrispondenza quindi a volta a volta appare filosofica, religiosa, politica, sociale e rispecchia in ogni sua parte lo stato dell'animo suo. Essa assume carattere diverso secondo le persone, a cui è indirizzata, e secondo la famigliarità maggiore o minore in cui egli trovasi con esse: ma è sempre vivificata dalla schiettezza e dalla sincerità.

Oltre alle lettere già pubblicate dal Massari, che abbracciano i varii stadii della sua vita e che sono indirizzate a persone di condizione diversa, hanno un grande interesse dal punto di vista politico le lettere state pubblicate da B. E. Maineri, che comprendono il carteggio del Gioberti con Giorgio Pallavicino, durante il periodo del suo secondo volontario esilio a Parigi (1). Hanno invece un grande interesse, dal punto di vista delle opinioni ed opere filosofiche del Gioberti e della sua vita privata, le lettere pubblicate da Domenico Berti, dirette a Pietro Riberi e a Giovanni Baracco, delle quali le prime rimontano ad epoca anteriore al suo esilio, e le ultime giungono poi fino alla primavera del 1848, in cui egli ritornò in Piemonte (2). Altre lettere del Gioberti trovansi pure nell'opera del Chiala sul Dabormida e i suoi tempi (3), come pure nel carteggio di Terenzio Mamiani

---

(1) L'opera ha il seguente titolo: *Il Piemonte nel 1850, 51 e 52.* Lettere di Vincenzo Gioberti a Giorgio Pallavicino per cura di B. E. Maineri. Milano, 1875.

(2) D. Berti, *Di Vincenzo Gioberti riformatore, politico e ministro, con sue lettere inedite a Pietro Riberi e Giovanni Baracco.* Firenze, 1881.

(3) Luigi Chiala, *La vita e i tempi del generale Giuseppe Dabormida e i suoi tempi.* Torino, Roux, 1896.

pubblicato da Ettore Viterbo (1) ed una anche in quello di Michele Amari, pubblicato dal d'Ancona (2). Di recente poi il prof. Gabotto pubblicò quattro lettere del Gioberti a Carlo Rapelli (3). Così pure il prof. Billia pubblicò nel 1° fascicolo di gennaio 1901 del *Nuovo Risorgimento*, da lui diretto, due lettere allo stesso Carlo Rapelli, e in quello di febbraio e marzo altre due lettere a Severino Battaglione.

Certo sarebbe a desiderarsi che queste lettere ed altre, che trovansi pubblicate separatamente in Riviste, in giornali quotidiani od anche a parte (4), fossero raccolte e coordinate con altre lettere, che non sono ancora pubblicate. Così, ad esempio, un buon numero di lettere del Gioberti a Carlo Rapelli trovasi a mani del senatore Giovanni Faldella, a cui furono comunicate dal senatore Leone Fontana. Così pure una collezione notevole di lettere del Gioberti è posseduta dal Conte Ippolito Cibrario, la quale comprende le lettere importantissime scritte dal Gioberti da Parigi prima del suo ritorno in Piemonte, indirizzate al Conte Ilarione Petitti di Roreto. Infine, ho pure consultato una quantità di autografi del Gioberti, che a me non risultano ancora pubblicati, posseduti dal Comm. Avvocato Gaudenzio Caire di Novara, il quale ebbe la cortesia di comunicarmeli direttamente, cortesia della quale vivamente lo ringrazio. Questi autografi consistono per la maggior parte in spogli di libri fatti di mano dello stesso Gioberti, in memorie scritte su fogli volanti, in prefazioni non compiute, in copie di traduzioni dal greco e dal latino. In essi ho trovato anche

---

(1) Ettore Viterbo, *Terenzio Mamiani. Lettere dall' esilio.* Vol. 2°, Roma, 1899.

(2) Alessandro D'Ancona, *Carteggio di Michele Amari.* Vol. 1°, Torino, pag. 242.

(3) " Bollettino bibliografico subalpino ", 1900, pag. 141-146.

(4) Così, ad esempio, la " Rassegna Nazionale " di Firenze, pubblicò nel vol. 4° del 1890, pag. 166-168, una lettera del Gioberti a Felice Merlo; ed il prof. Vincenzo Di Giovanni pubblicò a parte nel 1894, Roma, Tipografia delle Terme di G. Balbi, in-8°, una lettera di Vincenzo Gioberti a Terenzio Mamiani. Sono pure notevoli le due lettere scritte dal Gioberti a Luigi Ornato, in cui parla di Giordano Bruno e delle sue dottrine, in data l'una del 7 gennaio e l'altra del 5 febbraio 1833, state pubblicate dal Prof. G. C. Molineri, sotto il titolo: *Vincenzo Gioberti e Giordano Bruno.* Torino, Roux, 1889.

qualche lettera, che ho creduto di pubblicare, come una all'Abate Baruffi, in cui il Gioberti si giustifica di alcuni appunti fattigli quanto al giudizio da lui dato sul Giordani e sul Leopardi, ed un'altra al Sig. Balleydier, autore di scritti storici sull'Italia, che egli ebbe a presentare con altra sua lettera a Cesare Balbo. Di tali autografi alcuni sembrano rimontare all'epoca dell'arresto del Gioberti nella cittadella di Torino. Da questi parmi opportuno trascrivere testualmente il seguente ricordo: " In tutto questo mio affare (arresto e prigionia) — scrive il Gioberti, in un foglio volante, in cui si trovano altre annotazioni, — non c'è alcuno, che io mi sappia, fra i personaggi di governo, che mi abbia disservito; anzi, contro ad ogni aspettazione mia, li trovai tutti o favorevoli, o non avversi, eziandio quelli che meno avrei creduto. Debbo poi in ispecie lodarmi del Comandante della cittadella di Torino, che durante la mia cattività mi usò ogni gentilezza e cortesia, che mi potessi aspettare da un animo nobile, e mi porse eziandio quelle agevolezze che poteva, senza punto trapassare il debito della sua carica. Egli mi ha fatto conoscere a prova, che gli uomini, per quanto siano discrepanti di opinioni, e a qualunque fazione appartengano, possono sempre trattare fra di sè umanamente e con reciproca soddisfazione, quando hanno in comune due cose, che valgono per molte, cioè la moralità e l'onore „. — Altri autografi invece si riferiscono all'epoca del suo secondo esilio volontario a Parigi.

Nell'impossibilità, in cui mi troverei per ora di dare ordine a questo complesso di lettere, mi limito a presentarne alcune, i cui originali mi furono comunicati dalla cortesia di coloro, che ne erano in possesso, o furono rinvenuti fra i manoscritti esistenti presso questa Accademia delle Scienze o presso il Museo del Risorgimento nazionale, nella sede statagli per ora assegnata.

Nella pubblicazione mi attenni all'ordine cronologico, e mi limiterò a dare qualche brevissima notizia, che ho potuto raccogliere circa le persone, a cui le lettere sono indirizzate.

Torino, Aprile 1901.

GIUSEPPE CARLE.

Al Nobil Uomo
il signor Cavaliere Tomaso De Ocheda (1)
Firenze
all'albergo della Fontana

. . . . . .
. . . . . .

Ho già consegnato al libraio Pomba la grammatica rabbinica del Zanolini, incaricandolo di spedirgliela per mezzo del sig. Piatti, col quale tiene corrispondenza, e ho inteso che la spedizione si farà o in sul fine di questo, o nel principio del prossimo mese; di modo che confido che V. S. lo riceverà al più tardi nel Febbraio. Per quanto abbia razzolato tra miei libri, non mi venne fatto di trovare l'opera del Patrizzi, e sono come risoluto di non averla, ed essere stato ingannato dalla memoria nel credere il contrario; il che mi duole moltissimo, togliendomi la facoltà di offerire a V. S. Ill.ma un libro, che non le sarebbe forse stato al tutto discaro. Pur farò ogni diligenza di trovarlo altrove, e se mi verrà alle mani, Ella può star sicura, che l'opera sarà sua. Qui in Torino non vi sono novità letterarie, salvochè si stampano in picciol sesto, e a prezzo modicissimo due o tre raccolte di scrittori classici italiani. La nuova edizione del Dizionario militare del Grassi uscirà presto alla luce, e per quanto mi pare dai saggi, che ne ho veduti, sarà questa un'opera molto vicina alla perfezione tanto per lo stile quanto per la dottrina. Ho già letta in parte la *Storia del gnosticismo* del Matter; l'autore vi mostra un' erudizione vasta, e sicura, e colla sua esposizione fa parer nuove, e piacevoli le stravaganze religiose di quegli antichi teosofi. Venne fuori un nuovo volume di *Miscellanee* di Vittorio Cousin, in cui vi sono due articoli sui sistemi di Senofane, e di Zenon di Elea, di molto rilievo. L'opera del

(1) Nato a Tortona nel 1757. Fu bibliotecario del Crevenna e poi di Lord Spencer. Nel 1818 ritornò in Italia e si stabilì a Firenze, dove morì nel 1831. È probabile che il Gioberti l'abbia conosciuto in occasione del suo viaggio a Firenze nel 1828, e che da quel tempo sia cominciata la loro corrispondenza. Di questa lettera non si pubblicò la parte prima, che si riferisce a cose di interesse esclusivamente privato. L'originale di essa trovasi nella raccolta Cossilla presso il Museo del Risorgimento nazionale.

Damiron s'è ristampata di fresco in 2 vol. in-8° con aggiunta di un *Aperçu* sul passaggio della filosofia del secolo XVIII a quella del presente; di 4 articoli sui sistemi del Lancelin, del Saint-Martin, del Broussais, e del Ballanche; e di uno squarcio notevole su quella parte della filosofia che soverchia l'osservazione. Mi perdoni, sig. Cavaliere, s'io l'ho fastidita con queste baje, e la confidenza che ho usata; imputandone il desiderio, che tenea di scriverle, e provare per un momento la dolce illusione di godere la sua compagnia. Spero che Ella mi darà minutamente notizia della sua salute, della quale sono molto geloso, e mi comanderà in tutto che io valga, come a un suo servitore, che avrà per grato favore ogni suo comando. La mia sanità ha migliorato alquanto, mercè del freddo, che mi è stato sempre più confacente degli eccessivi caldi: ma l'incomodo più grave non m'ha lasciato ancora; e prevedo che non mi lascerà più. Tra le poche cose che io desidero, senza poter conseguire, sarebbe quella di gioire la dottrina e la giocondità de' suoi colloquj, e di supplire colla copia delle sue cognizioni alla totale povertà delle mie. Ma la Providenza disdicendomi questo piacere, spero che Ella mi conserverà almeno nella sua memoria. La prego di riverire a mio nome l'Aud. Bigazzi, e il Can. Calvetti; e senza più, mi dichiaro coi sensi del più profondo rispetto

Di Torino, alli 7 di Gennaio, 1829.

Di V. S. Illma

Devotiss° e obligatiss° servitore

VINCENZO GIOBERTI.

Monsieur

Monsieur le Comte Mamiani della Rovere

Paris

Rue de Clichy, 66 (1).

Ill.mo Sig. Conte, ed Amico,

La prego di credere, che se ho detto di trarre da questa nostra corrispondenza utilità e piacere, non è stato per compli-

(1) La presente lettera viene a colmare in parte la lacuna esistente nel carteggio filosofico fra il Mamiani e il Gioberti, mentre essi erano entrambi

mento; perchè in effetto il filosofare mi diletta, e mi è di profitto non poco l'intendere gli argomenti contrari alle mie opinioni, specialmente quando chi gli porge è dotto e sagace al paro di Lei. Le accennava que' miei disturbi, non per privarmi delle sue, o esimermi dal rispondere, ma per iscusa del farlo in modo così difettuoso, e per attribuire almeno in parte alla fretta i miei mancamenti. Ed io m'accorgo di aver fallito, e di fallir tuttavia nell'uso dei termini e delle frasi proprie della scienza. Ma in parte io non ho saputo evitare questo inconveniente, perchè finora non v'ha lingua filosofica universalmente accordata, e de' filosofi particolari, altri s'ha fatto un suo proprio vocabolario, altri parla e scrive alla ventura, pigliando i termini comuni alla grossa, e determinandone all'occorrenza il significato coi vocaboli circostanti, e coll'arte della loro collocazione. Quest'ultimo è lo spediente di cui mi pare che per lo più si sia valuto il Rosmini, e di cui sono astretto di valermi, in una materia, dove un dizionario antico speciale e determinato (come per esempio quello del Kant, forse più perfetto di ogni altro, perchè più esatto, a malgrado della sua stranezza) non quadrerebbe bene al nuovo aspetto, in cui si considerano i fatti psicologici; e il farne un novello, vorrebbe un lungo trattato, non che poche e brevi lettere, giacchè io credo che le definizioni non sono esatte, chiare, ed acconce a sortire l'effetto loro, se non vengono in fine dell'opera, come risultato, conclusione, ed epilogo dell'analisi precedente. Io ho preso dunque alla buona i termini volgari, studiandomi di circoscriverli coll'uso e la collocazione, e pigliando

---

esuli a Parigi. Il Massari dedicò tutto un capitolo a tale carteggio, cioè il capitolo XXII del 1° vol., pag. 264 a 275: ma dovette limitarsi a pubblicare le lettere del Mamiani al Gioberti, perchè queste ultime non poterono essere rinvenute fra le carte del Mamiani. L'autografo di questa lettera fu da me rinvenuto nella raccolta Cossilla e il suo contenuto e la sua data del 20 maggio 1834, dimostrano che probabilmente essa dovette servire di risposta a quelle scritte dal Mamiani in data 14 e 17 maggio 1834, riportate dal Massari (op. e loc. cit., pag. 265-269). Con ciò non viene ad essere completato il carteggio, in quanto che le lettere per parte del Gioberti dovettero quanto meno essere tre; ma si ha modo di formarsi un'idea della discussione seguìta fra i due filosofi, mentre dimoravano a Parigi. Allo stesso carteggio appartiene la lettera di Gioberti a Terenzio Mamiani in data 28 maggio 1834, stata pubblicata dal prof. Vincenzo Di Giovanni. Roma, Tipografia delle Terme di G. Balbi, 1894.

però promiscuamente alcune voci (come verbigrazia *conoscere, pensare* e *percepire*), perchè se bene nell'uso di molti importino più o meno qualche differenza intrinseca, tuttavia presso i più, fuori di quelle tali differenze, esprimono un elemento comune; e perchè questo elemento comune significato da tali voci è quello che si oppone all'elemento speciale di un altro concetto, come quello che ordinariamente si esprime colla voce *sentire*. Quando questa circoscrizione, direi quasi, rettorica, delle voci che si adoprano, si fa bene, può bastare; ma io non mi affido di tanto; e quindi nasce in me il difetto di quella lucidezza, ch'Ella cortesemente mi attribuisce.

Non saprei pertanto, come altrimenti definir le voci, di che Ella mi richiede, che facendo un po' di analisi, secondo la teorica del Rosmini, per dar risalto ai fatti intellettivi, che abbiam per le mani, e specificare i vocaboli appropriati. Mi scuserà, se sarò troppo breve rispetto all'importanza, all'ampiezza, e alla difficoltà della materia, e troppo lungo per la misura di una lettera, e i riguardi che io debbo avere di non fastidirla.

Quando l'uomo considera ciò che succede nell'animo proprio, s'accorge tosto, ch'egli riceve di continuo un'infinità d'impressioni, alcune delle quali si riferiscono ad oggetti esteriori, come i colori, i suoni, e simili, altre consistono nell'animo medesimo, come il piacere, il dolore, l'amore, l'odio, e simiglianti, che non inchiudono alcun rispetto estrinseco, almeno in virtù di sè stesse. Le prime impressioni per l'ordinario si chiamano *sensazioni*, e le altre *sentimenti*. Qualunque sia la differenza loro, esse hanno ciò di comune, che sono modi passivi dell'animo nostro, e che non involgono la cognizione di sè stesse, la quale è d'indole contraria, cioè intrinsecamente attiva. Quindi è, che quando io sono intento a un oggetto qualunque, cioè ho rivolta la mia attività ad esso oggetto, v. g. a una lettura, io non ho più conoscenza delle sensazioni, e dei sentimenti che occorrono in me, salvochè alcuni di essi siano più efficaci dell'attenzione medesima rivolta altrove, e la forzino a voltarsi verso di sè, e a lasciare il primo oggetto. Di ciò séguita, che le impressioni (chiamerò con questo vocabolo le sensazioni e i sentimenti, indicandone l'elemento comune di modificazione passiva) non inchiudono la conoscenza di sè medesime. Questa conoscenza è dunque un elemento diverso; e perciò la facoltà di conoscere dee essere

diversa dalla facoltà di sentire, cioè di avere le impressioni; e fra le altre differenze ci ha questa, che la facoltà di conoscere è attiva, al contrario della facoltà di sentire, passiva, come abbiam detto; la quale però si dovrebbe più propriamente col Laromiguière chiamare una *capacità*. Checchè sia di questo, se la conoscenza è diversa dall'impressione, e la facoltà di conoscere da quella di sentire, in che consiste questa differenza? Certo in un elemento nuovo, che si aggiunge all'impressione. Donde nasce quest'elemento? Dallo spirito, dotato della facoltà di conoscere oltre a quella di sentire. Dove si trova? Nello spirito stesso, donde non esce la conoscenza. Che è infine e qual è la sua natura? Qui non c'è altra risposta, che quella che non si può esprimere con parole, ma che ciascuno può dare a sè medesimo quando conosce, di conoscere, e ripiegandosi sopra sè stesso, ripensa i propri pensieri. E si noti che io dico e dissi *pensare* e *conoscere*, come anche *percepire* per esprimere solamente quello che vi ha di comune in queste attive operazioni, di cui al presente non considero le differenze. Ma se non si può parlando definire in concreto l'intima e propria essenza del conoscere, differentissima da quella del sentire, possiamo bensì coll'analisi investigare, se nella sua operazione non vi sono più elementi separabili coll'astrazione. Che è quanto dire se l'elemento del conoscere accennato di sopra sia uno, ovvero moltiplice. Io avverto, che il conoscere importa una forza dello spirito, che crea un obbietto appropriato, e un obbietto che corrisponde a questa forza. La forza, è la facoltà di conoscere inerente allo spirito: l'oggetto è la conoscenza prodotta nello spirito medesimo. Imperocchè la potenza di conoscere non è altro che l'attitudine dello spirito a produrre conoscenze; e per quanto la conoscenza prodotta sia in effetto inseparabile dalla forza produttiva, tuttavia l'una non è l'altra, e ne differiscono come la causa dall'effetto, e l'atto compìto dalla semplice potenza. Ora in che consiste la natura di questa conoscenza? Forse nell'impressione, di cui parlammo di sopra? Mi pare che Ella lo voglia accennare, dicendo nell'ultima sua, che " per convertire in pensiero la sensazione, non occorre altro che attendervi ". Io le accordo il fatto, cioè la facoltà di conoscere è quella che converte le impressioni in conoscenze. Ma aggiungo di più, appunto per questo, che la conoscenza non è una mera impressione, ma l'impressione aggiun-

tovi l'elemento conoscitivo. Altrimenti la *conversione* suddetta non avrebbe luogo. Acciocchè essa succeda bisogna che la facoltà conoscitiva aggiunga all'impressione l'elemento proprio, e ne faccia una conoscenza. La mera impressione, come tale, corrisponde unicamente alla facoltà di sentire, di cui è fattura; acciocchè corrisponda alla facoltà di conoscere, bisogna che questa la trasformi, e l'acconci alla propria natura; non già mutandola, come impressione; ma arrogendole non so che di nuovo, e di conforme a sè, donde deriva la conoscibilità di essa. Questa è la trasformazione della sensazione in idea, il passaggio di quella dalla regione del senso nella regione dell'intelletto, di cui io parlava. Si può forse dire, che acciocchè l'impressione sia conosciuta, basta che la facoltà di conoscere si applichi alla impressione e la pigli, e che in questa operazione non vi ha nulla di nuovo, salvo essa facoltà di conoscere; cioè, che tutta la novità sta dalla parte della facoltà, e non da quella dell'oggetto, vale a dire dell'impressione. Rispondo, che nell'atto in cui la facoltà di conoscere si applica all'impressione, non v' ha certo altro oggetto che l'impressione medesima; ma quando l'applicazione è fatta, e l'impressione si conosce, quest'impressione acquista un nuovo modo di essere, cioè *è conosciuta;* essa è divenuta una conoscenza, incorporandosi con un nuovo elemento datole dalla facoltà conoscitiva. Ora questo nuovo elemento è il concetto dell'essere, senza cui l' impressione non è conoscibile, giacchè l'osservazione psicologica ci accenna che in tanto noi possiamo pensare un' impressione qualunque in quanto essa acchiude il concetto di una *qualche cosa.*

La facoltà conoscitiva adunque crea la conoscenza, aggiugnendo all'elemento sensitivo, cioè all' impressione, la propria forma, l'elemento del conoscibile, cioè il concetto dell'ente indeterminato. Il qual concetto applicato alle impressioni reali dà origine ai concetti sovrasensibili di sostanza e di causa, i quali è manifesto che non possono cavarsi da impressione di sorta; applicato al concetto ideale di quelle medesime impressioni, dà origine all'idea dell'ente astratto e possibile. La lunga e minuta analisi, con cui il Rosmini descrive queste applicazioni e trasformazioni, è la parte più perfetta dell'opera sua, e fa una spezie di riprova del fatto psicologico, che colto nell' intuito sfuggevole e spontaneo, può, come ogni altro fatto simile, e la stessa

unità psicologica dello spirito lasciar qualche dubbio all'osservatore.

Mi creda

Ai 20 di maggio 1834.

Suo dev.mo serv. ed amico
V. Gioberti.

Al Signor Benedetto [Rignon].

Mio Giovanni (1) carissimo,

Se io porto invidia agli abitatori di cotesti luoghi, e mi struggo talvolta in fantasia di farvi ritorno, non è già per l'amore che io porti alle mura ed ai sassi, in cui è riposta principalmente, secondo i fanciulli, le donne, e certi animi superstiziosi, la carità della patria. Non è pure, perchè io desideri la conversazione di que' Torinesi, che plaudono al principe, si scappellano ai cortigiani, baciano le mani ai gesuiti, lodano chi vince, approvano ciò che succede, amano la patria nel loro scrigno o nel fondaco, e credono che la voce Italia sia cosa da pedanti, e una faccenda di pretta geografia. Non è nè meno per vaghezza del sole e del cielo nativo, e per quell'aspetto di eleganza italiana, che riluce nelle cose esteriori; chè quantunque ciò conferisca al diletto, non concerne tuttavia la sostanza delle cose che meglio importano. Non è finalmente, perchè m'incresca di non partecipare al prossimo giubilo dei popoli festeggianti il ritorno dei duchi di Savoia, e di non vedere i razzi, la luminaria, i corsi, gli spettacoli destinati a solennizzare quella vecchia felicità, e la clemenza del nuovo principe. Non tutte queste, e simili altre cose, rendono acerba la mia lontananza; ma bensì il desiderio degli amici, che ho lasciati costì; fra' quali io ti pongo

(1) Anche questa lettera fa parte della raccolta Cossilla. Essa è scritta sopra un foglio volante e fu spedita con una lettera inviata a Benedetto Rignon, alla stessa data del 15 maggio 1834, stata pubblicata dal Massari (op. cit., vol. 1°, pag. 297-299). Dalla lettera al Rignon appare, che il foglio accluso in essa era diretto a Giovanni Notta, in quanto che in quella si dice: " comunica a Giovanni Notta le poche linee che seguono ". Del Giovanni Notta mi limiterò a dire che egli, nato a Torino, fu rappresentante al Parlamento e sindaco di questa città, fu nominato senatore il 29 febbraio 1860, e morì a Torino il 16 settembre 1877.

ne' primi; e alla poca dimestichezza che avevamo insieme supplisce assai la notizia che io tengo delle egregie tue parti, del modo di pensare, della nobiltà dei sentimenti, del cuore, e della schiettezza; che a tutti i tuoi conoscenti ti rendono prezioso e carissimo. Onde di te, e degli altri buoni che ti somigliano, si può dire; che in voi è riposta, e vive veramente la patria. Ti lascio però pensare di quanta consolazione mi sia stata la tua lettera e la tua memoria. Angelo, con cui parlo spesso di te, t'invia mille baci. Egli stà assai bene, benchè abbia avuto testè qualche indisposizione. Non so bene quando andrà in Inghilterra; ma i suoi disegni non si fermano qui; ha dei concetti giganteschi, e mi par che voglia correre l'Europa, e assaggiare fino al nuovo mondo. Io lo veggo quasi ogni sera, benchè egli abbia mutato albergo, e sia ito ad abitare con un comune amico in un sito migliore ma assai lontano. Ciò che mi dici del tuo futuro viaggio di qua mi rallegra molto. Benedetto ha pure un simile pensiero; e seco altri amici. Fate, pregovi, insieme qualche bella cospirazione a questo proposito, ed accendetevi a vicenda a colorire il vostro disegno. Vi so dire, che non ve ne pentirete, nè dal lato del piacere, nè da quello delle notizie che riporterete con voi a casa. Conservati lieto e sano e sovvengati del tuo

VINCENZO.

P. S. L'anonimo del tuo prenome fu conservato, secondo il tuo cenno.

Di Parigi, ai 15 di maggio, 1834.

[*A Carlo Rapelli*] (1).

Carissimo. Hai fatto benone a scrivermi per la posta, mancando private occasioni; e così farai sempre, anzi che lasciarmi in desiderio delle tue nuove. Io sono stato due volte infermo;

(1) Senza data, ma dei primi mesi del 1840. L'originale di questa lettera, come delle altre due che susseguono, pur indirizzate al Rapelli, mi fu gentilmente comunicato dall'egregio avv. Carlo Stura. Quanto al Carlo Rapelli, ecco le notizie raccolte intorno di lui dall'On. Giovanni Faldella. Nacque a Torino il 17 gennaio 1809 ed avviatosi al sacerdozio fu diacono e si addottorò in Teologia nella Università di Torino. Su raccomandazione

l'una d'infiammazione, l'altra di febbri intermittenti; altrimenti ti avrei scritto in qualche modo. Ora sto bene. Mi rallegro teco dell'impiego ottenuto o prossimo ad ottenersi; me ne rallegro proprio di cuore; e ti prego, ti scongiuro, a far buon animo e a sperar bene della riuscita. Dico questo, perchè mi sembri al tuo solito scoraggiato e disperante; il che veramente mi affligge; perchè senza fiducia non si può far nulla in alcun luogo; e senza presunzione, non si può far nulla in Francia. Confida, osa, impara ad essere baldanzoso; e avrai buon successo; anche senza essere cameriere del Papa. Tu sai a che voglio alludere. Ma per l'amor del Cielo, renditi forte e volenteroso; scuoti quella tua vergognosa fiacchezza; pensa, che sei esule ed italiano, che vivi in paese straniero, e devi rendere buon testimonio della tua patria. Tu ti duoli, che non hai volontà. Niuno de' tuoi veri amici può farti buona questa scusa; perchè ha un'anima e petto forte chiunque si proponga di averlo. Tu non hai volontà, perchè non vuoi averla, e ciò che alleghi a scusa, fa la tua colpa. Scusami, se io ti parlo chiaro; ma credo di fare uffizio di buon amico. Tu hai ingegno e dottrina di gran lunga maggiore che non si ricerca per insegnare a Francesi; ma queste qualità non possono fruttare nella pratica, se non sono accompagnate da una robusta risoluzione. Perchè adunque non procacciarti di questa dote? Se tu mancassi d'ingegno, saresti degno di perdono; perchè niuno può migliorare il suo cervello; ma questa escusazione non ha luogo riguardo alla fortezza dell'animo che dipende da noi stessi. Se tu fossi ricco, e potessi vivere oziando, ti si potrebbe anco comportare, benchè non appieno, questa tua mollezza, ma tu sei, come me, e tanti altri in necessità di lavorare per vivere con decoro, per mantenere la dignità della propria per-

---

del Gioberti fu nominato professore nel Seminario arcivescovile di Vercelli. Per sospetti politici andò ancor egli in esilio, e dopo essere dimorato qualche tempo in Svizzera, nel 1839 si recò a Parigi dietro consiglio e con raccomandazioni dello stesso Gioberti. I due esuli si trovarono poi insieme a Parigi, allorchè anche il Gioberti vi si recò per seguire i movimenti che succedevano in Italia. Il Gioberti, allorchè fu Presidente del Consiglio e ministro degli esteri in Piemonte nel principio del 1849, nominò il Rappelli segretario di 2ª classe alla Legazione di Parigi. Il Rappelli era ancora a Parigi all'epoca della morte del Gioberti; più tardi ritornò a Torino, ove morì all'Ospedale Mauriziano il 19 aprile 1880.

sona e della comune patria. Tu hai una madre che ha bisogno di te; a cui devi soccorrere, se hai d'uopo di farlo. Non potendo aiutarla di sussidi, devi almeno recarle quella consolazione, che dipende dal vederti in sicuro e onorevole stato; devi risparmiarle l'affanno che sentirebbe, se tu fossi infelice, e dare alla sua vecchiaia quel solo conforto che ti è conceduto dalle strettezze e dall'esilio. Vedi quante cagioni di scuotere quella tua inerzia! Di sorgere una volta da quel letargo, che opprime e disfiora la tua giovanezza! Che farai vecchio, infermo, cadente, se quando sei giovane e sano, se nella età del fervore e delle speranze, ti mostri molle e neghittoso? Non credere con questo che io m'esageri la tua fortuna, cioè l'importanza di quell'impiego che ti è promesso. Tal impiego è certo poca cosa; ma così piccolo com'è è meglio di nulla; è tale, che durante quattordici mesi di soggiorno in Parigi, mi sarei riputato felice, se avessi trovato un simile assegnamento o anche meno. Ma non che buscare un tale impiego, io non trovai nè meno quei mezzi di studiare che si concedono a tutti, cioè l'uso dei libri pubblici. Il che a dir vero, oggi non mi dispiace, perchè potrò gridare contro i Francesi, e contro gl' infranciosati, senza essere accusato d'ingratitudine. Ti cito il mio esempio, per mostrarti, che tu ti devi stimar fortunato, e ringraziar la Provvidenza. Ma questa ti avrà soccorso invano, se non ti aiuti da te. Ella ha cominciato l'opera; tu devi compierla; e a ciò si richiede un animo forte e costante. Si richiede un animo ostinato, che non si lasci spaventare alle difficoltà e alle disdette, che s'incontrano nei principii di ogni nuovo stato, ma che cedono ben tosto a chi si studia di vincerle. Impara una volta ad aver la testa dura; dura verso gli altri, e ancor più dura verso te medesimo. Imita me, ch'io l'ho durissima; e invece di ammirare la mia *sublime* virtù, dietro l'eloquenza di quel signore, che con tali elogi ridicoli vorrebbe infinocchiar te e me ad un tempo, imita la mia pervicacia, la quale non si lascia scuotere dalle sciocche lodi, come non si lascia atterrire dalle minacce. Questa qualità è la sola ch'io riconosca in me, degna di qualche lode; e se non è lodevole, essa è certo opportuna. Se non avessi una testa di ferro, sarei crepato dieci volte nel mio esilio. Io languii senza libri, senza modo di studiare, fino al gennaio del 1839, e mi meraviglio di non esser morto etico in que' 6 anni di tempo.

Finalmente alla detta epoca, una cortese persona mi procacciò il modo di disporre di qualche pubblica biblioteca. Ora in questo anno o poco più di tempo, sai che cosa ho fatto? Eccotelo in due parole: 1° Ho parte letto, parte consultato più di cento opere, e cavatone numerosi spogli, che empiono ben 10 grossi volumi. 2° Ho scritto e limato con qualche diligenza il principio di un'opera filosofica che è già sotto i torchi (1). 3° Ho fatto molti studi nuovi di storia, di geografia, e di archeologia, parte per mio uso, parte per le mie lezioni. Ho rinunziato a passeggi, amici, conoscenti ecc., mi son chiuso in camera, e non ho perduta una sola ora di tempo. Ti lascio imaginare quante noie, quanti languori, quante tentazioni di mandar tutto al diavolo mi assalirono nelle mie solitarie e faticose elucubrazioni; ma la mia volontà fu più forte di tutto. Ecco la sola parte di me ch'io ti propongo, come imitabile nel tuo caso. Tu devi cercare di farti onore, non isbigottirti ai principii, tener per certo che se riesci bene sarai promosso a gradi ulteriori; devi studiare indefessamente, e devi sovratutto seppellire sotto un profondo silenzio il tuo malaugurato sensismo, fonte di ogni tua sventura. Altrimenti mancheresti gravissimamente all'onore, alla virtù, al tuo debito verso il Lacisterna (2), e al Cousin che tu devi amare, ch'io amo, non già per le *sublimi* virtù che trovano in me, ma per i benefizi che fanno a te. Nuoceresti anche al nome italiano, e daresti a me e a tutti i tuoi amici una grandissima afflizione, oltre che rovineresti te stesso senza rimedio. Abbraccia caramente il buon Robecchi, i cui affanni mi addolorano; ma spero che Iddio adempierà i suoi desideri e lo ajuterà. Non gli scrivo, perchè credo che le mie a te bastino per attestare il mio affetto verso di lui, e so che è occupatissimo. Salutami anche l'Anfossi e il Macario.

Macte animo, scrivimi il successo e credimi

tutto tuo
GIOBERTI.

---

(1) Si allude all'*Introduzione allo studio della filosofia*, che fu appunto pubblicata a Bruxelles nel 1840.

(2) Il principe Emanuele Dalpozzo della Cisterna, emigrato del '21.

Sig. Ab. Baruffi (1)
Torino.

Gioberti si maraviglia delle querele del Sig. Giordani, e di coloro che le ripetono senza cercare se siano fondate. Egli ha pel Giordani un'altissima stima, e nell'opera testè stampata, che è la sola in cui ne parli (2), lo cita più volte onorevolmente e colle debite lodi. Quanto al Leopardi, egli pretende di non essere a niuno secondo nell'ammirarne l'ingegno e gli scritti, celebrarne la virtù e adorarne la memoria. Egli ha riprovato con franchezza qualche parere di lui, da che la pubblicazione delle scritture dove si trova, gli permise di farlo senza indiscrezione, e la morte dell'autore senza paura di nuocergli.

Ma lo ha fatto con tale amore, con tale riverenza verso il defunto, che non crede disapprovando il filosofo di aver mancato al debito coll'amico. Egli si protesta di rispettar le persone, ma stima di avere il diritto di parlare liberamente delle dottrine, e non ha sì angustò l'animo, che non sappia amare e ammirare eziandio coloro, di cui può credersi obbligato a combattere le opinioni.

Brusselle, 3 febbraio 1841.

V. Gioberti.

Monsieur
Monsieur Charles Rapelli
Paris
31, Rue de Londres.

Carissimo,

Riscrivo con questa al nostro Caissotti, e gli prometto pel Sig. Ferrari l'opera mia quanto più debole tanto più calda e sincera. Ricevi tu pure dal tuo canto questi miei sentimenti pel vostro comune raccomandato. Oh! quanto mi duole la partenza del Ducco! Ma è inutile il far querele di un male irremediabile. Spero almeno, che toccata la meta, scriverà costì, e avrò per tuo mezzo delle sue notizie. Nel riscrivere all'ultima tua, dimen-

(1) L'autografo è presso l'avv. comm. Gaudenzio Caire di Novara.
(2) *Introduzione allo studio della filosofia.*

ticai per la fretta di toccare un cenno di ciò che mi dicevi sul principe. Egli è vero, che il Peyron essendosi doluto per lettera, che io avessi messo un po' *d'ira teologica* nello scritto sul Cousin, gli risposi, che se avessi dovuto rifare il libro ne avrei tolto quelle poche frasi che poteano dar luogo a supporre in me un sentimento da cui sono alienissimo.

Ti prego adunque, Machiavelli mio, da quel buon diplomatico che sei a rettificare l'opinione del principe su questo articolo; perchè siccome egli battezzò il mio opuscolo per un libello infamatorio, potrebbe interpretare ciò che ho scritto al Peyron, come una implicita confessione del peccato impostomi. Ora questo peccato io non l'ho e nol voglio avere; e non son solo per buona sorte ad avere questa fiducia; giacchè il Manzoni, avendo letto quell' operetta non mandatagli da me, me ne fece scrivere un motto di approvazione; e non mi par probabile che un tant'uomo, amico del Cousin, voglia lodare un libello, o anche far buona l'ira teologica, quando fosse troppo chiara e patente. Ma non più di queste miserie. Quanto all'affare dei ciottoli, ti dirò che commetti un anacronismo. Io lessi veramente nel 15 o nel 16 il Kant nella biblioteca di Torino, e dubitai dell'esistenza dei ciottoli, ma non di quella di Dio, sia perchè il Kant non è ateo, e perchè in quella lettura io non giunsi nè meno fino alle antinomie della ragion pura. Ciò che ti dissero le persone che citi si riferisce a un tempo assai più recente, quando la teorica dell'ente astratto, che io avea pescata nel Malebranche, mi condusse al panteismo, e a sovvertire la nozione ordinaria della Divinità, e gli argomenti consueti che si usano per provarla. Quanto poi alla tua dottrina sulle fluttuazioni, e alla tua indulgenza plenaria, mi hai veramente edificato. Oh! che soave moralista mi sei riuscito! Ma credi tu, mio caro Escobar, che le determinazioni dell'arbitrio non abbiano un'influenza in ogni giudizio dell'intelletto? Nota bene ch'io parlo di una influenza anche indiretta e lontana. E tu, psicologo, vorrai negare un vero così manifesto? Pensaci seriamente e sarai del mio parere. E allora ripasserai con altr'animo quel mesto giorno dell'Ascensione del 1827. Addio, dolcissimo, voglimi bene e credimi

[Bruxelles] 3 giugno 41.

Tuo aff.mo
GIOBERTI.

Monsieur
Monsieur le Comte Petitti de Roreto (1)
Turin

Brusselle, 11 agosto, 43.
Institut Gaggia.

Ill.mo sig. Conte

Io la ringrazio cordialmente di avermi fatta conoscere una persona così degna e gentile, come il sig. Avv. Marenco, e di avermi onorato nel tempo medesimo di sensi tanto affettuosi quanti sono quelli della sua lettera. Duolmi che le molte mie occupazioni in questa stagione prossima agli esami, mi impediscano di godere, quanto vorrei, della compagnia del suo egregio raccomandato; e quando egli sarà costì di ritorno, avrò bisogno ch'Ella mi scusi dell'aver così male adempiuto al mio desiderio e al mio debito.

Ho letta con gran piacere la nuova opera del conte Balbo (2). L'ho trovata in sommo grado sugosa, come tutti gli altri scritti del medesimo Autore; e quando dico sugosa, intendo di usare un epiteto applicabile, al parer mio, a pochissimi libri storici del nostro tempo. Spero che il Balbo coll'autorità del suo ingegno e della sua dottrina, otterrà di fare una riforma fondamentale negli studii storici italiani, dando loro un indirizzo cattolico e nazionale ad un tempo; riforma, che i miei pari possono soltanto desiderare. Lo ringrazi della cortesia con cui egli si degnò di regalarmi una copia del suo libro, rendendomelo per tal modo doppiamente caro e prezioso.

La contessa di Lalaing è a Spa da qualche giorno. I signori Quetelet e Arrivabene, coi quali fo spesso dolce menzione di Lei, la salutano affettuosamente. Ed Ella si compiaccia ricordarmi al cav. di S. Rosa, al Riberi, al Peyron, ringraziandoli della loro buona memoria.

L'avv. Bertinatti è molto tenuto alla umanità con cui Ella gli si profferisce, e mi commette di esprimergliene la sua viva

---

(1) L'autografo trovasi nella raccolta Cossilla presso il Museo del Risorgimento nazionale.

(2) *Meditazioni storiche* (Torino, 1842).

gratitudine. Egli è qui accasato provvisoriamente; studia, lavora senza intermissione, ed è da tutti che lo conoscono amato e stimato.

Io fo voti, sig. conte, acciò la Providenza le dia quella salute che si ricerca per la continuazione delle sue importanti e nobili lucubrazioni letterarie. A me, e agli altri profani, la sanità è un bene meramente individuale; ma quanto a Lei e ai pochi che la somigliano, fa parte del bene pubblico.

Se io posso ubbidirle, mi comandi liberamente; e l'avrò in conto di un doppio favore, perchè oltre al servirla, avrò con questa occasione delle sue notizie.

Frattanto La prego a credermi quale mi dico con singolare osservanza

Suo dev.mo servitore
GIOBERTI.

PS. Se Ella ha occasione di vedere il D. Gastone, mi obbligherà molto a ricordarmegli.

Monsieur
Monsieur Charles Rapelli
Paris
Rue de la Paix, 4 bis

Mio carissimo Rapelli,

Mi duole di non poterti compiacere riguardo alla lettera; ma acciò essa ottenga il suo effetto dee essere spontanea, sincera, e quindi scritta da te. Come vuoi che io mi confessi in tua vece, ed esprima i sensi dell'animo tuo, che conosco solo imperfettissimamente? Non potrei farlo con garbo, nè con coscienza. La lettera dee essere stesa da te, senza fiori rettorici, senza finzioni, cordialmente e sinceramente; quanto più sarà tale, tanto meglio sortirà l'intento. Benchè da molti anni io non corrisponda più col Riberi, so tuttavia ch'egli è sempre quel di una volta, e mi affido che farà ogni suo potere per esserti utile.

Tu mi dici che sei divenuto una pianta. Io non ammetto queste scuse. L'uomo è ciò che vuol essere, specialmente se ha l'ingegno che possiedi. Mio caro polipo, la colpa è tua, se anneghittisci, e non sai fare un'impresa così erculea, com'è lo scrivere una lettera di confidenza a un antico amico.

Ti manderei volentieri il mio Primato, se ne avessi una sola copia. Ma non ne ho, e mi mancano i danari da comperarla. L'opera fu stampata a spese dell'editore; il mio profitto si riduce a un franco per ogni volume che si vende. Ma finora non ho ancor toccato un quattrino. Non te lo inviai da principio, parendomi che il Primato potesse tanto riuscire a tuo genio, quanto l'opera recente del Michelet e del Quinet a quello dei gesuiti. Chi diavolo avrebbe sognato che ti toccherebbe il capriccio di farti frate?

Il Re per decreto dei 9 di questo mi assegnò una pensione di 1500 fr. sull'Economato. Per rifiutarla garbatamente la rinunziai alla Casa della Providenza fondata dal can. Cottolengo. Se la rinunzia legale non viene ammessa, il mio rifiuto sarà assoluto, come la mia risoluzione di non accettare alcun utile dal governo piemontese è irrevocabile. Addio, mio caro zoofito, voglimi bene e credimi tutto tuo

[Bruxelles 28 sett. 1843].

GIOBERTI.

PS. Il mio cenno sul Rosmini non allude al fatto dell'ab. Nerva da te accennato.

Monsieur
Monsieur le Comte
Frédéric Sclopis, Sénateur et Membre de l'Académie des Sciences de TURIN (1).

Illustrissimo Signor Conte,

Egli è lungo tempo che attendevo una occasione per ringraziarla del suo prezioso dono. Il quale mi ha recato gran pia-

(1) L'originale trovasi fra i mss. di questa R. Accademia delle Scienze.

cere e profitto; perchè il suo libro (1) è del piccol numero di quelli da cui imparano i dotti, non che gl'ignoranti miei pari. Il conte Arrivabene, e altri nostri compatrioti che qui ne fecero lettura, ne portano lo stesso giudizio; e tutti ci accordiamo a ringraziarla del bel presente che Ella ha fatto a quella filosofia storica della civiltà italiana, che oggimai dovrebbe essere il primo dei nostri studi. La ringrazio poi in particolare della menzione troppo onorevole che le piacque di fare di me e di un mio scritto (2); e godo di poterle aggiungere che io differisco dal suo parere forse meno che Ella non crede. Imperocchè, lasciando stare ciò che concerne i Papi del medio evo, e che ha un'importanza solamente storica, io porto opinione che nelle epoche civili, come la nostra, il sacerdozio e il pontificato possono esercitare soltanto quelle influenze politiche e possedere quei temporali diritti che vengono loro liberamente consentiti dai principi e dai popoli.

Le accenno questo particolare, perchè mi reco ad onore di non discordare dalla sua sentenza, specialmente in una materia, dov'Ella è maestro ed io sono appena discepolo. Gradisca i sensi di riconoscenza e di altissima stima, con cui mi reco a onore di essere

di V. S. Ill.ma

Di Torino, ai 28 luglio 44.

Dev.mo e obblig.mo servo
V. Gioberti.

[*Al conte Alessandro Saluzzo di Monesiglio, presidente della R. Accademia delle Scienze di Torino*] (3).

Eccellentissimo Signore,

Io non posso attribuire l'insigne onore conferitomi dall'illustre Consesso (4) ch'Ella presiede e accompagnato da un nuovo e prezioso pegno di regia benevolenza, se non a una generosità

(1) L'opera dello Sclopis, a cui qui si accenna, è la *Storia della legislazione italiana*, di cui il 1° vol. fu pubblicato nel 1840 dall'ed. Pomba.

(2) *Introduzione allo studio della filosofia*, dallo Sclopis citata a pag. 13 del vol. 2° dell'opera sopra citata.

(3) L'autografo è fra i manoscritti della R. Accademia delle Scienze.

(4) Il Gioberti fu eletto Socio dell'Accademia il 28 novembre 1844; la sua elezione fu approvata da S. M. il 7 dicembre.

tutta speciale di cotesti Signori a mio riguardo. Ma quanto più io sono lontano dal meritarlo per quel poco che ho fatto nella via degli studi, e quanto meno mi sento capace di supplire al difetto per l'avvenire, tanto maggiore è il beneficio che ricevo, tanto più viva e profonda la mia gratitudine. Prego V. E. a voler essere interprete di questi sentimenti e del mio alto ossequio presso l'Accademia tutta, e ad accettare nel tempo medesimo quelle grazie ch'io debbo a Lei in particolare per i termini cortesi e umanissimi, con cui Le piacque di annunziarmi un tanto dono.

Gradisca, Eccellentissimo Signore, i sensi di singolare osservanza e di profondo rispetto, con cui mi reco a onore di essere

di V. E.

Di Brusselle ai 22 dicembre, 1844.

Umiliss.° obbed.° e obblig.° servitore
VINCENZO GIOBERTI.

[*A Costanzo Gazzera segretario della R. Accademia delle Scienze di Torino*] (1).

Chiariss.° e Illustriss.° Sig. Cavaliere,

Ho testè ricevuto il diploma che l'Accademia Reale delle Scienze si compiacque d'inviarmi per mezzo dell'Ab. Gorresio. Ella, come Segretario, e come uno degli uomini più insigni di quel nobilissimo Consesso, che si degnò di nominarmi suo socio, vorrà permettermi che Le esprima in modo particolare la mia riverenza e la mia gratitudine. Io sono da gran tempo ammiratore di V. S. Ill.ma pel suo raro e profondo sapere in ogni genere di pellegrina erudizione: ora godo che ai sensi della venerazione si aggiungano quelli ancora più dolci della riconoscenza.

Un libraio di Firenze sta per ristampare la mia opericciuola sul Bello poco ancor divulgata. Se questa edizione non trova ostacolo, io bramerei fare omaggio di qualche copia del mio libro all'Accademia e a Lei in particolare; servendomi a tale

(1) L'originale si trova fra i mss. di questa R. Accademia.

effetto della gentilezza del Conte Balbo. Il lavoro è veramente così gretto e meschino, che arrossisco di presentarlo a V. S. Ch.ª e a' suoi Colleghi. Ma che vuole? La colpa in ciò è dell'Accademia; la quale, avendo voluto inchinarsi sino a me, forza è che mi conceda di offrirle le mie coserelle, e che compensi la piccolezza dell'offerta colla grandezza dell'ossequio che l'accompagna.

Gradisca, Umanissimo Signor Cavaliere, i sensi di alta osservanza e di profondo rispetto, con cui mi dico

di V. S. Ill.ma

Di Brusselle, ai 22 del 1845.

Dev.° e obblig.° servitore
VINCENZO GIOBERTI.

Monsieur
Monsieur le Marquis Ricci (1)
Ministre de Sardaigne.

Mio gentil.mo Ricci,

La mia salute va talmente precipitando, che mi son risoluto per ultimo tentativo ad andar passare il resto della state e l'autunno nella Svizzera. Vi prego pertanto a fornirmi del passaporto; e mi farete anzi un gran favore a farlo corredare delle debite segnature pel suddetto viaggio. Bramerei un passaporto belgico, per sottrarmi all'incomoda giurisdizione del Crotti; ma credo l'ottenerlo impossibile o almeno difficile. Partirò subito che il passaporto sia in ordine. Scusate il disturbo e la confidenza, e attribuite l'una e l'altra colpa alla vostra sperimentata cortesia.

Martedì mattina [ai primi di Luglio 1845].

Tutto vostro
GIOBERTI.

(1) L'originale si trova presso il Museo del Risorgimento nazionale.

Monsieur
Monsieur l'Avocat Bertinatti (1)
(Belgique) *Bruxelles*
1, rue de Namur.

Mio carissimo,

Parto domani per Berna, donde andrò probabilmente alle Acque di Gurnigel nello stesso cantone, salutifere pei mali di stomaco e d'intestini. Ti mando per la posta una nuova dispensa degli *Annali*, che mi perseguitò sino in Zurigo, benchè avessi pregato il Gaggia di consegnartele immediatamente. Scusa carino, il nuovo fastidio. Zurigo è una bella cittaduzza, comoda, dal ciottolato in fuori, e *pulita come un gioiello*, come dice il Cellini, con dintorni amenissimi. Gli animi ci son tranquilli, pochi i forestieri, per paura, credo dei Gesuiti; tuttavia il paese è animato per l'apertura della dieta. Ci ho conosciuto il Franscini, delegato ticinese, ottima persona; e il celebre latinista Orelli. Saluta caramente tutti i nostri e in ispecie il Ricci, il Panigede, l'Arrivabene, il Custodi, e il Gaggia, che avrà, spero, ricevuto una mia lettera. E non dimenticare gli esimii Belgi Quetelet, Debonne e Tielmans, fra le persone a cui bramo di essere ricordato. Scrivimi per Zurigo senza più, perchè le lettere mi saranno ricapitate. Addio, ti lascio, perchè son le 12 di sera, e domani alle 5 debbo essere in piedi. Ti abbraccio teneramente.

Zurigo, 15 luglio 45.

Tutto tuo
GIOBERTI.

P. S. Mi dimenticavo di dirti che secondo i Gesuiti di Torino io ho toccato una buona somma di danari per iscrivere i Prolegomeni, e che il sig. Thiers mi ha promesso un impiego. Eh?

---

(1) Dal Museo del Risorgimento nazionale di Torino.

Monsieur
Monsieur Pierre Balthazar Ferrero
Turin
en Piemont. 45, Via di Po (1).

Parigi, 21 agosto 47
19, Allée d'Antin.

Gent.mo Signore e P.on mio Oss.mo,

La ringrazio del cortese dono che mi ha fatto, mandandomi la sua Nota biografica sul Pugnani (2). La lessi con molto piacere avendo nella prima mia età inteso parlar molto di questo celebre artefice. Egli è tanto più giusto e pietoso che le lettere serbino memoria di tali valorosi, quanto che l'arte loro consiste in un'opera di magisterio sfuggevole, che non lascia dopo di sè alcuna traccia immediata, fuor di quella che si conserva nella ricordanza degli uomini.

La ringrazio del foglio del Messaggere, e dell'averci inserito la protesta del sig. Gallina (3).

A instanza di lui io inviai pure due righe di simil tenore da pubblicarsi in altro giornale. Ma crederebbe Ella che la pubblicazione fu vietata per odio del mio nome? Tal è la giustizia che si amministra negli Stati felicissimi di Carlo Alberto.

Vidi pure in Losanna gli articoli risponsivi del sig. Pestalozza (4). Io non posso tenermene offeso per mio conto, non

---

(1) L'originale di questa e delle susseguenti lettere dirette al suo avo, mi furono gentilmente comunicati dal collega Ermanno Ferrero, a cui sono pur dovute le note che le illustrano.

(2) Pietro Baldassarre Ferrero, uno dei principali redattori del *Messaggiere Torinese* di Angelo Brofferio, specialmente per le cose di arte, pubblicò un opuscolo: *Brevi cenni su Gaetano Pugnani celebre sonatore di violino*, Torino, 1847.

(3) Il Ferrero nel *Messaggiere* del 12 giugno 1847 aveva annunciato il ritratto in litografia del Gioberti disegnato da Sigismondo Gallina e parlato delle contraffazioni che se n'erano fatte.

(4) Nel *Mondo Illustrato* del 20 marzo 1847 era comparsa una recensione degli *Elementi di Filosofia* di Alessandro Pestalozza (Milano, 1845-46), opera, nella quale l'autore aveva pure voluto confutare il Gioberti. Il Pestalozza rispose nel *Messaggiere Torinese* del 19 e del 26 giugno 1847.

essendovi parola che tocchi il mio onore; e d'altra parte a ciascuno essendo lecito il dir la sua opinione. Non posso però dissimularle che mi dolse assai il modo sgarbato, inconveniente ed ingiusto con cui è trattato il sig. Massari (1). Il quale non meritava una tal risposta, essendosi espresso in termini riservatissimi, gentili, e avendo pienamente ragione in ciò che disse; giacchè il voler, come fece il sig. Pestalozza, confutar le cose da me dette in tre grossi volumi con un'Appendice di poche pagine, nelle quali non fa che ripetere il già detto dal Rosmini, senza nè anco variare i vocaboli, è tal pretensione, che non ha del plausibile. Io amo e stimo altamente il sig. Massari per le nobili e rare qualità del suo animo e del suo ingegno; e mi duole a vedere che avendo spontaneamente e senza mia saputa detto due parole in favor mio, ne sia stato sì mal rimeritato. Tanto più che essendo egli nativo di un'altra provincia italiana, le ostilità di un giornal piemontese debbono maggiormente ferirlo, e rendergli meno grata l'ospitalità del Piemonte. Io Le dico queste cose di proprio moto, non avendomi il Massari fatto il menomo cenno del succeduto; e gliele dico sinceramente, affidandomi che Ella sia per prenderle in buona parte, e sapendo che un parlare schietto non può dispiacere ai pari suoi.

Gradisca i sensi di alta stima che io nutro per le belle e rare qualità del suo ingegno e del suo animo; e quelli di singolare osservanza che ho verso la sua persona e con cui mi reco a onore di essere

suo dev.' e oblig.' servitore
GIOBERTI.

P. S. La prego de' miei ossequi alla degnissima sua Sig. Consorte (2).

---

(1) Il napolitano Giuseppe Massari, a cui il Pomba aveva affidato la direzione del *Mondo illustrato*.

(2) Teresa Ferrero-Vinay.

Monsieur

Monsieur Alphonse Balleydier (1)

Paris

3, place de la Madeleine.

Monsieur,

Je suis heureux d'entrer en rapport avec un homme aussi distingué que vous par ses talents et qui honore mon pays de ses sympathies. Je connais votre ouvrage sur Pie IX par les éloges que les journaux italiens en ont fait, et dès son apparition je me suis proposé de le lire aussitôt que j'aurai quelques instants de loisir. J'espère que dans quelques semaines les occupations pressantes dont je suis chargé me donneront assez de relâche pour pouvoir jouir non seulement de vos livres, mais aussi de votre conversation, puisque vous voulez bien me permettre, d'aspirer à cette faveur.

Je vous remercie du programme que vous avez eu la bonté de m'envoyer, et que j'ai lu avec beaucoup de plaisir. L'attention bienveillante que vous prêtez au mouvement italien dans les différentes provinces est très flatteuse pour nous et servira à rapprocher davantage deux nations qui sont destinées, selon moi, à se réunir dans un avenir peu éloigné par une alliance intime.

Agréez, Monsieur, les sentiments de haute estime avec lesquels j'ai l'honneur d'être

Lundi soir [sett. 1847].
19, Allée d'Antin.

Votre très-dévoué serviteur
V. Gioberti.

---

(1) Pubblicista francese, nato a Lione verso il 1820, morto nel 1859, autore di opere storiche relative all'Italia. V. Larousse, *Grand Dictionnaire universel.* — L'autografo della presente trovasi presso il comm. avv. Gaudenzio Caire di Novara.

Monsieur le Comte César Balbo (1)
Turin.

27 7.bre [1847].

Chiarissimo Signore ed Amico,

Il Sig. Balleydier, autore di un'opera sull'Italia (2) e affezionatissimo alle cose nostre, desiderando di conoscere l'autore delle *Speranze*, io non potei disdire la sua domanda di agevolargliene il modo con queste righe; sia per la riconoscenza che mi par di dovere a quegli stranieri che perorano con eloquente penna la causa della patria nostra; sia per aver cara ogni occasione di ricordarmi a V. S. affinchè la lontananza non mi pregiudichi nella sua memoria. Affidato a queste considerazioni non Le chieggo scusa del mio ardire e Le rinnovo gli antichi omaggi della più alta e affettuosa osservanza.

GIOBERTI.

Monsieur
Monsieur le Professeur Baruffi (3)
Turin.

Mio carissimo Baruffi,

Le vostre linee mi sono riuscite arcicarissime e ve ne rendo mille grazie. Oltre al dolce testimonio che mi fecero della vostra amicizia, esse mi rallegrarono colla contezza del vostro viaggio ultimo in Oriente e coi cenni benevoli che mi date a mio proposito. Voglia il cielo che i Padri vadano in dileguo; ma convien confessar che son difficili a svellere, come tutte le erbe cattive.

Ciò però deve animare i buoni a combatterli senza posa; non a sprezzarli e trascurarli quasi nemici impotenti, come fanno certuni; i quali si mostrano poco sperti delle cose del mondo. Io tengo per fermo che il risorgimento italico non sarà mai

(1) L'originale trovasi presso il Museo del Risorgimento, nella raccolta Cossilla.

(2) *Rome et Pie IX* (Paris, 1847).

(3) Dal Museo del Risorgimento.

sicuro, finchè la penisola non è purgata interamente da quella gramigna.

Se scrivete al buono e venerabile P. Tonso ringraziatelo strettissimamente dello scritto che mi ha mandato e dell'affetto che mi porta. Lo leggerò con sommo piacere subito che sia riavuto appieno della *grippe;* la quale mi dà dolori di testa quasi continui e mi rende penosa la lettura dei manoscritti.

Mille cose all'egregio ed onorando Gastone, patriarca dei buoni e liberi Italiani. Quanto mi spiace di essere lontano! Ma voi che siete in sul fiore non farete una scorsa a Parigi? Dico scorsa, e il vocabolo è forse troppo forte, per un vostro pari che fa tanto a fidanza col mappamondo; e per cui l'andare sino agli antipodi è così facile come il fare una passeggiata alla Tesoriera. Venite venite fin qua, e mi racconterete le cronache gesuitiche.

Frattanto vogliatemi bene, comandatemi e credetemi quale sono colla stima più alta e più affettuosa

Parigi, 15 xbre 47.
19, Allée d'Antin.

tutto vostro
GIOBERTI.

Monsieur
Monsieur Ferrero
(Italie) *Turin*
45, Via Po.

Illustre Signore,

La ringrazio dei doni che mi ha fatto; i quali mi sono preziosissimi e per sè stessi e per la mano da cui provengono.

Leggerò con sommo piacere i componimenti dell'egregio sig. Rosa (1); di cui già conosco il valore rarissimo nell'ingegnosa leggiadria dello scrivere. Mi spiacque assai di non aver potuto vedere il sig. Storelli (2), che non mi trovò in casa; ma mi consolo a pensare, che essendo egli accasato qui in Parigi, potrò avere la buona fortuna di conoscerlo al suo ritorno. Mi diletta di intendere che il *Messaggiere* abbracci la politica; chè così

(1) Il poeta giocoso Norberto Rosa.
(2) Ferdinando Storelli, pittore, che dimorava a Parigi.

potrà giovare più largamente al paese (1). E certo saria peccato che i valenti suoi compilatori non usassero da questo canto la nuova libertà conceduta. Ho io d'uopo di dirle che mi tenni lieto e onorato di potervi cooperare? Ma oltre gli ostacoli gravi che ci frappone la lontananza, gl'impegni di altra sorte che ho già presi mi tolgono ogni agio e tempo di scrivere pei fogli pubblici. E la sola corrispondenza epistolare che debbo sostenere eccede le mie forze. Alcuni amici vollero già onorare il mio nome registrandolo nella *Concordia*; ma preveggo che sarà impossibile che io corrisponda coll'opera al cortese invito. Aggiunga per ultimo che la mia salute va scadendo di giorno in giorno, e che se la cosa continua su questo piede fra non molto dovrò rinunziare a ogni lavoro.

Gradisca i sensi di alta e affettuosa stima con cui mi pregio di essere

Di Parigi
ai 17 xbre 47
19, Allée d'Antin.

suo dev.' e obblig.'
servitore GIOBERTI.

Monsieur
l'Abbé L. Anselmi, Directeur du Collège Caccia (2)
(Italie) Turin.

Mio carissimo Anselmi,

Egli mi par mill'anni, che io debba scriverti e non ti abbia scritto. Chi sa che cosa avrai detto di un tanto indugiare? Ma non ignori che io fui malato; benchè non morto; secondo il voto dei Padri nell'accostarsi dell'anno nuovo. Quindi ne nacque che io mi trovai innanzi un monte di lettere a cui dovevo rispondere, cominciando dalle più urgenti, e lasciando indietro

(1) Coi nuovi tempi il *Messaggiere Torinese* divenne altresì giornale politico.

(2) L'autografo della presente lettera mi fu comunicato dall'avv. Giorgio Anselmi, nipote del canonico Ludovico Clemente Anselmi, dottore aggregato alla Facoltà Teologica della R. Università di Torino, a cui la lettera era indirizzata.

quelle dei maggiori amici, coi quali fo più facilmente a fidanza, perchè mi assicuro del loro perdono.

E tu sei uno di questi. Eccoti confessata la colpa con fiducia di assoluzione. Non ti do nuove, perchè a me tocca il riceverne e non il darne. Tocca il darne a chi è in Italia e specialmente in Piemonte; verso il quale questa povera Francia è un limbo, un cimeterio, un purgatorio.

Tutto vi è morto; laddove costì tutto è vivo; e della vita più bella che si possa immaginare.

Beato te che assisti alla maggior meraviglia del mondo qual si è il nascimento di una patria!

Anch'io ne godo benchè lontano; ma solo coll'immaginativa, e in questo partecipo coll'animo alla letizia dei nazionali e degli amici. Saluta cotesti buoni amici, dei quali non ti fo un catalogo perchè saria troppo lungo. E in ispecie il tuo egregio nipote. Ti abbraccio di tutto cuore. *Ad multos annos.*

Parigi, 12 gennaio '48.
19, Allée d'Antin.

Tutto tuo
GIOBERTI.

[*Al Conte Eugenio Ferrero Ponsiglione a Torino*] (1).

Chiarissimo e Car.mo Sig. Conte,

Questa mane ho dato al Sig. Fiorentino, valente ingegno di Napoli, amico di Leopardi, che partirà domani per Torino, una commendatizia per Lei; mi affido che Ella sarà contenta della sua conversazione.

La ringrazio delle notizie, che non fo inserire nei fogli francesi, perchè la sostanza di esse si trovava già in quelli di questa mattina.

Io non fo conto di andare a Torino, perchè ci sarei affatto inutile. Si persuada che la cosa è così: io non m'inganno in questa sorta di giudizi, perchè conosco i miei polli. Il governo vorrebbe annullarmi bellamente col farmi venir costì senza titolo, o con un titolo insignificante, come quello di senatore.

---

(1) L'originale mi fu gentilmente comunicato dal conte Amedeo Ponsiglione, figlio del conte Eugenio, a cui la lettera era indirizzata.

Ma già prima che succedesse l'affare del portafoglio, io avea scritto al cav. S. Rosa che non volea sapere di senatoria. I miei polmoni non mi permettono di chiaccherare; e non amerei di farlo eziandio che mel permettessero. La senatoria è un trattenimento da barbogio e da invalido: e io preferisco di essere invalido nella mia camera di Parigi che nella Camera di Torino.

Non creda che in questa mia risoluzione entri alcun'ombra di risentimento. Io son disposto a far qualunque sacrifizio alla mia patria; ma non voglio far sacrifizi *inutili*. Ella dice che io gioverei coi consigli e colle influenze. Ma i consigli vogliono essere uditi e le influenze ricevute affinchè giovino. Ora il governo non è disposto nè a far buoni i miei consigli nè a dar luogo alle mie influenze. Il fatto lo dice chiaramente.

Mi dia delle sue nuove e mi creda quale sono cordialmente

Di Parigi ai 24 di marzo 48.
19, Allée d'Antin.

Tutto suo
GIOBERTI.

PS. La clausola dell'amnistia ne rovina l'effetto.

Egli è fatale che il nostro governo non sappia mai fare una cosa bene.

[*a P. B. Ferrero*].

Egregio Signore,

La ringrazio dei due opuscoli che si compiacque di gratificarmi.

Lessi con piacere la difesa del Demargherita (1), benchè non ne avessi d'uopo a crederlo innocente. La difesa non è compiuta nè poteva essere, atteso i riguardi imposti a chi scrisse dal grado avuto e dalle usanze costituzionali. Ma egli è uomo onorato; e chi montò in collera contro lo scandalo imputatogli avrebbe dovuto prima far l'esame della propria coscienza e ricordarsi di quel testo evangelico, per cui si vieta a chi ha la trave nell'occhio suo di cercare il bruscolo in quello del compagno.

---

(1) *A' suoi concittadini il barone Demargherita ex-ministro di grazia e giustizia.* Torino, 1850.

Ella non piglierà per male se non entro a discorrere dei vari punti toccati nella sua lettera in termini pieni di cortesia e di benevolenza. Posso bensì assicurarla che la mia risoluzione di non ripatriare non fu presa leggermente ed è ferma e immutabile.

Se posso servirle, mi comandi.

Mi conservi la sua buona memoria e mi creda quale mi dico con alta stima

Parigi, 13 febbraio 50.
(senza indirizzo)

suo dev.mo e obblig.mo
servitore GIOBERTI.

Egregio Signor Bocca (1),

Siamo ai 19 di settembre, e la stampa non è che al 23° foglio del 1° volume. Questo avrà probabilmente 40 e più fogli; cosicchè se si continua con questa lentezza, egli è impossibile che l'edizione sia compiuta coll'ottobre. Io non ho mai fatto aspettare la copia al tipografo; e oramai quella del 2° tomo è così avanti che per quanto da me dipende, l' opera potrebbe essere finita di stampare ai 15 del vegnente. Saria dunque bene che Ella si compiacesse di scrivere direttamente al sig. Charpentier, sollecitandolo in termini efficaci; chè le sue premure avranno più effetto delle mie.

Mi spiacque d'intendere che la sua indisposizione fosse aggravata. Desidero vivamente di ricevere più liete notizie. Mi ricordi alla sua degna famiglia e mi creda

Parigi, 19 7bre 51.
3, rue du Paon.

suo dev.mo servitore
GIOBERTI.

(1) L'originale trovasi presso il Museo storico del Risorgimento. L'opera in questione è il *Rinnovamento civile*, stampata appunto nel 1851 dall'editore Bocca, Torino.

Torino — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy
of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 28 Aprile 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Socî: Peyron, Vicepresidente dell'Accademia, Naccari, Mosso, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona e D'Ovidio Segretario.

Si dà lettura dell'atto verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato.

Il Socio Foà, invitato dal Presidente, legge la Commemorazione del compianto Socio Bizzozero. Sarà pubblicata negli *Atti*.

Il Segretario legge l'elenco delle condoglianze pervenute all'Accademia da Istituti scientifici e da Socî nazionali ed esteri per la morte del Socio Bizzozero.

Ricorrendo il 5 maggio il cinquantesimo anniversario della laurea dottorale del Socio corrispondente Maurizio Cantor, il Presidente invita il Segretario a dar lettura di un indirizzo, col quale l'Accademia parteciperà alle onoranze che in tale occasione si faranno al Cantor in Heidelberg. L'indirizzo viene approvato.

Il Presidente informa la Classe di esser comparsa sul Bollettino ufficiale della pubblica Istruzione la nomina del Socio Jadanza a Tesoriere dell'Accademia, e di avere il Ministero

avvertito la Presidenza della sospensione del decreto di nomina del Direttore della Classe, per l'avvenuta morte del Socio Bizzozero rieletto a quella carica.

Pervennero in omaggio all'Accademia le seguenti pubblicazioni:

La stella " Nova Persei „, dal Socio corrispondente Celoria;

Azione chimica tra la hauerite e alcuni metalli a temperatura ordinaria e secca, dal Socio corrispondente Strüver;

Die dreizehnte allgemeine Conferenz der internationalen Erdmessung in Paris 1900, dal Socio corrispondente Helmert;

Der normale Theil der Schwerkraft in Meeresniveau, dallo stesso.

La Classe ringrazia i donatori.

È messo a disposizione dei Socî un manoscritto presentato dal sig. Olivero G. B., di argomento astronomico.

Dopo la precedente adunanza, che fu tolta in segno di lutto per la morte del Socio Bizzozero, vennero presentati per la inserzione negli *Atti* i seguenti lavori:

Sur les systèmes linéaires du genre zéro; estratto di una lettera del Socio corrispondente É. Picard al Socio Segre, e presentato da questo;

Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche, del Socio D'Ovidio;

Integrazione di sistemi di equazioni differenziali, del dr. Antonino Vaccaro, presentato dal Socio Peano;

Azione dell'acido nitrico sui composti alifatici contenenti il gruppo CH(OH), del dott. Giacomo Ponzio, presentato dal Socio Fileti.

Nella odierna adunanza hanno luogo le seguenti comunicazioni:

Ricerche intorno alle renne delle isole Spitzberghe, del Socio Camerano, presentata per l'inserzione nei volumi delle *Memorie,* e dalla Classe accolta con votazione unanime;

Intorno all'unità anatomica e morfologica del fiore delle Crociflore, del Prof. Edoardo MARTEL, presentata dal Socio PARONA a nome del Socio MATTIROLO per l'inserzione nei volumi delle *Memorie;* il Presidente delega i Socî MATTIROLO e PARONA perchè riferiscano;

Intorno alla polarizzazione dell'alluminio, nota del Socio NACCARI; sarà inserita negli *Atti*;

Sulle varietà razionali normali composte di ∞^1 *spazî lineari,* nota del dott. Archimede BELLATALLA, presentata dal Socio SEGRE; sarà inserita negli *Atti.*

LETTURE

GIULIO BIZZOZERO

Commemorazione letta dal Socio PIO FOÀ.

L'8 aprile 1901 si spegneva in Torino la nobile esistenza del Senatore Giulio Bizzozero, Professore di Patologia generale in questa Università.

Aveva sortito i natali a Varese il 20 marzo 1846, onde da poco egli aveva compiuto il suo 55° anno di età. Percorse a Milano gli studi classici e fu sempre tra i più distinti della scuola; indi passò all'Università di Pavia, ove dopo un breve dubbio se avesse dovuto consacrarsi alle lettere, elesse gli studi di Medicina.

Ebbe la laurea a soli 20 anni, e nello stesso anno prestò servizio durante la Campagna di guerra come Medico nell'Esercito regolare.

Passò alcuni mesi a Zurigo presso il Frey per impadronirsi della tecnica istologica; indi fu alcuni mesi a Berlino presso il Virchow, quando ancora fresca era la grande impressione che aveva fatto nel mondo scientifico la " Patologia cellulare „ e quando erano ancora sul divenire le giovani forze di un Recklinghausen e di un Cohnheim.

Durante la sua vita Universitaria Pavese era stato allievo di Eusebio Oehl da poco assunto a maestro di fisiologia sperimentale, quale vigoroso rampollo della scuola di Vienna, e respirava, a così dire, l'aria del nuovissimo ambiente che con mirabile convergenza di forze e di intenti andavano creando in Pavia, Salvatori Tommasi, Arnaldo Cantani, e Paolo Mantegazza.

Era uno schiudersi a novella vita, dell'anima scientifica Italiana; era un sintomo precursore di ciò che avrebbe potuto divenire la Nazione intera. Bizzozero fu allievo e assistente di

Mantegazza e lo sostituì nell'insegnamento della Patologia generale dal 1869 sino al 1873, anno in cui fu nominato per concorso, Professore ordinario di Patologia Generale a Torino nella età di soli 27 anni. Quivi ben tosto aperse il corso d'Istologia normale, che non abbandonò più per tutta la vita. Fu Rettore della Università; fu Direttore della Scuola Veterinaria, fu membro eletto dalle Facoltà, del Consiglio Superiore di Istruzione, fu membro sino dalla prima istituzione dopo la nuova legge sanitaria, del Consiglio Superiore di Sanità che più volte presiedette e del quale era parte attivissima. Nel 1883 riuscì vincitore del cospicuo premio Riberi dell'Accademia di Medicina di Torino per i suoi lavori sul sangue.

Nel 1890 fu eletto membro della Camera vitalizia. Fu Presidente della Società Piemontese d'Igiene e della R. Accademia di Medicina, Socio Nazionale dei Lincei, Direttore di Classe, presso l'Accademia delle Scienze di Torino, rieletto dopo il 1° triennio pochi giorni innanzi la sua morte; fu pure corrispondente di molte altre Accademie nazionali ed estere, e venne insignito di alte onorificenze.

Fu promotore di opere di rinnovamento scientifico in Torino, e molto si deve alla sua iniziativa nella fondazione dei nuovi Istituti Scientifici e nella costituzione di quel Consorzio Universitario al cui sapiente aiuto si deve il mantenimento dei predetti Istituti all'altezza in cui si trovano.

Prese parte attivissima e principale a molte imprese di pubblica utilità, quale l'Istituzione dell'Ospedale Principe Amedeo per le malattie d'infezione in Torino, il Comitato per i Bagni e le Cucine popolari, e le Amministrazioni dell'Ospedale Oftalmico e del Manicomio.

Fondò in Torino l'*Archivio per le Scienze Mediche,* nel quale si videro schierate tutte le giovani forze della Medicina Italiana. Condivise la Direzione della *Rivista Italiana d'Igiene.*

Giulio Bizzozero fu una notevole personalità, alla quale l'Italia deve una parte importante nella storia del suo rinnovamento scientifico. Egli si è trovato studente a Pavia quando appena appena, in mezzo a vivi contrasti sollevati dai fautori delle vecchie scuole empiriche o filosofiche della Medicina, cominciava a penetrare il primo soffio della nuova scienza Germanica, la quale divenne presto la scienza di tutto il mondo.

Un precursore geniale dal largo intuito, Salvatore Tommasi, aveva stampato un libro di fisiologia avidamente ricercato dai giovani studiosi, e nel quale erano fuse le dottrine fisiologiche di Giovanni Müller e quelle istologiche di Kölliker. Arnaldo Cantani aveva portato da Praga, e Eusebio Oehl da Vienna, un'eco della Clinica e della Fisiologia Tedesca; Paolo Mantegazza insegnava a considerare la Patologia generale come una Fisiologia patologica, secondo le idee che ebbero a maestro fondamentale Rodolfo Virchow. La massa del pubblico era però ancora lontana dallo spirito nuovo; le vecchie generazioni difendevano gli antichi pregiudizii di scuola, e vi aggiungevano quello di un funesto spirito nazionalistico, secondato dal momento politico in cui si trovava l'Italia durante le guerre della sua indipendenza, e che praticamente si risolveva in un'apoteosi dei vecchi insegnanti tuttora dominanti le scuole Italiane, e in un'aspra resistenza contro le novità e contro le persone che le professavano. In questo periodo di tempo si deve allo Stato, in cui predominava una illuminata accolta di personaggi, la creazione della Università nazionale moderna; cioè, tanto lontana dal meschino spirito regionale, sempre attivo e sempre minaccioso, quanto favorevole a ogni sorta di progresso scientifico. Mi sia lecito ricordare qui con grato animo, l'azione altamente benefica che in questo periodo di tempo ha svolto in favore degli studi di Medicina, il compianto Tommasi-Crudeli, che fu tra i più antichi estimatori ed amici di Giulio Bizzozero.

È in un ambiente sociale di tal fatta che il giovine Bizzozero, animato da una viva passione scientifica, e dotato di quello spirito di combattività che prorompe dalle forti convinzioni urtanti contro le più tenaci resistenze passive, iniziò collo studio e coll'esempio il periodo di rinnovazione delle scuole Mediche Italiane. Egli fu a quei tempi tra i pochissimi, ed il più efficace cultore della Istologia normale e patologica, e si circondò di un'eletta schiera di giovani, i quali accorrevano a lui come a unico maestro possibile a quel tempo, e come a centro di formazione di una nuova generazione di studiosi.

Il fatto stesso che da varie parti di Lombardia e Piemonte dapprima, e più tardi di tutta l'Italia accorrevano a lui i giovani realmente desiderosi d'imparare, contribuisce a spiegare il grande successo ottenuto, perchè in quella spontanea convergenza

verso il nuovo focolajo scientifico, si aveva l'indice negli accorrenti di una mente eletta e di un proposito serio. Non fa quindi meraviglia se quando Bizzozero fu nominato a Torino a soli 27 anni Professore ordinario di Patologia, egli aveva già avuto diversi allievi, quali il Manfredi, il Golgi, il Bassini, il Griffini, il Foà ed altri.

È assai degno di nota questo periodo che segna il principio in Italia della istituzione del laboratorio scientifico nella Facoltà di Medicina, nel senso moderno della parola. Esso non era nella nostra tradizione, neppure nei tempi classici della nostra coltura. L'Italia vide nascere in quella zona relativamente ristretta di terra, che sta fra Scandiano e Forlì dei creatori della Medicina scientifica. Essa ebbe in Bologna i preparatori della dottrina della circolazione del sangue; essa ebbe in Malpighi, in Morgagni e nello Spallanzani i fondatori della Istologia, dell'Anatomia Patologica e della Fisiologia sperimentale, ma non ebbe mai la scuola di laboratorio come oggidì l'intendiamo; cioè la scuola aperta a tutti gli uomini di buona volontà, a tutte le misure d'ingegno, e destinata a raccogliere anche le minime contribuzioni allo sviluppo della conoscenza. Un primo accenno di laboratorio di tal fatta aveva diretto il Mantegazza assistito dal giovine Bizzozero. Questi poi ne allargò l'applicazione e gli intenti, ed ebbe il merito di dirigere per la Patologia il modello di tal genere d'Istituti, quali più ampi e più ricchi sorsero e si moltiplicarono successivamente per tutta l'Italia.

Appena giunto in Torino Bizzozero ebbe dal savio appoggio di Timmermans un principio di laboratorio, ove pure raccolse alcuni studiosi, e ove iniziò il suo corso desideratissimo d'Istologia normale, ma l'anno appresso dopo la morte di Timmermans, quel simulacro di laboratorio gli venne tolto, e fu lasciato privo di mezzi, per la somma angustia di animo e di mente di alcuni colleghi. Il giovine Professore ordinario non si diede per vinto; raccolse, anzi, a battaglia le sue forze, e lungi dal cedere ad altre seduzioni che avevano dominato l'animo di altri suoi contemporanei, anche illustri, resistette vigoroso e creò nella sua propria casa un laboratorio, di dove con generoso animo rendeva del bene a quell'ambiente in cui aveva fino allora ricevuto solo delle ripulse.

Egli avrebbe potuto, forte della sua inamovibilità, consa-

crarsi come altri suoi colleghi, anche Illustri, all'esercizio professionale della Medicina, oppure, come i tempi consentivano e gli esempi non mancavano, egli avrebbe potuto darsi alla politica, cercando o nel guadagno o nel potere, quelle soddisfazioni che l'ambiente accademico gli rifiutava. Invece, egli tenne fede agli studi e cercò la soddisfazione e l'onore nel solo proseguimento di un fine ideale.

Sia lecito a me di rilevare, poichè ebbi col Bizzozero 34 anni di consuetudine, che quello è stato il periodo più elevato e più nobile della sua carriera d'insegnante, precursore di altri fatti benefici che nella maturità degli anni egli avrebbe saputo compiere.

L'attività scientifica di Bizzozero abbraccia diversi periodi, in cui dapprima si sente l'influenza delle dottrine dominanti nel suo tempo e le predilezioni pei suoi stessi maestri, e più tardi si sente la maturità, l'autonomia e la genialità sua propria nelle ricerche.

È degno di nota che il suo primo lavoro fu compiuto a 16 anni nel laboratorio di Eusebio Oehl. Esso riguarda la struttura del tessuto osseo nei batraci, e in tutto lo scritto di piccola mole traspare quell'ingenuo entusiasmo che è proprio di un'anima giovanile intenta per la prima volta a penetrare nei misteri della natura. Lo stile risente ancora di qualche ricercatezza letteraria appresa nel Liceo, e alla fine del lavoro, l'autore non può trattenersi dall'esprimere la gioia scientifica che gli avevano dato i suoi preparati. In seguito fu allievo di Mantegazza, di cui ripete, ampliandole, le ricerche sperimentali sull'autonomia degli elementi e degli organi innestati.

Nel 1864 pubblicò un lavoro sulle cellule cigliate della epidermide, delle mucose e dei cancroidi, nel quale corresse una inesatta interpretazione di fatti, da lui più esattamente descritti, e ne ebbe l'approvazione di Kölliker.

Nel 1865 il Mantegazza leggendo una comunicazione all'Istituto Lombardo sulle scoperte dei movimenti ameboidi delle cellule di varia provenienza, fatte da diversi autori, annunciava che il suo giovine allievo Bizzozero aveva fatto la bella osservazione che anche le cellule incolori del midollo delle ossa simili a quelle del sangue presentano dei movimenti ameboidi. Con questo lavoro, Bizzozero iniziò quel complesso di ricerche

sul midollo delle ossa che lo trasse nel 1868 a dividere con Neumann l'onore di avere riconosciuto nel midollo delle ossa il significato di un organo ematopoetico.

Nel 1866 pubblicò un lavoro sulla neo-produzione del connettivo, in cui, secondo le idee predominanti intese a dimostrare la gran parte che in quella avevano le cellule semoventi. Ammise che le stesse avrebbero potuto generare tutti i tessuti che formano il gruppo de' connettivi, e quindi anche le cartilagini e le ossa; dubitò persino, e lo noto solo come segno di quei tempi, che le semoventi potessero formare delle cellule epiteliali. È di questa epoca una ricerca istologica, prima di tal fatta nel mondo scientifico, sulla struttura dei tubercoli prodotti per inoculazione di materiale specifico. L'autore aveva abbracciato la nuova dottrina di Villemin sulla contagiosità e sulla trasmessibilità della tubercolosi, e aveva assistito agli esperimenti di inoculazione sperimentale nel coniglio, che il Dottor Biffi aveva fatto all'Ospedale Maggiore di Milano. È sugli organi di quegli animali inoculati che il giovine istologo fece le sue osservazioni esattissime tuttodì nella sostanza, se pure l'interpretazione di alcuni particolari non corrisponda interamente a quello che si è venuto più tardi imparando.

Altri lavori sulla cicatrizzazione dei tendini recisi, sul parenchima della ghiandola pineale e sui linfatici del cervello sono di questo periodo di tempo, nel quale venne pure pubblicata dal Bizzozero una traduzione del manuale di tecnica microscopica del suo maestro Frey di Zurigo. Questo libro gli servì molto nell'esercitare gli allievi del suo laboratorio, ed ebbe cura per molti anni di aggiungere alla traduzione i nuovi procedimenti che venivano mano a mano introdotti nella tecnica microscopica.

Nell'ottobre 1868, pubblicò le sue ricerche sulla vitalità degli elementi contrattili, e nel 1869 diede alle stampe il suo lavoro riassuntivo sul midollo delle ossa. Come già ho rilevato, colle sue ricerche il Bizzozero concorse con Neumann alla dimostrazione che il midollo delle ossa avesse a considerarsi come organo ematopoetico. Egli aveva scoperto la contrattilità delle cellule del midollo, come già era stata osservata quella delle cellule della milza e del connettivo giovine.

Egli aveva descritto il decorso dei vasi da cui risultava il corso lento della circolazione nel midollo, come era nella

milza e nelle ghiandole linfatiche. Vide la moltiplicazione per scissione dei globuli rossi nucleati scoperti e indicati da Neumann come forme embrionali di globuli rossi normali; descrisse le cellule globulifere e le interpretò giustamente come indicanti la distruzione dei globuli rossi; descrisse i capillari del midollo e dimostrò la differenza che esiste fra i mieloplassi di Robin e le cellule a nucleo centrale in gemmazione. Portò una prima contribuzione allo studio del midollo delle ossa in varie malattie.

Gli studi sul midollo hanno aperto la via ad una serie di ricerche numerosissime e ancora attive, rinnovanti il concetto che delle variazioni e delle malattie del sangue si erano formati i nostri antichi. Poche scoperte istologiche furono più di questa fruttuose per la fisiologia e per la patologia.

Una rivista critica sulla infiammazione pubblicò Bizzozero nel 1870, la quale si legge tuttora col più vivo interesse, ed ebbe il pregio di fornire comodamente ai docenti di Patologia l'insieme delle dottrine che si andarono mano a mano svolgendo in quel vastissimo campo della patologia. Una simile rivista pubblicò sui Tumori, e gli studiosi ancora inesperti nella ricerca, ma tuttavia bramosi di mettersi al corrente dei progressi degli studi, ebbero assai care queste pubblicazioni, di cui esaltavano il valore al di sopra delle stesse ricerche originali, da essi meno esattamente comprese. Importante, di questo periodo, è lo studio sulla produzione endogena delle cellule purulenti, nel quale è dimostrata in certe suppurazioni l'esistenza di grosse cellule, le quali introducendo nel proprio protoplasma contrattile i globuli di pus, o i globuli rossi, costituivano una delle vie per le quali il pus e il sangue venivano assorbiti. Negavasi pertanto la supposta produzione endogena del pus, dimostrandosi che i corpuscoli purulenti erano stati introdotti nel protoplasma di elementi contrattili, e non già originati entro di essi.

Altra importante comunicazione riguarda gli effetti che hanno sui muscoli le resezioni dei nervi rispettivi. È una ricerca fatta con Golgi, da cui gli autori ricavarono la produzione sperimentale di una paralisi pseudo-ipertrofica, ossia della sostituzione di tessuto adiposo al tessuto muscolare negli arti paralizzati. Infine nel 1872 poco prima di lasciare l'Università di Pavia, Bizzozero pubblicò fra altre piccole memorie, anche una sulla struttura del reticolo dei seni nelle ghiandole linfatiche,

in cui dimostrava che le cellule rispettive stavano applicate sulle fibre del reticolo stesso e non ne facevano parte continua e integrante, e che anche i cordoni midollari erano rivestiti di endotelio. Un piccolo ma importante volumetto di quel tempo raccoglieva tutti i lavori eseguiti da Bizzozero e dai suoi allievi nel laboratorio di Patologia generale di Pavia, preludio di altre numerosissime pubblicazioni che sempre rinnovati allievi avrebbero nel corso degli anni sparse per tutto il mondo.

Nei primi anni di sua residenza in Torino, Bizzozero pubblicò col Prof. Bozzolo, una lunga, particolareggiata descrizione istologica dei tumori della dura-madre, e un altro lavoro sui rapporti della tubercolosi con altre malattie, e una lezione sul crup e sulla difterite, in cui sono esposti con minuta esattezza i reperti istopatologici di quelle affezioni nei vari organi.

Pubblicò con Manfredi uno studio assai diligente dal lato morfologico, sul Mollusco contagioso, e più tardi con mano maestra trattò la delicata struttura delle sierose in collaborazione col Dottor Gaetano Salvioli.

Dimostrarono gli autori che nell'uomo i linfatici del peritoneo diaframmatico hanno una disposizione affatto speciale e comunicano per mezzo di fori numerosi, occlusi appena da strati endotelici, col cavo addominale e attraverso i quali passano le materie granulari disposte sul peritoneo, come già Mascagni, e più tardi Recklinghausen, aveva sperimentalmente dimostrato.

È nel 1879 che compare colla descrizione del Cromocitometro una prima serie di lavori ematologici che dovevano aggiungere nuovi titoli alla fama scientifica di Bizzozero. L'istrumento che egli ha introdotto per la ricerca quantitativa della emoglobina del sangue ha dei pregi notevoli di praticità e di esattezza, onde ha servito al suo tempo ad una falange di studiosi per lo studio delle variazioni del sangue nelle varie malattie.

Lo stesso Bizzozero con Salvioli ha studiato le variazioni emoglobiniche del sangue in seguito al salasso, e con Golgi l'azione che ha sul contenuto emoglobinico la trasfusione del sangue nel cavo peritoneale. Trovò con Salvioli il ritorno dell'attività emotopoetica della milza, lavoro che diede origine a molte ricerche successive da parte di altri autori. Se oggi la dottrina dell'ematopoesi è alquanto modificata, se non tutti i casi, almeno, di ematopoesi splenica possono attribuirsi real-

mente ad un risveglio delle facoltà embrionali della milza, persiste tuttavia in tutta la sua interezza l'importanza del reperto, come indice di profonde variazioni nella crasi del sangue, o nella meccanica della circolazione.

A questi lavori seguirono molte altre ricerche fatte con Torre sulla produzione dei globuli del sangue negli uccelli, in cui rilevò che in questi animali la produzione dei globuli rossi ha luogo da elementi giovani colorati leggermente in giallognolo, solo nel midollo delle ossa e appunto entro i suoi vasi, mentre la milza non partecipa affatto al processo.

In altro lavoro sperimentale con Sanquirico mirò a difendere l'utilità delle trasfusioni peritoneali di sangue, i cui globuli rimangono funzionanti nell'organismo in cui sono introdotti.

Più tardi Bizzozero dimostrò che quella moltiplicazione per scissione che egli aveva osservato nel midollo delle ossa poco dopo la scoperta dei globuli rossi nucleati fatta da Neumann, aveva luogo secondo il tipo della cariocinesi, sia negli animali con sangue a globuli rossi nucleati, sia in quelli il cui sangue ha globuli privi di nucleo.

Il 9 dicembre 1891, Bizzozero comunicava all'Accademia di Medicina di Torino la sua prima nota sopra un nuovo elemento morfologico del sangue dei mammiferi e sulla sua importanza nella trombosi e nella coagulazione. Ad essa seguirono altre note nell'anno susseguente, e nel 1883 comparve il lavoro intero sull'argomento predetto. In questo è riassunta con grande fedeltà e imparzialità la storia di tutte le osservazioni che hanno precedute le sue ricerche, e vi è una difesa esauriente delle obbiezioni che gli erano state mosse. Le piastrine, come egli ha denominato, e come tutti accettarono di denominare il terzo elemento morfologico del sangue, erano state già vedute e descritte, o nella loro integrità o nei loro derivati, ma la descrizione non era esatta, o si era data di esse una interpretazione erronea, come quella di Hayem, che le ritenne quali stadi di sviluppo dei globuli rossi. Bizzozero, oltre a correggere ed ampliare la conoscenza che già si aveva del predetto elemento, aggiunse la dimostrazione indispensabile della sua preesistenza nel sangue circolante dei mammiferi, ed accolse il concetto che ad esso fossero equivalenti alcuni elementi nucleati che circolano nel sangue dei batraci. Descrisse la parte grandissima che le piastrine hanno

nella formazione del trombo bianco, e alla decomposizione di esse, non a quella dei globuli bianchi, attribuì l'origine di quella sostanza che determina la produzione della fibrina.

Quelle classiche ricerche ne originarono molte altre, e accesero un dibattito, di cui gli atti non sono ancora definitivamente chiusi. Non tutti, infatti, accolgono l'idea che la piastrina sia realmente un elemento morfologico, ossia indipendente, del sangue; in alcuni autori tende a prevalere l'idea che esse sieno piuttosto una derivazione della distruzione dei globuli rossi. La parte che spetterebbe alle piastrine nella coagulazione sarebbe piuttosto quella di formare il trombo provvisorio, o il trombo di agglutinamento; non quella, o per lo meno non esclusiva ad esse, della produzione della fibrina. Con tutto ciò la scoperta di Bizzozero segna un punto di avanzamento nella storia della ematologia, alla quale egli ha legato il suo nome imperituro.

È di questa epoca, cioè del 1882, un pregevole discorso inaugurale letto dal Bizzozero all'Università di Torino, intitolato: Sulla difesa della Società contro le malattie infettive, nel quale sono lucidamente esposte le nuove dottrine sui morbi infettivi, e vi è dimostrata la necessità di prevenirli con adatti provvedimenti d'igiene. Eravamo ancora lontani dalla promulgazione della legge sanitaria del Regno, e dalla rinnovazione del governo della sanità; l'Italia doveva ancora sperimentare a proprie spese le ultime applicazioni dei vecchi sistemi di difesa, già d'allora condannati dalla scienza e dalla esperienza di altri popoli; epperò è opportuno di rilevare questa prima manifestazione, nel campo dell'Igiene, di un uomo, il quale negli anni successivi doveva aver larga parte nell'applicazione dei nuovi progressi in materia sanitaria.

Nel 1885 Bizzozero pubblicò la prima volta il suo celebre *Manuale di Microscopia clinica*, che è arrivato ora alla sua 5ª edizione in Italia, e che fu tradotto in tutte le lingue del mondo civile. È un manuale di tecnica per le indagini sui prodotti morbosi, sulle secrezioni organiche e sui parassiti, di somma utilità pratica, e fatto con una grande esattezza, cosicchè si è ben sicuri di non errare applicando esattamente ciò che vi è descritto sino nei più minuti particolari. È qualità che si riscontra in tutte le ricerche tecniche di Bizzozero quella di una meticolosa esattezza, onde un suo precetto tecnico è garanzia sicura del risultato per chiunque lo segua fedelmente.

Dopo un breve lavoro sulla produzione dei nodi leucemici secondari, che Bizzozero ha dimostrato essere originati non da semplice deposito, ma da reale neoproduzione di elementi linfatici, noi lo vediamo iniziare con Vassale nel 1887 gli studi sulla produzione e sulla rigenerazione fisiologica degli elementi ghiandolari. A questo lavoro fecero seguito diverse note sulle ghiandole tubulari del tubo gastroenterico, e sui rapporti del loro epitelio coll'epitelio di rivestimento della mucosa. Di questi studi e di altri sullo stesso argomento e su argomenti analoghi ispirati nel suo laboratorio, il Bizzozero diede un riassunto completo nell'ottimo discorso che tenne al Congresso internazionale di Medicina a Roma nel 1893. Era antico e principale argomento della biologia lo studio del modo in cui crescono e si rigenerano i vari tessuti del corpo, e quello della parte che in tale accrescimento hanno l'afflusso del materiale di nutrizione, o l'azione diretta dei nervi, o la virtù che è insita negli elementi stessi dei tessuti. Malgrado la quantità notevole di ricerche apparse dopo la Patologia cellulare di Virchow, gli autori erano tra loro sensibilmente discordi su tali argomenti, i quali più tardi traversarono un periodo di sosta per la grande attrazione che avevano esercitata sugli studiosi le nuove ricerche bacteriologiche.

A ricondurre gli studiosi alla ricerca degli antichi problemi della medicina scientifica, valse la scoperta che Flemming aveva fatto dei fenomeni cariocinetici, ossia della moltiplicazione nucleare indiretta.

In questo processo i biologi hanno trovato un indice sicuro e sensibilissimo della esistenza di un fatto di proliferazione, e della energia con cui esso decorre. Bizzozero coi suoi allievi ha tratto largo profitto dalla nuova scoperta, e con un'assiduità e una costanza meravigliosa si pose alla ricerca di molti tessuti in molte specie di animali, e in diverse condizioni di vita, ricavandone conclusioni generali di molta importanza scientifica. Riconobbe l'esistenza di tessuti ad elementi labili (come gli epitelii), ad elementi stabili (come le ossa), ad elementi perenni (come i nervi e i muscoli striati); divise le ghiandole a secrezione amorfa in due gruppi: quelle che hanno una rigenerazione attiva dei propri elementi, e quelle in cui la rigenerazione cellulare è quasi nulla.

Al primo appartengono le ghiandole sebacee, le fossette mucipare dello stomaco, le ghiandole tubulari dell' intestino e dell'utero; al secondo, invece, appartengono le ghiandole più altamente differenziate, quali il pancreas, le ghiandole sudorifere, le ghiandole lacrimali, il fegato, il rene, ecc. È nel fondo delle ghiandole di Lieberkün e nel fondo delle fossette gastriche che Bizzozero ha scoperto il focolaio di rigenerazione dell' epitelio gastroenterico, e che le cellule epiteliali ivi prodotte strisciano coll' estremità inferiore sulla superficie su cui sono impiantate per arrivare sulla superficie libera della mucosa, ove terminano la loro vita. Ammise il carattere indipendente e specifico delle cellule mucipare; trovò che la ghiandola mammaria durante l'allattamento non offre cariocinesi, onde ammise che la formazione del latte non fosse legata a perdita di elementi epiteliali. Rimase da quelle ricerche definitivamente vinto l'errore che gli elementi epiteliali potessero essere prodotti dai globuli bianchi del sangue o dagli elementi connettivi. Ogni elemento è solo generato da altri della stessa specie.

Ottenne dagli allievi la dimostrazione che il difetto di nutrizione non è causa sufficiente a diminuire il processo di proliferazione, il quale continua per virtù insita negli elementi, mantenendo, per un certo tempo almeno, una relativa indipendenza dalle condizioni della nutrizione. La congestione da taglio dei nervi o da riscaldamento, vale bensì a favorire una proliferazione già in corso, ma non può ridestare un processo di proliferazione che sia già spento o sospeso. Nel 1896 Bizzozero pubblicò una nota col Dottor Sacerdotti sulla influenza della temperatura e dell' afflusso sanguigno sulla attività produttiva degli elementi, nella quale è dimostrato che tali fattori agiscono su tutti gli elementi in via di sviluppo, sieno essi labili o stabili, o perenni, i quali ultimi non dànno proliferazioni cariocinetiche, ma aumentano bensì la produzione di sostanze secondarie come è la sostanza contrattile delle fibre muscolari striate.

Fu questa l'ultima nota di patologia sperimentale pubblicata da Bizzozero, il quale sventuratamente in quest' epoca cominciò a soffrire di una coroidite, che gli impedì di occuparsi ulteriormente al microscopio. Fu sventura per la scienza e per lui, che venne crudelmente colpito proprio in quell' organo che gli aveva fatto acquistare tanti titoli di gloria. Bizzozero sopportò

stoicamente il suo male, come sempre fece nelle sue non poche sofferenze fisiche, senza crucciare il mondo colle minute e persistenti descrizioni di quelle, come è il difetto di tanti. Anche i più intimi, anche le persone della famiglia appena si accorgevano che egli avesse tanto malore.

Arrivato al colmo della gloria scientifica e degli onori, egli avrebbe potuto trovare nelle stesse sue sofferenze una ragione plausibile per ritirarsi dall'arringo e per godere, se così può dirsi di uno che visse di lavoro, un ben meritato riposo. Ma così non volle il Bizzozero, il quale non fece che mutare il campo della sua attività, consacrandosi ad opere di volgarizzazione nel campo dell'Igiene. Nella Nuova Antologia, e nei Congressi d'Igiene di Torino e di Como si adoperò a svolgere il concetto moderno della prevenzione delle malattie, e più particolarmente del còmpito dello Stato nella tutela della salute pubblica. Sottopose ad acuta critica la legge Sanitaria Italiana del 1865, difese più volte con grande calore la nuova legge Sanitaria, e la costituzione della Direzione centrale di Sanità. Combattè vivamente con grande insistenza la separazione dell'amministrazione dalla parte tecnica nella Direzione di Sanità, e ora avrebbe veduto soddisfatto il suo voto, poichè si è di nuovo ricostituita la Direzione centrale della Sanità, come era all'epoca della sua fondazione dopo la legge Crispi.

Bizzozero ha combattuto una brillante campagna in favore della vaccinazione jenneriana. A tutta prima potrebbe taluno domandarsi se proprio in Italia fosse ancora necessario persuadere il pubblico dell'utilità della vaccinazione, dapoichè la pratica di essa vi è antica, e non mai stata sistematicamente combattuta, come lo fu in altri paesi. Ma se si pon mente che molte altre parti d'Italia presentavano un'alta mortalità per vajuolo, indizio certo o di non eseguìta, o di cattiva vaccinazione; se si considera che sull'esempio d'Inghilterra non mancavano tra noi gli apostoli dell'antivaccinazione, i quali col sussidio di statistiche raccolte senza critica, o di fatti enunciati senza un'attenta disamina delle circostanze, avrebbero potuto coll'accento della convinzione e della buona fede con cui sostenevano le loro teorie, far breccia poco a poco nelle nostre masse inerti, e convertire al più comodo non far nulla buona parte della popolazione, si trova che l'opera di Bizzozero svolta da pari suo con molta se-

rietà di dottrina e con larga prova di fatti, è stata utilissima non solo a confermare la necessità che la vaccinazione fosse fatta seriamente in ogni parte d'Italia, ma anche a prevenire l'influenza di dottrine pericolose, in quanto non erano basate sulla realtà dei fatti.

Un'altra serie di articoli popolari d'Igiene si devono a Bizzozero sull'argomento vitale della lotta contro la tubercolosi; articoli che furono seguìti da un aureo libriccino popolare sullo stesso argomento.

Accolta che egli ebbe favorevolmente l'idea dei Sanatorî popolari, si fece difensore di tale desiderata istituzione e presiedette il Comitato che doveva scegliere il migliore disegno di Sanatorio presentato al Concorso governativo. Da ultimo, diffuse le nuove dottrine sulla malaria e difese la nuova legge sul chinino, di cui egli era stato relatore al Senato, così come si accingeva ad esserlo per la legge futura sui provvedimenti contro la malaria.

Questi sono gli scritti principali, cui si collegano altri sull'igiene degli alberghi, sull'acqua bollita, sulle macchine da scrivere, sulla profilassi della rabbia, e sul cancro, e che gli diedero la soddisfazione di occupare, col vantaggio e col plauso del pubblico, il tempo che la sua infermità oculare non gli consentiva più di dedicare alle ricerche di microscopia. Quelle tuttavia egli continuò a promuovere, come sempre, nel suo laboratorio, aggiungendo sempre nuovi nomi alla falange di allievi di cui ha coperto tutta l'Italia, e per tutte le branche delle Scienze Mediche.

Tale è stata l'opera complessiva, scientifica e sociale, di Giulio Bizzozero; opera vasta e benefica, racchiusa in un periodo breve, e quale io mi studiai di rendere il meno imperfettamente che mi fu possibile, pur sapendo di non aver dato relazione di qualche pubblicazione di minore estensione uscita dalla penna di lui.

La produzione scientifica di Bizzozero ha segnato tre punti culminanti. Il 1° s'aggira intorno alla funzione ematopoetica del midollo delle ossa; il 2° comprende le numerose ricerche ematologiche e mette capo alla scoperta delle piastrine nel sangue circolante; il 3° abbraccia quelle numerose ricerche sulla cariocinesi, che udite frammentariamente sembrano lavoro discreta-

mente facile e troppo esteso, ma che considerate nel loro insieme hanno dato origine a una sintesi di molta importanza sui fenomeni della produzione cellulare negli organismi.

L'attività di Bizzozero nel campo dell'Igiene non ebbe per fine la ricerca originale, ma sibbene la coordinazione e la divulgazione di quei fatti e di quelle dottrine, dalla cui piena conoscenza soltanto è lecito sperare il progresso sanitario della Società, sia nell'azione sempre insufficiente dei singoli, sia nell'azione integrante più sicura ed efficace dello Stato.

Bizzozero non ebbe tempo come il Dottor Faust d'esclamare: " T'arresta! Oh sei pur bello! „ innanzi di morire, nè egli era stato mai interamente abbandonato da quel

. . . . . corruccio onde s'attinge
Possanza, alacrità (1):

Egli avrebbe pertanto dovuto continuare la sua nobile esistenza, ma se il Dottor Faust esclamava:

. . . . . sarebbe
L'ultima e maggior delle conquiste
Se io giungessi a seccar quel pestilente
Stagno, aprirne lo spazio a mille a mille
Non sol per abitarlo in sicurezza,
Ma in operosa libertà! Vedervi
Lieti, fertili campi; il nuovo suolo
Dell'uom comodo albergo e della greggia,

egli avrebbe, invece, potuto compiacersi di aver veduto risanare le nostre città, e bonificare le nostre paludi, e presto avrebbe potuto, lo speriamo, cancellare il ricordo racchiuso in questi versi:

. . . . . a piè della montagna
Vapora una maremma, e tutto ammorba
Ciò che noi rassodammo.

Egli avrebbe dovuto vivere ancora, se

. . . . . della vita è degno,
Degno di libertà colui soltanto
Che debba a ciascun dì farsene acquisto.

Ed egli, infatti, ogni suo dì consacrava all'acquisto del bene.

---

(1) *Faust* di Goethe. Traduzione di Andrea Maffei. Firenze, 1866.

Colleghi!

In una sua commemorazione di Teodoro Schwann, Bizzozero rifletteva che quando ci accade di leggere una commemorazione fatta su di un fresco tumulo, pendiamo incerti sul quanto spetti alle virtù del defunto, e su quanto gli accordi meritamente la facile liberalità del vivo.

Quella acuta riflessione, io penso, meglio si adatti a coloro che traversando l'esistenza piena di azione e di tumulto, lasciano dietro di sè un lievito di passione che appena il tempo può ridurre nella sua giusta misura; meno perfettamente invece, si adatti a coloro, che non ebbero a commuovere, ma a persuadere, e che non mossero ad agire, per impulso della immaginazione, ma col freddo e ragionato esercizio del metodo sperimentale. Epperò noi possiamo affermare che il bene che diciamo di Bizzozero gli è sin d'ora sicuramente dovuto. Noi lo abbiamo conosciuto dalla statura superiore alla media, dalla delicata struttura del corpo, dall'aspetto nobile; spesso assalito da sofferenze fisiche, e ciò malgrado, di spirito vivace e talvolta faceto; cortese invariabilmente con tutti; corretto sino allo scrupolo nelle norme pratiche della vita; devoto alla famiglia; fidatissimo agli amici, dei quali apprezzava più la costanza che lo slancio; di criterio pratico, di sentimenti che venivano abbracciando un sempre più largo orizzonte quanto più egli maturava nella età e nelle opere. Esatto e scrupoloso nell'adempiere tutti i suoi doveri anche i più piccoli, così come era esatto e scrupoloso nella sua ricerca scientifica. Di mente acuta e libera, nessun argomento gli era estraneo; nessuna aspirazione nuova respingeva senza saggiarne liberamente il valore. Insegnante pieno di coscienza e di precisione, conquistò sè stesso nell'arte di esporre, in cui divenne efficacissimo.

Egli ebbe dal consenso spontaneo, universale e continuato dei suoi colleghi, un primato che egli nobilmente esercitava per promuovere la pace e l'operosità di ciascuno.

L'azione prolungatamente esercitata nei pubblici e privati consigli a favore dell' incremento scientifico delle Università nostre, e del risanamento del nostro paese, gli assicurarono la nostra universale riconoscenza.

Onore alla sua memoria!

Intorno alla polarizzazione dell'alluminio.

Nota del Socio ANDREA NACCARI.

I.

Il modo singolare, in cui si comporta l'alluminio quando viene usato come anodo in un voltametro, fu studiato da parecchi (1). Fra gli scritti più recenti che ne trattano, van citati quelli del Graetz, del Campetti, del Dina e del Norden. Il Graetz propose di applicare la singolare proprietà che ha l'alluminio di lasciar passare facilmente una corrente che esca per esso da un voltametro e trattenere quasi interamente una che entri per esso nel voltametro, alla separazione delle correnti alternate (2). Secondo le sue misure occorrerebbe che la forza elettromotrice fosse almeno di 22 V perchè la corrente potesse entrare per un elettrodo di alluminio in acido solforico diluito o in una soluzione d'allume potassico o sodico.

Il Dina proponendosi lo studio del fenomeno con l'intento stesso del Graetz fece progredire notevolmente la conoscenza della polarizzazione anodica dell'alluminio (3). Il Campetti studiò la perdita d'energia che l'uso d'un voltametro con elettrodi di alluminio posto nel circuito di una corrente alternata porta con sè. Il Dr K. Norden studiò molto accuratamente la composizione dello strato che si forma sull'anodo d'alluminio, e fece delle misure elettrometriche nelle quali trovò anche per la polarizzazione catodica dei valori singolarmente grandi (4).

---

(1) Buff, " Liebig's Annalen „, CII, 269, 1857. — Tait, " Proceedings Edinb. Soc. „, VI, 579, 1868-69. — Beetz, " Pogg. Ann. „, CLVI, 456, 1875, III. — Streintz, " Wied. Ann. „, XVII, 841 (1882, III), XXXII, 116 (1887, III).

(2) Graetz, " Wied. Ann. „, LXII, 323 (1897, III).

(3) Dina, " Rend. Ist. Lomb. „, XXXI (1898).

(4) Norden, " Zeitschrift für Elektrochemie „, VI, 159 (1899).

II.

Per misurare separatamente la polarizzazione anodica e la catodica seguii il metodo del Fuchs (1). La lamina di alluminio, che doveva far l'ufficio di elettrodo, venne posta in un vaso che conteneva acido solforico diluito in ragione di 1 a 30 in volume. Questo vaso era congiunto mediante tre sifoni di vetro di gran sezione con un altro che conteneva dello stesso liquido e un elettrodo di platino, ch'era una lamina rettangolare di 7 cm. di altezza e 2,7 di larghezza. Il primo vaso era anche congiunto mediante un sifone con un altro che conteneva dello stesso liquido e una lamina di alluminio. Questa lamina veniva al momento opportuno messa in comunicazione con l'elettrometro per misurare il potenziale del liquido, in cui era immerso l'elettrodo di alluminio mentre l' elettrodo stesso era a terra. Si teneva sempre conto della differenza di potenziale che esisteva fra le due lamine di alluminio prima che passasse corrente, e s'ebbe cura che la differenza di potenziale prodotta nel liquido dal passaggio della corrente non influisse sulle misure. Forniva la corrente una pila composta di 21 Leclanché e di 2 Daniell. Un reostato e un galvanometro Deprez-D'Arsonval erano inseriti nel circuito. L'elettrometro era dell'Edelmann; caricato con una pila secca, aveva per lo più la sensibilità di 17 divisioni circa per 1 V.

Come fu già notato da altri, la polarizzazione anodica dell'alluminio varia, a parità d'altre condizioni, da una lamina all'altra. Ebbi valori diversi anche con pezzi eguali presi da una medesima lamina. Feci molti tentativi per ridurre tutte le lamine nelle stesse condizioni rispetto alla polarizzazione, ma non riuscii. Provai la pulitura con carta smerigliata e con alcool, l'azione dell' acido solforico, dell' acido nitrico, di una fiamma, ma non potei modificare costantemente in un dato senso piuttosto che in un altro le condizioni delle lamine.

Le esperienze che seguono, furono fatte con tre lamine eguali tagliate fuori da una stessa lamina maggiore. Chiamerò queste tre lamine A, B e C.

---

(1) Fuchs, " Pogg. Ann. „ CLVI, 156 (1875).

III.

Esperienze con la lamina A.

Nelle tabelle che seguono R indica la resistenza data dal reostato espressa in ohm, t il tempo espresso in minuti e contato dall'istante in cui fu chiuso il circuito, i la corrente in milliampère, P_0 la polarizzazione anodica espressa in Volt, s la superficie attiva dell'elettrodo di alluminio in cm^2, Δ la densità della corrente ossia $i : s$, ρ la quantità $10^3 . P_0\ s : i$.

Tabella I.

$S = 8,4$.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	1	2,2	0,3	6,8	$3,1.10^3$	
"	2	2,0		8,3	4,1. "	
"	8	1,8		10,6	5,9. "	
"	15	2,1	0,3	7,1	3,4. "	
"	23	2,3		4,9	2,1. "	$17,6.10^3$
"	60	2,3		4,8	2,1. "	
"	80	2,3	0,3	4,8	2,6. "	

Da queste esperienze appare come la polarizzazione vada crescendo fino ad un certo valore e poi decresca. Essa assume in fine un valore che si mantiene quasi costante. La i varia in generale in senso opposto della P_0. Può darsi che la i varii, anche per cause diverse dalla polarizzazione anodica, come ad esempio, per la polarizzazione della pila e della lamina di platino, ma queste influenze non dovevano essere grandi nelle condizioni di queste esperienze.

Ripetendo l'esperienze il giorno dopo con la medesima lamina trovai i risultati seguenti:

TABELLA II.

$s = 8,4$.

R	t	i	P_0	$10^3 . P_0 : i$
11000	1	2,3	4,5	$2,0.10^3$
„	33	„	4,8	2,1. „

Di qui si vede che la lamina dà subito in questa seconda serie di esperienze il valore di P_0 che dava soltanto da ultimo nelle prime. Ciò fa credere che nella prima serie la lamina sia stata modificata e come preparata o, come dicono, *formata*, il che fu già notato da altri.

Feci poi una serie d'esperienze con la stessa lamina, tenendo a lungo chiuso il circuito, ma variandone la resistenza col reostato. Ecco i valori trovati:

TABELLA III.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	1	2,3		4,8	$2,1.10^3$	
„	20	2,2	0,3	5,1	2,3. „	$19,3.10^3$
2000	21	7,2		12,2	1,7. „	14,2. „
„	22	6,6		12,2	1,8. „	
„	44	„	0,8	13,8	2,1. „	17,6. „
11000	46	1,4		11,3	7,5. „	63,0. „
„	47	1,7		9,9	5,8. „	
„	51	2,1		6,5	3,1. „	
„	60	2,2		5,4	2,5. „	
„	63	2,2	0,3	„	„	21,0. „

Più estesa è la serie seguente di esperienze eseguite con la stessa lamina *A*.

Tabella IV.

$s = 8,4.$

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	1	2,3		5,8	$2,5.10^3$	
„	7	2,2		6,4	2,9. „	
„	66	„		5,8	2,6. „	
„	225	„	0,26	4,6	2,1. „	$17,6.10^3$
2000	226	7,4		12,8	1,7. „	
„	227	6,9		13,5	1,8. „	
„	268	„	0,82	13,3	„	$15,1.10^3$
500	269	13,4		17,0	1,3. „	
„	270	11,6		19,1	1,6. „	
„	293	11,5	1,4	„	1,7. „	$14,3.10^3$
100	294	17,5		21,9	1,2. „	
„	295	15,4		„	1,4. „	
„	313	14,7		„	1,5. „	$12,6.10^3$
„	314	„	1,8	„	„	
0	315	18,2		22,6	1,2. „	
„	316	16,4		22,8	1,4. „	
„	325	15,4	1,8	„	1,5. „	$12,6.10^3$
100	326	12,5		22,9	1,7. „	
„	327	14,2		21,7	1,5. „	
„	342	14,5	1,7	„	„	$12,6.10^3$
500	343	8,4		19,9	2,4. „	
„	345	9,3		19,0	2,1. „	
„	375	11,2	1,3	18,7	1,7. „	$14,3.10^3$
2000	376	4,6		15,4	3,4. „	
„	377	5,9		14,6	2,5. „	
„	383	6,7		13,0	2,0. „	
„	397	„	0,80	„	„	$16,8.10^3$
11000	398	1,6		11,3	7,0. „	
„	400	1,8		9,1	5,1. „	
„	411	2,2		4,8	2,2. „	
„	416	„	0,26	4,5	2,1. „	$17,6.10^3$

Tutte le esperienze descritte mostrano che al crescere dell'intensità della corrente la P_0 cresce continuamente. Nè in queste, nè in altre esperienze non potei trovare quel massimo valore

di P_0 che taluno asserisce di aver osservato. È vero che al crescere di i il rapporto $\frac{P_0}{i}$ diminuisce, ma da una costruzione grafica facilmente si vede che non vi è nessun indizio che P_0 si accosti ad un massimo. Benchè non si possa escludere la cosa, il massimo appare molto lontano dai valori osservati in queste esperienze.

La quarta tabella ci mostra che un aumento repentino della corrente ottenuto con una diminuzione di R porta con sè una diminuzione della quantità $P_0 : i$, la quale poi cresce e s'avvicina al valore che aveva prima, benchè in generale non lo raggiunga. Un fenomeno inverso avviene quando si fa repentinamente diminuire l'intensità della corrente aumentando R.

La questione principale che si presenta a chi studia la polarizzazione anodica dell'alluminio, è se la si debba attribuire ad una forza elettromotrice o al prodotto di una resistenza per la intensità della corrente. Parrebbe che le esperienze, come quelle dello Streintz, fatte con un commutatore, favorissero la prima spiegazione, ma si può anche dire che se sulla superficie dell'anodo si forma per la elettrolisi uno strato resistente, la lamina da una parte e lo strato degli ioni dall'altra avranno una differenza di potenziale che potrà produrre, tenuto conto della considerevole capacità, i fenomeni osservati col metodo del commutatore. Tutti gli altri metodi non possono servire a distinguere l'una dall'altra causa e solo esaminando le particolarità dei fenomeni si può argomentare in favore di questa o di quella.

La grandezza raggiunta dalla polarizzazione anodica, la mancanza di un limite, la rapidità con cui essa sparisce quando la corrente si estingue mi fanno credere che essa non consista in una forza elettromotrice, come in generale si ammette per gli altri metalli, ma bensì, in tutto o in gran parte, in una resistenza opposta da uno strato poco conduttore che si forma sopra l'anodo d'alluminio quando passa la corrente. Si potrebbe far l'obbiezione, che se rapidamente la corrente s'inverte, quella resistenza scompare con grande rapidità. Di fatti in una serie d'esperienze con una lamina di 8,4 cm^2 di superficie e con una corrente di 12 M. A. la P_0 era 23 V; invertita la corrente, la sua intensità salì subito a 100 M. A e la polarizzazione catodica si trovò di circa 0,7 V. Benchè il galvanometro d'Arsonval

che usavo fosse prontissimo nelle sue indicazioni, e la corrente s'invertisse soltanto nei vasi elettrolitici, la variazione d'intensità apparve affatto repentina. Ma operando con un elettrodo di piccola superficie potei mettere in chiaro il fatto che dopo invertita la corrente, questa va gradatamente crescendo per un certo tempo, come deve avvenire per la distruzione dello strato resistente formatosi sull'elettrodo d'alluminio. L'ipotesi che questo strato costituito, come riscontrò il Norden, da idrato di alluminio dia origine alla polarizzazione anodica apparente dell'alluminio, è dunque molto verosimile. Non mi par giusto invece nè verosimile l'attribuire a questo strato, come altri fece, una resistenza infinita, che verrebbe vinta soltanto di tratto in tratto dalla corrente, quando lo strato venisse rotto in qualche punto. La corrente secondo tale ipotesi sarebbe intermittente e la sua continuità sarebbe apparente. È molto più probabile che lo strato abbia una certa conducibilità e che i fenomeni di condensazione osservati sieno quelli che naturalmente si devono presentare quando s'hanno due superficie, quella del metallo e quella degli anioni nel liquido, le quali hanno una differenza di potenziale così forte come quelle indicate dai valori di P_0.

Nella colonna $10^3 . P_0 : i$ sono registrati i valori in Ohm che avrebbe la resistenza del supposto strato cattivo conduttore. La successiva segnata ρ darebbe la resistenza di quello strato per ogni cm^2 della superficie dell'elettrodo. Si vede in generale che queste resistenze salgono a parecchie migliaia di Ohm.

Il valore che la resistenza $P_0 : i$ assume dopo qualche tempo, dacchè una corrente ha cominciato a passare, dipende dalla intensità della corrente, e in generale diminuisce al crescere di questa.

Feci altre esperienze dopo aver ridotto più piccola la superficie attiva della lamina d'alluminio, coprendone una parte con uno strato di cera mista a colofonia.

Riferisco soltanto i valori osservati quando la costanza era raggiunta o quasi raggiunta.

S = 4,6 cm².

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	28	1,6	0,35	7,1	$4,4.10^3$	$20,2.10^3$
2000	40	4,3	0,94	15,2	3,5. „	16,1. „
500	65	6,8	1,5	20,4	3,0. „	13,8. „
100	77	8,7	1,9	22,6	2,6. „	12,0. „
500	100	7,0	1,5	19,9	2,8. „	12,9. „
2000	112	4,2	0,9	14,6	3,5. „	16,1. „
11000	126	1,5	0,33	5,9	3,9. „	17,9. „

S = 1,89 cm².

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	224	1,5	0,8	7,8	$5,2.10^3$	$9,8.10^3$
2000	286	4,0	2,1	15,5	3,9. „	7,4. „
500	308	6,7	3,5	19,3	2,9. „	5,5. „
100	332	8,8	4,8	22,3	2,6. „	4,9. „

S = 0,98 cm².

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	25	2,5	2,6	1,7	$0,7.10^3$	$0,7.10^3$
2000	134	5,9	6,0	16,4	2,8. „	2,7. „
500	157	8,9	9,1	23,1	2,6. „	2,5. „
100	187	11,8	12,0	25,8	2,2. „	2,2. „

Nell'esperienze descritte la densità Δ della corrente variò da 0,26 fino a 12 MA. per cm². Nonostante qualche irregolarità l'esperienze mostrano che in generale al crescere di Δ la resistenza ρ diminuisce. I valori estremi osservati furono 17,6. 10^3 e 2,2 . 10^3 Ohm.

IV.

L'esperienze descritte qui sotto vennero fatte con la lamina B. Successivamente la superficie attiva dell'anodo venne impicciolita.

S = 8,4.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	28	2,2	0,3	4,3	$2,0.10^3$	$16,8.10^3$
2000	72	6,9	0,8	14,4	2,1. „	17,6. „
500	102	11,3	1,4	21,1	1,9. „	16,0. „
100	122	15,3	1,8	22,2	1,2. „	10,1. „

S = 4,3.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	43	1,8	0,4	9,4	$5,2.10^3$	$22,3.10^3$
2000	78	5,0	1,2	19,3	3,9. „	16,8. „
200	95	9,8	2,3	27,0	2,8. „	12,0. „
100	104	10,6	2,5	27,1	2,6. „	11,2. „
0	106	12,0	2,8	28,1	2,4. „	10,3. „

S = 1,6.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	76	1,4	0,9	11,9	$8,5.10^3$	$13,6.10^3$
2000	115	3,9	2,4	22,5	5,7. „	9,1. „
500	138	6,7	4,2	26,1	3,9. „	6,2. „

S = 0,9.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	59	1,4	1,6	15,8	$11,3.10^3$	$10,1.10^3$
2000	90	3,6	4,0	23,5	6,5. „	5,8. „
600	115	5,9	6,6	26,8	4,5. „	4,0. „
0	149	10,5	11,7	28,9	2,8. „	2,5. „

S = 0,6.

R	t	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
11000	22	1,3	2,2	17,1	$13,0.10^3$	$7,8.10^3$
100	28	3,9	6,5	26,1	6,7. „	4,0. „
0	35	9,8	16,3	29,6	3,0. „	1,0. „

I risultati di questa seconda serie confermano in generale le conclusioni dedotte dalla prima.

V.

Con la terza lamina, C, feci una serie di esperienze, operando in modo diverso. Feci passare attraverso il vaso elettrolitico una corrente, che veniva successivamente fornita da un numero sempre più grande di coppie Leclanché. Nella tabella che segue n indica il numero delle coppie; non v'era alcuna resistenza introdotta col mezzo del reostato.

S = 8,4.

n	i	Δ	P_0	$10^3 . P_0 : i$	ρ
10	14,1	1,7	11,9	$0,85.10^3$	$7,1.10^3$
12	17,5		13,9	0,79. „	6,6. „
13	19,7		14,8	0,75. „	6,3. „
14	21,2		15,4	0,73. „	6,1. „
15	24,7		16,2	0,66. „	5,5. „
16	27,7		16,8	0,62. „	5,2. „
17	29,0		17,2	0,59. „	5,0. „
18	31,6		17,8	0,56. „	4,7. „
19	33,4		18,3	0,55. „	4,6. „
20	34,5	4,1	18,7	0,54. „	4,5. „

Il valore di ρ per una data densità è minore in questa serie che non nelle precedenti, ma l'andamento del fenomeno è lo stesso.

VI.

Se è giusta l'ipotesi che la polarizzazione anodica dell'alluminio provenga dalla resistenza d'uno strato di idrato di alluminio che si forma sull'anodo, questa resistenza deve diminuire al crescere della concentrazione della soluzione di acido solforico, perchè l'idrato di alluminio verrà sciolto più facilmente. Il fatto fu già osservato dal Dina. L'esperienze seguenti servono a confermarlo e aggiungono qualche particolarità intorno all'intensità del fenomeno. Con una lamina, la cui superficie era 8,4 cm^2 immersa in acqua leggermente acidulata trovai dei valori di P_0 che giungevano a 13 e anche a 15 V, essendo $i = 8$ M. A. all'incirca. Il valore di $10^3 . P_0 : i$ stava dunque fra 1,5 e 1,9 10^3 Ohm. Avendo preso poi una soluzione, che conteneva 33 cm^3 di H_2SO_4 per litro, ebbi valori di P_0, che, se anche forti dapprima quanto i precedenti, decrescevano continuamente sicchè in un'ora e mezza o due la P_0 quasi si annullava.

Raddoppiata la concentrazione, il decrescimento della P_0 si fece molto più rapido.

Altre esperienze fatte con un anodo di superficie molto minore diedero effetti più manifesti.

La superficie attiva dell'elettrodo era eguale a 1,03 cm^2.

Con acqua leggermente acidulata si trovò che la P_0 dopo 40 minuti circa divenuta costante, aveva un valore di 16,7 V con $i = 8,2$, quindi era

$$P_0 : i = 2,0 \text{ circa.}$$

Sostituita a quell'acqua, una soluzione di 66 cm^3 di H_2SO_4 in 1000 d'acqua, si trovò

$$P_0 = 20,7 \qquad i = 18,9 \qquad P_0 : i = 1,1.$$

Avendo aggiunto per ogni litro di soluzione 33 cm^3 di H_2SO_4 s'ebbe tosto

$$P_0 = 14,3 \qquad i = 39,0 \qquad P_0 : i = 0,37.$$

La diminuzione della $P_0 : i$ al crescere della concentrazione della soluzione è dunque manifesta.

VII.

Feci alcune esperienze con una soluzione d'idrato potassico che conteneva 4 gr. di KOH per litro.

Con la lamina A, essendo $s = 0,5$, ottenni:

R	i	Δ	P_0	$10^3 P_0 : i$	ρ
0	4,0	8,0	16,1	$4,0.10^3$	$2,0.10^3$.

Con la lamina C, per la quale era $S = 8,4$, trovai:

R	i	Δ	P_0	$10^3 P_0 : i$	ρ
0	12,7	1,5	12,9	10^3	$8,4.10^3$.

I valori di P_0 e di ρ sono dello stesso ordine di grandezza di quelli trovati con l'acido solforico molto diluito.

Invece con una soluzione di cloruro di sodio che conteneva gr. 3,3 in 1000 ebbi i seguenti risultati:

	S	R	i	P_0
Lam. C	8,4	0	23,5	0,34
„ A	0,5	0	22	1,1
„ B	0,7	0	23	1,0

Con una soluzione di doppia concentrazione trovai

	S	R	i	P_0
Lam. C	8,4	0	25,5	0,32
„ A	0,5	0	23,5	1,1
„ B	0,7	0	25,5	0,9

Questi valori mostrano che con una soluzione di cloruro di sodio l'anodo di alluminio non presenta i singolari fenomeni sopra notati.

Anche con una soluzione di KNO_3 non osservai che piccoli valori di P_0 come quelli trovati con soluzioni di NaCl.

La conclusione più probabile che si può trarre da tutte queste esperienze parmi sia quella che ho già accennata, che cioè la polarizzazione anodica dell'alluminio, dipenda, in tutto o in gran parte, dalla resistenza d'uno strato cattivo conduttore della elettricità formato da idrato d'alluminio.

VIII.

Polarizzazione catodica.

Le seguenti esperienze furono fatte con la lamina A; P_H indica la polarizzazione catodica espressa in V.

S	i	Δ	P_H
0,4	1,9	0,2	0,68
„	8,8	1,0	0,67
„	18,5	2,2	0,61
0,98	24,0	25	0,65
0,49	2,5	5	0,74
„	12	24	0,81
„	33	67	0,83
„	64	131	1,00
„	91	185	1,00

Le esperienze con la superficie eguale a 0,49 furono eseguite molto tempo dopo le precedenti. Le discordanze sono probabilmente dovute al diverso stato della superficie. Benchè col

metodo del Fuchs sia sempre probabile di commettere un errore in eccesso, si vede come i valori della P_H sieno piccoli anche per valori di Δ molto maggiori di quelli usati per la polarizzazione anodica.

Valori poco diversi trovai per la P_H operando con le soluzioni d'idrato potassico, di cloruro sodico e di nitrato potassico.

Sulle varietà razionali normali composte di ∞^1 spazi lineari (*).

Nota di ARCHIMEDE BELLATALLA.

Scopo di questo lavoro è lo studio proiettivo delle varietà razionali normali composte di ∞^1 spazi S_i a un numero qualunque i di dimensioni. Detto n l'ordine di una tale varietà, lo spazio che la contiene sarà un S_{n+i} e la varietà stessa potrà opportunamente indicarsi con $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$.

Si vedrà nel seguito che per tutti i valori di i e di n esistono diverse *specie* di $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$: ogni specie è caratterizzata dai valori di certi i numeri interi e tutte le varietà di una medesima specie sono proiettivamente identiche. Così viene confermata una previsione già fatta dal chiar.^{mo} Prof. Segre in seguito ai suoi studi sulle $S_1 - \mathfrak{F}^n_2$ e sulle $S_2 - \mathfrak{F}^n_3$ (**).

Intorno a questo risultato fondamentale altri se ne raggruppano, fra cui i più importanti sono quelli contenuti nel § IV.

I.

Osservazioni preliminari.

1. — Una $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ di S_{n+i} è tagliata da un S_n generico in una curva razionale normale d'ordine n, da un S_{n+i} in una rigata razionale normale d'ordine n, etc... da un S_{n+i-1} in una $S_{i-1} - \mathfrak{F}^n_i$.

Per brevità indicheremo sempre nel seguito con F la $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$

(*) Tesi di laurea presentata alla Facoltà di Matematiche della R. Università di Pisa nel novembre 1900.

(**) " Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino ", vol. XIX, 1884 e vol. XXI, 1885.

e con $\mathfrak{F}_j$ una varietà della dimensione j situata su F e avente a comune un S_{j-1} con ogni S_i generatore di F.

2. — *Ogni* $\mathfrak{F}_i$ *di ordine* $m \leq n$ *situata su* F *appartiene ad un* S_{m+i-1}, *cioè è razionale normale.*

Infatti, se ciò non fosse, si potrebbe condurre almeno un iperpiano per la $\mathfrak{F}_i$ e per $n-m+1$ punti scelti sopra altrettanti S_i generatori di F e allora questo iperpiano taglierebbe F secondo una varietà di un ordine $\geq m+(n-m+1)$ cioè $\geq n+1$; ciò che è assurdo.

E si osservi che questo ragionamento sta anche se la $\mathfrak{F}_i''$ considerata si spezza in una $\mathfrak{F}_i$ (semplice) e in un certo numero di S_i generatori.

3. — *Ogni* $\mathfrak{F}_j^{\mu}$ $(\mu \leq n)$ *di* F *che stia in uno spazio* S_x *non contenente contemporaneamente una* $\mathfrak{F}_{j+1}$ *è razionale normale.*

Il teorema è vero per $j=i$, quindi sarà dimostrato in generale, quando si dimostri nell'ipotesi che le $\mathfrak{F}_{j+1}$ segnate su F siano razionali normali. Ora per questo basta condurre per la $\mathfrak{F}_j^{\mu}$ un S_{n+j} generico ed osservare che esso taglia F in una $\mathfrak{F}_{j+1}$ razionale normale passante per la $\mathfrak{F}_j^{\mu}$ e di un ordine $\geq \mu$: allora poichè $\mathfrak{F}_j^{\mu}$ è situata sulla $\mathfrak{F}_{j+1}$ si ha pel teorema precedente $x=\mu+j-1$. Ciò vale anche quando la $\mathfrak{F}_j$ si spezza in una $\mathfrak{F}_j$ semplice e in S_j.

Risulta inoltre che ogni S_i generatore di F contiene un solo S_{j-1} generatore della $\mathfrak{F}_j^{\mu}$, poichè se ognuno di essi contenesse ancora un punto almeno, l'$S_{\mu+j-1}$ contenente $\mathfrak{F}_j^{\mu}$ segherebbe ogni S_i in un S_j e quindi F in una $\mathfrak{F}_{j+1}$.

4. — Un modo assai semplice e assai importante (*) di generare varietà, composte di una serie semplicemente infinita razionale di spazi, consiste nel considerare due varietà della medesima natura riferite tra di loro proiettivamente, e poi proiettare da ogni spazio dell'una lo spazio corrispondente dell'altra. L'ordine della varietà generata è minore o uguale alla somma degli ordini delle due varietà considerate ed essa è normale se quelle sono normali ed appartengono a spazi indipendenti.

(*) Le $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^{n}$ di S_{n+i} si possono generare in infiniti modi mediante n fasci proiettivi di S_{n+i-1}. — V. Veronese, *Behandlung der proj. Verhältnisse, etc.* (" Math. Ann. ", XIX).

Anzichè due varietà se ne potrebbero considerare tre, quattro o più riferite proiettivamente, ed appunto, come in seguito vedremo, le nostre $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ di S_{n+i} si possono immaginare generate dagli S_i congiungenti i punti corrispondenti di $i+1$ curve razionali normali proiettive e appartenenti a spazi indipendenti.

II.

Varietà minime delle $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ *e loro distinzione in specie.*

5. — *Se con* $m', m'', \ldots m^{(i)}$ *indichiamo gli ordini delle* $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots \mathfrak{F}_i$ *minime (cioè, d'ordine minimo) di una* F, *questi numeri soddisfano alle* i *condizioni:*

$$
\text{(I)} \qquad
\begin{aligned}
& 2m' \leq m'' \\
& 2m'' \leq m' + m''' \\
& \ldots\ldots\ldots \\
& 2m^{(k)} \leq m^{(k-1)} + m^{(k+1)} \\
& \ldots\ldots\ldots \\
& 2m^{(i)} \leq m^{(i-1)} + n \ (*)
\end{aligned}
$$

e se eccettuiamo i casi limiti, si ha sulla F *un'unica varietà minima per ogni dimensione: tali varietà minime sono poste poi ordinatamente l'una sull'altra.*

Poichè il teorema è vero per le $S_2 - \mathfrak{F}^n_3$, per dimostrarlo in generale supponiamolo vero per le $S_{i-1} - \mathfrak{F}^n_i$ e facciamo vedere che sussiste anche per le $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$.

Detti ancora $m', m'', \ldots m^{(i-1)}$ gli ordini delle varietà minime di una $S_{i-1} - \mathfrak{F}^n_i$ si abbiano dunque per essa le:

$$
(1) \qquad
\begin{aligned}
& 2m' \leq m'' \\
& 2m'' \leq m' + m''' \\
& \ldots\ldots\ldots \\
& 2m^{(i-1)} \leq m^{(i-2)} + n
\end{aligned}
$$

(*) Queste relazioni possono anche porsi sotto la forma $m' \leq m'' - m' \leq \leq m''' - m'' \leq \ldots \leq n - m^{(i)}$, che giova tener presente.

e quindi la:

$$\text{(II)} \qquad (\delta + \delta')m^{(h+\delta)} \leq \delta' m^{(h)} + \delta m^{(h+\delta+\delta')} \ (*)$$

la quale (sotto la restrizione non essenziale $h + \delta + \delta' \leq i$) ci dice che, *l'ordine* $m_{h+\delta}$ *di una* $\mathfrak{F}_{h+\delta}$ *minima di una* $S_{h+\delta+\delta'-1}$ — — $\mathfrak{F}^{m^{(h+\delta+\delta')}}_{h+\delta+\delta'}$ *normale, avente una* $\mathfrak{F}^{m^{(h)}}_{h}$ *per* $\mathfrak{F}_h$ *minima, soddisfa la:*

$$\text{(II}'\text{)} \qquad m_{h+\delta} \leq \frac{\delta' m^{(h)} + \delta m^{(h+\delta+\delta')}}{\delta + \delta'}.$$

Consideriamo allora una $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ e siano sempre m', m'', ... $m^{(i)}$ gli ordini delle sue varietà minime. Presa una qualunque $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ minima $(1 \leq j \leq i)$ e posto nella (II′) $h = 0$ e successivamente per δ e δ' le coppie di valori rispettivi $(1, j-1)$, $(2, j-2)$, $(j-1, 1)$, si ha che gli ordini m_1, m_2, m_{j-1} delle sue $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \mathfrak{F}_{j-1}$ minime soddisfano le:

$$m_1 \leq \frac{m^{(j)}}{j} \ (j = 2, 3, \ldots i)$$

$$m_2 \leq \frac{2m^{(j)}}{j} \ (j = 3, 4, \ldots i)$$

$$m_{j-1} \leq \frac{(j-1)m^{(j)}}{j} \ (j = 2, 3, \ldots i)$$

e quindi, dovendo essere $m' \leq m_1$, $m'' \leq m_2$, $m^{(j-1)} \leq m_{j-1}$, sarà ancora:

$$m' \leq \frac{m^{(j)}}{j} \ (j = 2, 3, \ldots i)$$

$$\text{(2)} \qquad m'' \leq \frac{2m^{(j)}}{j} \ (j = 3, 4, \ldots i)$$

$$m^{(j-1)} \leq \frac{(j-1)m^{(j)}}{j} \ (j = 2, 3, \ldots i).$$

(*) La (II) si ottiene dalle (1) moltiplicando le $\delta + \delta' - 1$ relazioni che vanno dall'$(h+1)$-esima all'$(h + \delta + \delta' - 1)$-esima (le estreme comprese) rispettivamente per i numeri

$$\delta', \ \delta'.2, \ldots \delta'(\delta - 1), \ \delta'.\delta, \ \delta(\delta' - 1), \ldots 2.\delta, \delta$$

e sommando. Se stabiliamo convenzionalmente che sia $m^{(0)} = 0$ e $m^{(i)} = n$, dovrà essere $h + \delta + \delta' \leq i$, h, δ e δ' potendo anche divenir nulli, ma non mai negativi.

Allora una $\mathfrak{F}_1^{m'}$ sta sulla $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$, salvo il caso $m' = \frac{m^{(j)}}{j}$. Infatti se, essendo $m' < \frac{m^{(j)}}{j}$, una $\mathfrak{F}_1^{m'}$ non stesse sulla $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$, genererebbe con la sua $\mathfrak{F}_{j-1}$ minima una $\mathfrak{F}_j$ di ordine al più uguale alla somma degli ordini, cioè $\leq \frac{m^{(j)}}{j} + \frac{(j-1)m^{(j)}}{j} < m^{(j)}$. Se poi è $m' = \frac{m^{(j)}}{j}$ è ancora $m^{(j-1)} = \frac{(j-1)m^{(j)}}{j} = m_{j-1}$ (*) e l'assurdo non ha più luogo.

Per $j = 2$ la prima delle (2) dà $2m' \leq m''$ e se escludiamo in questa il segno $=$, esso viene implicitamente escluso nella prima delle (2) anche per i rimanenti valori di j (**); cioè una $\mathfrak{F}_1^{m'}$ sta su ogni altra varietà minima ed è quindi, di queste, $\mathfrak{F}_1$ minima.

Se poniamo nella (II') $h = 1$ e successivamente per δ e δ' le coppie di valori rispettivi $(1, j-2)$, $(2, j-3)$, $(j-2, 1)$, si ha che gli ordini m_2, m_3, m_{j-1} delle $\mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_3$, $\mathfrak{F}_{j-1}$ minime di una $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ soddisfano le:

$$m_2 \leq \frac{(j-2)m' + m^{(j)}}{j-1} \quad (j = 3, 4, \ldots i)$$

$$m_3 \leq \frac{(j-3)m' + 2m^{(j)}}{j-1} \quad (j = 4, 5, \ldots i)$$

$$m_{j-1} \leq \frac{m' + (j-2)m^{(j)}}{j-1} \quad (j = 3, 4, \ldots i);$$

quindi sarà ancora:

$$(3) \qquad \begin{aligned} m'' &\leq \frac{(j-2)m' + m^{(j)}}{j-1} \quad (j = 3, 4, \ldots i) \\ m''' &\leq \frac{(j-3)m' + 2m^{(j)}}{j-1} \quad (j = 4, 5, \ldots i) \\ m^{(j-1)} &\leq \frac{m' + (j-2)m^{(j)}}{j-1} \quad (j = 3, 4, \ldots i). \end{aligned}$$

(*) Perchè se fosse $m^{(j-1)} < \frac{(j-1)m^{(j)}}{j}$ $(j = 2, 3, \ldots i)$, sarebbe di conseguenza $m' > \frac{m^{(j-1)}}{j-1}$ contro le (2).

(**) Ciò è presto verificato perchè se, essendo $2m' < m''$, fosse $jm' = m^{(j)}$ $(j = 3, 4, \ldots i)$, sarebbe ancora $m'' > \frac{2m^{(j)}}{j}$ contro le (2).

Allora una $\mathfrak{F}_2^{m''}$ sta sulla $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$, salvo il caso limite:

$$m'' = \frac{(j-2)m' + m^{(j)}}{j-1}.$$

Se, essendo infatti:

$$m'' < \frac{(j-2)m' + m^{(j)}}{j-1},$$

una $\mathfrak{F}_2^{m''}$ non stesse sulla $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$, presa sulla $\mathfrak{F}_2^{m''}$ una qualunque delle infinite curve di ordine $m'' - m'$, cioè di ordine

$$< \frac{(j-2)m' + m^{(j)}}{j-1} - m' \quad \text{ossia} \quad < \frac{m^{(j)} - m'}{j-1},$$

questa genererebbe con la (o una) $\mathfrak{F}_{j-1}$ minima della $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ una $\mathfrak{F}_j$ di ordine al più uguale alla somma degli ordini e quindi $< m^{(j)}$.

Se è $m'' = \dfrac{(j-2)m' + m^{(j)}}{j-1}$ l'assurdo non ha più luogo, poichè è ancora $m^{(j-1)} = \dfrac{m' + (j-2)m^{(j)}}{j-1} = m_{j-1}$ (*). Per $j = 3$ dalla prima delle (3) si ha:

$$2m'' \leq m' + m'''$$

e se in questa escludiamo il caso limite, ogni $\mathfrak{F}_2^{m''}$ sta su ogni varietà minima di dimensione maggiore, poichè veniamo implicitamente ad escludere che si verifichino i casi limiti per i rimanenti valori di j (**).

Così proseguendo (***) si giunge a dimostrare che ogni varietà minima di dimensione $< i$ sta su ogni $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ e che fra gli ordini m', m'', ... $m^{(i)}$ si hanno i relazioni della forma delle (1). Quindi

---

(*) Se infatti ciò non accadesse avremmo:

$$(j-2)m'' > (j-3)m' + m^{(j-1)},$$

contrariamente alle (3).

(**) Se, essendo $2m'' < m' + m'''$, fosse $(j-1)m'' = (j-2)m' + m^{(j)} (j = 4, 5, \ldots i)$, sarebbe ancora $(j-1)m''' > (j-3)m' + 2m^{(j)}$, contrariamente alle (3).

(***) Noi ammettiamo l'esistenza sopra una $S_{\lambda-1} - \mathfrak{F}_\lambda^n$ $(\lambda \leq i)$, di cui la (o le) $\mathfrak{F}_{\lambda-1}$ minima abbia l'ordine $m^{(\lambda-1)}$, di infinite curve di ordine $n - m^{(\lambda-1)}$; teorema che dimostreremo al n° 12.

per il nostro supposto le $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots \mathfrak{F}_{i-1}$, salvo i casi limiti, sono uniche e sono poste di più ordinatamente l'una sull'altra.

Presa ora la $\mathfrak{F}_{i-1}^{m^{(i-1)}}$, per essa, cioè per il suo $S_{m^{(i-1)}+i-2}$ e per $I\,\frac{n-m^{(i-1)}+1}{2}$ (*) coppie di punti scelti su altrettanti S_i generatori della F passa un S_{n+i-1}, il quale, contenendo quegli S_i, la taglierà ulteriormente in una $\mathfrak{F}_i$ di ordine

$$\leq n - I\,\frac{n-m^{(i-1)}+1}{2} \quad \text{cioè} \quad \leq I\,\frac{n+m^{(i-1)}}{2},$$

passante per la $\mathfrak{F}_{i-1}^{m^{(i-1)}}$. Inoltre di tali $\mathfrak{F}_i$ ve ne passa una sola, chè, se ve ne passasse un'altra, scelta sopra una di esse una delle infinite curve di ordine

$$\leq I\,\frac{n+m^{(i-1)}}{2} - m^{(i-1)} \quad \text{cioè} \quad \leq I\,\frac{n-m^{(i-1)}}{2},$$

questa genererebbe con l'altra $\mathfrak{F}_i$ una $\mathfrak{F}_{i+1}$ di ordine

$$\leq I\,\frac{n-m^{(i-1)}}{2} + I\,\frac{n+m^{(i-1)}}{2} \quad \text{cioè} \quad < n,$$

salvo quando l'ordine di tali $\mathfrak{F}_i$ fosse proprio $\frac{n+m^{(i-1)}}{2}$. Dunque dovremo avere:

$$2m^{(i)} \leq m^{(i-1)} + n$$

e, salvo il segno $=$, si ha un'unica $\mathfrak{F}_i$. Quest'ultima relazione unita alle altre dimostra il teorema.

6. — Venendo ora all'esame dei casi limiti dimostriamo che: *Se in* k — j *relazioni consecutive* (**) *delle* (I) ($k \geq j+1$, $k \leq i$, $j \geq 1$) *e precisamente in quelle che vanno dall'*j*-esima alla* (k—i)*-esima (le estreme comprese), si verifica il segno di uguaglianza (restando per le altre il segno* $<$*), esistono sulla* F $\infty^{(k-j-\delta)(\delta+1)}$

(*) Indichiamo così il massimo numero intero contenuto in

$$\frac{n-m^{(i-1)}+1}{2}.$$

(**) E basta fare lo studio in questa ipotesi, perchè esso, come emergerà dal ragionamento stesso, sia fatto in generale.

$\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m(j+\delta)}$ $(\delta = 0, 1, 2, \ldots (k-j-1))$, *situate tutte sull'unica* $\mathfrak{F}_k^{m(k)}$ *minima e passanti per l'unica* $\mathfrak{F}_{j-1}^{m(j-1)}$ *minima. Per una* $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m(j+\delta)}$ *passano* $\infty^{\delta'(k-j-\delta-\delta')}$ $\mathfrak{F}_{j+\delta+\delta'}^{m(j+\delta+\delta')}$ $(j+\delta+\delta' \leq k-1)$ *e ciascuna di queste contiene* $\infty^{\delta'(\delta+1)}$ $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m(j+\delta)}$. *Le altre varietà minime sono, come la* $\mathfrak{F}_{j-1}^{m(j-1)}$ *e la* $\mathfrak{F}_k^{m(k)}$, *pur esse uniche e stanno ordinatamente l'una sull'altra.*

Consideriamo dapprima una $S_{k-1} - \mathfrak{F}_k^n$ normale e, tenute le solite notazioni, si abbia per essa:

$$
\text{(III)} \qquad
\begin{aligned}
& 2m' < m'' \\
& \cdots\cdots\cdots \\
& 2m^{(j-1)} < m^{(j-2)} + m^{(j)} \\
& 2m^{(j)} = m^{(j-1)} + m^{(j+1)} \\
& \cdots\cdots\cdots \\
& 2m^{(k-1)} = m^{(k-2)} + n
\end{aligned}
$$

(cioè supponiamo che nelle stesse $k-j$ relazioni succitate e in quelle soltanto si verifichi il segno $=$). Per tale ipotesi e per un ragionamento già fatto le $\mathfrak{F}_1^{m'}$, $\mathfrak{F}_2^{m''}$, ... $\mathfrak{F}_{j-1}^{m(j-1)}$ stanno su una qualunque $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m(j+\delta)}$ $(\delta = 0, 1, 2, \ldots (k-j-1))$, in particolare sopra ogni $\mathfrak{F}_j^{m(j)}$, quindi sono uniche e stanno ordinatamente l'una sull'altra.

Per determinare il numero delle rimanenti varietà minime, osserviamo che, se nella (II) facciamo variare h, δ e δ' in modo che sia $h + \delta + \delta' \leq k$ e $h \geq j-1$, in essa varrà sempre il segno $=$; quindi se poniamo $h = j-1$ e successivamente per δ e δ' le coppie di valori rispettivi $(1, k-j)$, $(2, k-j-1)$, ... $(k-j-1, 2)$, $(k-j, 1)$, si hanno (col ricordare che è $m^{(k)} = n$) le $k-j$ uguaglianze:

$$
(4) \qquad
\begin{aligned}
& (k-j+1)m^{(j)} = (k-j)m^{(j-1)} + n \\
& (k-j+1)m^{(j+1)} = (k-j-1)m^{(j-1)} + 2n \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
& (k-j+1)m^{(k-2)} = 2m^{(j-1)} + (k-j-1)n \\
& (k-j+1)m^{(k-1)} = m^{(j-1)} + (k-j)n.
\end{aligned}
$$

Allora, presa la $\mathfrak{F}_{j-1}^{m^{(j-1)}}$, per essa e per $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}$ (*) gruppi di $k-j+1$ punti generici, scelti su altrettanti S_{k-1} generatori della $S_{k-1}-\mathfrak{F}_k^n$, passa un S_{n+j-2} contenente quegli S_{k-1} e ve ne passa uno solo; chè, se la $\mathfrak{F}_{j-1}^{m^{(j-1)}}$ e quegli S_{k-1} stessero in un S_{n+j-3}, per esso e per $k-j+1$ punti generici scelti sopra un altro S_{k-1} diverso dai precedenti passerebbe un S_{n+k-2}, il quale, contenendo almeno $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}+1$ S_{k-1} generatori, taglierebbe ulteriormente la $\mathfrak{F}_k^n$ in una $\mathfrak{F}_{k-1}$ di ordine $\leq n-\left(\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}+1\right)$ cioè $\leq \frac{(k-j)n+m^{(j-1)}}{k-j+1}-1$ e, a causa dell'ultima delle (4), $<m^{(k-1)}$. È chiaro ora che ogni S_{n+k-2} passante per quell'S_{n+j-2} taglia ulteriormente la $\mathfrak{F}_k^n$ in una $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$. Inversamente: ogni $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ sta con quell'S_{n+j-2} in un S_{n+k-2}, poichè con $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}$ S_{k-1} generatori (in particolare, con quelli considerati) costituisce una $\mathfrak{F}_{k-1}$ composta di ordine

$$m^{(k-1)}+\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}=\frac{(k-j+1)m^{(k-1)}+n-m^{(j-1)}}{k-j+1},$$

cioè, per l'ultima delle (4), $=n$, la quale sta appunto (n° 2) in un S_{n+k-2}. Siccome poi ogni $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ contiene la $\mathfrak{F}_{j-1}^{m^{(j-1)}}$, così quell'$S_{n+k-2}$ contiene l'S_{n+j-2}; dunque: le $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ minime esistenti sulla $S_{k-1}-\mathfrak{F}_k^n$ di S_{n+k-1} sono date, in tal caso, dagli S_{n+k-2} passanti per un S_{n+j-2} fisso.

Un S_{n+k-3} passante per l'S_{n+j-2} taglia la $\mathfrak{F}_k^n$ in una $\mathfrak{F}_{k-2}^{m^{(k-2)}}$; perchè un S_{n+k-2} per quell'S_{n+k-3} la taglia in una $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$, la quale è tagliata a sua volta dall'S_{n+k-3} in una $\mathfrak{F}_{k-2}$ spezzata in $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}$ S_{k-2} e in una $\mathfrak{F}_{k-2}$ residua di ordine $m^{(k-1)}-\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}$, cioè, per l'ultima e la penultima delle (4), $=m^{(k-2)}$. Inversamente: ogni $\mathfrak{F}_{k-2}^{m^{(k-2)}}$ sta con l'S_{n+j-2} in un S_{n+k-3}. Infatti una tale $\mathfrak{F}_{k-2}$

(*) Questo numero è intero ed è precisamente uguale alla differenza $m^{(j+1)}-m^{(j)}$, come si verifica sottraendo la prima dalla seconda delle (4).

ha $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1} S_{k-3}$ generatori situati sugli S_{k-1} considerati, quindi per essa e per $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1}$ coppie di punti prese su quegli S_{k-1} (una coppia su ciascuno) e fuori degli S_{k-3} passa uno spazio di dimensione:

$$m^{(k-2)} + \frac{2(n-m^{(j-1)})}{k-j+1} + k - 3 = \frac{(k-j+1)m^{(k-2)} - 2m^{(j-1)} + 2n}{k-j+1} + k - 3,$$

cioè, per la penultima delle (4), $= n + k - 3$. Questo S_{n+k-3} passa poi per l'S_{n+j-2}, poichè contiene la $\mathfrak{F}_{j-1}^{m^{(j-1)}}$ e gli $\frac{n-m^{(j-1)}}{k-j+1} S_{k-1}$ generatori che lo individuano; dunque: le $\mathfrak{F}_{k-2}^{m^{(k-2)}}$ della $S_{k-1} - \mathfrak{F}_k^n$ di S_{n+k-1} sono date dagli S_{n+k-3} passanti per un S_{n+j-2} fisso. Così proseguendo giungiamo a stabilire che:

" le $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m^{(j+\delta)}}$ minime ($\delta = 0, 1, 2, \ldots (k-j-1)$) della nostra $S_{k-1} - \mathfrak{F}_k^n$ di S_{n+k-1} si possono intendere determinate su di essa dagli $S_{n+j+\delta-1}$ passanti per un S_{n+j-2} fisso: esse sono quindi $\infty^{(k-j-\delta)(\delta+1)}$ (*). Inoltre per una $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m^{(j+\delta)}}$ passano $\infty^{\delta'(k-j-\delta-\delta')}$ $\mathfrak{F}_{j+\delta+\delta'}^{m^{(j+\delta+\delta')}}$ $(j+\delta+\delta' \leq k-1)$ e ciascuna di queste contiene $\infty^{\delta'(\delta+1)}$ $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m^{(j+\delta)}}$ (**) ".

Consideriamo ora una $S_k - \mathfrak{F}_{k+1}^n$ di S_{n+k} e, conservate sempre le solite notazioni, supponiamo che per essa nelle stesse $k-j$ relazioni, e in quelle soltanto, si verifichi il segno $=$.

Ogni varietà minima di dimensione $< k$ sta su ogni $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$. Ciò accade infatti, come già sappiamo, per le $\mathfrak{F}_1^{m'}$, $\mathfrak{F}_2^{m''}$, ... $\mathfrak{F}_{j-1}^{m^{(j-1)}}$; resta a dimostrarsi per le rimanenti.

(*) Possiamo osservare di più che per $\delta+1$ punti generici della $\mathfrak{F}_k^n$ ne passa una sola e che le $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ formano una serie lineare.

(**) Se conveniamo che $\mathfrak{F}_0$ sia simbolo di varietà inesistente, il ragionamento fatto per giungere a questo risultato sta anche per $j=1$, cioè per il caso eccezionale che in ognuna delle (III) si verifichi il segno $=$ e che sia perciò $m' = \frac{n}{k}$ $\left(\text{e quindi } m'' = \frac{2n}{k},\ m''' = \frac{3n}{k}, \ldots m^{(k-1)} = \frac{(k-1)n}{k}\right)$, come si verifica sommando membro a membro le (III) stesse (posto naturalmente in tutte il segno $=$) dopo averle moltiplicate dal basso rispettivamente per $1, 2, \ldots k-1$.

Se nella (II) facciamo variare h, δ e δ' in modo che sia $h+\delta+\delta'=k+1$ (e quindi $m^{(h+\delta+\delta')}=m^{(k+1)}=n$), otterremo relazioni nelle quali vale il segno di disuguaglianza. Se quindi poniamo $\delta'=1$ e successivamente per h e δ le coppie di valori rispettivi $(j-1,\ k-j+1)$, $(j,\ k-j)$, ... $(k-2,\ 2)$, $(k-1,\ 1)$, si otterranno le $k-j+1$ disuguaglianze:

$$
\begin{aligned}
&(k-j+2)m^{(k)} < m^{(j-1)} + (k-j+1)n \\
&(k-j+1)m^{(k)} < m^{(j)} + (k-j)n \\
(5)\qquad &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&3m^{(k)} < m^{(k-2)} + 2n \\
&2m^{(k)} < m^{(k-1)} + n.
\end{aligned}
$$

Se poi facciamo variare h, δ e δ' in modo che sia $h+\delta+\delta'\leq k$ con $h\geq j-1$, abbiamo relazioni nelle quali vale sempre il segno $=$; e se poniamo precisamente $\delta=1$ e successivamente per h e δ' le coppie di valori rispettivi $(j-1,\ k-j)$, $(j,\ k-j-1)$, ... $(k-3,2)$, $(k-2,\ 1)$, abbiamo le $k-j$ uguaglianze:

$$
\begin{aligned}
&(k-j+1)m^{(j)} = (k-j)m^{(j-1)} + m^{(k)} \\
&(k-j)m^{(j+1)} = (k-j-1)m^{(j)} + m^{(k)} \\
(6)\qquad &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&3m^{(k-2)} = 2m^{(k-3)} + m^{(k)} \\
&2m^{(k-1)} = m^{(k-2)} + m^{(k)}.
\end{aligned}
$$

Oltre queste relazioni valgono, per la nostra $\mathfrak{F}^{n}_{k-1}$, le (4), dove però sia fatto $n=m^{(k)}$. Infine se nella (II') poniamo $\delta'=1$ e $h=j-1$, deduciamo che l'ordine di una $\mathfrak{F}_{j+\delta-1}$ minima di una $\mathfrak{F}^{m^{(j+\delta)}}_{j+\delta}$ avente una $\mathfrak{F}_{j-1}$ minima di ordine $m^{(j-1)}$, non può superare il maggior numero intero contenuto in

$$
(\mathrm{II}'')\qquad \frac{m^{(j-1)}+\delta m^{(j+\delta)}}{\delta+1}.
$$

Allora se una $\mathfrak{F}^{m^{(j)}}_{j}$ non stesse su una $\mathfrak{F}^{m^{(k)}}_{k}$, presa al solito sulla $\mathfrak{F}^{m^{(j)}}_{j}$ una delle infinite curve di ordine $m^{(j)}-m^{(j-1)}$, questa con la $\mathfrak{F}^{m^{(k)}}_{k}$ genererebbe una $\mathfrak{F}_{k+1}$ di ordine $\leq m^{(k)}+m^{(j)}-m^{(j-1)}$

cioè $< n$, come si ha subito sommando la prima delle (5) con la prima delle (6).

Una $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$ sta anch'essa su ogni $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$, perchè, essendo la (o una) sua $\mathfrak{F}_j$ minima una $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ (*), se non vi stesse, presa sulla $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$ una delle infinite curve di ordine $m^{(j+1)} - m^{(j)}$, questa genererebbe con la $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ una $\mathfrak{F}_{k+1}$ di ordine $\leq m^{(k)} + m^{(j+1)} - m^{(j)}$, quindi $< n$, come si ha sommando la seconda delle (5) con la seconda delle (6).

Analogamente, con l'osservare che la (o le) $\mathfrak{F}_{j+1}$ minima di una $\mathfrak{F}_{j+2}^{m^{(j+2)}}$ è una $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$, che la (o le) $\mathfrak{F}_{j+2}$ minima di una $\mathfrak{F}_{j+3}^{m^{(j+3)}}$ è una $\mathfrak{F}_{j+2}^{m^{(j+2)}}$, etc. ..., giungiamo a dimostrare, che anche le $\mathfrak{F}_{j+2}^{m^{(j+2)}}$, $\mathfrak{F}_{j+3}^{m^{(j+3)}}$, ... $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ stanno su ogni $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$. Inoltre, essendo

$$2m^{(k)} < m^{(k-1)} + n,$$

per un ragionamento già fatto, si ha un'unica $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ e il teorema per una $S_k - \mathfrak{F}_{k+1}^n$ è evidentemente dimostrato, poichè le varietà minime di dimensione $< k$ sono tante quante quelle esistenti sulla $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$.

Presa ora una $S_{k+1} - \mathfrak{F}_{k+2}^n$ di S_{n+k+1}, per la quale nelle stesse $k - j$ relazioni, e solo in quelle, si verifichi il segno $=$, con ragionamento perfettamente analogo al precedente si dimostra che le $\mathfrak{F}_1^{m'}$, $\mathfrak{F}_2^{m''}$, ... $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ stanno su ogni $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ e su ogni $\mathfrak{F}_{k+1}^{m^{(k+1)}}$, quindi anche ogni $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ sta su ogni $\mathfrak{F}_{k+1}^{m^{(k+1)}}$, perchè, se non vi stesse, ge-

---

(*) La (o ogni) $\mathfrak{F}_j$ minima di una $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$ è una $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$. Infatti, per la (II''), il suo ordine è $\leq \dfrac{m^{(j-1)} + m^{(j+1)}}{2}$; ma per la seconda delle (4) fattovi $n = m^{(k)}$) è:

$$\frac{m^{(j-1)} + m^{(j+1)}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{k-j-1)\,m^{(j-1)} + 2m^{(k)}}{k-j+1} + m^{(j-1)}\right) = \frac{(k-j)\,m^{(j-1)} + m^{(k)}}{k-j+1}$$

e quindi, per la prima delle (4) medesime, $= m^{(j)}$; dunque la $\mathfrak{F}_j$ minima è proprio una $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ non potendo una $\mathfrak{F}_j$ esistente su F avere un ordine $< m^{(j)}$.

nererebbe con essa, nel modo solito, una $\mathfrak{F}_{k+2}$ di ordine $\leq m^{(k+1)} + m^{(k)} - m^{(k-1)}$ cioè $< n$ (*).

Essendo poi $2m^{(k+1)} < m^{(k)} + n$, si ha un'unica $\mathfrak{F}_{k+1}^{m^{(k+1)}}$ e le altre varietà minime esistenti sulla $S_{k+1} - \mathfrak{F}_{k+2}^{n}$ di S_{n+k+1} sono tante quante quelle esistenti sulla $\mathfrak{F}_{k+1}^{m^{(k+1)}}$. Il nostro teorema è dunque vero anche per una $\mathfrak{F}_{k+2}^{n}$ e quindi esso sta ancora per una $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^{n}$ ed è così dimostrato (**).

7. — Nel caso che in ognuna delle (I) si verifichi il segno di uguaglianza, cioè che sia $m' = \frac{n}{i+1}$, $m'' = \frac{2n}{i+1}$, ... $m^{(i)} = \frac{in}{i+1}$, le varietà normali di F si possono intendere determinate su di essa dagli S_n, S_{n+1}, ... S_{n+i-1} passanti per un S_{n-1} fisso cui appartiene un gruppo qualunque di $m'S_i$ generatori. Ne viene che: *le* $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$, *in tal caso, formano una serie lineare e che una* $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ *ed una* $\mathfrak{F}_{k'}^{m^{(k')}}$, *non poste l'una sull'altra, si tagliano in una* $\mathfrak{F}_{k+k'-i-1}^{m^{(k+k'-i-1)}}$ *minima, se è* $k + k' \geq i + 1$; *e se è invece* $k + k' < i$, *non hanno nulla in comune e stanno sopra una stessa* $\mathfrak{F}_{k+k'}^{m^{(k+k')}}$ *minima.*

8. — I teoremi dei n^i 5, 6 e 7 forniscono una classificazione in *specie* delle $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^{n}$ relativamente agli i numeri m', m'', ... $m^{(i)}$, che rappresentano gli ordini delle varietà minime.

Si vedrà più innanzi l'esistenza di $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^{n}$ di ogni specie aritmeticamente compatibile colle relazioni (I) cui devono soddisfare i numeri m', m'', ... $m^{(i)}$, e di più, che le varietà di una medesima specie sono proiettivamente identiche.

Notiamo infine che, esclusi i coni (come del resto abbiamo

(*) Poichè è $2m^{(k)} < m^{(k-1)} + m^{(k+1)}$ e $2m^{(k+1)} < m^{(k)} + n$, da cui sommando: $m^{(k+1)} + m^{(k)} - m^{(k-1)} < n$.

(**) Dal ragionamento stesso tenuto per la dimostrazione del teorema, emerge il fatto importantissimo, che si può *in ogni caso* determinare una successione di varietà minime di F poste ordinatamente l'una sull'altra.

sempre sottinteso), le nostre $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ $(i > 1)$ non contengono altri S_i all'infuori degli S_i generatori (*).

III.

$\mathfrak{F}^m_i$ *normali delle* $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$. *Generazione ed equazioni canoniche.*

9. — Per procedere alla ricerca delle $\mathfrak{F}^m_i$ normali (semplici) esistenti sulla F ci è necessario stabilire a quale spazio appartenga un gruppo qualsivoglia di μ S_i generatori. Dimostriamo perciò che:

Se è $\mu > m^{(j)} - m^{(j-1)}$ *e* $\mu \leq m^{(j+1)} - m^{(j)} + 1$ *un gruppo di* μ S_i *generatori appartiene ad un* $S_{m^{(j)}+(i-j+1)\mu+j-1}$ *contenente la* (*o ogni*) $\mathfrak{F}^{m^{(j)}}_j$ *minima* $(j = 0, 1, \ldots i, i+1)$.

Essi sono contenuti infatti nell' $S_{m^{(j)}+(i-j+1)\mu+j-1}$ congiungente l'$S_{m^{(j)}+j-1}$, cui la (o una) $\mathfrak{F}^{m^{(j)}}_j$ appartiene, con μ gruppi di $i-j+1$ punti generici scelti sopra quegli stessi S_i e fuori degli S_{j-1} generatori della $\mathfrak{F}^{m^{(j)}}_j$, che vi giacciono; ma supponiamo che possano stare in un $S_{m^{(j)}+(i-j+1)\mu+j-2}$. Consideriamo allora una successione di varietà minime poste l'una sull'altra e prendiamo sopra ogni $\mathfrak{F}^{m^{(j+\delta)}}_{j+\delta}$ $(\delta = 1, 2, \ldots i-j)$ e fuori della $\mathfrak{F}^{m^{(j+\delta-1)}}_{j+\delta-1}$, $m^{(j+\delta)} - m^{(j+\delta-1)} - \mu + 1$ (**) punti, situati su altrettanti $S_{j+\delta-1}$ generatori distinti fra loro e distinti da quelli esistenti sui μ S_i considerati. Si ha così un totale di $m^{(i)} + m^{(j)} - (i-j)(\mu+1)$ punti, e lo spazio che li congiunge allo $S_{m^{(j)}+(i-j+1)\mu+j-2}$, che ha al più la dimensione $m^{(i)} + \mu + i - 2$, contiene la $\mathfrak{F}^{m^{(i)}}_i$ della successione considerata. Esso infatti con-

---

(*) Se infatti nella (II) poniamo $h=0$, $\delta=1$, $\delta'=i-1$, si ha: $im' \leq m^{(i}$ e, dovendo essere $m' \geq 1$, sarà ancora $m^{(i)} \geq i$, il che ci dice di più, che le $\mathfrak{F}_i$ semplici di F non possono avere un ordine inferiore ad i.

(**) Perchè la dimostrazione non sia illusoria deve essere $m^{(j+\delta)} - m^{(j+\delta-1)} - \mu + 1 \geq 0$ $(\delta = 1, 2, \ldots i-j)$ e siccome è (V. nota prima del n° 5) $m^{(j+1)} - m^{(j)} \leq m^{(j+2)} - m^{(j+1)} \geq \ldots \leq n - m^{(i)}$, basta che sia $m^{(j+1)} - m^{(j)} - \mu + 1 \geq 0$ cioè $\mu \leq m^{(j+1)} - m^{(j)} + 1$; restrizione già introdotta nell'enunciato del nostro teorema.

tiene la (o ogni) $\mathfrak{F}_1^{m'}$ perchè è $\mu > m'$ (per l'ipotesi $\mu > m^{(j)} - m^{(j-1)}$); contiene la (o ogni) $\mathfrak{F}_2^{m''}$ contenendo di essa una $\mathfrak{F}_1^{m'}$ e le μ generatrici giacenti sui μS_i generatori considerati ed è $\mu + m' > m''$; ... contiene infine la (o ogni) $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ contenendo di essa una $\mathfrak{F}_{j-1}$ composta di ordine $\mu + m^{(j-1)} > m^{(j)}$ similmente costituita. Inoltre, per la scelta particolare dei punti sulle rimanenti varietà minime, le contiene per intiero, perchè taglia la $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$ in una $\mathfrak{F}_j$ composta di ordine

$$m^{(j)} + \mu + (m^{(j+1)} - m^{(j)} - \mu + 1) > m^{(j+1)};$$

la $\mathfrak{F}_{j+2}^{m^{(j+2)}}$ in una $\mathfrak{F}_{j+1}$ di ordine

$$m^{(j+1)} + \mu + (m^{(j+2)} - m^{(j+1)} - \mu + 1) > m^{(j+2)};$$

... la $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ in una $\mathfrak{F}_{i-1}$ di ordine

$$m^{(i-1)} + \mu + (m^{(i)} - m^{(i-1)} - \mu + 1) > m^{(i)}.$$

Un tale $S_{m^{(i)}+\mu+i-2}$ contiene dunque di F una $\mathfrak{F}_i$ di ordine $\mu + m^{(i)}$, il che (n° 2) è assurdo. Il teorema è quindi dimostrato.

10. — Per $j = 0$ il teorema precedente ci dice che: *se è* $\mu \leq m' + 1$, μ S_i *generatori appartengono ad un* $S_{(i+1)\mu-1}$, *cioè sono indipendenti.*

Se è $\mu = m' + 2$ ed esistono sulla F infinite $\mathfrak{F}_1^{m'}$, $\mathfrak{F}_2^{m''}$, ... $\mathfrak{F}_{j-1}^{m^{(j-1)}}$ ed un'unica $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ $(j = 1, 2, \ldots i + 1)$, per modo che $m' = m'' - m' = m''' - m'' = \ldots = m^{(j)} - m^{(j-1)} < m^{(j+1)} - m^{(j)}$ e μ resti compreso fra $m^{(j)} - m^{(j-1)}$ e $m^{(j+1)} - m^{(j)} + 1$: lo spazio cui essi appartengono è un $S_{m^{(j)}+(i-j+1)(m'+2)+j-1}$, che ha una dimensione minore di $(i + 1)(m' + 2) - 1$ (*). Dunque: *se è* $\mu > m' + 1$, μ S_i *generatori sono dipendenti.*

Per $j = i + 1$ si ha che: *se è* $\mu > n - m^{(i)}$, μ S_i *appartengono allo spazio ambiente* S_{n+i}.

(*) Se infatti ciò non fosse, sarebbe $jm' < m^{(j)} - j$, il che è assurdo, perchè per la nostra ipotesi è $jm' = m^{(j)}$.

11. — Ci sarà facile ora determinare tutte le $\mathfrak{F}_i^m$ (semplici) di F di ordine $m \leq n$ (e $> m^{(i)}$).

Una tale $\mathfrak{F}_i^m$ sta sempre con $n-m\, S_i$ generatori in un S_{n+i-1} (n° 2), e viceversa un S_{n+i-1}, passante per lo spazio cui appartengono $n-m\, S_i$ generatori, taglia ulteriormente la F in una $\mathfrak{F}_i$, la quale, se è $n-m > m^{(i)} - m^{(i-1)}$, si spezza nella (o in una) $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ minima e in $n - m^{(i)}\, S_i$; ma se è invece $n-m \leq m^{(i)} - m^{(i-1)}$, la $\mathfrak{F}_i$ residua è in generale semplice. Quindi si vede che, escluse le $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ minime, *l'ordine* m *di una* $\mathfrak{F}_i^m$ *(semplice) segnata sulla* F *non può essere minore di* $\mathrm{n} + \mathrm{m}^{(i-1)} - \mathrm{m}^{(i)}$. Se è $n-m \leq$ $\leq m^{(j+1)} - m^{(j)} + 1$ (e quindi, posto che esista sulla F un'unica $\mathfrak{F}_{j+\delta}^{m^{(j+\delta)}}$ ($\delta = 1, 2, \ldots i-j$) almeno, $n-m \leq m^{(i)} - m^{(i-1)}$) e inoltre $n-m > m^{(j)} - m^{(j-1)}$, gli $n-m\, S_i$ generatori appartengono ad un $S_{m^{(j)}+(i-j+1)(n-m)+j-1}$ contenente la (o ogni) $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$; se poi è $n-m \leq m^{(j+1)} - m^{(j)}$ (e quindi in ogni caso $\leq m^{(i)} - m^{(i-1)}$) e $n-m > m^{(j)} - m^{(j-1)}$ (cosa che non può darsi quando è $2m^{(j)} = m^{(j-1)} + m^{(j+1)}$), gli $n-m\, S_i$ generatori appartengono ancora ad uno spazio di quella dimensione, contenente però l'*unica* $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ minima. Da tutto ciò segue:

Le $\mathfrak{F}_i^m$ *(semplici) di* $\mathrm{F}\,(\mathrm{n} - \mathrm{m}^{(j+1)} + \mathrm{m}^{(j)} - 1 \leq \mathrm{m} < \mathrm{n} - \mathrm{m}^{(j)} + \mathrm{m}^{(j-1)}$, $\mathrm{j} = 0, 1, 2, \ldots \mathrm{i}-1)$ *sono date dagli* S_{n+i-1} *passanti per un* $\mathrm{S}_{m^{(j)}+(i-j+1)(n-m)+j-1}$: *esse sono quindi*

$$\infty^{(i-j+1)m-(i-j)n-m^{(j)}+i-j},$$

passano per la (o ogni) $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ *minima e costituiscono una serie lineare, sì che per*

$$(i-j+1)m - (i-j)n - m^{(j)} + i - j$$

punti generici della F *ne passa una sola.*

Due $\mathfrak{F}_i$ *degli ordini* m_1 *e* m_2, *non passanti entrambe per una* $\mathfrak{F}_{i-1}^{m^{(i-1)}}$ *minima, si segano in una* $\mathfrak{F}_{i-1}$ *di ordine* $\mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2 - \mathrm{n}$.

Una $\mathfrak{F}_i^m$ *non passante per una* $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ ($\mathrm{j} = 1, 2, \ldots, \mathrm{i}-1$) *la taglia in una* $\mathfrak{F}_{j-1}$ *di ordine* $\mathrm{m} + \mathrm{m}^{(j)} - \mathrm{n}$.

12. — Dal n° precedente si ha in particolare l'esistenza su una $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^n$ di infinite $\mathfrak{F}_i$ di ordine $n-m'$ non passanti

per alcuna varietà minima. Esse intersecano una $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ in una $\mathfrak{F}_{i-1}$ di ordine $(n-m')+m^{(i)}-n=m^{(i)}-m'$, la quale ne è curva minima (*); quindi (V. settima nota del n° 5) su ognuna di esse esistono infinite curve di ordine $(n-m')-(m^{(i)}-m')=n-m^{(i)}$; ed ecco dimostrato che: *su una qualunque* $S_i-\mathfrak{F}_{i+1}^n$ *di* S_{n+i} *esistono infinite curve di ordine* $n-m^{(i)}$.

13. — Se applichiamo il teorema testè dimostrato alle diverse varietà minime di F, si ha, senz'altro, che su essa esistono oltre la (o le) $\mathfrak{F}_1^{m'}$, infinite curve degli ordini $m''-m'$, $m'''-m''$, $\ldots m^{(i)}-m^{(i-1)}$, $n-m^{(i)}$: $i+1$ curve aventi rispettivamente questi ordini sono punteggiate proiettivamente dagli S_i generatori di F, quindi ne segue:

Si può sempre generare la varietà F *di specie* $(m', m'', \ldots m^{(i)})$ *mediante* $i+1$ *curve razionali normali proiettive degli ordini* $m', m''-m', \ldots m^{(i)}-m^{(i-1)}$, $n-m^{(i)}$, *ovvero (il che può considerarsi come conseguenza di ciò) mediante una* $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ $(j=1, 2, \ldots i)$ *di specie* $(m', m'', \ldots m^{(j-1)})$ *ed una* $\mathfrak{F}_{i-j+1}^{n-m^{(j)}}$ *di specie* $(m^{(j+1)}-m^{(j)}, m^{(j+2)}-m^{(j)}, \ldots m^{(i)}-m^{(j)})$ *corrispondentisi proiettivamente* (gli spazi cui quelle curve o queste ultime varietà appartengono, naturalmente, devono essere indipendenti, perchè la varietà generata appartenga ad S_{n+i}).

Viceversa, se i numeri $m', m'', \ldots m^{(i)}$ soddisfano le (I), cioè se è $m' \leq m''-m' \leq m'''-m'' \leq \ldots \leq m^{(i)}-m^{(i-1)} \leq n-m^{(i)}$, $i+1$ curve punteggiate proiettivamente, aventi quei numeri per ordini e appartenenti a spazi indipendenti, generano con gli S_i che uniscono punti corrispondenti una $S_i-\mathfrak{F}_{i+1}^n$ di S_{n+i} della specie $(m', m'', \ldots m^{(i)})$. Infatti le prime due curve generano una $S_1-\mathfrak{F}_2^{m''}$ di $S_{m''+1}$, questa con la terza una $S_2-\mathfrak{F}_3^{m'''}$ di $S_{m'''+2}$, etc. ... e la curva di ordine m', la $\mathfrak{F}_2$ di ordine m'', la $\mathfrak{F}_3$ di ordine m''',... sono appunto le varietà minime della $S_i-\mathfrak{F}_{i+1}^n$ di S_{n+i} generata.

(*) Si ha infatti dalla (II) ponendo $h=1$, $\delta=i-1$, $\delta'=1$

$$m^{(i)} \leq \frac{m'+(i-1)(n-m')}{i}, \text{ da cui } m^{(i)}-m' \leq \frac{(i-1)(n-m')}{i};$$

la quale spiega il nostro asserto.

14. — Questa generazione conduce spontaneamente ad una forma canonica delle equazioni delle $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ normali, dalle quali equazioni risulta, che queste varietà non hanno altri invarianti assoluti oltre i numeri $m', m'', \ldots m^{(i)}$ e che le varietà di una medesima specie sono proiettivamente identiche.

Consideriamo infatti quelle $i+1$ curve degli ordini rispettivi $m', m''-m', \ldots n-m^{(i)}$ e, degli $n+i+1$ vertici della piramide fondamentale in una determinazione dei punti di S_{n+i} mediante coordinate $(x_0, x_1, \ldots x_{n+i})$, assumiamo i primi $m'+1$ nello spazio $S_{m'}$ cui appartiene la prima curva, l'$(m'+2)$-esimo, l'$(m'+3)$-esimo, ... l'$(m''+2)$-esimo nello spazio $S_{m''-m'}$ cui appartiene la seconda curva, etc.... in modo, che le equazioni di quelle curve siano rispettivamente:

$$x_0 = 1,\ x_1 = \lambda, \ldots x_{m'} = \lambda^{m'};\ x_{m'+1} = 0,\ x_{m'+2} = 0, \ldots x_{m''+1} = 0;$$
$$\ldots x_{m^{(i)}+1} = 0,\ x_{m^{(i)}+i+1} = 0,\ \ldots x_{n+i} = 0$$

$$x_0 = 0,\ x_1 = 0, \ldots x_{m'} = 0;\ x_{m'+1} = 1,\ x_{m'+2} = \lambda, \ldots x_{m''+1} = \lambda^{m''-m'};$$
$$\ldots x_{m^{(i)}+1} = 0,\ x_{m^{(i)}+i+1} = 0,\ \ldots x_{n+i} = 0$$

. . . . . .

$$x_0 = 0,\ x_1 = 0, \ldots x_{m'} = 0;\ x_{m'+1} = 0,\ x_{m'+2} = 0, \ldots x_{m''+1} = 0;$$
$$\ldots x_{m^{(i)}+i} = 1,\ x_{m^{(i)}+i+1} = \lambda, \ldots x_{n+i} = \lambda^{n-m^{(i)}}$$

e, che siano punti corrispondenti quelli dati dallo stesso valore del parametro λ.

Allora le equazioni della F generata sono:

$$x_0 = 1,\quad x_1 = \lambda,\quad x_2 = \lambda^2,\ \ldots x_{m'} = \lambda^{m'},$$
$$x_{m'+1} = \mu_1,\ x_{m'+2} = \mu_1\lambda,\ x_{m'+3} = \mu_1\lambda^2,\ \ldots x_{m''+1} = \mu_1\lambda^{m''-m'},$$

. . . . . .

$$x_{m^{(i)}+i} = \mu_i,\ x_{m^{(i)}+i+1} = \mu_i\lambda,\ x_{m^{(i)}+i+2} = \mu_i\lambda^2, \ldots x_{n+i} = \mu_i\lambda^{n-m^{(i)}}$$

dove le $\lambda, \mu_1, \mu_2, \ldots \mu_i$ sono altrettanti parametri variabili.

Eliminandoli si ottengono le equazioni di F sotto la forma:

$$\frac{x_0}{x_1} = \frac{x_1}{x_2} = \ldots = \frac{x_{m'-1}}{x_{m'}} = \frac{x_{m'+1}}{x_{m'+2}} = \frac{x_{m'+2}}{x_{m'+3}} = \ldots = \frac{x_{m''}}{x_{m''+1}} = \ldots$$
$$\ldots = \frac{x_{m^{(i)}+i}}{x_{m^{(i)}+i+1}} = \frac{x_{m^{(i)}+i+1}}{x_{m^{(i)}+i+2}} = \ldots = \frac{x_{n+i-1}}{x_{n+i}}$$

o anche

$$\begin{vmatrix} x_0\, x_1 \dots x_{m'-1}\, x_{m'+1} \dots x_{m''}\, x_{m''+2} \dots x_{m^{(i)}+i-2}\, x_{m^{(i)}+i} \dots x_{n+i-1} \\ x_1\, x_2 \dots x_{m'}\, x_{m'+2} \dots x_{m''+1}\, x_{m''+3} \dots x_{m^{(i)}+i-1}\, x_{m^{(i)}+i+1} \dots x_{n+i} \end{vmatrix} = 0$$

IV.

Varietà normali delle $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ e loro specie diverse.

15. — Una qualunque $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ $(j = 1, 2, \dots i)$ minima di F è, come già sappiamo, di specie $(m', m'' \dots m^{(j-1)})$. Vediamo ora le diverse specie di $\mathfrak{F}_i^m$ (semplici) $(m^{(i)} < m \leq n + m^{(i-1)} - m^{(i)})$, per poi intrattenerci brevemente sulle varietà normali di F di dimensione $< i$, che non sono varietà minime.

Una $\mathfrak{F}_i^m$ passante per la (o ogni) $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ (quindi $n - m^{(j+1)} + m^{(j)} - 1 \leq m < n - m^{(j)} + m^{(j-1)}$, $j = 0, 1, 2 \dots i-1$) ed avente perciò per $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \dots \mathfrak{F}_j$ minime, le $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \dots \mathfrak{F}_j$ minime di F, taglia la (o ogni) $\mathfrak{F}_s^{m^{(s)}}$ minima di F $(j+1 \leq s \leq i)$ in una $\mathfrak{F}_{s-1}$ di ordine $m + m^{(s)} - n$, la quale, se è

$$m + m^{(s)} - n \leq I\,\frac{(i-s+1)m^{(j)} + (s-j-1)m}{i-j}$$

ossia:

$$m \leq \frac{(i-j)(n-m^{(s)}) + (i-s+1)\,m^{(j)}}{i-s+1}, \tag{7}$$

ne è $\mathfrak{F}_{s-1}$ minima (*).

(*) Infatti, dalla (II'), ponendo $h = j$, $\delta = s - j - 1$, $\delta' = i - s + 1$, ricaviamo appunto, che l'ordine della (o di una) $\mathfrak{F}_{s-1}$ minima di una $\mathfrak{F}_i^m$ razionale normale avente una $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ per $\mathfrak{F}_j$ minima non può superare il numero

$$I\,\frac{(i-s+1)m^{(j)} + (s-j-1)m}{i-j}$$

e sappiamo ancora, che una $\mathfrak{F}_{s-1}$ che abbia un ordine non superiore a questo numero è effettivamente $\mathfrak{F}_{s-1}$ minima.

Per particolari $\mathfrak{F}_i^m$ condotte per un numero

$$\geq I\,\frac{(i-s+1)(m-m^{(j)})}{i-j} + m^{(s)} - n$$

di spazi generatori di una $\mathfrak{F}_s^{m^{(s)}}$, avviene ancora, pur non essendo verificata la (7), che le loro $\mathfrak{F}_{s-1}$ minime stanno su quella $\mathfrak{F}_s^{m^{(s)}}$.

Osserviamo ora che se la (7) non è verificata per $s = r$, ma lo è invece per $s = r + 1$; essa non è verificata per tutti i valori di s che non superano r, ma lo è invece per tutti quelli $\geq r + 1$ (e naturalmente $\leq i$) (*); quindi: se è

$$m > \frac{(i-j)(n-m^{(r)})+(i-r+1)m^{(j)}}{i-r+1} \quad \text{e} \quad m \leq \frac{(i-j)(n-m^{(r+1)})+(i-r)m^{(j)}}{i-r},$$

le $\mathfrak{F}_{j+1}, \mathfrak{F}_{j+2}, \ldots \mathfrak{F}_{r-1}$ minime della $\mathfrak{F}_i^m$ non stanno in generale sulle $\mathfrak{F}_{j+2}^{m^{(j+2)}}, \mathfrak{F}_{j+3}^{m^{(j+3)}}, \ldots \mathfrak{F}_r^{m^{(r)}}$ minime di F, mentre ciò accade per le $\mathfrak{F}_r, \mathfrak{F}_{r+1}, \ldots \mathfrak{F}_{i-1}$, che stanno rispettivamente sulle $\mathfrak{F}_{r+1}^{m^{(r+1)}}$, $\mathfrak{F}_{r+2}^{m^{(r+2)}}, \ldots \mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ ed hanno gli ordini $m + m^{(s)} - n$, con $s = r + 1$, $r + 2, \ldots i$.

16. — Supponiamo dapprima che la (7) non sia verificata per $s = i$. Per l'osservazione precedente nessuna $\mathfrak{F}_{j+\delta}$ minima ($\delta = 1, 2, \ldots i - j - 1$) della $\mathfrak{F}_i^m$ è situata su varietà minime di F. In tale ipotesi dimostriamo che:

Gli ordini delle $\mathfrak{F}_s$ *minime* ($s = j + 1, j + 2, \ldots i - 1$) *di una* $\mathfrak{F}_i^m$ *di* F *passante per la (o ogni)* $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ *e il cui ordine soddisfi la:*

$$m > (i - j)(n - m^{(i)}) + m^{(j)}$$

sono dati dalla:

$$\text{(IV)} \qquad I\,\frac{(i-s)m^{(j)}+(s-j)m}{i-j}.$$

Ciò intanto è vero per la (o le) $\mathfrak{F}_{i-1}$ minima.

Infatti: consideriamo una $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$ passante per la (o ogni) $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ ed una $\mathfrak{F}_i^{\mu}$ per la $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$. Questa $\mathfrak{F}_i^{\mu}$ si può far passare ancora (n° 11) per altri $(i-j)\mu + (i-j-1)n - m^{(j+1)} + i - j - 1$ punti; quindi se scelgo μ in modo che sia:

$$(i - j)\mu - (i - j - 1)n - m^{(j+1)} + i - j - 1 \geq$$
$$\geq (i - j - 1)(m + m^{(j+1)} - m^{(j)} - n)$$

(*) Se la (7) fosse verificata per $s = r + 1$ e non per $s = r + 2$ verremmo all'assurdo: $(i - r)m^{(r+2)} > (i - r + 1)m^{(r+1)} + n$, subito riscontrato ponendo nella (II) $h = r + 1$, $\delta = 1$, $\delta' = i - r - 1$.

cioè

$$\mu \geq I\frac{(i-j-1)(m-m^{(j)})}{i-j}+m^{(j+1)},$$

potremo sempre condurla per $m+m^{(j+1)}-m^{(j)}-n$ S_{i-1} generatori della $\mathfrak{F}_i^m$ (*) e la ulteriore intersezione con essa sarà perciò una $\mathfrak{F}_{i-1}$ semplice di ordine

$$(\mu+m-n)-(m+m^{(j+1)}-m^{(j)}-n)=\mu-m^{(j+1)}+m^{(j)}.$$

Il minimo valore di $\mu-m^{(j+1)}+m^{(j)}$ si ha per

$$\mu=I\frac{(i-j-1)(m-m^{(j)})}{i-j}+m^{(j+1)}$$

ed è precisamente dato da

$$I\frac{m^{(j)}+(i-j-1)m}{i-j}. \tag{8}$$

Una $\mathfrak{F}_{i-1}$ che abbia un tale ordine (lo indicheremo brevemente con $m_{i-1}^{(i-1)}$) è effettivamente una $\mathfrak{F}_{i-1}$ minima della $\mathfrak{F}_i^m$, quindi per $s=i-1$ la (IV) sta.

La $\mathfrak{F}_{i-1}^{m_{i-1}^{(i-1)}}$ ora trovata è razionale normale ed ha per $\mathfrak{F}_j$ minima una $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$, quindi l'ordine $m_{i-2}^{(i-2)}$ della sua $\mathfrak{F}_{i-2}$ minima, che è anche $\mathfrak{F}_{i-2}$ minima della $\mathfrak{F}_i^m$ (**), ci è fornito dalla (8), fattovi s'intende $m=m_{i-1}^{(i-1)}$ e posto $i-1$ in luogo di i. Quest' ordine, eseguiti i calcoli, è dato appunto da

$$I\frac{2m^{(j)}+(i-j-2)m}{i-j-1}$$

e la (IV) sta anche per $s=i-2$. Così proseguendo si giunge a dimostrare il teorema.

(*) La $\mathfrak{F}_i^m$ taglia la $\mathfrak{F}_{j+1}^{m^{(j+1)}}$ in una $\mathfrak{F}_j$ di ordine $m+m^{(j+1)}-n$ spezzata nella $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ minima e in $m+m^{(j+1)}-n-m^{(j)}$ S_j generatori e la $\mathfrak{F}_i^m$ può condursi appunto per gli $m+m^{(j+1)}-m^{(j)}-n$ S_{i-1} generatori della $\mathfrak{F}_i^m$ contenenti quegli S_j.

(**) Se infatti la $\mathfrak{F}_{i-2}$ minima della $\mathfrak{F}_i^m$ avesse un ordine $< m_{i-2}^{(i-2)}$, esisterebbe, sulla $\mathfrak{F}_{i-1}^{m_{i-1}^{(i-1)}}$, una $\mathfrak{F}_{i-2}$ di ordine $< m_{i-2}^{(i-2)}$.

17. — Supponiamo ora più in generale che la (7) non sia verificata per $s = r$, ma lo sia invece per $s = r + 1$. Per quanto già dicemmo, le $\mathfrak{F}_r, \mathfrak{F}_{r+1}, \ldots \mathfrak{F}_{i-1}$ minime della $\mathfrak{F}_i^m$ stanno sulle $\mathfrak{F}_{r+1}^{m^{(r+1)}}, \mathfrak{F}_{r+2}^{m^{(r+2)}}, \ldots \mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ minime di F e le $\mathfrak{F}_{j+1}, \mathfrak{F}_{j+2}, \ldots \mathfrak{F}_{r-1}$ minime saranno date dalle $\mathfrak{F}_{j+1}, \mathfrak{F}_{j+2}, \ldots \mathfrak{F}_{r-1}$ minime della $\mathfrak{F}_r$ minima, che ha un ordine $m + m^{(r+1)} - n$; quindi, tenendo conto dei risultati precedentemente ottenuti, possiamo concludere:

Le varietà minime di una $\mathfrak{F}_i^m$ *passante per la* (o ogni) $\mathfrak{F}_j^{m^{(j)}}$ $(j = 0, 1, 2, \ldots i - 1)$ *il cui ordine* m *soddisfi di più la:*

$$m > \frac{(i-j)(n - m^{(r)}) + (i - r + 1)\, m^{(j)}}{i - r + 1}$$

e la:

$$m \leq \frac{(i-j)(n - m^{(r+1)}) + (i - r)\, m^{(j)}}{i - r}$$

hanno gli ordini seguenti:

le $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots \mathfrak{F}_j$ *hanno rispettivamente gli ordini* $\mathrm{m}', \mathrm{m}'', \ldots \mathrm{m}^{(j)}$ *e non sono altro che le* $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2, \ldots \mathfrak{F}_j$ *minime di* F;

le $\mathfrak{F}_{j+1}, \mathfrak{F}_{j+2}, \ldots \mathfrak{F}_{r-1}$ *hanno rispettivamente gli ordini dati dalla:*

$$I\,\frac{(r-s)\, m^{(j)} + (s-j)(m + m^{(r+1)} - n)}{r - j} \qquad (s = j+1, j+2, \ldots r-1);$$

le $\mathfrak{F}_r, \mathfrak{F}_{r+1}, \ldots \mathfrak{F}_{i-1}$ *hanno gli ordini dati dalla:*

$$m + m^{(s+1)} - n \qquad (s = r, r+1, \ldots i-1;$$

e fanno parte dell'intersezione della $\mathfrak{F}_i^m$ *con le* $\mathfrak{F}_{r+1}, \mathfrak{F}_{r+2}, \ldots \mathfrak{F})$ *minime di* F (*).

(*) Facciamo qui un'osservazione che ci servirà in seguito. Per $j = 0$ il teorema dimostrato ci dice che gli ordini delle $\mathfrak{F}_s$ minime $(s = 1, 2, \ldots r)$ di una $\mathfrak{F}_i^m \left(\frac{i(n - m^{(r)})}{i - r + 1} < m \leq \frac{i(n - m^{(r+1)})}{i - r} \right)$ non passante per alcuna varietà minima di F sono dati dalla $I\,\frac{s(m + m^{(r+1)} - n)}{r}$ $(s = 1, 2, \ldots\ldots r$ dove r ha significato di numero. Ma r, dipendentemente da m, è un parametro variabile da 1 ad i; se quindi teniamo fisso s e non diciamo nulla a riguardo di m, si ha che, *l'ordine di una* $\mathfrak{F}_s$ *minima di una qualunque* $\mathfrak{F}_i^m$ *non passante per alcuna varietà minima di* F *è dato da uno degli* $\mathrm{i} - \mathrm{s} + 1$ *valori della* $\mathrm{I}\,\frac{\mathrm{s}(\mathrm{m} + \mathrm{m}^{(r+1)} - \mathrm{n})}{\mathrm{r}}$, r *variando da* s *ad* i.

Così abbiamo determinato le diverse specie di $\mathfrak{F}_i^m$ esistenti sulla F e questi risultati applicati alle $\mathfrak{F}_i^m$ medesime ci forniscono le $\mathfrak{F}_{i-1}$, applicati alle $\mathfrak{F}_{i-1}$ ci forniscono le $\mathfrak{F}_{i-2}$ etc. e il problema della determinazione delle varietà normali di F può considerarsi risoluto.

18. — Noi ci intratterremo solo a dimostrare un teorema, del quale quello dimostrato al n° 12 non è che un caso particolare. E cioè:

Esistono sulla F *infinite* $\mathfrak{F}_r$ $(r=1,2,\ldots i)$ *di ordine* $n-m^{(i-r+1)}$ *e di specie* $(m^{(i-r+2)}-m^{(i-r+1)},\ m^{(i-r+3)}-m^{(i-r+1)},\ldots m^{(i)}-m^{(i-r+1)})$ *non passanti per alcuna varietà minima.* Per $r=i$ il teorema è vero. Esistono infatti sulla F infinite $\mathfrak{F}_i^{n-m'}$ (n° 11) non contenenti alcuna varietà minima e le cui varietà minime sono date dall'intersezione delle $\mathfrak{F}_i^{n-m'}$ medesime con le varietà minime di F, poichè in tal caso la (7) è verificata per $s=2$ (*); esse sono quindi di specie $(m''-m',\ m'''-m',\ldots m^{(i)}-m')$. Su ogni $\mathfrak{F}_i^{n-m'}$ esistono allora infinite $\mathfrak{F}_{i-2}$ di ordine $(n-m')-(m''-m')=$ $=n-m'')$ le cui varietà minime sono date dall'intersezione, con le varietà minime, della $\mathfrak{F}_{i-1}^{n-m'}$ su cui stanno e sono perciò di specie $(m'''-m'',\ m^{(\text{iv})}-m'',\ldots m^{(i)}-m'')$.

Analogamente, su ogni $\mathfrak{F}_{i-1}^{n-m''}$ esistono infinite $\mathfrak{F}_{i-2}^{n-m'''}$ di specie $(m^{(\text{iv})}-m''',\ m^{(\text{v})}-m''',\ldots m^{(i)}-m''')$ ... etc. ed il teorema è dimostrato.

V.

Rappresentazione sopra un S_{i+1}.

19. — Prima di procedere alla rappresentazione della F sopra un S_{i+1} è necessario che stabiliamo la seguente proposizione:

Condizione necessaria e sufficiente, perchè un S_{n-1} *passante per* $t_0 S_0, t_1 S_1, t_2 S_2, \ldots t_i S_i$ *della* F, *non contenga di questa alcuna varietà semplice, è che sia:*

(*) La (7) in questo caso e con questa sostituzione si trasforma infatti nell'altra: $i m'' \leq (i-1)m' + n$, la quale non è altro che la (II) fattovi $h=1$, $\delta=1$, $\delta'=i-1$.

$$
\text{(V)} \qquad
\begin{aligned}
t_i &\leq m' \\
t_{i-1} + 2t_i &\leq m'' \\
t_{i-2} + 2t_{i-1} + 3t_i &\leq m''' \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
t_1 + 2t_2 + \ldots + (i-2)t_{i-2} + (i-1)t_{i-1} + it_i &\leq m^{(i)} \\
t_0 + 2t_1 + 3t_2 + \ldots + (i-1)t_{i-2} + it_{i-1} + (i+1)t_i &\leq n
\end{aligned}
$$

o sinteticamente:

$$
(s-i)t_0 + (s-i+1)t_1 + \ldots + (s-i+k)t_k + \ldots + (s-1)t_{i-1} + st_i \leq m^{(s)}
$$
$$
(s = 1, 2, \ldots i+1) \qquad (k > i-s).
$$

Poichè la cosa è vera per le $S_2 - \mathfrak{F}_3^n$, ammettiamola per le $S_{i-1} - \mathfrak{F}_i^n$ e dimostriamola per le $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^n$: così sarà dimostrata in generale.

Si abbia dunque una $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^n$ di S_{n+i}: se si prendono su essa $t_0 S_0$, $t_1 S_1, \ldots t_i S_i$, affinchè per essi passi un S_{n-1} è intanto necessario che sia:

$$
t_0 + 2t_1 + 3t_2 + \ldots + it_{i-1} + (i+1)t_i \leq n.
$$

Inoltre un tale S_{n-1} contiene $t_1 S_0$, $t_2 S_1, \ldots t_i S_{i-1}$ della (o di ogni) $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ minima, quindi, perchè di questa, che è di specie $(m', m'', \ldots m^{(i-1)})$, non contenga alcuna varietà semplice, deve aversi per la nostra ipotesi:

$$
(s-i+1)t_1 + (s-i+2)t_2 + \ldots + (s-i+k)t_k + \ldots + (s-1)t_{i-2} + st_{i-1} \leq m^{(s)}
$$
$$
(s = 1, 2 \ldots i) \qquad (k > i-s-1);
$$

relazioni, che unite all' altra trovata dimostrano come le (V) siano necessarie.

Dimostriamo ora che sono sufficienti. Un S_{n+i-1} per l'S_{n-1} taglia la $S_i - \mathfrak{F}_{i+1}^n$ in una $\mathfrak{F}_i^{n-t_i}$ (in generale semplice) non contenente alcuna varietà minima (n° 11) e passante pei $t_0 S_0$, $t_1 S_1$, $t_{i-1} S_{i-1}$; inoltre essa ha $t_i S_{i-1}$ generatori situati sui $t_i S_i$ della F considerati, quindi l'S_{n-t_i-1}, secondo cui l'S_{n-1} taglia l'S_{n-t_i+i-1}

cui la $\mathfrak{F}_i^{n-t_i}$ appartiene, contiene di questa $t_0 S_0$, $t_1 S_1$, ... $t_{i-2} S_{i-2}$, $t_{i-1} + t_i S_{i-1}$. Se dunque è:

$$(s-i+1)t_0 + (s-i+2)t_1 + \ldots + (s-i+k+1)t_k + \ldots + \\ + (s-1)t_{i-1} + st'_{i-1} \leq m_1^{(s)} \\ (s=1, 2, \ldots i) \qquad (k > i-s-1),$$

avendo posto $t_{i-1} + t_i = t'_{i-1}$ e indicato con $m_1^{(s)}$ l' ordine della (o di una) $\mathfrak{F}_s$ minima $(s=1, 2, \ldots i)$ della $\mathfrak{F}_i^{n-t_i}$, l' S_{n-t_i-1} (e quindi l' S_{n-1}) non conterrà di questa alcuna varietà minima e sarà provato che le (V) sono anche sufficienti.

Ora il numero $m_1^{(s)}$ (V. la nota del n° 17) ha uno degli $i-s+1$ valori dati dalla $I\frac{s(m^{(r+1)}-t_i)}{r}$ $(r=s, s+1, \ldots i)$; se quindi indichiamo con $\frac{s(m^{(r+1)}-t_i)-\lambda}{r}$ $(\lambda \leq r-1)$ il massimo numero intero contenuto in $\frac{s(m^{(r+1)}-t_i)}{r}$, dovremo far vedere che è:

$$(9) \qquad r(s-i+1)t_0 + \ldots + r(s-i+k+1)t_k + \ldots + \\ + r(s-1)t_{i-2} + rst_{i-1} + s(r+1)t_i \leq sm^{(r+1)} - \lambda \\ (r=s,\ s+1, \ldots i) \qquad (k > i-s-1).$$

Ma per la nostra ipotesi è:

$$(r-i+1)t_0 + \ldots + (r-i+k+1)t_k + \ldots + rt_{i-1} + (r+1)t_i \leq m^{(r+1)} \\ (r=0, 1, 2, \ldots i) \qquad (k > i-r-1)$$

e questa, moltiplicata per s $(s=1, 2, \ldots i)$, dà luogo all'altra:

$$(10) \qquad s(r-i+1)t_0 + \ldots + s(r-i+k+1)t_k + \ldots + \\ + srt_{i-1} + s(r+1)t_i \leq sm^{(r+1)} \\ (r=0, 1, 2 \ldots i) \qquad (k > i-r-1).$$

Per $r=s$ (e quindi $\lambda=0$) la (9) coincide con la (10) ed è quindi verificata; per $r>s$ i coefficienti dei termini del primo membro della (9) sono inferiori ai corrispondenti del primo

membro della (10), fatta eccezione per i due ultimi che sono sempre uguali; dunque fra i termini in t_0 si ha una differenza di almeno t_0, fra quelli in t_1 una differenza di almeno t_1, etc., quindi il primo membro della (9) è certamente

$$\leq s m^{(r+1)} - (t_0 + t_1 + \ldots + t_{i-2})$$

o anche $\leq s m^{(r+1)} - (i-1)$ e (poichè è $\lambda \leq r-1 \leq i-1$) $\leq s m^{(r+1)} - \lambda$, come volevamo provare.

20. — Stabilito quanto precede, prendansi ad arbitrio $t_0 S_0$, $t_1 S_1, \ldots t_i S_i$ in modo però da soddisfare le (V) e sia in particolare:

$$(11) \qquad t_0 + 2t_1 + \ldots + i t_{i-1} + (i+1) t_i = n - 1.$$

Se dall' S_{n-2} determinato da questi elementi si proietta la F sopra uno spazio Σ a $i+1$ dimensioni si avrà una rappresentazione univoca di F su questo spazio, poichè ogni S_{n-1} per l' S_{n-2} e un punto di F non può avere con F, in generale, altri punti in comune (n° 19). Le $S_i - \mathfrak{F}^n_{i+1}$ sono quindi razionali anche considerate come varietà di punti.

Un S_{n+i-1} proiettante, contenendo $t_i \leq m' \leq m^{(i)} - m^{(i-1)} S_i$ generatori, taglia ulteriormente la F in una $\mathfrak{F}_i^{n-t_i}$, in generale semplice (n° 11), passante pei $t_0 S_0, t_1 S_1, \ldots t_{i-1} S_{i-1}$, la quale corrisponderà a un S_i di Σ. Un S_{n+i-2} proiettante taglia F in una $\mathfrak{F}_{i-1}^{n-t_{i-1}-2t_i}$ passante pei $t_0 S_0, t_1 S_1, \ldots t_{i-2} S_{i-2}$, perchè un S_{n+i-1} per l'S_{n+i-2} taglia F in una $\mathfrak{F}_i^{n-t_i}$ la quale è tagliata dall'S_{n+i-2} in una $\mathfrak{F}_{i-1}$ spezzata in $t_{i-1} + t_i S_{i-1}$ e in una $\mathfrak{F}_{i-1}$ residua di ordine $n - t_{i-1} - 2t_i$. Questa è, in generale, semplice, poichè $t_{i-1} + t_i$ non supera l'ordine della curva minima della $\mathfrak{F}_i^{n-t_i}$ (n° 19), e corrisponde a un S_{i-1} di Σ. Così un S_{n+i-3} proiettante taglia F in una $\mathfrak{F}_{i-2}$ di ordine $n - t_{i-2} - 2t_{i-1} - 3t_i$ passante pei $t_0 S_0$, $t_1 S_1, \ldots t_{i-3} S_{i-3}$, la quale corrisponde a un S_{i-2} di Σ ... etc. Quindi: *agli* S_j $(j = 1, 2, \ldots i)$ *di* Σ *corrispondono le* $\infty^{(i-j+1)(j+1)}$ $\mathfrak{F}_j$ *di ordine* $n - t_j - 2t_{j+1} - \ldots - (i-j+1) t_i$ *passanti pei* $t_0 S_0$, $t_1 S_1, \ldots t_{j-1} S_{j-1}$ *di* F *considerati.*

Una sezione iperpiana di F è incontrata da una $\mathfrak{F}_1$ di ordine $n - t_1 - 2t_2 - \ldots - it_i$ in un numero di punti pari a que-

st'ordine, quindi: *Le immagini delle sezioni iperplanari di* F *sono date in* Σ *da* $\infty^{(n+i)}$ S_{i-1} — $\mathfrak{F}_i$ *razionali di ordine* $n - t_1 - 2t_2 - \dots - it_i$ *formanti un sistema lineare.* Questa rappresentazione la diremo perciò dell'ordine $n - t_1 - 2t_2 - \dots - it_i$.

21. — La rappresentazione minima (cioè, d'ordine minimo) di F si ha prendendo:

$$t_1 + 2t_2 + \dots + (i-1)t_{i-1} + it_i = m^{(i)}. \tag{12}$$

Ora se nella (11) poniamo per t_1 il valore ricavato dalla (12), si ha:

$$t_2 + 2t_3 + \dots + (i-1)t_i \geq 2m^{(i)} - n + 1 \tag{13}$$

e perchè questa sia compatibile con l'antipenultima delle (V) è necessario e basta che sia $2m^{(i)} < m^{(i-1)} + n$, cioè che la F contenga un'unica $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ minima. Supposto di essere in questo caso, che del resto è il più generale, cerchiamo in che modo debbonsi scegliere i numeri $t_0, t_1, \dots t_i$ per avere una tale rappresentazione; o in altri termini, cerchiamo con quali valori positivi o nulli di $t_0, t_1, \dots t_i$ possiamo soddisfare alle (V) nel caso particolare che le sue due ultime relazioni siano la (12) e la (11).

Possiamo intanto cominciare a prendere arbitrariamente t_i, in modo però che soddisfi la $t_i \leq m'$; poi siccome dalla seconda delle (V) si ha $t_{i-1} \leq m'' - 2t_i$ ed è $m'' - 2t_i \geq m'' - 2m' \geq 0$, così potremo sempre scegliere t_{i-1} in modo che con t_i soddisfi alla seconda medesima. Dalla terza delle (V) si ha $t_{i-2} \leq m''' - 2t_{i-1} - 3t_i$ e perchè t_{i-2} possa scegliersi positivo o nullo è necessario, e basta, che sia:

$$m''' - 2t_{i-1} - 3t_i \geq m''' - 2(m'' - 2t_i) - 3t_i \geq m''' - 2m'' + t_i \geq 0,$$

cioè t_i va scelto in modo, che soddisfi anche la:

$$t_i \geq 2m'' - m'''.$$

Proseguendo le nostre ricerche, dalla 4ª delle (V) si ha $t_{i-3} \leq m^{(IV)} - 2t_{i-2} - 3t_{i-1} - 4t_i$ e perchè t_{i-3} possa prendersi positivo o nullo dovrà essere:

$$m^{(\text{IV})} - 2t_{i-2} - 3t_{i-1} - 4t_i \geq m^{(\text{IV})} - 2(m'' - 2t_{i-1} - 3t_i) - 3t_{i-1} - 4t_i \geq 0,$$

cioè t_{i-1}, oltre scegliersi in modo da soddisfare la $t_{i-1} \leq m'' - 2t_i$, va anche preso tale che sia:

$$t_{i-1} \geq 2m''' - m^{(\text{IV})} - 2t_i.$$

Così continuando prevediamo che, affinchè con un valore positivo o nullo di t_{j-2} si possa soddisfare la $t_{j-2} \leq m^{(i-j+3)} - 2t_{j-} - 3t_j - \ldots - (i-j+3)t_i$, che deduciamo dalla $(i-j+3)$-esima delle (V), è necessario e sufficiente di scegliere t_j tale che, oltre al soddisfare la $t_j \leq m^{(i-j+1)} - 2t_{j+1} - 3t_{j+2} - \ldots - (i-j+1)t_i$, soddisfi anche la $t_j \geq 2m^{(i-j+2)} - m^{(i-j+3)} - 2t_{j+1} - \ldots - (i-j+1)t_i$; e ciò sta per $j = i, i-1, i-2, \ldots 4, 3$.

Determiniamo ora entro quali limiti va scelto t_2 e i valori di t_1 e t_0.

Dalla antipenultima delle (V) ricaviamo:

$$t_2 \leq m^{(i-1)} - 2t_3 - 3t_4 - \ldots - (i-1)t_i$$

e dalla (13):

$$t_2 \geq 2m^{(i)} - n + 1 - 2t_3 - 3t_4 - \ldots - (i-1)t_i.$$

In quanto a t_1 si deduce direttamente dalla (12) e t_0 si ha dalla (11) ponendo per t_1 il valore già trovato. Riassumendo: *Se sulla* F *esiste un'unica* $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ *minima (cioè, se è* $2\mathrm{m}^{(i)} < \mathrm{m}^{(i-1)} + n$*) la rappresentazione minima è di ordine* $\mathrm{n} - \mathrm{m}^{(i)}$ *e si ha prendendo:*

$$\begin{cases} t_j \leq m^{(i-j+1)} - 2t_{j+1} - 3t_{j+2} - \ldots - (i-j+1)t_i \\ t_j \geq 2m^{(i-j+2)} - m^{(i-j+3)} - 2t_{j+1} - 3t_{j+2} - \ldots - (i-j+1)t_i \end{cases} \quad (j = i, i-1, \ldots 4, 3)$$

$$\begin{cases} t_2 \leq m^{(i-1)} - 2t_3 - 3t_4 - \ldots - (i-1)t_i \\ t_2 \geq 2m^{(i)} - n - 2t_3 - 3t_4 - \ldots - (i-1)t_i + 1 \end{cases}$$

$$t_1 = m^{(i)} - 2t_2 - 3t_3 - \ldots - it_i$$

$$t_0 = n - 2m^{(i)} + t_2 + 2t_3 + \ldots + (i-1)t_i - 1.$$

22. — Se è $2m^{(i)} = m^{(i-1)} + n$, abbiamo già veduto che non può prendersi la (12); ma in tal caso potremo prendere:

$$(14) \qquad t_1 + 2t_2 + \ldots + (i-1)t_{i-1} + it_i = m^{(i)} - 1$$

e se da questa ricaviamo t_1 e lo poniamo nella (11) si ha:

$$t_2 + 2t_3 + \ldots + (i-1)t_i \geq m^{(i-1)} - 1$$

che si rende compatibile con la $(i-1)$-esima delle (V), solo uguagliando il primo membro di questa a $m^{(i-1)}$ o a $m^{(i-1)} - 1$. Il primo caso, si vede con un ragionamento già fatto nel n° precedente, porta $2m^{(i-1)} < m^{(i-2)} + m^{(i)}$; se quindi è invece $2m^{(i-1)} = m^{(i-2)} + m^{(i)}$, dovremo scegliere il secondo.

In questa ipotesi troviamo analogamente che il primo membro della $(i-2)$-esima delle (V) non può avere che il valore $m^{(i-2)}$, il quale porta $2m^{(i-2)} = m^{(i-3)} + m^{(i-1)}$, o il valore $m^{(i-2)} - 1$. Così proseguendo vediamo che, se è $m^{(k-1)} - m^{(k-2)} < m^{(k)} - m^{(k-1)} = m^{(k+1)} - m^{(k)} = \ldots = m^{(i)} - m^{(i-1)}$ (cioè, se sulla F esistono infinite $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$, $\mathfrak{F}_{i-1}^{m^{(i-1)}}, \ldots \mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ ed un'unica $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$), i numeri $t_0, t_1, \ldots t_i$ devono scegliersi in modo che si abbiano le (V), nella $(k-1)$-esima delle quali valga il segno $=$, ed i primi membri delle successive siano rispettivamente uguali a $m^{(s)} - 1$ $(s = k, k+1, \ldots i+1)$; relazioni, queste, che per brevità chiameremo (V′).

I limiti entro cui vanno presi $t_i, t_{i-1}, \ldots t_{i-k+4}$ per soddisfare le (V′) sono quelli stessi del n° precedente: cerchiamo ora i limiti di t_{i-k+3} e i valori di $t_{i-k+2}, t_{i-k+1}, \ldots t_1, t_0$. Dalla $(k-1)$-esima delle (V′) si ha:

$$(15) \qquad t_{i-k+2} = m^{(k-1)} - 2t_{i-k+3} - 3t_{i-k+4} - \ldots - (k-1)t_i$$

e dalla k-esima, postovi per t_{i-k+2} questo valore:

$$(16) \qquad t_{i-k+1} = m^{(k)} - 2m^{(k-1)} + t_{i-k+3} + 2t_{i-k+4} + \ldots + (k-2)t_i - 1;$$

ma t_{i-k+1} deve essere ≥ 0, quindi t_{i-k+3} oltre soddisfare la:

$$t_{i-k+3} \leq m^{(k-2)} - 2t_{i-k+4} - 3t_{i-k+5} - \ldots - (k-2)t_i,$$

che deduciamo dalla $(k-2)$-esima delle (V'), deve soddisfare anche la:

$$t_{i-k+3} \geq 2m^{(k-1)} - m^{(k)} - 2t_{i-k+4} - \ldots - (k-2)t_i + 1;$$

ed ecco trovati i limiti entro i quali va scelto t_{i-k+3}.

In quanto a t_{i-k+2} e t_{i-k+1} sono dati rispettivamente dalla (15) e dalla (16); questi valori sostituiti poi nella $(k+1)$-esima dànno $t_{i-k} = m^{(k+1)} - 2m^{(k)} + m^{(k-1)} + 1$ ed essendo per ipotesi $2m^{(k)} = m^{(k-1)} + m^{(k+1)}$, si ha $t_{i-k} = 1$. Ponendo ora i valori di t_{i-k+2}, t_{i-k+1}, t_{i-k} nella $(k+2)$-esima e ricordando sempre la nostra ipotesi, si deduce $t_{i-k+1} = 0$. Analogamente si trova che i rimanenti numeri t_{i-k-2}, t_{i-k-3}, ... t_0 sono nulli; quindi possiamo concludere: *Se si hanno sulla* F *infinite* $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$, $\mathfrak{F}_{i-1}^{m^{(i-1)}}$, ... $\mathfrak{F}_k^{m^{(k)}}$ *minime ed un'unica* $\mathfrak{F}_{k-1}^{m^{(k-1)}}$ *minima, la rappresentazione minima è dell'ordine* $n - m^{(i)} + 1$ *e si ottiene prendendo:*

$$\begin{cases} t_j \leq m^{(i-j+1)} - 2t_{j+1} - 3t_{j+2} - \ldots - (i-j+1)t_i \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (j = i, i-1, \ldots i-k+4) \\ t_j \geq 2m^{(i-j+2)} - m^{(i-j+3)} - 2t_{j+1} - 3t_{j+2} - \ldots - (i-j+1)t_i \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_{i-k+3} \leq m^{(k-2)} - 2t_{i-k+4} - 3t_{i-k+5} - \ldots - (k-2)t_i \\ t_{i-k+3} \geq 2m^{(k-1)} - m^{(k)} - 2t_{i-k+4} - 3t_{i-k+5} - \ldots - (k-2)t_i + 1 \end{cases}$$

$$t_{i-k+2} = m^{(k-1)} - 2t_{i-k+3} - 3t_{i-k+4} - \ldots - (k-1)t_i$$

$$t_{i-k+1} = m^{(k)} - 2m^{(k-1)} + t_{i-k+3} + 2t_{i-k+4} + \ldots + (k-2)t_i - 1$$

$$t_{i-k} = 1; \; t_{i-k-1} = t_{i-k-2} = \ldots = t_1 = t_0 = 0.$$

23. — Troviamo ora gli elementi fondamentali della rappresentazione e caratterizziamo di più le ipersuperficie di Σ immagini delle sezioni iperplanari di F.

Poichè è $t_i \leq m'$ (e quindi $\leq m^{(i)} - m^{(i-1)}$) è ancora $n - t_i - 1 > \geq n + m^{(i-1)} - m^{(i)}$, salvo quando sia $t_i = m^{(i)} - m^{(i-1)}$, nel qual caso deve aversi $m' = m'' - m' = \ldots = m^{(i)} - m^{(i-1)}$, quindi (n° 11) esistono sulla F infinite $\mathfrak{F}_i^{n-t_i-1}$, in generale semplici, non passanti per alcuna varietà minima e individuate da $n-(i+1)t_i-1$ punti. Di queste, a causa della (11), pei $t_0 S_0$, $t_1 S_1$, ... $t_{i-1} S_{i-1}$ ne

passa una determinata, la quale sta coi $t_i S_i$ in un S_{n+i-2} proiettante ed avrà per immagine in Σ uno spazio a $i-1$ dimensioni H. Un S_i generatore di F contiene un S_{i-1} generatore della $\mathfrak{F}_i^{n-t_i-1}$, quindi sta in un S_{n+i-1} per l' S_{n+i-2}; dunque: *gli* S_i *generatori di* F *hanno per immagine in* Σ *gli* S_i *di un fascio* H.

Ogni sezione iperplanare di F è incontrata da ogni S_i generatore in un S_{i-1}, quindi le ipersuperficie di Σ immagini di quelle sezioni hanno lo spazio H multiplo secondo $n-t_1-$ $-2t_2-\ldots-it_i-1$.

Un S_i generatore passante per uno dei $t_j S_j$ $(j=0,1,\ldots i-1)$ considerati sta in un $S_{n+i-j-2}$ proiettante, il quale incontra Σ in uno spazio a $i-j+1$ dimensioni P_{i-j-1} che ha comune con H un S_{i-j+2}; quindi: *Si hanno in* Σ, *oltre lo spazio* H, *altri* t_{i-1} *punti fondamentali* P_0, t_{i-2} *rette fondamentali* $P_1, \ldots t_0 S_{i-1}$ *fondamentali* P_{i-1}. *Le immagini delle sezioni iperplanari hanno tutti questi spazi in comune e di più* H *è un* S_{i-1} *multiplo secondo* $n-t_1-2t_2-\ldots-it_i-1$.

Non sarà difficile provare che non esistono altri elementi fondamentali della rappresentazione e determinare l' immagine di ogni altra varietà normale esistente su F.

Nel caso della rappresentazione minima di ordine $n-m^{(i)}$, la $\mathfrak{F}_i^{n-t_i-1}$ è costituita dall'insieme dei $t_0+t_1+\ldots+t_{i-1}$ S_i generatori passanti pei $t_0 S_0$, $t_1 S_1, \ldots t_{i-1} S_{i-1}$ e dell'unica $\mathfrak{F}_i^{m^{(i)}}$ minima, perchè un tale insieme è appunto (come si vede sottraendo la (12) dalla (11)) dell'ordine $n-t_i-1$; quindi i $P_0, P_1, \ldots P_{i-2}$ sono contenuti in H e P_{i-1} coincide con H medesimo.

Pisa, 9 aprile 1901.

L'Accademico Segretario
ENRICO D'OVIDIO.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 5 Maggio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Vice Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Bollati di Saint-Pierre, Brusa, Chironi, Savio e Renier Segretario.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 21 aprile 1901.

Il Presidente comunica:

1°, il R. Decreto 7 aprile 1901, col quale furono approvate le nomine del Socio Nicodemo Jadanza a Tesoriere dell'Accademia e del Socio Ermanno Ferrero a Direttore della Classe di scienze morali, storiche e filologiche;

2°, la lettera con cui il Sindaco di Torino ringrazia l'Accademia per la partecipazione alle onoranze centenarie tributate a Vincenzo Gioberti.

Il Segretario presenta tre volumi dell'Università di Aberdeen, con cui questa inizia una serie di pubblicazioni scientifiche e letterarie.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino, Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 12 Maggio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Berruti, Naccari, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Jadanza, Guareschi, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo e D'Ovidio Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, che viene approvato. Indi comunica una lettera del Socio corrispondente Maurizio Cantor in ringraziamento dell'indirizzo inviatogli pel suo giubileo dottorale.

Il Presidente presenta due pubblicazioni pervenute in dono dai Soci corrispondenti prof. Giovanni Struver e prof. Giovanni Wislicenus, rispettivamente intitolate: *Azione chimica dei solfuri di ferro nativo sul rame e sull'argento a temperatura ordinaria e a secco,* e *Sir Edward Frankland.* La Classe ringrazia i donatori.

Il Socio Mattirolo dà lettura, anche a nome del Socio Parona, della relazione sulla memoria del prof. Edoardo Martel: *Intorno all'unità anatomica e morfologica del fiore delle Crociflore.* La relazione è approvata. Indi con votazione unanime è approvata l'inserzione della memoria nei volumi accademici.

Vengono accolte, per essere inserite negli *Atti*, le seguenti note:

Sulla deformazione infinitesima delle superficie di 2° grado, del dott. Ermenegildo Daniele, presentata dal Socio Segre a nome del Socio Volterra;

Le trasformazioni generatrici del gruppo cremoniano nel piano, del prof. Guido Castelnuovo, presentata dal Socio Segre;

Determinazione della gravità relativa a Genova, Savona, Albenga e San Remo, del dott. Cesare Aimonetti, presentata dal Socio Jadanza.

Il Socio Guareschi presenta un lavoro intitolato: *Azione antagonistica fra citrato trisodico e calcio,* del prof. Luigi Sabbatani, il quale ne chiede l'inserzione nei volumi delle *Memorie.* Sarà esaminato dai Soci Guareschi e Mosso.

Raccoltasi in seduta privata, la Classe elegge alla carica triennale di Direttore della medesima, salvo l'approvazione sovrana, il Socio Tommaso Salvadori. Indi si passa alla elezione di un membro della Giunta per il premio Vallauri, in sostituzione del defunto Bizzozero, e riesce nominato il Socio Jadanza.

LETTURE

Sulla deformazione infinitesima delle superficie di 2° grado.

Nota del Prof. ERMENEGILDO DANIELE.

Nella Nota presente intendo di fare alcune applicazioni della teoria delle deformazioni infinitesime di una superficie flessibile e comunque estendibile, teoria che sviluppai in una Memoria pubblicata or fa un anno da questa R. Accademia delle Scienze (*).

Come oggetto di applicazione scelsi le superficie di 2° grado, per le quali il problema delle *flessioni* infinitesime fu completamente risolto fin dal 1885 dal Prof. VOLTERRA (**), mentre nuove soluzioni ci sono indicate dal DARBOUX nel IV vol. delle sue *Leçons sur la théorie générale des surfaces* (cap. I, IV, V). Ora appare dalla trattazione fatta in quella mia Memoria, che ogniqualvolta di una superficie siano note le flessioni infinitesime, si può con sole quadrature determinare le sue deformazioni infinitesime più generali. In che modo ciò si ottenga effettivamente, cioè per quale via la risoluzione del problema si possa spingere fino all'estremo limite, è appunto quel ch'io mostrai nel caso particolare che la superficie sia una quadrica. L'analisi relativa a tale questione è contenuta nel § 1° di questa Nota.

Il § 2° si rivolge ad una classe di deformazioni che io pure esaminai nella Memoria citata, e di cui mostrai un esempio nei n^i 22-24, che consiste in uno spostamento dei punti lungo la normale alla superficie. Le deformazioni di cui parlo sono

(*) *Sulle deformazioni infinitesime delle superficie flessibili ed estendibili;* " Mem. della R. Acc. delle Scienze di Torino ", (2), t. L, 1900.

(**) *Sulla deformazione delle superficie flessibili ed inestendibili;* " Rend. della R. Acc. dei Lincei ", aprile 1885.

quelle che chiamai *pure estensioni,* tale denominazione motivandola dal fatto che in esse è nulla la *funzione caratteristica*, la quale rappresenta, in certo modo, la flessione; e studiai precisamente due casi di pura estensione della sfera. Mediante la prima di queste deformazioni la sfera viene a porsi in relazione colla superficie minima studiata da Enneper, la quale riceve così una generazione di natura cinematica. Colla seconda deformazione si entra nel campo della trasformazione delle superficie a curvatura costante positiva, in quanto si ritrova quella trasformazione che Hazzidakis espose nel vol. 88 del " Giornale di Crelle „: essa comparisce qui sotto un nuovo aspetto, e per l'appunto come equivalente, in un certo senso, ad una pura estensione della sfera.

§ 1. — Le deformazioni infinitesime più generali di una quadrica.

1. — Occorrerà richiamare alcuni dei risultati che ottenni nella Memoria già citata, circa le deformazioni infinitesime più generali di una superficie; segnatamente il § 4°, ove per ragioni di opportunità muterò talora leggermente le notazioni, ovvero presenterò le cose in modo un po' diverso: senza però che la sostanza venga per nulla alterata.

Una superficie S subisca una deformazione infinitesima, nella quale un punto di coordinate cartesiane x, y, z riceva uno spostamento di componenti $\epsilon\xi$, $\epsilon\eta$, $\epsilon\zeta$, dove ϵ è una costante della quale supporremo di poter trascurare le potenze superiori alla prima, e ξ, η, ζ sono funzioni finite (in generale) delle coordinate curvilinee u, v del punto che si sposta. Diciamo δE, δF, δG le variazioni subite dai coefficienti della prima forma fondamentale di S per effetto della deformazione, e poniamo

$$(1) \qquad \delta E = 2\epsilon a, \quad \delta E = 2\epsilon h, \quad \delta G = 2\epsilon b,$$

dove ϵ è la stessa costante infinitesima di prima, mentre le funzioni a, h, b definiscono la legge con cui la superficie si estende in ogni suo punto: noi le chiameremo i *coefficienti della pura deformazione.* Sviluppando i primi membri delle (1), queste si scriveranno:

$$(1') \qquad \sum \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial u} = a, \quad \sum\left(\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u} + \frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v}\right) = 2h, \quad \sum \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial v} = b.$$

Fissati in ogni punto della superficie i valori di a, h, b, le deformazioni corrispondenti saranno note quando si saranno calcolate le più generali funzioni ξ, η, ζ che verificano le equazioni precedenti. Ora se introduciamo la funzione caratteristica:

$$(2) \qquad \varphi = \frac{1}{2H}\sum\left(\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial \xi}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial \xi}{\partial u}\right)$$

$$H = \sqrt{EG - F^2},$$

l'integrazione delle (1') si ottiene per quadrature dalle equazioni

$$(3) \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial u} &= \frac{1}{KH}\left\{D\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial v} - \alpha\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right) - D'\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial u} - \alpha\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)\right\} + \\ &\quad + \frac{1}{H^2}\left\{h\left(E\frac{\partial x}{\partial v} - F\frac{\partial x}{\partial u}\right) - a\left(F\frac{\partial x}{\partial v} - G\frac{\partial x}{\partial u}\right)\right\} + \alpha R_1 \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} &= \frac{1}{KH}\left\{D'\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial v} - \alpha\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right) - D''\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial u} - \alpha\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)\right\} + \\ &\quad + \frac{1}{H^2}\left\{b\left(E\frac{\partial x}{\partial v} - F\frac{\partial x}{\partial u}\right) - h\left(F\frac{\partial x}{\partial v} - G\frac{\partial x}{\partial u}\right)\right\} + \alpha R_2 \end{aligned}\right.$$

e dalle due analoghe in η e ζ, quando si sia calcolata φ dall'*equazione caratteristica*

$$\frac{\partial}{\partial u}\frac{D''\frac{\partial \varphi}{\partial u} - D'\frac{\partial \varphi}{\partial v}}{KH} + \frac{\partial}{\partial v}\frac{D\frac{\partial \varphi}{\partial v} - D'\frac{\partial \varphi}{\partial u}}{KH} - MH\varphi =$$

$$(4) \qquad = \frac{\partial R_1}{\partial v} - \frac{\partial R_2}{\partial u} + \frac{1}{H^2}\begin{vmatrix} a & h & b \\ D & D' & D'' \\ E & F & G \end{vmatrix}.$$

Riguardo alle quantità che figurano sia nelle (3) che nella (4), α, β, γ indicano i coseni direttori della normale alla superficie S; D, D', D'' sono i coefficienti della sua seconda forma fondamentale; K è la curvatura totale e M la curvatura media; inoltre abbiamo posto

$$R_1 = \frac{1}{KH^2} \begin{vmatrix} C_1 & D \\ C_2 & D' \end{vmatrix}, \qquad R_2 = \frac{1}{KH^2} \begin{vmatrix} C_1 & D' \\ C_2 & D'' \end{vmatrix},$$

$$C_1 = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} a - \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} b - \left(\begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \right) h - \frac{\partial a}{\partial v} + \frac{\partial h}{\partial u}$$

$$C_2 = \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} a - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} b - \left(\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} \right) h - \frac{\partial h}{\partial v} + \frac{\partial b}{\partial u},$$

essendo $\begin{Bmatrix} r\,s \\ t \end{Bmatrix}$ i simboli di Christoffel di 2ª specie calcolati per il ds^2 di S, e quindi $C_1 = 0$, $C_2 = 0$ sarebbero le equazioni fondamentali di Codazzi qualora vi si leggesse D, D', D'' in luogo di a, h, b.

Indicheremo il primo membro della (4) con $\Phi(\varphi)$, ed il secondo membro con $W(a, h, b)$, onde la (4) si scriverà

$$\Phi(\varphi) = W(a, h, b).$$

Si vede poi che per $a = h = b = 0$ si ha $W = 0$, e la (4) si riduce a quella da cui dipende la risoluzione del problema delle *flessioni* infinitesime. D'altronde W non contiene φ, per cui l'equazione caratteristica delle deformazioni più generali di una data superficie, si ottiene da quella relativa alle sue flessioni colla sola aggiunta di un termine che non contiene la funzione incognita. Ora è noto che se si ha un'equazione o un sistema di equazioni lineari non omogenee, cioè contenenti, tutte o in parte, termine noto, e si conosce l'integrale generale del sistema che se ne ottiene sopprimendo i termini noti, si può calcolare *con sole quadrature* l'integrale generale del sistema primitivo. Riferendoci adunque al problema delle deformazioni infinitesime di una superficie, possiamo dire che se ne conosciamo tutte le flessioni, possiamo con sole quadrature determinare tutte le altre deformazioni infinitesime, poichè ciò equivale ad affermare che se sappiamo integrare in modo generale l'equazione $\Phi(\varphi) = 0$, l'integrazione dell'equazione non omogenea $\Phi(\varphi) = W$ si può ricondurre alle quadrature.

2. — Ciò premesso, veniamo alla deformazione delle superficie di 2° grado. Come si vedrà, il problema presenta interesse,

quanto alla trattazione generale, nel solo caso che la quadrica sia a centro. Consideriamo perciò dapprima l'ellissoide:

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}+\frac{z^2}{C^2}=1\,, \tag{5}$$

ed insieme la sfera

$$x'^2+y'^2+z'^2=1\,, \tag{5'}$$

che corrisponde all'ellissoide (5) nell'affinità

$$x=Ax',\quad y=By',\quad z=Cz'. \tag{5''}$$

Nella Nota citata del Prof. Volterra il problema delle flessioni infinitesime dell'ellissoide è ridotto al problema analogo relativo alla sfera. Che questa riduzione sia possibile apparisce anche dalle proposizioni del Darboux, poichè egli dimostra in generale che, note di una superficie inestendibile le deformazioni infinitesime, sono pur note quelle di ogni altra superficie che corrisponda alla prima in una qualunque proiettività (*). Servendoci di questo teorema noi comincieremo col dedurre dalle flessioni della sfera (5′) quelle dell'ellissoide (5), il che si fa immediatamente; indi passeremo alle deformazioni più generali di quest'ultima superficie ricorrendo alle proprietà dell'equazione del 2° ordine $\Phi(\varphi)=W$.

Veramente si potrebbe particolarizzare senz'altro questa equazione al caso dell'ellissoide estendibile e integrarla direttamente, ma la via che abbiamo indicato, se può sembrare alquanto artificiosa, ha però il vantaggio di abbreviare i calcoli.

Attenendoci, per quel che riguarda la sfera, alla risoluzione del Darboux, assumeremo su di essa come linee coordinate le sue rette, ponendo:

$$x'=\frac{u+v}{uv+1}\,,\quad y'=i\,\frac{v-u}{uv+1}\,,\quad z'=\frac{uv-1}{uv+1}\,, \tag{6}$$

(*) *Leçons*, t. IV, cap. IV.

e l'equazione caratteristica $\Phi(\varphi')=0$ delle sue flessioni diventa (*)

$$\frac{\partial^2\varphi'}{\partial u\,\partial v}+\frac{2}{(1+uv)^2}\varphi'=0; \tag{7}$$

questa s'integra immediatamente col metodo di Laplace, e dà

$$\varphi'=2\,\frac{Uv-Vu}{1+uv}-U'+V', \tag{7'}$$

dove U, V sono funzioni arbitrarie, rispettivamente, della sola u e della sola v, e U', V' rappresentano le loro derivate. Onde avere la superficie Σ' che corrisponde per ortogonalità di elementi alla sfera, non rimane che porre, nelle (3), $a=h=b=0$, $\varphi=\varphi'$, e sostituire per α, β, γ, D, D', D'' le espressioni che spettano alla sfera; indi eseguire le quadrature. In tal modo si ottiene per le coordinate ξ' η' ζ' dei punti di Σ':

$$\left\{\begin{aligned}
\xi'&=\frac{2}{1+uv}(U+V)-\frac{u+v}{1+uv}(U'+V')\\
\eta'&=\frac{2i}{1+uv}(V-U)+i\,\frac{u-v}{1+uv}(U'+V')\\
\zeta'&=\frac{2}{1+uv}(Uv+Vu)+\frac{1-uv}{1+uv}(U'+V').
\end{aligned}\right. \tag{8}$$

Di qui passeremo alle superficie Σ corrispondenti per ortogonalità di elementi all'ellissoide (5) facendo uso del teorema enunciato più sopra del Darboux, notando con questo Autore che se la proiettività considerata è un'affinità, cioè è del tipo

$$\left\{\begin{aligned}
x&=px'+qy'+rz'+h\\
y&=p_1x'+q_1y'+r_1z'+h_1\\
z&=p_2x'+q_2y'+r_2z'+h_2,
\end{aligned}\right. \tag{9}$$

la superficie $\Sigma(\xi,\eta,\zeta)$, che corrisponde per ortogonalità di ele-

(*) Cfr. Darboux, *Leçons*, ecc., t. IV, n^i 865, 916, 917.

menti alla $S(x, y, z)$, si ottiene dalla $\Sigma'(\xi', \eta' \zeta')$, corrispondente per ortogonalità di elementi alla $S'(x', y', z')$, mediante le formole:

$$(9') \qquad \begin{cases} \xi' = p\xi + p_1\eta + p_2\zeta + k \\ \eta' = q\xi + q_1\eta + q_2\zeta + k_1 \\ \zeta' = r\xi + r_1\eta + r_2\zeta + k_2 , \end{cases}$$

dove k, k_1, k_2 sono nuove costanti qualunque.

Nel caso che ci interessa, le equazioni (9) si riducono alle (5''), e quindi le (9') si specificano in queste altre, che scriviamo, già risolte rispetto a ξ, η, ζ:

$$\xi = \frac{\xi'}{A} + l, \qquad \eta = \frac{\eta'}{B} + m, \qquad \zeta = \frac{\zeta'}{C} + n.$$

Siccome le costanti l, m, n, rappresentano soltanto una traslazione della superficie Σ, possiamo anche tralasciarle, e assumere quindi come equazioni delle superficie corrispondenti per ortogonalità di elementi all'ellissoide (5) le seguenti:

$$(10) \qquad \xi = \frac{\xi'}{A}, \quad \eta = \frac{\eta'}{B}, \quad \zeta = \frac{\zeta'}{C},$$

dove ξ', η', ζ' sono date dalle (8).

Qualora, invece dell'ellissoide (5), si fosse trattato di un iperboloide

$$\frac{x^2}{A^2} \pm \frac{y^2}{B^2} - \frac{z^2}{C^2} = 1,$$

si sarebbe risolto il problema coll'identico procedimento, solo avvertendo di sostituire il sistema (10) coll'altro:

$$\xi = \frac{\xi'}{A}, \quad \eta = \frac{\eta'}{B}, \quad \zeta = \frac{i\zeta'}{C},$$

oppure

$$\xi = \frac{\xi'}{A}, \quad \eta = \frac{i\eta'}{B}, \quad \zeta = \frac{i\zeta'}{C},$$

secondochè l'iperboloide è ad una o a due falde.

Non ci soffermeremo neppure a studiare che sorta di valori si debbano attribuire alle variabili u, v, e come vadano assunte le funzioni arbitrarie U, V, affinchè, a seconda delle tre specie di quadriche a centro, ai punti reali di S corrispondano su Σ punti pure reali: la questione non presenta d'altronde difficoltà, e noi procederemo a dedurre, dalle flessioni di S, le sue deformazioni più generali.

3. — Ci gioveranno, a tale scopo, alcune osservazioni sulle equazioni del 2° ordine del tipo

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial u\partial v} + a\frac{\partial\varphi}{\partial u} + b\frac{\partial\varphi}{\partial v} + c\varphi = d, \tag{11}$$

che sono integrabili col metodo di Laplace. Con a, b, c, d intendiamo di indicare funzioni assegnate di u, v; per brevità poi, rappresenteremo il primo membro dell'equazione con $F(\varphi)$.

Supponiamo che la (11) sia integrabile col metodo di Laplace; allora se ammettiamo che degli *invarianti* (*):

$$h = \frac{\partial a}{\partial u} + ab - c, \; h_1, h_2, \ldots$$

sia nullo quello di indice r, il sistema da integrare, a cui si riduce l'equazione (11), è:

$$\frac{\partial\varphi_r}{\partial v} + a_r\varphi_r = \varphi_{r+1}, \quad \frac{\partial\varphi_{r+1}}{\partial u} + b\varphi_{r+1} = d_r,$$

in cui a_r è funzione di a, b, c e loro derivate successive, mentre d_r è funzione lineare ed omogenea soltanto di d e delle sue derivate rispetto a v fino alla r^{ma}, e quindi d_r si annulla per $d = 0$. Dal sistema precedente si trae poi:

$$\varphi_r = N + \alpha(U + \int \beta V dv), \tag{12}$$

in cui s'è posto

$$N = \alpha \int (\beta \int d_r e^{\int b du} du) dv,$$

$$\alpha = e^{-\int a_r dv}, \qquad \beta = e^{\int a_r dv - \int b du},$$

(*) Per ciò che riguarda il metodo di Laplace cfr. Darboux, *Leçons* ecc., t. II, cap. II; oppure Goursat, *Leçons sur l'intégration des équations ou dérivées partielles du second ordre;* t. II, cap. V.

e U, V sono funzioni arbitrarie, rispettivamente della sola u e della sola v. Si vede che il termine N comparisce in quanto vi è d, poichè per $d=0$ si ha $d_r=0$, e quindi anche $N=0$; invece α e β non contengono d.

Risalendo ora da φ_r a φ_{r-}, φ_{r-2}, ... sino φ mediante le formole del tipo:

$$h_{r-1}\varphi_{r-1}=\frac{\partial\varphi_r}{\partial u}+b\varphi_r-d_{r-1}, \tag{12'}$$

si trova che φ viene ad esprimersi come funzione lineare non omogenea di φ_r e delle sue derivate successive rispetto a u fino alla r^{ma}, cioè è della forma:

$$\varphi=Q+Q_0\varphi_r+Q_1\frac{\partial\varphi_r}{\partial u}+\ldots+Q_r\frac{\partial^r\varphi_r}{\partial u^r};$$

e sostituendo a φ_r la sua espressione (12) si ottiene

$$\begin{aligned}\varphi=R+R_0(U+\textstyle\int\beta V dv)+R_1\left(U'+\int\frac{\partial\beta}{\partial u}V dv\right)+\ldots\\ +R_r\left(U^{(r)}+\int\frac{\partial^r\beta}{\partial u^r}V dv\right):\end{aligned} \tag{13}$$

le R, R_0, R_1, ... sono funzioni dei coefficienti della $F(\varphi)=d$ e delle loro derivate; mentre però R si annulla per $d=0$, le rimanenti non contengono affatto d. Da queste proprietà (che si verificano, del resto, assai facilmente) si deduce che *l'integrale generale della* $F(\varphi)=d$ *si ottiene da quello dell'equazione omogenea* $F(\varphi)=0$ *colla sola aggiunta del termine* R, *che si calcola con quadrature*: le quali son poi quelle che figurano nell'espressione di N.

La forma (13) dell'integrale della $F(\varphi)=d$ corrisponde all'ipotesi che la serie di Laplace delle equazioni trasformate della proposta si arresti in un senso solo; quando si arresta anche nell'altro, la φ non viene più a contenere V involta sotto alcun segno di integrazione, e risulta funzione lineare, tanto di U, U', ... quanto di V, V', ... Ad ogni modo è evidente che il risultato ora ottenuto sul modo di ricavare l'integrale della $F(\varphi)=d$ da quello della $F(\varphi)=0$ continua ad essere valido.

La (13) mostra che se la $F(\varphi)=d$ è integrabile col metodo di Laplace, essa ammette un'integrale particolare funzione lineare di $U, U', \ldots, U^{(r)}$ (ovvero di $V, V', \ldots$); noi ricorderemo, poichè ci servirà tosto, che inversamente basta che la $F(\varphi)=d$ ammetta un integrale di questa forma, affinchè sia integrabile col metodo di Laplace.

4. — Applichiamo queste considerazioni al problema delle deformazioni infinitesime di una superficie di 2° grado estendibile, che per fissare le idee supponiamo sia un ellissoide. Le flessioni infinitesime di questa superficie sono date dalle (10) insieme colle (8): si potrà dunque calcolare mediante la (2), la funzione caratteristica φ di queste flessioni. Ma le (5″) e le (10) mostrano che la φ differisce solo pel fattore esterno $\frac{1}{H}$ dalla funzione caratteristica φ' delle flessioni della sfera; e poichè in H non entrano le funzioni arbitrarie U, V, così la φ sarà, al pari di φ' [vedi la (7′)], funzione lineare ed omogenea di U, V, U', V'. Perciò l'equazione caratteristica delle flessioni dell'ellissoide sarà ancora integrabile col metodo di Laplace; e poichè l'equazione caratteristica delle deformazioni più generali si ottiene dalla precedente, colla sola aggiunta di un termine noto, così la funzione caratteristica corrispondente si avrà dalla φ colla sola aggiunta di un termine che si calcola con quadrature.

Il ragionamento ora fatto dimostra non soltanto che le deformazioni dell'ellissoide estendibile si deducono con sole quadrature dalle sue flessioni (poichè questo risulta subito da proposizioni ben più generali), ma indica anche in dettaglio il procedimento che conduce fino alle quadrature. Non resta, oramai, che eseguire i calcoli.

5. — Si può avere facilmente la funzione caratteristica φ delle flessioni dell' ellissoide. Difatti dalle (5″) e (6) si trae per l'ellissoide:

$$H^2 = -\frac{4}{(1+uv)^6}\left\{ A^2B^2(1-uv)^2+B^2C^2(u+v)^2-C^2A^2(u-v)^2 \right\}.$$

Per la sfera si ha invece

$$H'^2 = -\frac{4}{(1+uv)^2},$$

onde, confrontando l'espressione generale della funzione caratteristica contenuta nella (2) coll'espressione particolare (7′) corrispondente alla sfera, si trae:

$$\frac{1}{2}\sum\left(\frac{\partial x'}{\partial u}\frac{\partial \xi'}{\partial v} - \frac{\partial x'}{\partial v}\frac{\partial \xi'}{\partial u}\right) = \frac{2i}{(1+uv)^2}\left(2\,\frac{Uv+Vu}{1+uv} - U' + V'\right).$$

Si è osservato al n° 4, che il primo membro di questa formola ha sempre lo stesso valore tanto per la sfera che per l' ellissoide; quindi si avrà per quest'ultima superficie:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\rho}}\left(2\,\frac{Uv+Vu}{1+uv} - U' + V'\right), \tag{14}$$

dove abbiamo posto

$$\rho = \frac{A^2B^2(1-uv)^2 + B^2C^2(u+v)^2 - C^2A^2(u-v)^2}{(1+uv)^2}.$$

Passiamo ora alle deformazioni più generali dell'ellissoide, di cui diremo ψ la funzione caratteristica. L'equazione caratteristica si scrive

$$\frac{\partial}{\partial u}\left(\rho\,\frac{\partial\psi}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\left(\rho\,\frac{\partial\psi}{\partial u}\right) + 2A^2B^2C^2\,\frac{F}{\rho}\,\psi = -iABCW,$$

essendo

$$F = \frac{A^2(1-u^2)(1-v^2) + B^2(1+u^2)(1+v^2) + 4C^2uv}{(1+uv)^4},$$

e colla sostituzione

$$\psi\sqrt{\rho} = \theta$$

si trasforma nella

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v} - \left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\,\frac{\partial^2\sqrt{\rho}}{\partial u\,\partial v} + \frac{F}{\rho^2}\right)\theta = -iABC\,\frac{W}{2\sqrt{\rho}}. \tag{15}$$

Chiamando θ' l'integrale generale di questa equazione quando vi si faccia $W=0$, si ha:

$$\theta' = \varphi\sqrt{\rho},$$

ove φ è data dalla (14); e poichè sappiamo che la (15) si integra col metodo di Laplace, la θ si otterrà aggiungendo a θ' un termine, che è quello che fu indicato nella (13) con R. Se ora ci riferiamo alle equazioni generali (11), (12), (13), si ha, nel caso dell'equazione (15):

$$r=1, \qquad \varphi=\theta,$$

$$a=b=0,\ c=-\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\frac{\partial^2\sqrt{\rho}}{\partial u\,\partial v}+\frac{F}{\rho^2}\right),\ d=-iABC\frac{W}{2\sqrt{\rho}},$$

$$h=-c,\ a_1=-\frac{\partial \lg c}{\partial v},\ d_1=-iABC\frac{W}{2\sqrt{\rho}}\frac{\partial}{\partial v}\lg\frac{W}{\dfrac{\partial^2\sqrt{\rho}}{\partial u\,\partial v}+\dfrac{F}{\rho\sqrt{\rho}}},$$

$$N=c\int\left(\frac{1}{c}\int d_1 du\right)dv.$$

Per avere allora il termine da aggiungere a θ' si osserverà che, sostituendo in (12') la φ_r data dalla (12), si ottiene:

$$\varphi_{r-1}=\frac{1}{h_{r-1}}\Big[\frac{\partial N}{\partial u}+bN-d_{r-1}+\alpha\Big(U'+\int V\frac{\partial\beta}{\partial u}dv\Big)+$$
$$+\Big(\frac{\partial\alpha}{\partial u}+b\alpha\Big)\Big(U+\int V\beta dv\Big)\Big],$$

donde appare che l'insieme dei termini non contenenti U o V è

$$P=\frac{1}{h_{r-1}}\left(\frac{\partial N}{\partial u}+bN-d_{r-1}\right).$$

Poichè nel caso nostro è $r=1$, sarà appunto questo, ossia

$$P=\frac{1}{h}\left(\frac{\partial N}{\partial u}+iABC\frac{W}{2\sqrt{\rho}}\right)$$

il termine additivo che noi cerchiamo.

E così l'integrale generale della (15) si scriverà

$$\theta = \theta' + P = \varphi\sqrt{\rho} + P,$$

da cui si passa alla funzione ψ che si doveva calcolare:

$$\psi = \varphi + \frac{P}{\sqrt{\rho}}.$$

Tanto in φ che in ρ, le cui espressioni sono date distesamente addietro, non figura più alcun segno di quadratura. Altrettanto non si può dire per P, che dipende da W, e questa contiene come funzioni indeterminate i tre coefficienti della pura deformazione; per modo che il calcolo completo di ψ si potrà eseguire solo nei casi in cui si saranno specializzati quei tre coefficienti.

Affinchè il problema della deformazione infinitesima dell'ellissoide si possa dire del tutto risolto, non resta più che passare alle (3), le quali non esigono che quadrature.

6. — Un semplice cenno basterà per le quadriche a centro improprio, non presentando la questione, in tal caso, alcuna difficoltà. Se difatti si considera il paraboloide

$$2z = Ax^2 + By^2,$$

e si chiama φ la funzione caratteristica, l'equazione caratteristica, colla sostituzione

$$\varphi\sqrt{1 + A^2x^2 + B^2y^2} = \theta,$$

$$x\sqrt{A} + iy\sqrt{B} = \lambda, \qquad x\sqrt{A} - iy\sqrt{B} = \mu,$$

si scrive

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\lambda\,\partial\mu} = \frac{\sqrt{AB}}{\sqrt{1+(A-B)(\lambda^2-\mu^2)+2(A+B)\lambda\mu}}\,W.$$

Il problema si trova dunque ridotto senz'altro alle quadrature.

§ 2. — Esempi di pura estensione della sfera.

7. — Nella trattazione precedente non s'è fatta alcuna ipotesi intorno ai coefficienti a, h, b della pura deformazione. Fra le varie condizioni a cui si può sottoporli è particolarmente notevole la $W(a, h, b)=0$, il cui significato fu spiegato al n° 20 della mia Memoria ricordata più addietro. Essa esprime, cioè, che la deformazione della superficie si può, in questo caso, decomporre in una *pura flessione* ed in una *pura estensione*, ossia in uno spostamento nel quale è nulla la rotazione degli elementi superficiali intorno alla normale (*funzione caratteristica*). Perchè, se $W=0$, l'equazione caratteristica si riduce a $\Phi(\varphi)=0$, e ad ogni soluzione di questa equazione le

$$\frac{\partial \xi_0}{\partial u}=\frac{1}{KH}\left\{D\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial v}-\alpha\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)-D'\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial u}-\alpha\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)\right\}$$

$$\frac{\partial \xi_0}{\partial v}=\frac{1}{KH}\left\{D'\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial v}-\alpha\frac{\partial \varphi}{\partial v}\right)-D''\left(\varphi\frac{\partial \alpha}{\partial u}-\alpha\frac{\partial \varphi}{\partial u}\right)\right\}$$

colle analoghe in η_0 e ζ_0 fanno corrispondere una flessione; mentre d'altra parte la $W=0$ è null'altro che la condizione d'integrabilità del sistema

$$(16)\quad\left\{\begin{aligned}\frac{\partial \Xi}{\partial u}&=\frac{1}{H^2}\left\{h\left(E\frac{\partial x}{\partial v}-F\frac{\partial x}{\partial u}\right)-a\left(F\frac{\partial x}{\partial v}-G\frac{\partial x}{\partial u}\right)\right\}+\alpha R_1\\ \frac{\partial \Xi}{\partial v}&=\frac{1}{H^2}\left\{b\left(E\frac{\partial x}{\partial v}-F\frac{\partial x}{\partial u}\right)-h\left(F\frac{\partial x}{\partial v}-G\frac{\partial x}{\partial u}\right)\right\}+\alpha R_2\end{aligned}\right.$$

e dei due analoghi in H e Z.

Lo spostamento totale $(\xi\,\eta\,\zeta)$ viene così a decomporsi nella flessione $(\xi_0\eta_0\zeta_0)$ e nello spostamento $(\Xi\,\mathsf{H}\,\mathsf{Z})$ che è appunto la pura estensione; per modo che, calcolate le flessioni della superficie, le (16) ci dànno con sole quadrature la parte rimanente della deformazione.

Vogliamo ora applicare le (16) allo studio di due casi di pura estensione della sfera.

8. — Supporremo dapprima la sfera riferita ancora alle sue rette, onde le coordinate cartesiane di un suo punto qualunque si potranno rappresentare mediante le (6). Avremo quindi:

$$E = G = 0\,, \qquad F = \frac{2}{1+uv}\,,$$

$$D = D'' = 0\,, \qquad D' = \frac{2}{1+uv}\,,$$

e le funzioni che si sono indicate al n. 1 con C_1 e C_2 diventano

$$C_1 = \frac{2v}{1+uv}\,h - \frac{\partial a}{\partial v} + \frac{\partial h}{\partial u}$$

$$C_2 = -\frac{2u}{1+uv}\,h - \frac{\partial h}{\partial v} + \frac{\partial b}{\partial u}\,,$$

e quindi per R_1, R_2 si ha:

$$R_1 = -\frac{(1+uv)^2}{2}\left(\frac{2v}{1+uv}\,h + \frac{\partial h}{\partial u} - \frac{\partial a}{\partial v}\right)$$

$$R_2 = -\frac{(1+uv)^2}{2}\left(\frac{2u}{1+uv}\,h + \frac{\partial h}{\partial v} - \frac{\partial b}{\partial u}\right).$$

La condizione $W = 0$, che ora si riduce a

$$\frac{\partial \mathrm{R}_1}{\partial v} - \frac{\partial \mathrm{R}_2}{\partial u} = 0\,,$$

si scrive:

$$\frac{1+uv}{2}\left(\frac{\partial^2 a}{\partial v^2} - \frac{\partial^2 b}{\partial u^2}\right) + u\,\frac{\partial a}{\partial v} - v\,\frac{\partial b}{\partial u} = 0\,, \tag{17}$$

mentre le (16) si particolarizzano nelle seguenti:

$$\frac{\partial \Xi}{\partial u} = \frac{1}{2}\,\}\,a(1-u^2) + h(1-v^2)\,\{ - \frac{u+v}{1+uv}\,\mathrm{R}_1$$

$$\frac{\partial \Xi}{\partial v} = \frac{1}{2}\,\}\,h(1-u^2) + b(1-v^2)\,\{ - \frac{u+v}{1+uv}\,\mathrm{R}_2$$

$$\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial u} = \frac{i}{2}\,\}\,a(1+u^2) - h(1+v^2)\,\{ + i\,\frac{u-v}{1+uv}\,\mathrm{R}_1$$

$$\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial v} = \frac{i}{2}\,\}\,h(1+u^2) - b(1+v^2)\,\{ + i\,\frac{u-v}{1+uv}\,\mathrm{R}_2$$

$$\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial u} = au + hv + \frac{1-uv}{1+uv}\,\mathrm{R}_1$$

$$\frac{\partial \mathrm{Z}}{\partial v} = hu + bv + \frac{1-uv}{1+uv}\,\mathrm{R}_2\,.$$

Queste equazioni valgono per le pure estensioni più generali della sfera.

Se ne ha un caso particolare quando si osservi che la (17) è soddisfatta ponendo a, h, b eguali a tre costanti qualunque; si ottiene così una deformazione di quelle che si chiamano *omogenee*, e si ha la notevole proprietà: " Ogni deformazione omogenea della sfera è decomponibile in una flessione ed in una pura estensione ".

Le ultime equazioni diventano in conseguenza:

$$\frac{\partial \Xi}{\partial u} = \frac{1}{2} a(1-u^2) + \frac{1}{2} h(1+2uv+v^2),$$

$$\frac{\partial \Xi}{\partial v} = \frac{1}{2} b(1-v^2) + \frac{1}{2} h(1+2uv+u^2),$$

$$\frac{\partial \mathsf{H}}{\partial u} = \frac{i}{2} a(1+u^2) - \frac{i}{2} h(1+2uv-v^2),$$

$$\frac{\partial \mathsf{H}}{\partial v} = -\frac{i}{2} b(1+v^2) + \frac{i}{2} h(1+2uv-u^2),$$

$$\frac{\partial \mathsf{Z}}{\partial u} = au + huv^2,$$

$$\frac{\partial \mathsf{Z}}{\partial v} = bv + hu^2v;$$

e da queste integrando abbiamo, tralasciando le costanti arbitrarie additive:

$$2\Xi = au\left(1-\frac{u^2}{3}\right) + bv\left(1-\frac{v^2}{3}\right) + h(u+v)(1+uv)$$

$$2i\mathsf{H} = -au\left(1+\frac{u^2}{3}\right) + bv\left(1+\frac{v^2}{3}\right) + h(u-v)(1+uv)$$

$$2\mathsf{Z} = au^2 + bv^2 + hu^2v^2.$$

La superficie Σ, luogo del punto $(\Xi\ \mathsf{H}\ \mathsf{Z})$, che viene così a corrispondere alla sfera in una sua pura estensione omogenea, è algebrica, e per il suo elemento lineare si ha:

$$d\sigma^2 = (1+uv)^2 \left[h(a+hv^2)du^2 + \{ab + h^2(1+2uv)\{du\,dv + \right.$$
$$\left. + h(b+hu^2)dv^2\right].$$

9. — Noi ci limiteremo a considerare quelle deformazioni omogenee in cui è $h=0$; chiamando allora Σ_0 la superficie a cui si riduce Σ, si vede dalla forma che viene ad assumere il $d\sigma^2$ che sulla sfera e su Σ_0 si corrispondono le linee di lunghezza nulla.

Calcoliamo i coseni direttori di Σ_0, che chiameremo $\alpha_0 \beta_0 \gamma_0$, nonchè i coefficienti della sua 2ª forma fondamentale, che indicheremo con $D_0 D'_0 D''_0$; si trova:

$$(18) \qquad \alpha_0 = \frac{u+v}{1+uv}, \quad \beta_0 = i\,\frac{v-u}{1+uv}, \quad \gamma_0 = \frac{uv-1}{1+uv},$$

$$D_0 = -a, \quad D'_0 = 0, \quad D''_0 = -b.$$

Le (18) confrontate colle (6), che dànno le coordinate dei punti della sfera, mostrano che la sfera e la superficie Σ_0 si corrispondono per parallelismo delle normali, ossia il punto (x, y, z) della sfera è l'imagine, secondo Gauss, del punto $(\Xi, \mathsf{H}, \mathsf{Z})$ di Σ_0. Poichè inoltre è $D'_0=0$, le linee u, v sono coniugate su Σ_0, e siccome sono pure le sue linee di lunghezza nulla, vuol dire che la Σ_0 è ad area minima. Se si vuole una conferma di questo risultato non si ha che da calcolare la curvatura media di Σ_0: si trova ch'essa è nulla.

Onde avere una superficie Σ_0 reale supporremo le costanti a, b complesse coniugate, ponendo:

$$\frac{1}{3}\,a = a_1 + ib_1, \qquad \frac{1}{3}\,b = a_1 - ib_1,$$

essendo a_1 e b_1 reali. Cambiando allora le variabili col porre

$$u = \lambda + i\mu, \qquad v = \lambda - i\mu,$$

la Σ_0 viene rappresentata dalle equazioni

$$(19) \qquad \begin{cases} \Xi = a_1(3\lambda + 3\lambda\mu^2 - \lambda^3) - b_1(3\mu - 3\lambda^2\mu + \mu^3) \\ \mathsf{H} = a_1(\mu^3 - 3\lambda^2\mu - 3\mu) - b_1(\lambda^3 - 3\lambda\mu^2 + 3\lambda) \\ \mathsf{Z} = 3a_1(\lambda^2 - \mu^2) - 6b_1\lambda\mu. \end{cases}$$

Le superficie minime di questa classe sono ben note, poichè se nelle formole di Weierstrass

$$x = R\int(1-u^2)F(u)du, \quad y = R\int i(1+u^2)F(u)du, \quad z = R\int 2uF(u)du$$

si fa $F(u) = 3e^{i\omega}$ (ω cost.), si ottengono le superficie

$$(19') \quad \begin{cases} x = \cos\omega(3\lambda + 3\lambda\mu^2 - \lambda^3) - \operatorname{sen}\omega(3\mu - 3\lambda^2\mu + \mu^3) \\ y = \cos\omega(\mu^3 - 3\lambda^2\mu - 3\mu) - \operatorname{sen}\omega(\lambda^3 - 3\lambda\mu^2 + 3\lambda) \\ z = 3\cos\omega(\lambda^2 - \mu^2) - 6\operatorname{sen}\omega \,.\, \lambda\mu, \end{cases}$$

che comprendono la superficie del 9° ordine di Enneper ($\omega = 0$), e tutte le sue *associate*, in particolare la *coniugata in applicabilità* o *aggiunta* $\left(\omega = \frac{\pi}{2}\right)$ (*).

Ora è evidente che le (19) si deducono dalle stesse equazioni di Weierstrass facendo

$$F(u) = a_1 + ib_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}\, e^{i\omega}, \qquad \omega = \operatorname{arctg}\frac{b_1}{a_1},$$

e quindi le Σ_0 sono ancora superficie di Enneper, omotetiche a quelle tipiche rappresentate nelle equazioni (19').

La superficie di Enneper viene così generata cinematicamente dall'estremo di un raggio vettore, condotto per un punto fisso parallelamente allo spostamento che subiscono i punti di una sfera in una sua pura estensione particolare, e proporzionale alla grandezza di quello spostamento medesimo.

10. — Un nuovo esempio di pura estensione della sfera si ha nel seguente modo. Si consideri insieme colla sfera un'altra superficie qualunque, applicabile su di essa, e sia S_0: si assumano come coefficienti a, h, b della pura deformazione della sfera i coefficienti $D_0\, D'_0\, D''_0$ della seconda forma fondamentale di S_0. Siccome queste ultime funzioni verificano le equazioni di Codazzi e l'equazione di Gauss relative a tutte le

(*) Cfr. Bianchi, *Lezioni*, ecc., n^i 191, 197; opp. Darboux, *Leçons*, ecc., t. I, n^i 188, 207.

superficie applicabili sulla sfera, così a, h, b annulleranno identicamente, in particolare, le espressioni che furono indicate con C_1 e C_2 (v. n° 1), ed in conseguenza risulteranno pure nulle R_1 e R_2; poichè inoltre per la sfera è nullo il determinante $[a\, D'\, G]$ che figura in W, ne risulta che la condizione $W=0$ è soddisfatta dalle espressioni di a, h, b che si sono assunte. Dalle corrispondenti deformazioni della sfera si può dunque separare una pura estensione: è di questa che noi vogliamo ora occuparci.

Riferiamo la sfera (di raggio 1) non più alle sue rette, ma ad un sistema di meridiani e di paralleli, ponendo:

$$x = \operatorname{sen}\theta \cos\varphi\,, \qquad y = \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi\,, \qquad z = \cos\theta\,,$$

per modo che sarà

$$ds^2 = d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta\, d\varphi^2,$$

e le (16), che definiscono per quadrature la pura estensione più generale, diventano, ora che C_1 e C_2 sono nulli:

$$(20)\qquad \left\{\begin{aligned}
\frac{\partial \Xi}{\partial \theta} &= a\cos\theta\cos\varphi - h\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\\
\frac{\partial \Xi}{\partial \varphi} &= h\cos\theta\cos\varphi - b\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\\
\frac{\partial \mathsf{H}}{\partial \theta} &= a\cos\theta\operatorname{sen}\varphi + h\frac{\cos\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\\
\frac{\partial \mathsf{H}}{\partial \varphi} &= h\cos\theta\operatorname{sen}\varphi + b\frac{\cos\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\\
\frac{\partial \mathsf{Z}}{\partial \theta} &= -a\operatorname{sen}\theta\\
\frac{\partial \mathsf{Z}}{\partial \varphi} &= -h\operatorname{sen}\theta\,.
\end{aligned}\right.$$

In queste equazioni si è già tenuto conto del fatto che a, h, b verificano le relazioni di Codazzi; dobbiamo ancora scrivere che soddisfanno all'equazione di Gauss:

$$\frac{DD'' - D'^2}{H^2} = 1\,,$$

la quale nel nostro caso è

$$ab - h^2 = \operatorname{sen}^2\theta\,. \tag{21}$$

Per l'elemento lineare della superficie $\Sigma(\Xi, \mathsf{H}, Z)$ si ha intanto dalle (20):

$$d\sigma^2 = \left(a^2 + \frac{h^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\theta^2 + 2h\left(a + \frac{b}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\theta d\varphi + \left(h^2 + \frac{b^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\varphi^2, \tag{22}$$

e se $\overline{H}^2$ indica il discriminante di questa forma, abbiamo, osservando la (21),

$$\overline{H} = \operatorname{sen}\theta.$$

I coseni direttori della normale a Σ sono poi, in causa di quest'ultima formola:

$$\overline{\alpha} = \operatorname{sen}\theta\cos\varphi\,, \qquad \overline{\beta} = \operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\varphi\,, \qquad \overline{\gamma} = \cos\theta\,,$$

cioè il punto (Ξ, H, Z) di Σ ha per imagine, secondo Gauss, il punto (x, y, z) della sfera.

Mediante le (20) calcoleremo ancora i coefficienti della seconda forma fondamentale di Σ, ed otterremo

$$\overline{D} = \sum \overline{\alpha}\,\frac{\partial^2\Xi}{\partial\theta^2} = -a\,, \quad \overline{D}' = \sum \overline{\alpha}\,\frac{\partial^2\Xi}{\partial\theta\,\partial\varphi} = -h\,, \tag{23}$$

$$\overline{D}'' = \sum \overline{\alpha}\,\frac{\partial^2\Xi}{\partial\varphi^2} = -b\,;$$

di qui si ricava, per la curvatura totale di Σ:

$$\overline{K} = \frac{\overline{D}\,\overline{D}'' - \overline{D}'^2}{\overline{H}^2} = +1\,,$$

cioè Σ è ancora applicabile sulla sfera di raggio 1.

11. — Si vede dunque che, partendo da una superficie S_0 a curvatura costante positiva, si può, utilizzando le pure estensioni della sfera, arrivare ad un'altra superficie Σ colla medesima curvatura costante. La trasformazione ora incontrata non

è però nuova: essa non è altro che la trasformazione involutoria esposta da Hazzidakis nel vol. 88 del " Giornale di Crelle " (*). Noi lo verificheremo ora brevemente.

Proprietà caratteristica della corrispondenza che intercede fra una superficie e la sua *coniugata*, secondo Hazzidakis, è che l'elemento lineare di ciascuna delle due superficie è eguale all'elemento lineare sferico dell'altra: ora già si notò che l'elemento lineare sferico di Σ è eguale all'elemento lineare della sfera da cui siamo partiti; ma quest'ultimo è eguale all'elemento lineare di S_0, perchè la sfera e la S_0 si corrispondono per applicabilità; dunque l'elemento lineare sferico di Σ è eguale all'elemento lineare di S_0. Inversamente l'elemento lineare sferico di S_0 è dato da:

$$ds'^2_0 = -(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2\theta d\varphi^2) + \frac{a\operatorname{sen}^2\theta + b}{\operatorname{sen}^2\theta}(ad\theta^2 + 2hd\theta d\varphi + bd\varphi^2),$$

poichè

$$M = -\frac{a\operatorname{sen}^2\theta + b}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

è la curvatura media di S_0. Ora facendo uso della (21) possiamo scrivere

$$ds'^2_0 = \left(a^2 + \frac{h^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\theta^2 + 2h\left(a + \frac{b}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\theta d\varphi + \left(h^2 + \frac{b^2}{\operatorname{sen}^2\theta}\right)d\varphi^2,$$

e confrontando colla (22), che dà l' elemento lineare $d\sigma$ di Σ, si ha:

$$ds'_0 = d\sigma.$$

Le nostre formole contengono poi tutte le proprietà più notevoli della trasformazione di Hazzidakis. Così dal fatto che i coefficienti della seconda forma fondamentale di Σ differiscono da quelli di S_0 solo per il segno, risulta che su S_0 e su Σ si corrispondono le line assintotiche (o, che fa lo stesso, i sistemi coniugati).

Inoltre: le linee di curvatura di S_0 hanno per equazione differenziale:

(*) Cfr. anche Bianchi, *Lezioni di Geom. diff.*, n. 264.

$$hd\theta^2 + (b - a\,\mathrm{sen}^2\theta)d\theta d\varphi - h\,\mathrm{sen}^2\theta d\varphi^2 = 0\,;$$

l'equazione analoga per le linee di curvatura di Σ è

$$\left\{ah\left(a+\frac{b}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)-h\left(a^2+\frac{h^2}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)\right\}d\theta^2+\left\{a\left(h^2+\frac{b^2}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)-b\left(a^2+\frac{h^2}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)\right\}d\theta d\varphi+$$

$$+\left\{h\left(h^2+\frac{b^2}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)-bh\left(a+\frac{b}{\mathrm{sen}^2\theta}\right)\right\}d\varphi^2=0\,,$$

e questa, per la (21), si trasforma nell'equazione precedente. Ne segue l'altra proprietà ben nota, che sulle superficie S_0 e Σ si corrispondono pure le linee di curvatura.

Così le equazioni (20), che definiscono una pura estensione della sfera, vengono a potersi interpretare anche da un punto di vista affatto diverso, cioè come le equazioni della trasformazione di Hazzidakis, purchè a, h, b si intendano legate dalla relazione (21), nonchè dalle due di Codazzi, che ora prendono la forma:

$$\frac{\partial a}{\partial \varphi}-\frac{\partial h}{\partial \theta}-\mathrm{cotg}\,\theta : h = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial \varphi}-\frac{\partial b}{\partial \theta}+\mathrm{sen}\,\theta\cos\theta\,.\,a+\mathrm{cotg}\,\theta\,.\,b=0.$$

Altrimenti ancora possiamo dire che la trasformazione di Hazzidakis viene a ricevere, colle precedenti considerazioni, un significato cinematico; mentre poi la sua proprietà d'essere involutoria, fornisce una nuova proprietà per la questione cinematica che ci interessa, poichè fa vedere che se nelle (20) si assumono per a, h, b i coefficienti della 2ª forma fondamentale, non già di S_0, ma di Σ (*), la superficie corrispondente alla sfera nella deformazione è la S_0.

12. — Vogliam vedere almeno su un esempio a che cosa conduca la trasformazione che ora abbiamo incontrato. Si assuma per S_0 una superficie di rotazione, e siano le sue equazioni (**):

(*) Naturalmente bisognerebbe prima ridurre l'elemento lineare di Σ alla forma $ds^2 = d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\theta\, d\varphi^2$.

(**) Cfr. Darboux, *Leçons*, ecc., t. I, pag. 93.

$$(24)\quad x_0 = k\,\mathrm{sen}\theta\cos\frac{\varphi}{k}\,,\quad y_0 = k\,\mathrm{sen}\theta\,\mathrm{sen}\frac{\varphi}{k}\,,\quad z_0 = \int\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}\,d\theta\,,$$

dalle quali si ha appunto

$$ds_0^2 = d\theta^2 + \mathrm{sen}^2\theta\,d\varphi^2\,,$$

che è lo stesso ds^2 della sfera di raggio 1.

I coefficienti della 2ª forma fondamentale sono

$$D_0 = \frac{k\,\mathrm{sen}\theta}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}\,,\quad D_0' = 0\,,\quad D_0'' = \frac{\mathrm{sen}\theta}{k}\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}\,;$$

e le (20), quando vi si ponga $a = D_0$, $h = D'_0$, $b = D_0''$, diventano:

$$(25)\quad \left\{\begin{aligned} &\frac{\partial\Xi}{\partial\theta} = \frac{k\,\mathrm{sen}\theta\cos\theta\cos\varphi}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}\,, && \frac{\partial\Xi}{\partial\varphi} = -\frac{\mathrm{sen}\varphi}{k}\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}\\ &\frac{\partial\mathsf{H}}{\partial\theta} = \frac{k\,\mathrm{sen}\theta\cos\theta\,\mathrm{sen}\varphi}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}\,, && \frac{\partial\mathsf{H}}{\partial\varphi} = \frac{\cos\varphi}{k}\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}\\ &\frac{\partial\mathsf{Z}}{\partial\theta} = -\frac{k\,\mathrm{sen}^2\theta}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}\,, && \frac{\partial\mathsf{Z}}{\partial\varphi} = 0\,; \end{aligned}\right.$$

dalle quali integrando si ottiene:

$$(25')\quad \Xi = \frac{\cos\varphi}{k}\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}\,,\quad \mathsf{H} = \frac{\mathrm{sen}\varphi}{k}\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}\,,$$

$$\mathsf{Z} = -\int\frac{k\,\mathrm{sen}^2\theta}{\sqrt{1-k^2\cos^2\theta}}\,d\theta\,.$$

Vediamo che cosa sia questa superficie Σ.

Intanto il suo elemento lineare, calcolato dalle (25), è

$$d\sigma^2 = \frac{k^2\mathrm{sen}^2\theta}{1-k^2\cos^2\theta}\,d\theta^2 + \frac{1-k^2\cos^2\theta}{k^2}\,d\varphi^2\,;$$

la Σ è adunque essa pure una superficie di rotazione.

Dalle stesse (25) si ottengono poi i coefficienti $\overline{D}, \overline{D}', \overline{D}''$ della 2ª forma fondamentale di Σ; eseguendo i calcoli si trova:

$$\overline{D} = -D_0\,,\qquad \overline{D}' = 0\,,\qquad \overline{D}'' = -D_0''\,,$$

il che conferma il risultato contenuto nelle (23). Si ha inoltre:

$$\bar{H} = \operatorname{sen}\theta,$$

onde

$$\frac{\bar{D}\bar{D}'' - \bar{D}'^2}{\bar{H}^2} = 1,$$

ossia, sempre conformemente alla teoria generale, la Σ è ancora applicabile sulla sfera di raggio 1.

Infine, per vedere esattamente in che relazione stia la Σ colla S_0, si faccia nelle (25′) la sostituzione

$$k\cos\theta = -\cos\theta', \qquad \varphi = k\varphi', \qquad k = \frac{1}{k'};$$

le (25′) prenderanno la forma seguente:

$$\Xi = k'\operatorname{sen}\theta'\cos\frac{\varphi'}{k'}, \quad \mathsf{H} = k'\operatorname{sen}\theta'\operatorname{sen}\frac{\varphi'}{k'}, \quad \mathsf{Z} = \int\sqrt{1 - k'^2\cos^2\theta'}\,d\theta'.$$

Ora i secondi membri di questa equazione non differiscono dai secondi membri delle (24) che per il valore della costante k; precisamente le costanti k e k' sono reciproche l'una dell'altra. Da ciò segue che la trasformata di Hazzidakis di una superficie di rotazione a curvatura costante positiva è ancora di rotazione; però le due superficie appartengono a tipi diversi: se la prima è del tipo allungato (fusiforme), la seconda è del tipo schiacciato, e inversamente.

Pavia, Aprile 1901.

Le trasformazioni generatrici del gruppo cremoniano nel piano.

Estratto di una lettera del Socio corrispondente GUIDO CASTELNUOVO al prof. Corrado Segre.

La obbiezione che tu hai mosso recentemente (*) ad un noto procedimento di riduzione dovuto al Sig. Nöther, ha mostrato che in alcuni casi non si possono adoperare certe trasformazioni quadratiche di cui quel procedimento faceva uso, collo scopo di abbassare l'ordine di un sistema lineare di curve piane. Nasce allora spontanea l'idea di esaminare se in quei casi, e per quello scopo, non siano applicabili trasformazioni birazionali di natura più generale, ma di tipo ben determinato, quali sono ad es. le trasformazioni di Jonquières, che mutano le rette in curve di un certo ordine arbitrario ν dotate di un punto base multiplo secondo $\nu - 1$ e di $2\nu - 2$ punti base semplici. Mi sono accorto facilmente che, ricorrendo a quelle trasformazioni, si riusciva infatti a ritrovare tutti i principali risultati a cui il metodo di Nöther aveva condotto. Io però del detto metodo di Nöther non conservo nemmeno la parte aritmetica, che pur sfugge alla tua obbiezione; preferisco seguire una via interamente diversa, che mi vien suggerita da un articolo pubblicato alcuni mesi or sono dal Sig. Enriques e da me, e dedicato ad altre questioni (**).

(*) " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino ", adun. 24 marzo 1901.

(**) " *Sulle condizioni di razionalità dei piani doppi* ", " Rendiconti del Circolo matematico di Palermo ", t. XIV (1900), pag. 290. Nella Nota qui citata (e precisamente nei n^i 2 e 3) facciamo uso, a dir vero, di trasformazioni quadratiche che possono cadere talvolta sotto il caso d'eccezione da te segnalato. Ma chi vorrà leggere il presente articolo, vedrà che tutte le trasformazioni quadratiche adoperate in quella Nota possono esser facilmente sostituite da trasformazioni di Jonquières, sempre eseguibili, e conducenti agli stessi risultati.

Il procedimento che così ne risulta, e che qui applico a dimostrare in modo rigoroso un noto teorema, il quale afferma che *una trasformazione cremoniana tra due piani può sempre riguardarsi come prodotto di un numero finito di trasformazioni quadratiche*, ha veramente una portata molto più larga; ma io non voglio varcare i limiti che mi sono assegnato, per non invadere un campo in cui ora sta lavorando uno studente della Università di Roma.

Sia $|C^n|$ un sistema lineare, almeno ∞^1, di curve razionali irriducibili, d'ordine n che supporremo superiore a 2. Il sistema sia determinato dai punti base, cioè sia composto di *tutte* le curve di quell'ordine che passano per $k+1\,(\geqq 1)$ punti base $O_0, O_1, \ldots, O_k$ con molteplicità fisse $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_k$; poniamo che queste siano scritte in ordine di grandezza decrescente, di guisa che

$$\alpha_0 \geq \alpha_1 \geq \ldots \geq \alpha_k \geq 1.$$

I detti punti base possono del resto essere o distinti (punti multipli ordinari), o in parte o tutti infinitamente vicini (componenti una o più singolarità nel senso di Nöther); l'una e l'altra ipotesi vengono trattate nello stesso modo, e perciò non sono mai staccate nel seguito.

Esprimendo che il genere della C^n generica è zero, e che due C^n si segano in $D \geq 0$ punti variabili, troviamo le relazioni

$$(1) \qquad (n-1)(n-2) - \sum_{i=0}^{i=k} \alpha_i(\alpha_i - 1) = 0, \quad n^2 - \sum_{i=0}^{i=k} \alpha_i^2 = D,$$

dalle quali deduciamo subito

$$(2) \qquad 3n - \sum_{i=0}^{i=k} \alpha_i = D + 2.$$

Ciò premesso, introduciamo la nozione di sistema *d'indice* 1, 2 ... *aggiunto* ad un sistema lineare assegnato $|C^n|$, o ad una sua curva C^n. Per sistema *aggiunto d'indice* 1, si intenderà l'ordinario aggiunto d'ordine $n-3$, che è costituito dalle curve d'ordine $n-3$ passanti $\alpha-1$ volte per ogni punto base α-uplo

del sistema primitivo; similmente l'*aggiunto d'indice* 2 sarà l'aggiunto d'indice 1 preso rispetto all'aggiunto d'indice 1, vale a dire il sistema delle curve d'ordine $n-6$ costrette a passare $\alpha-2$ volte per ogni punto base α-uplo di $|C^n|$, quando $\alpha > 2$, e non vincolate affatto dai punti base doppi o semplici; in generale, l'aggiunto d'indice j sarà formato dalle curve d'ordine $n-3j$ che sono costrette a passare $\alpha-j$ volte per ogni punto base di $|C^n|$, avente la molteplicità $\alpha > j$, e che non sono vincolate affatto dai punti base di molteplicità inferiore.

Se in particolare la curva di partenza C^n è razionale, come supponiamo, allora manca certamente il sistema aggiunto d'indice 1; ma di qua non segue che debbano pure mancare gli aggiunti di indice superiore; anzi può accadere il contrario se C^n è una curva razionale *isolata* (si pensi ad es. alla curva d'ordine $n > 6$ con $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ punti doppi). Io dico però che " se la curva razionale C^n è curva generica di un sistema li- " neare, almeno ∞^1, allora certamente mancano i sistemi ag- " giunti di tutti gli indici ".

La dimostrazione si ottiene subito calcolando il numero delle intersezioni, fuori dei punti base, di C^n con una aggiunta d'indice j, supposta esistente; quel numero risulta negativo, e da ciò segue che la detta aggiunta non può esistere. Per eseguire il calcolo, supponiamo che tra i numeri $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_k$, esprimenti le molteplicità dei punti base, i primi h $(0 \leq h \leq k+1)$ siano superiori ad j, e i rimanenti numeri $\alpha_h, \ldots, \alpha_k$ siano inferiori od uguali ad j; il numero di intersezioni che cerchiamo sarà espresso da

$$n(n-3j) - \sum_{i=0}^{i=h-1} \alpha_i(\alpha_i - j) =$$

$$= (n^2 - \sum_{i=0}^{i=k} \alpha_i^2) - j(3n - \sum_{i=0}^{i=k} \alpha_i) + \sum_{i=h}^{i=k} \alpha_i(\alpha_i - j)$$

$$= D - j(D+2) + \sum_{i=h}^{i=k} \alpha_i(\alpha_i - j),$$

numero evidentemente negativo se $j > 1$, poichè, per ipotesi, i fattori $\alpha_i - j$, che compariscono nell'ultima sommatoria, sono nulli o negativi.

Di qui si trae subito una utile osservazione: poichè il primo membro dell'ultima uguaglianza è negativo, segue che, quando sia $n > 3j$, allora deve risultare $h \geq 1$, $\alpha_0 > j$. Perciò, se indichiamo con q il maggior intero non superiore ad $\frac{n}{3}$, se poniamo adunque

$$n = 3q + r \qquad (q \geq 1,\ r = 0, 1, 2),$$

potremo concludere che il nostro sistema lineare $|C^n|$ possiede almeno un punto base O_0 di molteplicità $\alpha_0 > q$.

Ma ricorrendo al lemma ora dimostrato, noi possiamo stabilire una disuguaglianza più espressiva fra l'ordine n di $|C^n|$ e le molteplicità dei punti base; basterà esprimere perciò che le condizioni imposte dai punti O_0, O_1, ... multipli secondo $\alpha_0 - j$, $\alpha_1 - j$, ... per le curve aggiunte d'indice j, sono in numero eccessivo rispetto all'ordine $n - 3j$ delle dette curve, che sarebbero costrette a passare per quelli ($j = 1, 2 \ldots$).

Per procedere nella discussione, preferisco staccare i tre casi $r = 0$, 1, 2. Esaminerò diffusamente il primo caso, ed indicherò come, in modo analogo, si possano trattare gli altri due.

1° Caso: $n = 3q$. — Il punto base O_0 di $|C^n|$ che ha la molteplicità più elevata $\alpha_0 > q$, sia multiplo secondo

$$a) \quad \alpha_0 = q + 2s, \qquad \text{oppure} \qquad a') \quad \alpha_0 = q + 2s - 1 \quad (s \geq 1).$$

Supponiamo per ora

$$(3) \qquad s < q;$$

e in tale ipotesi consideriamo le curve aggiunte a $|C^n|$ di indice $q - s$, le quali dovrebbero aver l'ordine $3s$, e dovrebbero passare colla molteplicità $3s$, o, rispettivamente, $3s - 1$ per O_0, ed inoltre colla molteplicità

$$(4) \qquad \beta_i = \alpha_i - (q - s) \geq 1 \qquad (i = 1, 2, \ldots h \leq k)$$

per ogni altro punto base O_i avente per $|C^n|$ la molteplicità

$$\alpha_i > q - s.$$

Ipotesi a). — Una prima disuguaglianza, a cui soddisfanno le β_i, si trova subito, notando che la retta $O_0 O_i$ non può segare C^n in più di $n = 3q$ punti; si ricava di qua (ricordando le posizioni fatte)

$$\beta_i \leq q - s. \qquad (i = 1, 2, \ldots, h). \tag{5}$$

Per giungere ad una seconda disuguaglianza, si ricorra alle dette curve aggiunte d'ordine $3s$, che sono costrette a passare per O_0 colla molteplicità $3s$, e quindi dovrebbero spezzarsi in $3s$ rette, delle quali β_i dovrebbero coincidere colla retta $O_0 O_i (i = 1, 2, \ldots, h)$. Siccome d'altra parte quelle curve aggiunte non possono esistere, siamo sicuri che dovrà essere

$$\sum_{i=1}^{i=h} \beta_i > 3s\,; \tag{6}$$

da questa segue anzitutto (poichè $\alpha_1 \leq \alpha_0$, ossia $\beta_1 \leq 3s$) che $h \geq 2$.

Ora io affermo:

1) che una trasformazione di Jonquières, supposta esistente, la quale abbia un ordine ν soddisfacente alle condizioni

$$1 < \nu \leq \frac{h}{2} + 1\,,$$

ed abbia inoltre il punto fondamentale $(\nu - 1)$-plo in O_0 e i $2\nu - 2 \leq h$ punti semplici in $O_1, O_2, \ldots, O_{2\nu-2}$, muta le curve C^n in curve d'ordine $n' < n$;

2) che si può sempre trovare un valore di ν entro ai limiti fissati, in corrispondenza al quale esista una trasformazione siffatta, cioè un valore di ν tale, che esistano curve *irriducibili* d'ordine ν passanti $\nu - 1$ volte per O_0 e semplicemente per $O_1, O_2, \ldots, O_{2\nu-2}$; basterà prendere a tal fine, come vedremo, il massimo valore che ν può ricevere.

Per dimostrare la 1) si osservi che le curve C^n, mediante la detta trasformazione, si mutano in curve d'ordine

$$n' = n\nu - \alpha_0(\nu - 1) - \sum_{i=1}^{i=2\nu-2} \alpha_i\,,$$

ossia per le (4) e la a)

$$(7) \qquad n' = 3q - \sum_{i=1}^{i=2\nu-2} \beta_i ,$$

numero certamente inferiore ad $n = 3q$, poichè $2\nu - 2 \geq 2$.

Per dimostrare la 2) procederò per assurdo; ammesso che ciascuna delle ∞^2 curve C^ν, d'ordine ν, passanti colla molteplicità $\nu - 1$ per O_0 e semplicemente per $O_1, O_2, \ldots, O_{2\nu-2}$, si spezzi, la parte variabile (irriducibile o riducibile) che entra a comporre la C^ν, dovrà segare la curva generica C^n, fuori dei punti base, in un numero n'' di punti inferiore od uguale al numero n', ora calcolato, delle intersezioni variabili della *intera* C^ν con C^n. Ora noi vedremo, al contrario, che per qualche valore di ν, ad es. per

$$(8) \qquad \nu = \frac{h}{2} + 1 \text{ (se } h \text{ è pari)}, \qquad \nu = \frac{h-1}{2} + 1 \text{ (se } h \text{ è dispari)},$$

ciò non accade; vedremo che i casi di spezzamento, i quali a prima vista sembrano possibili, condurrebbero all'assurdo $n'' > n'$, e quindi devono venir esclusi. Ciò risulta subito intanto se la parte variabile componente C^ν è irriducibile, ed è quindi una curva C^μ che varia in un sistema (almeno) ∞^2, ha l'ordine $\mu < \nu$ e passa $\mu - 1$ volte per O_0 e semplicemente per $2\mu - 2$ *al più* tra i punti $O_1, O_2, \ldots, O_{2\nu-2}$; infatti, ripetendo il calcolo che ci ha condotto alla (7), e ponendoci nelle ipotesi più sfavorevoli, si trova

$$n'' \geq 3q - \sum_{i=1}^{i=2\mu-2} \beta_i ,$$

e confrontando colla (7) (poichè $\mu < \nu$, $\beta_i > 0$)

$$n'' > n',$$

disuguaglianza che esclude questo primo tipo di spezzamento. Se invece la parte variabile componente C^ν si spezza in due (o più) curve, queste, per un noto teorema, devono appartenere ad uno stesso fascio, e nel caso presente si vede (tenuto conto della molteplicità di O_0) che devono esser rette uscenti da O_0; ed allora risulta

$$n'' \geq 4q - 4s.$$

Se fosse adunque $n'' \leq n'$, come porterebbe la ipotesi dello spezzamento, si avrebbe, in virtù della (7),

$$\sum_{i=1}^{i=2\nu-2} \beta_i \leq 4s - q\,,$$

e, tenuto conto del valore (8) attribuito a ν, (sia h pari o dispari)

$$\sum_{i=1}^{i=h} \beta_i < 4s - q + \beta_h\,;$$

ma questa, ricorrendo alla (5) applicata al punto O_h, si trasforma nella

$$\sum_{i=1}^{i=h} \beta_i \leq 3s,$$

che non può essere accettata perchè in contrasto colla (6).

Concludiamo che, per quel valore (8) di ν, le ∞^2 curve C^n sono irriducibili; e quindi, nelle ipotesi in cui ci siamo posti *a*) e (3), *esiste certo una trasformazione di Jonquières atta ad abbassare l'ordine* $n = 3q$ *del sistema lineare* $|C^n|$ *da cui siamo partiti.*

Ipotesi a'). — Ripetiamo le considerazioni precedenti nella ipotesi che la curva C^n, d'ordine $n = 3q$, abbia in O_0 la molteplicità $\alpha_0 = q + 2s - 1$, e, come prima, in O_i la molteplicità $\alpha_i = \beta_i + q - s$ $(i = 1, 2, \ldots, h \leq k)$. Anzitutto lo stesso ragionamento, che prima ci ha condotto alla (5), ci dà qui la disuguaglianza

$$\beta_i \leq q - s + 1 \qquad (i = 1, 2, \ldots, h). \tag{5'}$$

Consideriamo ora le aggiunte d'indice $q - s$ alla C^n, le quali hanno ancora l'ordine $3s$, e sono costrette a passare colla molteplicità $3s - 1$ per O_0 e colla molteplicità β_i per O_i. Se queste aggiunte esistessero, esse dovrebbero spezzarsi in un gruppo di rette uscenti da O_0, delle quali $\beta_i - 1$ coinciderebbero con $O_0 O_i$, e in una curva residua di ordine

$$\sigma = 3s - \sum_{i=1}^{i=h} (\beta_i - 1)$$

costretta a passare $\sigma - 1$ volte per O_0 e semplicemente per $O_1, O_2, \ldots, O_h$.

Siccome però quelle curve aggiunte non possono esistere, vuol dire che le condizioni imposte dai punti $O_0, O_1, \ldots, O_h$ alla curva d'ordine σ sono in numero eccessivo rispetto al valore di σ. Notando che una curva d'ordine σ con un punto fisso O_0 di molteplicità $\sigma - 1$ dipende da 2σ costanti, l'ultima osservazione fornisce la disuguaglianza

$$2\sigma < h,$$

ossia

$$(6') \qquad \sum_{i=1}^{i=h} \left(\beta_i - \frac{1}{2}\right) > 3s,$$

(la quale comprende anche l'altro caso di inesistenza $\sigma < 0$); segue subito che $h \geq 2$.

Ciò premesso, osserveremo anche qui (come notammo già sotto la ipotesi a)) che una trasformazione di Jonquières determinata da curve C^ν, d'ordine ν soddisfacente alle disuguaglianze $1 < \nu < \frac{h}{2} + 1$, le quali passino colla molteplicità $\nu - 1$ per O_0 e semplicemente per $O_1, O_2, \ldots, O_{2\nu-2}$, abbassa l'ordine $n = 3q$ delle C^n all'ordine

$$(7') \qquad n' = 3q - \sum_{i=1}^{i=2\nu-2} \left(\beta_i - \frac{1}{2}\right)$$

certo inferiore ad n, poichè $\nu \geq 2$, $\beta_i \geq 1$.

Osserveremo inoltre che le curve C^ν, determinanti la trasformazione, certo sono irriducibili se ν raggiunge il massimo valore (8) che può assumere. Questa affermazione si giustifica per assurdo, come prima, esaminando la parte variabile che entra a comporre una C^ν supposta spezzata, e determinando di questa parte variabile le intersezioni con C^n, fuori dei punti base. Si riconosce infatti che il detto numero di intersezioni n'' è maggiore di n', mentre la ipotesi dello spezzamento dovrebbe dare sempre $n'' \leq n'$. Ora, che risulti realmente $n'' > n'$, si dimostra subito, come prima, se si suppone che la componente variabile di C^ν sia una curva *irriducibile* d'ordine $\mu < \nu$. Ba-

sterà perciò fermarci alla ipotesi che la detta parte variabile si spezzi in due (o più) rette uscenti da O_0. Allora è

$$n'' \geq 4q - 4s + 2\,;$$

e se potesse aversi $n'' \leq n'$, si troverebbe, tenendo conto della (7'),

$$\sum_{i=1}^{i=2\nu-2} \left(\beta_i - \frac{1}{2}\right) \leq 4s - q - 2\,,$$

e quindi, ricordando il valore (8) di ν,

$$\sum_{i=1}^{i=h} \left(\beta_i - \frac{1}{2}\right) \leq 4s - q - 2 + \left(\beta_h - \frac{1}{2}\right),$$

donde si trarrebbe, tenendo conto della (5') applicata al punto O_h,

$$\sum_{i=1}^{i=h} \left(\beta_i - \frac{1}{2}\right) \leq 3s - \frac{3}{2}\,;$$

ma questa non può mai esser soddisfatta perchè contraddice alla (6').

Dunque, anche nelle ipotesi a') e (3) *esiste certo una trasformazione di Jonquières atta ad abbassare l'ordine* $n = 3q$ *del sistema* $|C^n|$ *considerato.*

2° *Caso:* $n = 3q + 1$. — Il punto base O_0 di $|C^n|$ che ha la molteplicità più elevata $\alpha_0 > q$, sia multiplo secondo

$$b)\ \alpha_0 = q + 2s + 1, \qquad \text{oppure} \qquad b')\ \alpha_0 = q + 2s,$$

dove, nella ipotesi b) è $s \geq 0$, e nella b') $s \geq 1$.

Si supporrà inoltre

$$s < q. \tag{3}$$

Allora le curve aggiunte a $|C^n|$, d'indice $q - s$, dovrebbero aver l'ordine $3s + 1$, e dovrebbero passare colla molteplicità $3s + 1$, o, rispettivamente, $3s$ per O_0, ed inoltre colle molteplicità β_i date dalle (4) per ogni altro punto O_i ($i = 1, 2, \ldots, h$) avente per $|C^n|$ una molteplicità $> q - s$. Ricordando però che le dette aggiunte

non possono esistere, si trovano anche qui certe disuguaglianze a cui devono soddisfar le β_i, disuguaglianze perfettamente analoghe alle (5) e (6), se si parte dalla ipotesi b), oppure alle (5′) e (6′), se si parte dalla ipotesi b'). Ed anche qui imitando rispettivamente i ragionamenti della ipotesi a), o della ipotesi a'), si arriva sempre alla conclusione che, se la (3) è verificata, *esiste certo una trasformazione di Jonquières atta ad abbassare l'ordine* $n=3q+1$ *del sistema* $|C^n|$ *su cui si ragiona.*

3° Caso: $n=3q+2$. — Qui si supporrà che il punto base O_0 di $|C^n|$, che ha la molteplicità più elevata $\alpha_0>q$, sia multiplo secondo

$$c)\quad \alpha_0=q+2s+2\,,\qquad \text{oppure}\qquad c')\ \alpha_0=q+2s+1\qquad (s\geq 0).$$

Si supporrà al solito

$$(3)\qquad s<q\,,$$

e si considereranno ancora le aggiunte a $|C^n|$ di indice $q-s$, e quindi di ordine $3s+2$, le quali dovrebbero avere in O_0, rispettivamente, un punto multiplo secondo $3s+2$ o $3s+1$; si procederà poi nella ipotesi c), come si è proceduto nella ipotesi a) (oppure nella b)), e nella ipotesi c'), come si è proceduto nella a') (oppure nella b')). Sempre si giungerà alla conclusione che, se la (3) è verificata, *certo esiste una trasformazione di Jonquières atta ad abbassare l'ordine* $n=3q+2$ *del sistema considerato* $|C^n|$.

Riunendo ora tutti i casi enumerati, si riconosce che l'ordine n di un sistema $|C^n|$, almeno ∞^1, di curve razionali, può sempre abbassarsi mediante una trasformazione di Jonquières, a parte le ipotesi $n=1, 2$, che erano scartate fin dal principio, e riservando il caso che la (3) non si verifichi, che sia adunque $s\geq q$. Ma quest'ultima ipotesi porta di conseguenza che il sistema $|C^n|$ abbia un punto base O_0 di molteplicità $\alpha_0=n-1$ oppure n; delle due soluzioni però, la seconda non può accettarsi, poichè condurrebbe ad un sistema riducibile, che abbiamo sempre escluso. Dunque in fine, notando che il processo di abbassamento dell' ordine deve per forza aver termine dopo un numero finito di operazioni, si conclude:

Un sistema lineare irriducibile, almeno ∞^1, *di curve razionali,*

può sempre trasformarsi, mediante un numero finito di trasformazioni di Jonquières, in uno dei seguenti sistemi lineari:

α) *sistema di rette,*

β) *sistema di coniche,*

γ) *sistema di curve di ordine* $n \geq 2$ *dotato di un punto base multiplo secondo* $n-1$, *ed eventualmente di altri punti base semplici* (*).

Sarebbe facile esaminare in quali casi gli ordini dei nominati sistemi possano ulteriormente abbassarsi, mediante trasformazioni birazionali del piano. Ma io non intendo fermarmi su questa ricerca che condurrebbe a ritrovare, per altra via, i tipi irriducibili di sistemi lineari di curve razionali (*d'ordine minimo*), già enumerati ad es. dal Sig. Guccia (**).

Piuttosto, per rientrare nell'argomento che mi son proposto, supporrò che il sistema di partenza abbia la dimensione 2, sia dunque una *rete omaloidica*, la quale, posta in corrispondenza con un piano rigato, definisca una trasformazione cremoniana generale T tra l'ultimo piano e il piano del sistema. Applicando al detto sistema un numero finito di trasformazioni di Jonquières $J_1, J_2 \ldots$, si potrà mutare quel sistema in uno dei tipi sopra enumerati, e precisamente (tenuto conto della dimensione 2):

α′) nel sistema delle ∞^2 rette di un piano; oppure

β′) in una rete di curve di un certo ordine $\nu \geq 2$, dotate di un punto base $(\nu-1)$-plo e di $2\nu-2$ punti base semplici. Siccome però il sistema β′), mediante una ulteriore trasformazione di Jonquières J_l, d'ordine ν, si muta in un piano rigato, possiamo in ogni caso affermare che un prodotto di trasformazioni del tipo $TJ_1J_2 \ldots J_l$ muta un piano rigato in un piano rigato, è una collineazione; in simboli

$$TJ_1J_2 \ldots J_l = 1,$$

(*) Che un sistema lineare (almeno ∞^2) di curve razionali possa ridursi ad uno dei tre tipi sopra enunciati *mediante una trasformazione Cremoniana*, fu già dimostrato anni or sono dal sig. Picard (" Bulletin de la Société Philomatique ", 1878: " Journal für die r. u. a. Mathematik ", t. 100, p. 71) per una via rapida ed elegante, che sfugge all'obbiezione da te mossa al procedimento di Nöther. Per me tuttavia era essenziale mostrare che la detta riduzione può sempre eseguirsi *mediante trasformazioni di Jonquières.*

(**) " Rendic. del Circolo matematico di Palermo ", t. I (1886), p. 152.

indicando con 1 una collineazione, che in questa teoria equivale all'*identità*. Si ricava subito

$$T^{-1} = J_1 J_2 \dots J_l,$$

donde il teorema:

Ogni trasformazione cremoniana tra due piani può scindersi nel prodotto di un numero finito di trasformazioni di Jonquières.

Ed ormai per giungere al risultato che mi son prefisso, rimane solo da mostrare che (come tu pure accenni nella tua Nota) *ogni trasformazione di Jonquières tra due piani può scindersi nel prodotto di un numero finito di trasformazioni quadratiche* (*).

Qui preferisco seguire la via analitica, che conduce in modo assai semplice al risultato. Ricordo che una trasformazione di

---

(*) [Nota di C. Segre]. Mi permetto di spiegare brevemente in qual modo io vedevo questo fatto. Basterà considerare una rete di Jonquières con tutti i punti base infinitamente vicini; ed io prenderò, più in generale, un sistema lineare Σ d'ordine n con un punto $(n-1)$-plo, al quale siano infinitamente vicini l punti semplici: e dimostrerò che, se $l > n-1$ (come accade appunto per le reti di Jonquières), si potrà abbassarne l'ordine con una conveniente successione di trasformazioni quadratiche. Dopo ciò, il lettore potrà verificare subito quanto il sig. Castelnuovo ha accennato nella pag. precedente intorno ai sistemi di curve razionali *d'ordine minimo.*

Si faccia da prima una trasf. quadr. con un punto fondamentale nel punto $(n-1)$-plo di Σ, senz'altro. Verrà un sistema Σ' d'ordine $n+1$, con un punto n-plo ordinario e con $l+2$ punti base semplici, distinti od infinitamente vicini. Poi si faccia, se occorre, una serie di trasf.^{i} quadr.^{e} di Σ' in altri successivi sistemi d'ordine $n+1$, con un punto n-plo ordinario e con $l+2$ punti base semplici, ponendo sempre un punto fondamentale nel punto n-plo ed un altro in un punto base semplice che sia infinitamente vicino a qualche altro punto base semplice. L'effetto di ogni tale trasf. sarà, come subito si vede, di aumentare ogni volta di 1 unità il numero dei punti base semplici *distinti*; sicchè si potrebbe giungere fino ad averli tutti $l+2$ distinti. È dunque certamente possibile (poichè, per ipotesi, $l+2$ è maggiore dell'ordine $n+1$) con una conveniente successione di trasf.^{i} ottenere un sistema d'ordine $n+1$, con punto n-plo ordinario, e con 2 punti base semplici tali che esternamente (a distanza finita) alla retta congiungente di questi esista qualche altro punto base semplice. Allora un'ulteriore trasf. quadr. avente come punti fondamentali il punto n-plo e i 2 punti base semplici prima nominati darà un sistema, che sarà solo più d'ordine n, e avrà un punto $(n-1)$-plo e l punti base semplici, fra i quali *uno almeno sarà distinto dal punto* $(n-1)$*-plo.* Un tal sistema si riduce subito, con un'ultima trasf. quadr., ad un ordine minore di n!

Jonquières tra due piani $xy, x'y'$ può sempre rappresentarsi mediante le relazioni

$$(9) \qquad x' = x, \qquad y' = \frac{\alpha y + \beta}{\gamma y + \delta},$$

dove $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sono quattro funzioni algebriche razionali di x, tali che la espressione $\alpha\delta - \beta\gamma$ non sia identicamente nulla; per ottenere una siffatta rappresentazione basta infatti supporre che i punti degli assi y ed y', per i quali è rispettivamente $y = \pm\infty$, $y' = \pm\infty$, cadano nei punti fondamentali di molteplicità più elevata per la detta trasformazione. Ora la trasformazione generale di Jonquières (9) può sempre (come facilmente risulta) riguardarsi generata dal prodotto di un numero finito di trasformazioni particolari di Jonquières del tipo

$$(10) \qquad x' = x, \quad y' = y R(x),$$

$$(11) \qquad x' = x, \quad y' = y + R(x),$$

$$(12) \qquad x' = x, \quad y' = \frac{1}{y},$$

dove $R(x)$ designa una funzione razionale di x. E poichè la (12) è già una trasformazione quadratica, basta esaminare le (10) e (11).

Cominciamo dalla (10). Scritta la funzione $R(x)$ sotto forma di quoziente di due funzioni razionali intere, e spezzate queste nei rispettivi fattori lineari, la (10) può riscriversi così:

$$(10') \qquad x' = x, \quad y' = Cy \frac{(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\dots(x-\alpha_m)}{(x-\beta_1)(x-\beta_2)\dots(x-\beta_n)},$$

dove la C, le α e le β sono costanti; qui si noti, che dei due interi m, n, uno potrebbe anche esser nullo, nel qual caso, al posto dei fattori che compariscono nel numeratore o denominatore, si dovrebbe immaginar scritta l'unità. L'ordine ν della trasformazione (10′) è uguale al maggiore dei due numeri $m+1$, $n+1$. Ora la trasformazione (10′) è il prodotto delle due seguenti, di cui la prima è quadratica, e la seconda appartiene al tipo primitivo, ma ha l'ordine $\nu - 1$:

$$x_1 = x, \quad y_1 = y \frac{x-\alpha_m}{x-\beta_n};$$

$$x' = x_1, \quad y' = Cy_1 \frac{(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\dots(x-\alpha_{m-1})}{(x-\beta_1)(x-\beta_2)\dots(x-\beta_{n-1})},$$

nelle quali, al posto dei fattori scritti al numeratore o denominatore, si dovrebbe sostituire l'unità se fosse m oppure $n=0$.

Alla seconda trasformazione si può applicare uno spezzamento analogo; e così continuando, si arriva in fine a generare la trasformazione (10′), che ha l'ordine ν, mediante il prodotto di $\nu-1$ trasformazioni quadratiche.

Passiamo ora alla (11). Indicando con $R_1(x)$ la funzione razionale $\frac{1}{R(x)}$, la (11) può scriversi

$$x' = x\,, \quad y' = R(x)\,[y\,R_1(x) + 1]\,,$$

e si presenta allora come il prodotto delle tre trasformazioni seguenti:

$$\begin{aligned} x_1 &= x\,, & y_1 &= y\,R_1(x)\,; \\ x_2 &= x_1\,, & y_2 &= y_1 + 1\,; \\ x' &= x_2\,, & y' &= y_2\,R(x). \end{aligned}$$

Ora, di queste, la seconda è lineare, mentre la prima e la terza sono del tipo (10), e possono quindi scindersi, come sappiamo, nel prodotto di trasformazioni quadratiche.

Dunque in fine: *ogni trasformazione di Jonquières, e in conseguenza ogni trasformazione cremoniana tra due piani, può riguardarsi come prodotto di un numero finito di trasformazioni quadratiche.*

Roma, 5 maggio 1901.

Determinazione della Gravità relativa a Genova, Savona, Albenga e San Remo.

Nota del Dott. CESARE AIMONETTI.

Parendomi conveniente per lo studio della forma del geoide terrestre l' estendere e moltiplicare per quanto è possibile, le determinazioni di gravità terrestre, e non constandomi che siano state fatte finora tali osservazioni sulla riviera ligure, ho eseguito nell'estate dell'anno 1900 la misura della gravità relativa a Genova, Savona, Albenga e San Remo.

Nel rendere noti i risultati ottenuti nelle osservazioni fatte, sento il dovere di ringraziare sentitamente l'egregio signor Cav. Leonardi Cattolica, direttore dell'Istituto Idrografico della R. Marina, il signor Direttore in 2ª, ed il Prof. Omodei, i quali mi aiutarono, ed agevolarono in tutti i modi possibili l'esecuzione della stazione di Genova, nonchè tutte le gentili persone che nelle altre stazioni mi concessero l'uso dei locali per le determinazioni, e mi fornirono i dati per le riduzioni delle osservazioni.

Queste furono eseguite coll'apparato pendolare di Sterneck, posseduto dal Gabinetto di Geodesia di questa Università, e già adoperato per altre determinazioni di gravità (1). Esso è fornito di due sostegni pendolari: uno da sovrapporsi ad un pilastro, l'altro a mensola da fissarsi al muro: per comodità, e

(1) Per la descrizione ed uso dell'apparecchio, nonchè per il metodo tenuto nelle osservazioni, e le formole per il calcolo delle medesime, vedi *Determinazione relativa della gravità terrestre a Torino,* " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. XXXII. — *Determinazione della gravità relativa nel Piemonte,* id., vol. XXXIV. — G. Lorenzoni, *Determinazione relativa della gravità terrestre a Padova, Milano, Roma,* " Atti del R. Istituto Veneto „, t. V, serie VII. — *Der neue Pendelapparat des k. k. militär-geographischen Institutes* v. M. Rob. von Sterneck (" Mittheilungen „, VII Band, 1887, ecc.).

maggior facilità di trasporto, mi sono servito esclusivamente del sostegno a mensola.

A Genova le osservazioni furono fatte in una sala appartenente all'Istituto Idrografico della R. Marina, nella quale sono installati i sismografi, e destinata ad osservazioni di gravità. Nelle altre stazioni, i luoghi scelti per collocarvi gli strumenti furono: a Savona, un locale dipendente dal Municipio, destinato a sala per le operazioni di leva, annesso all'edificio dell'Ospedale Maggiore; ad Albenga, una sala costrutta fuori del centro abitato, che serve per ricreatorio festivo; a San Remo, una scuola al piano terreno nel palazzo in cui sono riunite le scuole comunali. In tutti questi luoghi mi trovai in buonissime condizioni, tanto riguardo alla stabilità e tranquillità dei locali, quanto riguardo alla costanza della temperatura (1).

La posizione geografica delle stazioni di Savona, Albenga e San Remo fu ricavata dalla carta d'Italia alla scala di 1 : 25000; quella di Genova mi fu comunicata, insieme alla quota della sala d'osservazione, dal Direttore dell'Istituto Idrografico. Le quote sul livello del mare del luogo d'osservazione, mi furono date a Savona e Albenga, dall'Ufficio Tecnico Municipale, a San Remo dall'egregio Direttore dell'Osservatorio Meteorologico, che la determinò colla livellazione topografica.

I dati relativi alle singole stazioni sono i seguenti:

	Latitudine	Longitudine (2)	Altezza sul livello del mare
Genova	44° 25′ 7″,6	3° 31′ 54″,8	m. 88,77
Savona	44° 18′ 18″	3° 58′ 18″	„ 8,00
Albenga	44° 2′ 48″	4° 16′ 6″	„ 6,00
San Remo	43° 49′ 6″	4° 40′ 42″	„ 23,10

Il cronometro adoperato è il cronometro Frodsham N° 3576 a tempo siderale. Il suo andamento fu determinato a Torino ed a Genova mediante confronti presi coi pendoli normali dei

(1) Prima di eseguire le stazioni di Genova, Savona, Albenga e San Remo, si determinò di nuovo la durata di oscillazione dei quattro pendoli a Torino, nel locale sotterraneo del Palazzo Madama, destinato ad osservazioni di gravità.

(2) Ovest da Roma (M. Mario).

rispettivi osservatorii: nelle altre stazioni osservando il passaggio di stelle orarie nel verticale della polare (1). Per queste osservazioni mi valsi di un teodolite Troughton e Simms a microscopi micrometrici coll'approssimazione di 1″, avente un cannocchiale coll'obbiettivo di mm. 47 di apertura e cm. 35 di distanza focale, e con un reticolo munito di 5 fili verticali ed uno orizzontale. Esso veniva montato su di un robusto e stabile treppiede di legno annesso all'istrumento stesso. In ogni stazione si è osservato, nella sera precedente e seguente le osservazioni pendolari, il passaggio ai cinque fili del reticolo di quattro stelle orarie: due col cerchio verticale ad est e due ad ovest. Da essi si dedussero gli stati cronometrici e quindi gli andamenti orarî registrati nel quadro seguente:

Stazioni	Data	Tempo cron.	Stato cron.	Variazione oraria
Torino	19 e 20 Giugno	—	—	$+ 0^s,4878$
Genova	30 Luglio	—	—	$+ 0^s,4533$
„	31 „	—	—	$+ 0^s,4737$
Savona	5 Agosto	$17^h,67$	$- 1^m23^s,81$	$+ 0^s,4142$
„	6 „	$17^h,67$	$- 1^m13^s,87$	
Albenga	7 „	$17^h,75$	$- 2^m05^s,02$	$+ 0^s,4279$
„	8 „	$17^h,67$	$- 1^m54^s,75$	
San Remo	9 „	$17^h,67$	$- 3^m31^s,08$	$+ 0^s,4396$
„	10 „	$17^h,67$	$- 3^m20^s,53$	

Le altezze barometriche furono lette sul barometro aneroide Bardelli, appartenente al Gabinetto di Geometria pratica della R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri; di esso si determinò la correzione prima e dopo le osservazioni, confrontandolo col barometro normale del R. Osservatorio Astronomico di Torino.

I risultati delle osservazioni trovansi riuniti nella seguente tavola:

(1) Cfr. *Formeln und Hulfstafeln für Geographische Ortsbestimmungen* v. Dr. Th. Albrecht. Leipzig, 1894, pag. 26.

Durate d'oscillazione in tempo siderale dei quattro pendoli, ridotte a 0°, al vuoto, ed all'ampiezza infinitesima:

Stazioni	Pendoli			
	N. 41	N. 42	N. 45	N. 46
Torino (1) .	0^s,5080314	0^s,5076980	0^s,5080452	0^s,5083422
	339	986	432	431
	311	949	437	421
Medie	321	972	440	425
Genova . .	0,5080236	0,5076873	0,5080328	0,5083341
	250	899	362	333
	239	908	375	376
Medie	242	893	355	350
Savona . .	0,5080143	0,5076778	0,5080224	0,5083213
	140	776	260	245
Medie	141	777	242	229
Albenga . .	0,5080161	0,5076770	0,5080255	0,5083266
	154	766	235	242
Medie	157	768	245	254
San Remo .	0,5080236	0,5076849	0,5080326	0,5083320
	215	846	315	309
Medie	225	847	320	314

Assumendo come stazione di riferimento Torino, per cui si ha

$$g_t = 9^m,80570$$

(1) Avendo riscontrato che a causa del rallentamento di una vite che fissa lo specchietto al pendolo 42, questo si spostava, ho fatto ripassare dal sig. Collo, meccanico dell'Osservatorio astronomico di Torino, i quattro pendoli. A questo credo siano dovute le differenze tra le durate d'oscillazione trovate ora e quelle trovate nel 1898.

si hanno, per i differenti pendoli e nelle diverse stazioni i seguenti valori di $g_t - g_i$ e le relative medie:

Stazioni	Valori di $g_t - g_i$				
	Pend. N. 41	Pend. N. 42	Pend. N. 45	Pend. N. 46	Medie
Genova . .	$+0^m,000305$	$0^m,000305$	$0^m,000328$	$0^m,000289$	$+0,00031$
Savona . .	+ 695	753	764	756	74
Albenga .	+ 633	788	753	660	71
San Remo	+ 371	483	463	428	44

Da questi valori si dedussero, per le diverse stazioni, quelli di g, registrati nella seguente tabella, la quale inoltre contiene le correzioni per la riduzione al livello del mare e per l'attrazione delle masse sottostanti (1), la gravità osservata, ridotta al livello del mare, la gravità teorica ed in ultimo l'anomalia di gravità.

Stazioni	Gravità osservata	Correzione per l'altitudine	Correzione per le masse sottostanti	Gravità ridotta al liv. del mare (G'_0)	Gravità teorica (G_0)	Anomalie di gravità ($G'_0 - G_0$)
Genova . .	$9^m,80539$	+ 26	— 9	$9^m,80556$	$9^m,80544$	+ 12
Savona . .	496	3	— 1	498	533	— 35
Albenga . .	499	2	—	501	510	— 9
San Remo .	526	7	— 2	531	489	+ 42

Dalle anomalie di gravità ottenute nelle quattro stazioni eseguite, si può conchiudere che lungo il litorale da Genova a San Remo, vi è un eccesso di massa a Genova, indi un difetto di massa che sembra essere massimo nelle vicinanze di Savona, e in ultimo un eccesso maggiore che non a Genova, a San Remo.

(1) Per questa correzione si è ritenuta la densità del sottosuolo eguale a 2,5 e la densità media terrestre 5,6.

Per il calcolo della gravità teorica G_0, ho adoperato la formola data dal prof. Helmert:

$$G_0 = 9^m,780\ (1 + 0,005310\ \text{sen}^2\varphi)$$

colla quale già aveva calcolato i valori di G_0 e le anomalie della gravità nelle altre stazioni da me eseguite nel Piemonte. In un recente lavoro (1) lo stesso prof. Helmert, tenendo conto di molte osservazioni di gravità relativa fatte in questi ultimi anni, propone la seguente formola:

$$G_0 = 9^m,78046\ (1 + 0,005302\ \text{sen}^2\varphi - 0,000007\ \text{sen}^2 2\varphi)$$

osservando che ai valori da questa ricavati occorre ancora una correzione media di $-0^{cm},015$.

Calcolando in questo modo i valori di G_0 si avrebbero le seguenti anomalie di gravità:

per Genova .	$G_0 = 9^m,80564$,	$G'_0 - G_0 =$	-8
„ Savona .	„ $= 9^m,80553$	„	$= -55$
„ Albenga .	„ $= 9^m,80530$	„	$= -29$
„ San Remo	„ $= 9^m,80509$	„	$= +22$

Torino, maggio 1901.

---

(1) Cfr. *Der normale Theil der Schwerkraft im Meeresniveau* von F. R. Helmert (“ Sitzungsberichte der Kön. Preuss. Akad. der Wissenschaften zu Berlin „, 1901, XIV).

Relazione sulla memoria presentata dal Prof. Edoardo Martel: *Intorno all'unità anatomica e morfologica del fiore delle Crociflore.*

La memoria presentata dal Prof. Edoardo Martel per la inserzione nei volumi accademici, intorno alla quale ci fu dato incarico di riferire, è il risultato di lunghe, minuziose e coscienziose ricerche, durate più anni, nel Laboratorio del R. Istituto botanico dell'Università di Torino.

Il Prof. Martel ha rivolta tutta la sua attività alla soluzione di un problema assai interessante, quale è quello della interpretazione anatomica degli elementi che compongono il fiore delle piante appartenenti alla serie delle *Cruciflore.*

Lo scopo principale del suo lavoro è quello di dimostrare che, anatomicamente e morfologicamente, il fiore di queste piante appartiene al tipo dimero, fornito sempre di un numero uguale di verticilli; e che le Cruciflore, anzichè costituire quattro gruppi separati, formano invece una serie continua i cui termini estremi sono rappresentati dall'*Hypecoum* da una parte e dalla *Cleome spinosa* dall'altra. A questo risultato il Prof. Martel giunge senza ricorrere alle solite ipotesi di atrofie, di aborti o moltiplicazioni di parti.

Non potendosi seguire l'Autore nell'esame dei particolari della sua memoria, ci limiteremo a riassumere le variazioni che, secondo il Prof. Martel, subiscono i fillomi di uno stesso verticillo nel passare da un gruppo all'altro delle Cruciflore.

1° e 2° Verticillo. — I fillomi nei quattro sottogruppi subiscono variazioni puramente superficiali.

3° Verticillo. — Nell'*Hypecoum* e nelle *Fumariacee* i fillomi offrono delle differenze di poca entità e nei due gruppi si in-

curvano verso l'ovario. Nelle *Crucifere* e nella *Cleome* i fillomi si fanno profondamente *trisecti*; e mentre il segmento medio, ridotto ad un fascio solo, si spinge contro alle pareti dell'ovario, i due altri segmenti si adattano a diventare petali.

4° Verticillo. — Nell'*Hypecoum* i fillomi sono rappresentati da due stami. Nelle Fumariacee lo sono da due falangi staminifere, le quali nei varii generi vanno dividendosi in parti sempre più distinte. Nelle Crucifere e nelle Cleomacee lo sono pure da due stami.

5° Verticillo. — Nell'*Hypecoum* i fillomi sono rappresentati da due stami. Nelle Fumariacee da due carpelli ridotti, ristretti fra i fillomi del verticillo seguente. Nelle Crucifere da due carpelli di cui la costola mediana è respinta all'interno della cavità ovarica e contribuisce alla formazione del *replum*.

6° Verticillo. — Nei quattro sottogruppi i fillomi non offrono differenze sensibili.

Noi, che abbiamo in gran parte seguito il diligente lavoro del Prof. Martel e che abbiamo ammirato la tenace costanza dell'Autore, crediamo di proporre all'Accademia la pubblicazione del lavoro del Prof. Martel come degno di tale onore, non senza osservare all'Autore che egli si è quasi esclusivamente attenuto ad un metodo solo di indagini nelle sue interessanti ricerche.

Seguendo i dettami della Scuola francese del Van Tieghem, la quale accorda alla presenza dei fasci vascolari una importanza che può esser giudicata soverchia, l'Autore non si è ugualmente preoccupato di fare esso stesso lo studio organogenetico degli organi fiorali delle Cruciflore, dal quale studio certamente avrebbe ottenuto il giusto controllo dei suoi risultati. Vero è che l'Autore riferisce le ricerche di organogenia fatte da altri ricercatori e che si attenne specialmente a quelle fatte dal Payer. Per queste ragioni, mentre approviamo il lavoro del Prof. Martel ci permettiamo di raccomandargli, che egli, oramai specializzatosi per lunga pratica in questo ramo di studii, voglia estendere le sue ricerche anche nel campo della organogenia delle Cruciflore, dandoci così una esauriente descrizione del valore anatomico e morfologico degli organi fiorali di queste piante

La presente memoria del Prof. Martel, più che un lavoro nuovo, è da considerarsi quale complemento di altri lavori già approvati e pubblicati nei volumi delle memorie accademiche.

C. F. Parona.
O. Mattirolo, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Enrico D'Ovidio.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 19 Maggio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Vice Presidente dell'Accademia, Rossi, Bollati di Saint-Pierre, Carle, Cipolla, Brusa, Pizzi, Savio e Renier Segretario. — Il Socio Ferrero, Direttore della Classe, scusa la propria assenza.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 5 maggio 1901.

Il Presidente legge la lettera con cui il Socio straniero Lord Kelwin accetta l'incarico di rappresentare l'Accademia alla celebrazione del nono centenario di fondazione dell'Università di Glasgow.

Per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche il Socio Renier presenta una monografia del prof. Giuseppe Boffito: *Sul trattato " De aqua et terra „ attribuito a Dante.* Il Presidente designa a riferirne il Socio Cipolla insieme col Socio proponente.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

Torino — Vincenzo Bona, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 26 Maggio 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Salvadori, Direttore della Classe, Naccari, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guareschi, Guidi, Fileti, Mattirolo e D'Ovidio Segretario.

Il Segretario legge l'atto verbale dell'adunanza precedente, il quale viene approvato.

Il Presidente si rallegra col Socio Salvadori della sua elezione a Direttore della Classe, e lo invita a prendere posto alla Presidenza. Salvadori ringrazia il Presidente e i colleghi della dimostrazione datagli.

Il Presidente comunica una lettera del Socio straniero Lord Kelvin, il quale accetta ringraziando l'incarico di rappresentare l'Accademia alle feste che si celebreranno nella ricorrenza del nono centenario della fondazione dell'Università di Glasgow.

Indi comunica il programma del concorso indetto dalla Società d'incoraggiamento per l'agricoltura e l'industria in Padova.

Il Socio Guareschi, anche a nome del Socio Mosso, dà lettura della relazione sulla Memoria del Prof. Luigi Sabbatani: *Funzione biologica del calcio. Azione antagonistica fra citrato trisodico e calcio.*

Si approva la relazione; indi a voti unanimi la Memoria è accolta nei volumi accademici.

Si ammettono per l'inserzione negli *Atti* le seguenti Note:

Sul calcolo della convergenza dei meridiani, del Socio JADANZA;

Sopra una forma cubica con nove rette doppie dello spazio a cinque dimensioni e i corrispondenti complessi cubici di rette nello spazio ordinario, del dott. Umberto PERAZZO, presentata dal Socio SEGRE;

I numeri razionali in Geometria, del dott. S. KANTOR, presentata dal Socio SEGRE.

LETTURE

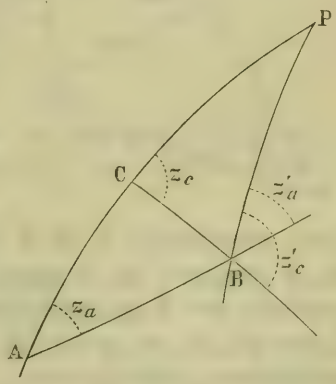
Sul calcolo della convergenza dei meridiani.

Nota del Socio NICODEMO JADANZA.

I.

Nella *Guida al calcolo delle coordinate geodetiche* pubblicata nel 1891 abbiamo enunciato il teorema seguente (*):

L'eccesso sferoidico di un triangolo formato da due geodetiche che partono da un punto B *e da un meridiano che le taglia nei punti* A *e* C *è uguale alla differenza delle convergenze dei meridiani tra i punti* C *e* B *ed* A *e* B.



Esso si dimostra facilmente nel modo seguente: Sia ACB il triangolo formato dalle geodetiche BC, BA che partono dal punto B e dall'arco di meridiano AC; sieno z_c e z'_c gli azimut della geodetica CB nei punti C e B di essa, come pure z_a e z'_a sieno gli azimut della geodetica AB nei punti A e B; sarà evidentemente

$$z'_c - z'_a = B$$

dove B è l'angolo del triangolo sferoidico ABC il quale è dato da

$$B = z_c - z_a + 3\epsilon,$$

essendo 3ϵ l'eccesso sferoidico di esso.

Eguagliando i due valori di B si ottiene:

$$z'_c - z_c = z'_a - z_a + 3\epsilon. \qquad (1)$$

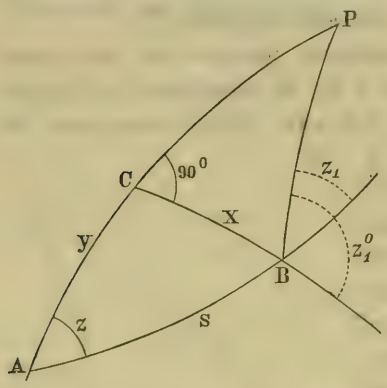
(*) Cfr. N. Jadanza, *Guida al calcolo delle coordinate geodetiche.* Torino, 1891, pag. 31 (E. Loescher, editore).

E poichè $z'_c - z_c$ è la *convergenza dei meridiani* tra i punti C e B e $z'_a - z_a$ è la *convergenza dei meridiani* tra A e B, ne segue la verità del teorema enunciato.

Il teorema precedente permette di calcolare più facilmente la convergenza tra i meridiani, quando si vogliono calcolare le coordinate geografiche dei vertici di una triangolazione geodetica, adoperando il metodo da noi ivi indicato e che si riassume in poche parole così.

II.

Si debba calcolare la latitudine φ' del punto B, la differenza di longitudine $\Delta\theta$ tra A e B e l'azimut reciproco della geodetica AB in B conoscendo le coordinate geodetiche polari s e z del punto B rispetto ad A, cioè la geodetica $AB = s$ e l'azimut z di essa nel punto A la cui latitudine nota sia φ.



Colle date coordinate geodetiche polari s e z, si calcoleranno le coordinate geodetiche rettangolari Y ed X che sono l'una l'arco di meridiano di A compreso tra il punto A ed il piede C della geodetica BC condotta per B perpendicolarmente al meridiano di A, l'altra l'arco BC di essa geodetica. Codeste coordinate rettangolari si calcoleranno colle formole

$$\left.\begin{aligned} X &= s\,\mathrm{sen}(z - \epsilon) \\ Y &= s\cos(z - 2\epsilon) \\ \text{essendo} \quad & \\ 3\epsilon &= \frac{s^2\,\mathrm{sen}\,z\cos z}{2\rho N\,\mathrm{sen}\,1''} \ (*). \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

(*) La quantità $\frac{1}{2\rho N\,\mathrm{sen}\,1''}$ si riferisce al punto A di latitudine φ. Nel caso in cui si volesse maggiore esattezza bisognerebbe ricorrere a formole più esatte e già note. Per *s eguale a circa* 120 chilom., il valore di $\frac{1}{2\rho N\,\mathrm{sen}\,1''}$ si prenda alla latitudine media delle latitudini di A, B, C.

Dopo calcolate le coordinate rettangolari Y ed X si calcolerà prima la latitudine φ_0 del punto C mediante la formola:

$$\log(\varphi_0 - \varphi) = \log \frac{Y}{\rho \operatorname{sen} 1''} - KY - LY^2 \tag{3}$$

e poi la latitudine φ' di B e la differenza di longitudine $\Delta\theta$ mediante le altre formole:

$$\left.\begin{aligned} \log(\varphi_0 - \varphi') &= \log \frac{X^2}{2\rho_0 N_0 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg}\varphi_0 - E_0 X^2 \\ \log \Delta\theta &= \log \frac{X}{N_0 \operatorname{sen} 1'' \cos\varphi_0} - G_0 X^2 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Le quantità $K, L, E, G, \frac{1}{\rho \operatorname{sen} 1''}, \frac{1}{N \operatorname{sen} 1''}, \frac{1}{2\rho N \operatorname{sen} 1''}$ sono date da apposite tavole numeriche. L'indice o affisso ad alcuna di dette quantità significa che esse debbono essere prese dalle tavole alla latitudine φ_0.

III.

La convergenza dei meridiani m tra il punto A ed il punto B si dedurrà dal teorema innanzi enunciato, cioè dalla relazione:

$$m = m_0 - 3\epsilon,$$

essendo m_0 la convergenza dei meridiani tra C e B e 3ϵ l'eccesso sferoidico del triangolo ACB già calcolato.

Per ottenere m_0 si ricorrerà alla serie di Legendre (*) che dà la differenza tra gli azimut di una geodetica agli estremi di un arco s di essa, quando è nota la latitudine di un estremo e l'azimut in esso.

Ponendo in quella serie $z = 90°$, si ottiene, ricordando che la latitudine di C è φ_0 e che l'arco $CB = X$:

$$m_0 = z_1^0 - 90° = \frac{X}{N_0 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg}\varphi_0 - \frac{X^3}{6N^3_0 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg}\varphi_0 (1 + 2\operatorname{tg}^2\varphi_0) -$$

$$- \frac{e^2}{1-e^2} \cdot \frac{X^3}{6N^3_0 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{sen}\varphi_0 \cos\varphi_0 + \frac{X^5}{120 a^5 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg}\varphi_0 (1 + 20\operatorname{tg}^2\varphi_0 + 24\operatorname{tg}^4\varphi_0).$$

(*) Cfr. N. Jadanza, loc. cit., pag. 26.

ossia, trascurando l'ultimo termine del 5° ordine

$$m_0 = \frac{X}{N_0 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg} \varphi_0 \left[1 - \frac{X^2}{6N^2_0} (1 + 2\operatorname{tg}^2 \varphi_0) - \frac{e^2}{1-e^2} \cdot \frac{X^2}{6N^2_0} \cos^2 \varphi_0 \right].$$

E poichè è

$$\frac{X}{N_0 \operatorname{sen} 1'' \cos \varphi_0} = \Delta\theta \left[1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_0}{3N^2_0} X^2 \right]$$

sarà

$$m_0 = \Delta\theta \operatorname{sen} \varphi_0 \left[1 - \frac{X^2}{6N^2_0} - \frac{e^2}{1-e^2} \frac{X^2}{6N^2_0} \cos^2 \varphi_0 \right]$$

ovvero

$$m_0 = \Delta\theta \operatorname{sen} \varphi_0 \left[1 - \frac{X^2}{6\rho_0 N_0} \right]$$

e quindi

$$\log m_0 = \log \Delta\theta \operatorname{sen} \varphi_0 - \frac{M}{3} \operatorname{sen} 1''.10^7 . \frac{X^2}{2\rho_0 N_0 \operatorname{sen} 1''} .$$

Per il calcolo numerico si avrà

$$\log m_0 = \log \Delta\theta \operatorname{sen} \varphi_0 - [0{,}84624] \frac{X^2}{2\rho_0 N_0 \operatorname{sen} 1''} . \qquad (5)$$

(La correzione da fare al logaritmo di $\Delta\theta \operatorname{sen} \varphi_0$ è espressa in unità della 7ª cifra decimale. Il numero scritto in parentesi è il logaritmo di $\frac{M}{3} \operatorname{sen} 1''.10^7$).

La formola (5) è molto più semplice che quella data dal teorema di Dalby, ed anche più esatta (*).

Sostituendo ad X il suo valore dato da

$$X = \Delta\theta N_0 \operatorname{sen} 1'' \cos \varphi_0$$

la (5) diventa

$$\log m_0 = \log \Delta\theta \operatorname{sen} \varphi_0 - [0{,}84624] \Delta\theta^2 \cos^2 \varphi_0 . \frac{N_0 \operatorname{sen} 1''}{2\rho_0} \ldots \qquad (6)$$

che ha la stessa approssimazione. La quantità $\frac{N_0 \operatorname{sen} 1''}{2\rho_0}$ è anch'essa data da apposita tavola.

(*) Il termine trascurato $\frac{X^5}{120 a^5 \operatorname{sen} 1''} \operatorname{tg} \varphi_0 (1 + 20 \operatorname{tg}^2 \varphi_0 + 24 \operatorname{tg}^4 \varphi_0)$, rimanendo costante X cresce oltre ogni limite col crescere di $\operatorname{tg} \varphi_0$. Per $\varphi_0 = 47°$ ed $X = 200$ chilometri esso diventa $0'',00156$; mentre per $\varphi_0 = 47°$ ed $X = 150$ chilometri è $= 0'',00037$.

Sopra una forma cubica con 9 rette doppie dello spazio a cinque dimensioni, e i corrispondenti complessi cubici di rette nello spazio ordinario.

Nota di UMBERTO PERAZZO.

In uno spazio a cinque dimensioni i piani che si appoggiano a tre rette date a_1, b_1, c_1, non giacenti in uno stesso iperpiano e ad un piano π, dato in modo generico (*), costituiscono un sistema ∞^2 [che indicheremo con (L_1)]. Studieremo (§§ 1-3) le proprietà principali della *forma* F determinata da tale sistema (**), applicandole in seguito (§§ 4-6) a particolari complessi cubici di rette nell'S_3: complessi che otterremo come rappresentanti, nel senso noto, le M_3 secate sopra una forma quadratica R dell'S_5 da forme F, considerate in differenti posizioni rispetto alla R.

§ 1. — *Di alcune proprietà del sistema* (L_1) *e di una configurazione ad esso relativa.*

1. — Per ogni punto P di ciascuna delle tre rette, p. es. della a_1, passano ∞^1 piani del sistema (L_1): Si proietti dal punto P l'S_3 delle rette b_1, c_1: l'iperpiano proiettante secherà il piano π secondo una retta r. Gli ∞^1 piani del sistema (L_1) pel punto P giacciono in tale iperpiano: secano quindi π nei punti della retta r.

Per ogni punto R di questa passa un solo piano di (L_1), che si ottiene come intersezione dei due S_3, che dalla retta PR proiettano rispettivamente b_1 e c_1.

(*) Intendiamo che il piano π si appoggi ai tre S_3 congiungenti due a due le a_1, b_1, c_1 in tre *punti, distinti.*

(**) Molte di esse possono intendersi quali estensioni delle analoghe, relative alla " *varietà cubica con 10 punti doppi dello spazio a 4 dimensioni* „ (C. Segre, " Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino „, vol. 22, 1887).

Variando R, variano, nell'iperpiano congiungente P all'$S_3 b_1 c_1$, i due S_3 proiettanti: uno descrivendo il fascio avente per sostegno il piano Pb_1, l'altro il fascio di sostegno il piano Pc_1. I due fasci sono prospettivi rispetto al fascio di raggi di centro P, giacente nel piano Pr. Se ne deduce: " *Gli* ∞^1 *piani del sistema* (L_1) *uscenti dal punto* P, *costituiscono un cono del 2° ordine* (M_3^2) ". Detto cono seca l'$S_3 b_1 c_1$ secondo una quadrica, di cui b_1 e c_1 sono direttrici, o, in altre parole: " *i piani di* (L_1) *uscenti da un punto arbitrario* P *della* a_1, *punteggiano proiettivamente* b_1 *e* c_1 ".

2. — Ci conviene pel momento considerare la quadrica sovrannominata come la quadrica delle rette appoggiate alle tre rette (direttrici) mutuamente sghembe: b_1, c_1, s, con s indicando la retta ove il piano Pr seca l'$S_3 b_1 c_1$, cioè la retta comune a questo S_3 e all'altro $P\pi$. Variando sulla a_1 il punto P, la direttrice s descriverà un fascio nel piano ove l'$S_3 b_1 c_1$ è intersecato dall'S_4 congiungente il piano π colla a_1: fascio di centro il punto comune a π ed all'$S_3 b_1 c_1$. Variando la direttrice s in un fascio, la quadrica descriverà un fascio (*) la cui quartica base si spezza nelle b_1, c_1 ed in due rette (generatrici comuni a tutte le quadriche del fascio), cioè: la retta a_2 passante pel punto comune a π ed all'$S_3 b_1 c_1$, ed appoggiata alle b_1, c_1; e la retta a_3 congiungente i punti ove le b_1, c_1 stesse son tagliate dall'iperpiano πa_1.

3. — Si possono ripetere le stesse considerazioni scambiando la retta a_1 prima colla b_1 e poscia colla c_1. Si avranno a considerare altre due coppie di rette: α) le rette b_2, c_2 passanti rispettivamente pei punti ove π interseca gli $S_3 a_1 c_1$, $a_1 b_1$ ed appoggiate alle coppie di rette a_1, c_1 ed a_1, b_1; β) le rette b_3, c_3 congiungenti le due coppie di punti, ove gli iperpiani $\pi b_1, \pi c_1$ tagliano rispettivamente le rette a_1, c_1 e le a_1, b_1. Le quattro rette a_1, c_1; b_2, b_3 formano la quartica base di un fascio di quadriche: il fascio secato sull'$S_3 a_1 c_1$ dagli ∞^1 coni quadrici costituiti dai piani di (L_1), che escono dai varî punti della b_1. Analogamente dicasi per la quaterna di rette a_1, b_1; c_2, c_3.

(*) È facile riconoscere che il fascio descritto dalla direttrice s (e quindi anche il fascio di quadriche) è proiettivo alla punteggiata descritta dal corrispondente punto P sulla a_1.

4. — Si ottengono pertanto complessivamente 9 rette:

$$a_1, b_1, c_1;\ a_2, b_2, c_2;\ a_3, b_3, c_3$$

ciascuna delle quali gode — come vedremo (§ 2) — delle stesse proprietà rispetto alla forma F. Esaminiamo ora la configurazione determinata dalle rette stesse. Alla retta a_1, ad es., sono incidenti (n° 3) le rette b_2, c_2, b_3, c_3: vogliamo provare che due soltanto sono i punti d'incidenza e precisamente: le b_2, c_3 si tagliano in un punto della a_1, le b_3, c_2 in un secondo punto della a_1, distinto dal primo. Invero: la b_2 si appoggia (n° 3) al piano π ed alle rette a_1, c_1: giace quindi nell'iperpiano πc_1; ora la c_3 si ottiene (n° 3) come congiungente i punti determinati dall'iperpiano stesso πc_1 sulle a_1, b_1: è chiaro quindi che tanto la b_2, quanto la c_3 tagliano a_1 nel punto ov'essa è incontrata dall'iperpiano πc_1.

In modo analogo si prova che le b_3, c_2 concorrono in un secondo punto di a_1 (distinto dal primo poichè, ad es., le b_2, b_3 debbono essere sghembe fra loro, v. n° 3, in fine). Ed in modo analogo pure si prova che le coppie di rette a_2, c_3; a_3, c_2 concorrono in due punti distinti della b_1, che le coppie a_2, b_3; a_3, b_2 concorrono in due punti distinti di c_1.

Brevemente: " *Le 9 rette* a_i, b_i, c_i *concorrono tre a tre in 6 punti distinti e non giacenti in uno stesso iperpiano* ".

5. — Gli spazi congiungenti due a due le rette a_i, b_i, c_i si riducono a 27 distinti, di cui 9 S_3 e 18 piani. Relativamente agli S_3 ha luogo la proprietà seguente: " *I 9* S_3 *giacciono tre a tre in 6 iperpiani distinti, non concorrenti in uno stesso punto* " (sono essi gli iperpiani congiungenti cinque a cinque i 6 punti di concorso delle 9 rette). Chiameremo Γ la configurazione offerta dalle 9 rette a_i, b_i, c_i, dai 6 punti in cui esse concorrono tre a tre, dai 9 S_3 e 18 piani, che le congiungono due a due, e finalmente dai 6 iperpiani in cui giacciono 3 a 3 i 9 S_3 della configurazione. Hanno luogo (includendo le due precedenti) le proprietà, fra loro duali nell'S_5:

α) Le 9 rette della Γ concorrono tre a tre nei 6 punti, giacciono quattro a quattro nei 9S_3, giacciono sei a sei nei 6 iperpiani della Γ; i 18 piani della Γ passano quattro a

α') I 9S_3 della Γ giacciono tre a tre nei 6 iperpiani, concorrono quattro a quattro nelle 9 rette, concorrono sei a sei nei 6 punti della Γ; i 18 piani della Γ giacciono quattro a quattro

quattro per le 9 rette, passano nove a nove per i 6 punti della Γ, ecc.

β) Si può ottenere una configurazione del tipo della Γ assumendo ad arbitrio due terne di punti — costituenti una sestupla non giacente in un iperpiano — e congiungendo ciascun punto di una terna con ciascun punto dell'altra.

nei $9S_3$, giacciono nove a nove nei 6 iperpiani della Γ, ecc.

β') Si può ottenere una configurazione del tipo della Γ assumendo ad arbitrio due terne d'iperpiani — costituenti una sestupla d'iperpiani non passanti per uno stesso punto — e tagliando ciascun iperpiano di una terna con ciascun iperpiano dell'altra.

La configurazione Γ è duale di sè stessa nell'S_5. Se chiamiamo *opposti* due spazi duali della Γ, che *non abbiano alcun punto a comune*, si ha la proposizione, facile a verificarsi: " *Ad ogni spazio della configurazione* Γ *è opposto un unico spazio della* Γ ". E se due o più spazi della Γ hanno a comune uno spazio di Γ (o giacciono in uno spazio di Γ), gli spazi opposti avranno a comune lo spazio opposto a quello (o giaceranno in uno stesso spazio, opposto a quello), ecc.

6. — Disposte le lettere rappresentanti le 9 rette della Γ nell'ordine seguente (in modo da costituire un determinante del 3° ordine):

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

si avrà:

α) Tre lettere in una medesima linea od in una medesima colonna rappresentano tre rette sghembe tra loro due a due (anzi non giacenti in uno stesso iperpiano);

β) La retta rappresentata da un qualunque elemento del determinante è tagliata dalle 4 rette rappresentate dagli elementi del subdeterminante complementare;

γ) Considerate una linea ed una colonna arbitrarie del determinante, gli elementi che non sono ad esse comuni rappresentano 4 rette della Γ giacenti in uno stesso S_3;

δ) Si potranno rappresentare gli S_3 della Γ colle coppie di elementi appartenenti ad una medesima linea (o colonna): l'elemento che completa la linea (o colonna) rappresenterà la retta opposta. Si rappresenterà invece ciascuno dei piani della Γ

mediante una coppia di elementi appartenenti a linee e colonne diverse; gli elementi, che con tale coppia costituiscono un determinante del 2° ordine estratto dal dato, rappresenteranno il piano opposto, ecc.;

ε) Concorrono in uno stesso punto tre rette della Γ rappresentate da tre elementi di uno stesso termine dello sviluppo del determinante. I punti della Γ si potranno cioè rappresentare coi termini dello sviluppo. E se fra questi si distinguono i termini preceduti dal segno + da quelli preceduti dal segno —, si otterrà corrispondentemente fra i 6 punti della Γ una scomposizione in due terne tali, che le 9 rette congiungenti ciascun punto di una terna coi punti dell'altra costituiscono appunto le rette della Γ (n° 5, oss. β). Se si distinguono gli iperpiani opposti ai punti dell'una terna da quelli opposti ai punti dell'altra si otterranno i 6 iperpiani della Γ scomposti in due terne verificanti la proposizione duale.

§ 2. — *Di altri 5 sistemi* ∞^2 *di piani giacenti sulla forma* F.

7. — Si è visto (n° 1) che da ciascuno dei punti delle rette a_1, b_1, c_1 esce un cono quadrico di piani del sistema (L_1). Consideriamo uno di tali coni avente il centro, ad es., in un punto P (generico) della a_1. Conterrà un secondo sistema di piani, i quali si appoggieranno evidentemente alle rette sghembe a_2, a_3 giacenti nell'$S_3\, b_1 c_1$ (n° 2). Se ne deduce, facendo variare il punto P sulla a_1: Esiste sulla forma F un sistema $\infty^2\,(K_1)$ di piani, appoggiati alle tre rette mutuamente sghembe a_1, a_2, a_3. Analogamente si ha — scambiando la retta a_1 colla b_1 e poscia colla c_1 —: Giacciono sulla F altri due sistemi ∞^2 di piani, appoggiati, nell'un sistema (K_2) alle tre rette mutuamente sghembe b_1, b_2, b_3, nell'altro (K_3) alle tre rette c_1, c_2, c_3. Chiameremo retta *direttrice* di un sistema di piani della F una retta (di Γ) a cui tutti i piani del sistema si appoggino.

8. — Il sistema (L_1) ha a comune con ciascuno dei sistemi (K_i) $[i = 1, 2, 3]$ una retta direttrice. Un piano generico di (L_1) ed un piano generico di uno dei 3 sistemi (K_i) si tagliano secondo una retta quando escono da uno stesso punto della direttrice comune: in caso diverso non hanno alcun punto

a comune (*). Due piani invece appartenenti a due diversi sistemi (K) hanno sempre a comune un sol punto. Invero ciascuno di essi si appoggia ad una direttrice del sistema (L_1). Il piano di (L_1), che passa pei due punti d'appoggio, secherà i due piani secondo rette incidenti: i due piani si taglieranno quindi in un punto. Pertanto: Un piano qualunque di uno dei tre sistemi (K) si appoggia agli ∞^2 piani costituenti i due sistemi rimanenti. Se ne deduce che " ognuno dei tre sistemi (K) si può ottenere collo stesso procedimento mediante il quale si è definito il sistema (L_1) ".

9. — Poichè uno qualunque dei tre sistemi (K_i): ad es. il sistema (K_1), ha (n° 8) la stessa definizione del sistema (L_1), anche da ciascun punto delle direttrici a_2, a_3 uscirà un cono quadrico di piani del sistema (K_1). Considerando su ognuno di tali coni quadrici il secondo sistema di piani generatori, si avrà (v. n° 7): " Giacciono sulla F un quinto ed un sesto sistema di piani: l'uno (L_2) avente come rette direttrici le a_2, b_2, c_2; l' altro (L_3) le rette a_3, b_3, c_3 ". Con ulteriori osservazioni, perfettamente analoghe a quelle del numero precedente, si riconosce che i sistemi (L_2), (L_3) son della stessa natura del sistema (L_1) e dei sistemi (K_i), ecc.

E si potrà conchiudere:

" *I piani, che nell'*S_5 *si appoggiano a tre rette non giacenti in uno stesso iperpiano e ad un piano dato in modo generico, si appoggiano di conseguenza ad* ∞^2 *piani, i quali costituiscono due sistemi* (L_2), (L_3) *della stessa natura di quello.*

" *Giace sulla forma che è il luogo di tali sistemi un'altra terna di sistemi* (K_1), (K_2), (K_3) — *pure della stessa natura dei primi — la quale gode delle stesse proprietà relative alla terna* (L_1), (L_2), (L_3).

" *Due piani generici di uno stesso sistema non s'incontrano. Due piani appartenenti a sistemi diversi di una stessa terna si tagliano in un punto. Due piani in due sistemi appartenenti a terne differenti hanno a comune una retta, o non s'incontrano affatto a seconda che escono da uno stesso punto o da punti diversi di una determinata retta direttrice, comune ai due sistemi* ".

(*) Altrimenti l'S_4 in cui dovrebbero giacere conterrebbe le tre rette direttrici di ciascuno dei due sistemi: conterrebbe invero la direttrice comune ai due sistemi ed avrebbe a comune 4 punti (non in un piano) coll'S_3 in cui giacciono le rimanenti coppie di direttrici nei due sistemi.

Riescirà evidente dalle considerazioni del § 3, che non esistono, oltre a quelli descritti, altri sistemi di piani sulla F, se se ne eccettuano i 9 sistemi ∞^3 giacenti sugli S_3 della Γ: S_3 i quali appartengono evidentemente alla forma F.

Da ogni punto P quindi della F escono 6 piani giacenti sulla F: si possono essi scomporre in due terne tali, che piani di una stessa terna si tagliano solo in P; piani appartenenti a terne differenti si tagliano secondo una retta per P, appoggiata ad una delle 9 rette della Γ. I 6 piani sovradetti giacciono in uno stesso iperpiano: l'iperpiano tangente in P alla F. Un iperpiano, che contenga un piano della F (appartenente ad uno dei 6 sistemi (K_i), (L_i)) sarà tangente alla F stessa e conterrà di conseguenza altri 5 piani, appartenenti ai rimanenti sistemi, ecc.

§ 3. — *Di altre generazioni della forma* F. *Ordine e classe della forma.*

10. — I 6 sistemi di piani della F possono essere generati in modo duale a quello da cui siam partiti. Ciascuno di essi può invero considerarsi anche " *come il sistema dei piani, i quali tagliano secondo rette tre* S_3, *non concorrenti in un punto* (gli S_3 congiungenti due a due le direttrici del sistema) *e si appoggiano ad un piano dato in posizione generica* „ (ovvero, in altre parole: " ..... *giacciono in un* S_4 *con ciascun* S_3 *di una data terna, e giacciono in un* S_4 *con un piano dato* „). La forma F può ritenersi ancora come costituita dal " *sistema delle* ∞^3 *rette, che si appoggiano a* 3 S_3 *non passanti per uno stesso punto e ad un piano in posizione generica* „.

11. — Discende in modo immediato dalle considerazioni del n° 1 e seguenti che gli ∞^2 piani di ciascuno dei sistemi della F secano le tre direttrici relative secondo ∞^2 terne di punti *corrispondentisi in una corrispondenza trilineare*. I 6 punti della Γ (n° 5) sono singolari per la corrispondenza: Si indichino essi — tenendo presente la scomposizione relativa in due terne: (n° 58) — con M, N, O; M', N', O'. Se M, M'; N, N'; O, O' sono le coppie congiunte dai sostegni delle 3 punteggiate, si potrà asserire (n^i 2, 3) che ciascuna delle 6 coppie M, N'; M', N; M, O'; M', O; N, O'; N', O costituisce, con ogni punto della

punteggiata, che non contiene punti della coppia, una terna di elementi omologhi nella corrispondenza.

Dimostreremo poi (n° 17) che: " *Data ad arbitrio una corrispondenza trilineare fra tre punteggiate, i cui sostegni non giacciano in uno stesso* S_4, *i piani congiungenti terne di punti omologhi generano un sistema* ∞^2 *del tipo studiato* „ (*).

12. — Discende dalla definizione mediante la quale si introdusse la forma F, che ognuno dei sistemi ∞^2 di piani che la costituiscono può considerarsi come il *sistema dei piani congiungenti le* ∞^2 *terne di punti secate sopra tre rette, non in uno stesso* S_4, *dagli* ∞^2 *iperpiani passanti per uno stesso piano (in posizione generica rispetto alle tre rette).* Si avrà quindi — per quanto si è affermato nel numero precedente (in fine) — " *Un'arbitraria corrispondenza trilineare assegnata fra tre punteggiate, i cui sostegni non giacciano in uno stesso* S_4 (**), *si può ritenere secata dal sistema lineare* ∞^2 *degli iperpiani* (S_4) *che passano per un piano fisso. Sono anzi* ∞^2 *i sistemi lineari d'iperpiani, che secano la data corrispondenza: i piani sostegni di tali sistemi si distribuiscono in due sistemi* ∞^2, *ciascuno della stessa natura di quello dei piani congiungenti le terne di punti omologhi nella corrispondenza* „.

13. — Si proietti ora da ciascuno degli S_3, congiungenti due a due le tre direttrici di uno qualsiasi dei sistemi della F, la punteggiata giacente sulla direttrice rimanente (opposta) e si chiamino corrispondenti tre iperpiani nei fasci così ottenuti, quando proiettano una terna di punti omologhi nella corrispondenza trilineare determinata dal sistema sulle tre direttrici. I tre fasci verranno così riferiti in corrispondenza trilineare. E

(*) Definita in tal guisa la F, i 6 punti che per la corrispondenza trilineare (data, arbitraria) hanno la singolarità sopradetta, risulteranno i 6 punti della configurazione Γ, relativa ad F. — Ed assegnate sopra tre punteggiate (non in un S_4) 3 coppie di punti, in modo arbitrario, generico, le ∞^1 corrispondenze trilineari per cui tali punti sono nella relazione detta, determinano ∞^1 forme F (di un fascio: v. n° 16) per le quali la configurazione Γ è la configurazione determinata (n° 5, oss. β) mediante quei 6 punti.

(**) A tal caso possiam ridurci — allorchè i sostegni delle tre punteggiate sono in posizione particolare (ad es. in un S_3) — trasportandoli in guisa ch'essi appartengano allo spazio di massima dimensione congiungente 3 rette (l'S_3).

poichè tre iperpiani omologhi si tagliano evidentemente in un piano del sistema considerato: " *Ciascuno dei sistemi di piani della* F *può considerarsi come il sistema degli* ∞^2 *piani comuni a terne di iperpiani omologhi in tre fasci, riferiti in corrispondenza trilineare (qualunque) — fasci i cui sostegni non concorrono in un punto* ". La costruzione indicata è duale della precedente (n° 11). Conclusioni duali poi di quelle del n° 11 determinano la relazione dei 6 iperpiani della Γ (n° 5) colla corrispondenza.

" *Ognuno dei sei sistemi di piani della* F *può considerarsi come il sistema dei piani comuni alle terne di iperpiani, che da tre* S_3 *dati — non concorrenti in un punto — proiettano i punti di un piano fisso, in posizione generica rispetto ai tre* S_3 ". Deducesi facilmente la proposizione duale a quella del numero precedente.

14. — Gli iperpiani tangenti alla F si possono distribuire secondo ∞^2 sistemi lineari di dimensione 2, aventi come sostegni i piani di uno qualunque dei 6 sistemi della F. E poichè ognuno di questi è suscettibile di definizioni due a due *duali* nell'S_5, se ne deduce: " *Alla forma* F — *luogo di punti — corrisponde per dualità l'inviluppo degli iperpiani tangenti alla forma stessa* ". L'ordine della F eguaglierà quindi la classe. Facilmente determinasi, ad es., l'ordine, osservando che i tre fasci d'iperpiani, riferiti in corrispondenza trilineare, mediante i quali si può generare la F (v. n° 13), secano sopra una generica retta dell'S_5 tre punteggiate sovrapposte in corrispondenza trilineare, i cui 3 punti tripli son tutti e soli i punti comuni alla retta ed alla F. La F è quindi del *terz'ordine*. Sarà quindi — per quanto si disse più sopra — pure della *terza classe*. Ciò del resto può dedursi facilmente con un ragionamento duale di quello ora tenuto.

15. — Discende dal n° 2, ed in particolare dall'osservazione relativa, un' altra semplice costruzione della F. Si osservò che le M_3^2 coniche costituite dai piani del sistema (L_1) uscenti dai punti della a_1 (ad es.), secano l'$S_3\, b_1c_1$ secondo un fascio di quadriche proiettivo alla punteggiata dei centri sulla a_1. Proiettando la punteggiata a_1 dall'S_3 opposto b_1c_1 ed il fascio di quadriche dalla retta a_1, si otterranno un fascio d'iperpiani ed un fascio di M_4^2 coniche di 2ª specie in corrispondenza proiettiva. Al fascio di quadriche nell'$S_3\, b_1c_1$ appartengono 2 coppie

di piani (la coppia di piani congiungenti rispettivamente le a_2, b_1; a_3, c_1 e la coppia congiungente le a_2, c_1 ed a_3, b_1): quindi al fascio di M_4^2 aventi a comune sostegno la retta a_1, apparterranno due coppie d'iperpiani. Se ne deduce: " *La forma* F *può generarsi riferendo proiettivamente un fascio d'iperpiani al fascio di forme quadratiche determinato da due coppie d'iperpiani e determinando le* ∞^1 M_3^2 *di 1ª specie intersezioni delle coppie di elementi corrispondenti* „ (*). E viceversa: " Scelto in modo generico il fascio d'iperpiani e le due coppie d'iperpiani determinanti il fascio di forme quadratriche, la costruzione indicata condurrà ad una varietà cubica del tipo studiato „.

Le due coppie d'iperpiani determinanti il fascio di M_4^2 ed i due iperpiani ad esse corrispondenti costituiscono appunto i sei iperpiani della configurazione Γ (n° 5).

16. — Si considerino le due terne d'iperpiani ottenute associando a ciascuna delle coppie sopradette l'iperpiano corrispondente all'altra nel fascio d'iperpiani. Due tali terne si tagliano secondo il sistema dei 9 S_3 della configurazione Γ (giacenti sulla F). Quindi: " *La forma* F *appartiene al fascio di forme cubiche determinato da due terne d'iperpiani* „. Viceversa: " ogni forma cubica del fascio determinato da due arbitrarie terne d'iperpiani è definibile come la forma F „ (**). Dualmente: " *Il sistema degli iperpiani tangenti alla* F *appartiene alla schiera determinata da due terne di stelle d'iperpiani* (i cui vertici si ottengono prendendo 5 a 5 gli iperpiani determinanti il fascio a cui appartiene F) „. E viceversa.

17. — Per ogni retta della configurazione Γ passano (n° 5) 4 S_3 della F, non giacenti in uno stesso iperpiano, quindi: " *Le 9 rette* a_i, b_i, c_i *sono doppie per la forma cubica* F „. Si ha anzi: " *Una forma cubica dell'*S_5, *la quale contenga tre rette*

(*) Il fascio d'iperpiani ed il fascio di forme quadratiche si possono scegliere in 9 modi diversi.

(**) L'equazione della F si potrà pertanto ridurre, con una conveniente scelta di punti fondamentali, al tipo:

$$x_1 x_2 x_3 + x_4 x_5 x_6 = 0.$$

E facilmente si deduce dall'equazione, che nel fascio determinato dalle due terne d'iperpiani non esistono — eccettuate queste terne — forme aventi punti doppi fuori delle 9 rette doppie.

doppie, non giacenti in uno stesso iperpiano, o — ciò che fa lo stesso (*) —, *contenga tre* S_3, *due a due indipendenti, contiene di conseguenza una configurazione di 9 rette doppie e di* 9 S_3, *del tipo della* Γ (cui appartengono le prime tre rette doppie, od i tre S_3); *e la forma stessa coincide colla forma cubica trattata* „. Si consideri invero l'S_3 — della forma cubica — congiungente due delle tre rette doppie della forma: il fascio d'iperpiani avente tale S_3 qual sostegno, secherà sulla F un sistema ∞^1 di M_3^2, alla lor volta secate dall'S_3 sostegno, secondo un fascio di quadriche (Ed ogni iperpiano condotto per l'S_3 toccherà la F secondo una quadrica del fascio). La quartica base del fascio si spezza nelle due rette doppie congiunte dall'S_3 ed in altre due rette ad esse appoggiate, doppie evidentemente per la forma. Si riconosce in tal guisa l'esistenza delle rimanenti rette doppie, e conseguentemente degli S_3, giacenti sulla forma. Ed è facile vedere che tali rette e tali S_3 costituiscono una configurazione del tipo della Γ. Si assumano ora in essa due terne di rette doppie, tutte distinte, — ognuna terna costituita da rette non in uno stesso S_4. — Per un punto *generico* P della forma passa un piano π, appoggiato alle rette della prima terna (**) (ad es.) in punti doppi per la forma e quindi per la cubica secata dal piano π: dovrà questo giacere di conseguenza nella forma, e vi giaceranno evidentemente gli ∞^2 piani appoggiati ad esso ed alle rette della 2ª terna. Quindi, ecc.

Si osservi ora che, definita una forma F come luogo degli ∞^2 piani congiungenti terne di punti omologhi in tre punteggiate (non in uno stesso S_4) riferite in corrispondenza trilineare, giaceranno sulla forma — cubica — i tre S_3 congiungenti due a due i sostegni delle tre punteggiate. — Le conclusioni precedenti dimostrano quindi la proposizione enunciata al numero 11.

18. — Un iperpiano tangente alla F in un suo punto P

(*) L'S_3 congiungente due rette doppie — non incidenti — di una forma cubica giace evidentemente sulla forma; la retta comune a due S_3 — non in uno stesso iperpiano — giacenti su una forma cubica dell'S_5, è doppia per la forma.

(**) Il piano comune ai tre S_4, che da P proiettano gli S_3 congiungenti due a due le rette della terna.

la secherà secondo una M_3^3 dotata di 10 punti doppi. Dei quindici piani (*) della M_3^3, 9 costituiscono le intersezioni dell'iperpiano stesso coi 9 S_3 giacenti sulla F, 6 la sestupla di piani della F uscente dal punto di contatto P. I 6 sistemi di piani della F, ciascun dei quali taglia (n° 10) secondo rette una terna di S_3 della F e si appoggia a due altri determinati sistemi di piani, vengono secati dall'iperpiano tangente secondo 6 sistemi di rette, ciascuno dei quali appoggiato a 5 piani, ecc. (**).

La sestupla di piani uscente da ogni punto P della F giace in un cono quadrico di 1ª specie a 3 dimensioni: l'intersezione dell'iperpiano tangente alla F in P colla M_4^2 polare del punto P.

19. — Ciascuno degli iperpiani della configurazione Γ seca la F secondo una terna di S_3 (n° 5), la quale si può considerare come un cono cubico (M_3^3) di 2ª specie: la retta centrale — comune ai tre S_3 — è una delle 6 rette congiungenti i 6 punti di Γ due a due, che non sono fra le 9 rette della configurazione. Le M_4^2 polari rispetto alla F dei punti di quell'iperpiano verranno quindi secate dall'iperpiano stesso in M_3^2 aventi tale retta quale sostegno: se ne deduce che esse M_4^2 polari son coni di 1ª specie (almeno), aventi i loro centri su quella retta. L'iperpiano considerato, quindi, farà parte della varietà Hessiana della F (***). Cioè: " *La varietà Hessiana della forma* F *si spezza nei 6 iperpiani della configurazione* Γ " (****).

Si osservi ancora che il sistema di tutte le M_4^2 polari rispetto alla F è costituito dalle ∞^5 M_4^2 passanti per le 9 rette doppie della F. Tale sistema è quindi comune a tutte le forme del fascio determinato dalle due terne d'iperpiani della Γ.

(*) C. Segre, Nota cit., n° 1.

(**) C. Segre, Nota cit., n° 4.

(***) Più in generale, in un S_n farà certamente parte della varietà Hessiana di una forma d'ordine qualunque m, un iperpiano, quando questo la secherà secondo un cono di 2ª specie (o più in generale secondo una M_{n-2}^m rispetto a cui le M_{n-2}^2 polari sieno coni di specie ≥ 2).

(****) Dati dunque in modo generico 6 iperpiani nell'S_5, tutte le forme cubiche dei fasci, che si possono determinare distribuendo secondo due terne i 6 iperpiani, hanno a comune l'Hessiana (spezzata in quegli iperpiani).

§ 4. — *Alcune applicazioni dei risultati precedenti a particolari complessi del 3° grado nello spazio ordinario.*

20. — Assunta nell'S_5 una forma quadratica R, i cui punti rappresentino nel modo noto le ∞^4 rette dello spazio ordinario, la M_3 secata sulla R dalla forma cubica F (v. §§ precedenti) rappresenterà, come si disse, un particolare complesso del 3° grado, che indicheremo in seguito con f. Supporremo dapprima affatto generica (n^i 22-25), poscia particolare (n^i 26-42) la posizione della forma F rispetto alla R. La configurazione secata sulla R dalla Γ rappresenterà — nel senso sopra ricordato — una configurazione γ strettamente legata al complesso f. Esamineremo prima brevemente in ogni caso tale configurazione, poscia enuncieremo le diverse generazioni del complesso, limitandoci nel seguito alle più notevoli. Ed osserviamo fin d'ora, che tali procedimenti di costruzione si possono ritenere in ciascun caso come altrettante definizioni (equivalenti) del complesso che si considera.

Poichè la M_3 comune alla F ed alla R contiene i 6 sistemi ∞^2 di coniche secate sulla R dei piani di F, ognuno dei complessi f conterrà 6 sistemi ∞^2 di *serie rigate* (serie di generatrici di quadriche). Ogni retta del complesso farà parte di sei serie rigate del complesso: si disporranno esse secondo due terne tali, che due rigate appartenenti a terne diverse avranno a comune un'ulteriore generatrice. Le 6 serie rigate giaceranno in uno stesso complesso lineare (n° 9).

21. — Gli ∞^3 iperpiani tangenti comuni alla forma F ed alla R toccano la R stessa secondo i punti di una M_3, la quale rappresenta un complesso f' del 3° grado: nel caso generale (allorchè la F è in posizione generica rispetto alla R) esso è definibile come il complesso f. Invero, la M_3 sopradetta si può ritenere secata sulla R dagli ∞^2 piani polari, rispetto ad R, dei piani di uno qualsiasi dei sei sistemi della F. Ciascuno di tali sistemi deve trasformarsi, mediante la polarità rispetto ad R, in un sistema di piani di definizione duale; ricordando d'altra parte che (n° 10) ognuno dei sistemi di piani della F

è suscettibile di definizioni due a due duali nell'S_5, se ne deduce, ecc.

Chiameremo per brevità in ogni caso *polare* del complesso f, il complesso f' ottenuto nel modo sopra indicato: *esso è costituito dai 6 sistemi* ∞^2 *delle serie rigate incidenti a quelle che costituiscono il complesso* f.

La configurazione γ' relativa al complesso f' si otterrà — per ogni caso — interpretando la configurazione polare della Γ, rispetto ad R.

22. — Si supponga la F in posizione generica rispetto ad R. Il complesso f corrispondente alla M_3 intersezione conterrà 9 coppie di rette doppie e 9 congruenze lineari. Ognuna delle 9 coppie di rette doppie fa parte di 4 delle 9 congruenze, ogni congruenza contiene 4 coppie di rette doppie (n° 5 α) α')) ecc. (v. n° 25). Si può ottenere una configurazione del tipo della γ, offerta dalle 9 coppie di rette doppie e dalle 9 congruenze, assumendo ad arbitrio due terne di complessi lineari e determinando le congruenze intersezioni dei complessi di una terna con ciascuno dei complessi dell'altra (n° 5 β')). Le 9 coppie di rette della γ si possono disporre secondo 6 terne — ciascuna costituita da 6 rette non in uno stesso complesso lineare. Considerando per ognuna delle 6 terne le tre congruenze lineari congiungenti due a due le coppie di rette che la costituiscono, si otterrà una corrispondente distribuzione in 6 terne delle congruenze lineari della γ.

23. — In relazione a tali raggruppamenti in terne, si hanno nel complesso i 6 sistemi ∞^2 di serie rigate (n° 20). Ciascuno di essi si può definire:

a) come il *sistema* ∞^2 *delle serie rigate ognuna delle quali giace in una congruenza lineare con ciascuna di tre coppie di rette, date in modo generico, ed in un complesso lineare con una serie rigata* π, *data pure in modo generico.*

Si osservi a tale proposito che: definito in tal guisa un sistema ∞^2 di serie rigate, si può asserire che ognuna di esse giace di conseguenza in un complesso lineare oltre che colla data π, con ciascuna serie rigata di una ∞^2 costituita da due sistemi definibili come il primitivo. Nel complesso del 3° grado contenente tali sistemi giace una seconda terna analoga di sistemi ∞^2, ecc. (n° 9). Osservazioni equivalenti si posson fare per le due generazioni *b*), *c*);

b) id. come il *sistema delle* ∞^2 *serie rigate aventi a comune una coppia di rette con ciascuna congruenza lineare di una data terna e giacenti in un complesso lineare con una data serie rigata* (n° 10) (*);

c) id. come il *sistema delle* ∞^2 *serie rigate comuni a terne di complessi omologhi in tre fasci di complessi lineari, riferiti in corrispondenza trilineare* (n° 11).

24. — Il complesso f si può ancora ritenere:

d) come il *luogo delle* ∞^3 *coppie di rette giacenti in un complesso lineare con ciascuna congruenza lineare di una data terna, ed in una congruenza lineare con una data serie rigata* (n° 10, in fine);

e) id. come il *complesso generato da un fascio di complessi lineari riferito in corrispondenza proiettiva al fascio di complessi quadratici determinato da due coppie di complessi lineari* (n° 15) (**);

f) id. come il *complesso generico del fascio di complessi del 3° grado determinato da due terne di complessi lineari* (n° 16).

25. — Relativamente al complesso f', polare di f — costituito dalle serie rigate incidenti a quelle del complesso f — si osservò (n° 21) ch'esso è della stessa natura di f. La configurazione γ' relativa ad f' e la configurazione γ relativa ad f sono in notevole relazione: " *Le 9 coppie di rette doppie di ciascuno dei due complessi costituiscono le 9 coppie di assi delle congruenze lineari giacenti sull'altro* ".

26. — Se si assume la posizione della F in modo che uno o più dei 6 punti della configurazione Γ relativa (n° 5) giacciano sulla R, verranno a coincidere in singole rette una o più terne di rette doppie del complesso f. Un caso estremo si avrà allorchè i 6 punti della Γ giaceranno su R: Corrispondentemente

---

(*) Si osservi relativamente a tale generazione ed alle seguenti *c*) *d*) *e*) *f*), che gli elementi dati, determinanti il complesso, debbono essere assunti ognuno in modo generico ed in posizione generica rispetto ai rimanenti.

(**) Associando con ciascuna delle due coppie di complessi lineari determinanti il fascio di complessi quadratici il complesso lineare corrispondente all'altra coppia (nel fascio di complessi lineari), si otterranno due terne di complessi lineari determinanti un fascio, cui appartiene il complesso f.

nel complesso f si ridurranno a 6 le rette (doppie) della configurazione γ, rette in posizione generica, non giacenti in uno stesso complesso lineare. Si disporranno esse secondo due terne m, n, o; m', n', o' (secondo la scomposizione in due terne dei sei punti della Γ (n° 5 β)).

Si dovranno ritenere le 9 coppie di rette ottenute associando con ciascuna retta dell'una terna successivamente le tre rette dell'altra, come le 9 coppie di rette della γ: ciò in relazione alla generazione dei sistemi di serie rigate del complesso (v. n° 23). — Le 9 congruenze lineari del complesso si potranno alla lor volta ottenere congiungendo ciascuna coppia di rette dell'una terna con ciascuna dell'altra: esse congruenze giaceranno 3 a 3 nei 6 complessi lineari, che congiungono 5 a 5 le 6 rette doppie.

27. — Ciascuno dei 6 sistemi di serie rigate costituenti il complesso f si può definire secondo le *a*) *b*) *c*) (n° 23), quando si assuma in modo particolare conveniente la posizione degli elementi dati. Ad es., seguendo la *a*), si osservi che, date in modo arbitrario le 3 coppie di rette (m, m'; n, n'; o, o'), dovrà la π assumersi nella ∞^3 delle serie rigate giacenti in una congruenza lineare con ciascuna delle tre coppie o, n'; m, o'; n, m' (oppure con ciascuna delle tre coppie n, o'; $o\, m'$; $m\, n'$). Tale condizione è pure sufficiente. Ecc.

" *Il complesso* f *si può ritenere come il complesso generico del fascio determinato da due terne di complessi lineari, le quali costituiscano assieme i 6 complessi lineari che congiungono 5 a 5 sei rette date in modo arbitrario generico* ".

28. — Il complesso polare f' avrà 9 coppie di rette doppie distinte nelle 9 coppie di assi delle congruenze lineari di f (n° 25) (*). Si otterranno invece gli assi delle congruenze lineari di f' accoppiando nel modo detto (n° 26) le rette doppie di f. Le 9 congruenze lineari di f' giaceranno 3 a 3 in 6 complessi lineari speciali, i cui assi sono le 6 rette doppie di f. Ed il complesso f' si potrà ritenere come " *il complesso generico del fascio determinato da due arbitrarie terne di complessi lineari speciali* ". Ecc.

(*) Tale osservazione potrà ripetersi in seguito, per tutti i casi particolari di cui ci occuperemo.

§ 5.

29. — Allorchè una o più rette doppie della F giacciono su R, il complesso f rappresentato dalla M_3 intersezione, conterrà uno o più fasci di rette doppie. Corrispondentemente due o più fra i sistemi di serie rigate del complesso si potranno definire in modo particolare, ovvio. Il complesso polare f' avrà — per ogni fascio di rette doppie di f — una determinata delle 9 congruenze lineari spezzata in una stella di rette ed in un piano rigato, i cui sostegni coincidono rispettivamente coi due sostegni del fascio di rette doppie.

30. — Un caso notevole si ha quando tre rette doppie della F, non in uno stesso iperpiano, giacciono su R. Il complesso f relativo conterrà tre fasci di rette doppie in posizione generica (non in uno stesso complesso lineare). Giaceranno nei tre fasci, 3 coppie di rette m, m'; n, n'; o, o' (*), dalle quali la configurazione γ risulta perfettamente determinata nel modo visto al n° 26. Ed il caso presente può ritenersi appunto derivato da quello esaminato nei n^i 26-27, quando si suppongano incidenti, ad es., le coppie di rette m, m'; n, n'; o, o' (**).

Fra i 6 sistemi ∞^2 di serie rigate del complesso, uno determinato — che indicheremo con (l_1) — si potrà definire:

a) come il *sistema* ∞^2 *delle serie rigate ognuna delle quali ha tre generatrici appartenenti a 3 dati fasci — in posizione arbitraria generica —, e giace inoltre in un complesso lineare con una data serie rigata* π *— in posizione generica rispetto ai tre fasci* (***);

(*) rappresentanti le coppie di punti della Γ congiunti dalle 3 rette doppie.

(**) cioè, una arbitraria delle 6 terne — costituite ognuna da coppie di rette non in un complesso lineare — che si posson formare colle 9 coppie di rette della γ (ritenendo queste determinate nel modo detto mediante le m, n, o; m', n', o').

(***) Considerato un complesso lineare generico, fra gli ∞^2 i quali contengono la data serie rigata π, le tre rette, che il complesso stesso avrà a comune coi tre fasci, apparterranno ad una determinata serie rigata: questa descriverà — variando il complesso lineare nella ∞^2 sopradetta — il nostro sistema ∞^2.

ovvero:

b) come il *sistema* ∞^2 *delle serie rigate contenenti terne di rette omologhe in tre fasci — in posizione generica —, riferiti nella più generale corrispondenza trilineare.* Ecc.

31. — Il complesso f', polare di f, conterrà tre congruenze lineari, spezzate ciascuna in una stella ed in un piano rigato, coi sostegni incidenti. Conterrà inoltre altre 6 congruenze lineari ad assi sghembi e 9 coppie di rette doppie distinte, fra cui le 3 rette congiungenti due a due i centri delle stelle e le 3 rette comuni ai sostegni dei piani rigati presi due a due. Fra i 6 sistemi di f', il sistema (l_1') delle serie rigate incidenti a quelle di (l_1) in f è, al pari di questo, suscettibile di semplici definizioni.

Si può esso considerare, ad es.:
come il *complesso delle rette incidenti a terne di rette omologhe in tre fasci, riferiti in corrispondenza trilineare* (v. n° 30 *b*));

ovvero (n° 10):
come il *sistema delle serie rigate aventi ciascuna tre rette appartenenti a tre stelle date e tre rette giacenti in tre piani, i quali passino rispettivamente per i centri delle tre stelle, giacenti poi ognuna in un complesso lineare con una data rigata.* Ecc.

Osserviamo ancora che i sistemi (l_1) in f, (l_1') in f' costituiscono un sistema ∞^2 di quadriche, passanti per tre punti fissi e tangenti a tre piani fissi, incidenti rispettivamente ai tre punti.

Si può ritenere f' come il *complesso generico del fascio determinato da un'arbitraria terna di complessi lineari speciali con una seconda terna di complessi lineari speciali, i cui assi sieno ordinatamente incidenti agli assi dei primi complessi.*

32. — Si otterrà un caso particolare assai notevole del complesso f esaminato al n° 30, allorchè giacerà in R oltre che una terna di rette doppie a_1, b_1, c_1 di F — non in uno stesso S_4 — un piano π di F, non appoggiato ad alcuna delle 3 rette (*). Il piano π si appoggia ad un'altra terna di rette doppie della F (la terna a_2, b_2, c_2, ovvero la a_3, b_3, c_3: sia ad es. la 1ª terna): ogni retta di questa ha a comune con R i punti ov'essa si ap-

(*) Il piano e la terna di rette sono dunque in posizione generica, ma del resto arbitraria, nell' S_5. Essi individuano la F.

poggia ad una determinata delle coppie a_1, b_1; a_1, c_1; b_1, c_1; nè può d'altra parte il piano π passare per alcuno di questi punti (*). Se ne deduce, che ognuna delle a_2, b_2, c_2 avrà un ulteriore punto a comune colla R (in π): giacerà quindi su R. Fra i due piani della R, che si appoggiano alle generatrici a_1, b_1, c_1, quello che appartiene allo stesso sistema di π, appoggiandosi a questo, giacerà sulla F. Riassumendo quindi: allorchè giacciono su R tre rette doppie della F — non in un S_4 — ed un piano di F — in posizione generica rispetto alle tre rette, — giaceranno su R altre tre rette doppie di F — non in un S_4 — appoggiate a questo piano ed un altro piano, appoggiato alle prime tre rette. Le due forme F ed R avranno nel punto comune ai due piani lo stesso iperpiano tangente (l'S_4 congiungente i due piani).

33. — Il complesso f corrispondente conterrà 6 fasci di rette doppie. Si otterrà facilmente la configurazione γ relativa, assumendo tre rette m, n, o, sghembe due a due, e tre rette m', n', o' pure sghembe due a due ed ordinatamente appoggiate alle coppie m, n; n, o; m, o (**): nella configurazione γ individuata dalle 6 rette m, n, o; m', n', o' (v. n° 26) le 6 coppie di rette incidenti m, m'; n, n'; o, o' — o, n'; m, o'; n, m' determinano i 6 fasci di rette doppie del complesso, che potremo ordinatamente indicare con $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$; $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$, ove con A_1,..; α_1,.. si rappresentino i centri rispettivamente ed i piani dei fasci stessi. La terna $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$ sarà costituita da fasci in posizione generica (non in uno stesso complesso lineare); lo stesso dicasi della terna $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$. Appartengono alla γ 9 congruenze lineari ad assi sghembi.

Giacciono inoltre in f nelle ipotesi presenti:

a) le due stelle di raggi aventi i centri nei punti $\alpha_1\beta_1\gamma_1$, $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ comuni ai piani delle due terne di fasci $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$; $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$;

oppure:

(*) Che altrimenti si appoggierebbe a qualcuna delle a_1, b_1, c_1.

(**) oppure alle coppie m, o; m, n; n, o, nel qual caso si avrebbero nel complesso i 6 fasci di rette doppie $(mm') \equiv A_1\alpha_1$, $(nn') \equiv B_1\beta_1$, $(oo') \equiv C_1\gamma_1$; $(no') \equiv A_3\alpha_3$, $(om') \equiv B_3\beta_3$, $(mn') \equiv C_3\gamma_3$.

a') i due piani rigati, i cui sostegni sono i piani $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, congiungenti i centri delle due terne sopradette di fasci (*).

La retta congiungente i centri delle due stelle — nel caso a) — oppure — nel caso a') — la retta comune ai due piani rigati sarà *doppia per il complesso* f.

34. — Nel complesso f, due determinati sistemi (l_1), (l_2) di serie rigate avranno una stessa semplice definizione. Si potranno invero considerare ognuno, distinguendo i casi a), a'):

a) *come il sistema* ∞^2 *delle serie rigate aventi ciascuna 3 generatrici appartenenti a 3 dati fasci, ed una generatrice appartenente ad una data stella.*

a') *come il sistema* ∞^2 *delle serie rigate aventi ciascuna 3 generatrici appartenenti a 3 dati fasci ed una generatrice appartenente ad un dato piano rigato.*

I tre fasci e la stella (od il piano rigato) s'intendono in entrambi i casi assegnati in modo arbitrario, purchè generico nello spazio.

È notevole il fatto che, definito mediante la a) o la a') un sistema ∞^2 di serie rigate, e quindi un complesso f — luogo di queste — giace nel complesso un secondo sistema ∞^2 di serie rigate, di eguale definizione. Od in altre parole: (1) " *Assunti in modo generico tre fasci* $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$, *ed un punto* P (*od un piano* π) *le* ∞^2 *serie rigate per ognuna delle quali v'hanno tre generatrici appartenenti ai tre fasci, ed una passante pel punto* P (*o giacente nel piano* π), *costituiscono un insieme di* ∞^3 *rette, che si posson distribuire secondo un altro sistema* ∞^2 *di serie rigate, per ognuna delle quali v'hanno tre generatrici appartenenti a tre altri fasci* $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$ *ed una generatrice passante per un altro punto* S (*o giacente in un altro piano* σ) ". Sono ben determinati i tre fasci $A_2\alpha_2$,.. ed il punto S (od il piano σ), quando sieno assegnati i fasci $A_1\alpha_1$,.. ed il punto P (od il piano π).

Si potranno essi ottenere col procedimento seguente (distinguendo i due casi):

(*) Nel fascio di complessi determinato dalla configurazione γ definita in questo n° esistono entrambi i particolari complessi che andiamo studiando, l'uno contenente due stelle di raggi, l'altro due piani rigati.

a) Si proietti dal punto P la retta A_1B_1, congiungente i centri dei due fasci $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$ e si consideri nel piano proiettante γ_2 il fascio $C_2\gamma_2$ avente per centro il punto C_2 ov'esso piano (γ_2) taglia la retta $\alpha_1\beta_1$.

a') Si sechi col piano π la retta $\alpha_1\beta_1$, comune ai piani dei due fasci $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, e si consideri il fascio avente quale centro il punto C_2 comune a π ed alla $\alpha_1\beta_1$, e quale piano, il piano γ_2 secondo cui esso punto (C_2) proietta la A_1B_1.

Il fascio $C_2\gamma_2$ avrà a comune un raggio colla stella (P) (o col piano rigato (π)) ed un raggio con ciascuno dei due fasci $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$. Sarà quindi (*) uno dei fasci cercati. Analogamente si ottengono — nei due casi — partendo dalle coppie di fasci $A_1\alpha_1$, $C_1\gamma_1$; $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$, i fasci $B_2\beta_2$; $A_2\alpha_2$.

a) I piani dei tre fasci $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$ concorrono in P; il punto comune ai piani dei fasci dati $A_1\alpha_1$, ... sarà il punto S.

a') I centri dei tre fasci $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$ giacciono in π; il piano congiungente i centri dei fasci dati $A_1\alpha_1$, ... sarà il piano σ.

35. — Si potrà assai facilmente costruire un sistema ∞^2 di serie rigate del tipo considerato — per ognuno dei due casi *a*), *a'*) — col procedimento seguente:

a) Condotta un'arbitraria retta r' per P, i raggi dei 3 fasci, che vanno ai punti d'intersezione della r' coi piani dei 3 fasci, apparterranno ad una serie rigata, che avrà evidentemente una retta r nella stella (P). Variando la r' nella (P), la serie rigata descriverà un sistema ∞^2 ecc. (**).

a') Assunta in π un' arbitraria retta r', i raggi determinati sui piani dei 3 fasci dai piani che proiettano la r' dai centri, apparterranno ad ad una serie rigata, che avrà evidentemente una retta r nel piano π. Variando la r' in (π) la serie rigata descriverà un sistema ∞^2 ecc. (**).

36. — Il complesso polare f' conterrà (nella γ') 9 coppie di rette doppie distinte: concorrono tali rette 4 a 4 nei 6 centri dei fasci di rette doppie di f, e giacciono 4 a 4 nei piani dei fasci stessi. Fra le 9 congruenze lineari di f' (nella γ') ve

---

(*) Ricordando come si son costruite (n^i 2-3) le tre rette doppie di F appoggiate al piano π.

(**) Gli ulteriori procedimenti di costruzione del complesso — e più precisamente dei sistemi (l_1) ed (l_2) — si potranno enunciare introducendo anzitutto la particolarizzazione assunta (n° 33) dalla configurazione γ, con che si otterranno i complessi generici del fascio da questa determinato, osservando poscia, che i complessi dei due tipi *a*), *a'*) ora in esame, sono particolari complessi di tal fascio.

n'hanno 6, spezzate ognuna in una stella di rette ed in un piano rigato coi sostegni incidenti.

Giacciono inoltre in f', ordinatamente la coppia di stelle o di piani rigati appartenenti al complesso f. Sarà doppia ancora pel complesso f' — nel 1° caso — la retta congiungente i centri delle due stelle, — nel 2° caso — la retta comune ai due piani rigati.

I due sistemi (l_1'), (l_2') in f', delle serie rigate incidenti a quelle costituenti i sistemi (l_1), (l_2) in f potranno ritenersi costituiti dalle ∞^2 *serie rigate appoggiate ognuna ad una terna di rette di tre dati fasci e ad una retta di una data stella* (*o piano rigato*). Facilmente se ne deduce — per ciascuno dei due casi — un semplice procedimento di costruzione del complesso, analogo a quello indicato pel complesso f. Ecc.

I sistemi (l_1) in f, (l_1') in f' (oppure i sistemi (l_2), (l_2')) costituiscono:

nel caso *a*) *il sistema* ∞^2 *delle quadriche passanti per 4 punti dati e tangenti a 3 piani dati, i quali passino rispettivamente per 3 dei 4 punti.*

nel caso *a'*) *il sistema* ∞^2 *delle quadriche tangenti a 4 piani dati e passanti per 3 punti dati, i quali giacciano rispettivamente su 3 dei 4 piani.*

Potrà enunciarsi ora completata, e sotto aspetto un po' diverso la proposizione (1) del n° 34: " *Nel sistema* ∞^2 *delle quadriche passanti per 4 punti fissi e tangenti a 3 piani dati, incidenti rispettivamente a 3 dei 4 punti, la* ∞^3 *delle rette giacenti sopra le quadriche del sistema può considerarsi pure come la* ∞^3 *delle rette giacenti sopra le quadriche che passano per altri 4 punti e toccano altri 3 piani, incidenti a 3 dei 4 punti* „. " *E dualmente* „.

§ 6.

Nei complessi esaminati nel § precedente non tutti i 6 sistemi di serie rigate erano suscettibili della particolare definizione relativa ad uno — o due — di essi. Studieremo ora brevemente i casi in cui ciò si avvera, per la particolare posizione degli elementi individuanti il complesso.

37. — Si consideri la M_3 secata dalla F sopra una forma quadratica R, la quale contenga le 9 rette doppie della F, o

— ciò che fa lo stesso (n° 19) — sia polare rispetto ad F. Supporremo ora generica la R nel sistema delle prime polari rispetto ad F.

Il complesso f corrispondente alla M_3 sopradetta conterrà 9 fasci di rette doppie. Si otterrà una configurazione del tipo della γ relativa al complesso, assumendo due terne di rette m, n, o; m', n', o', tali che ogni retta dell'una determini con ciascuna dell'altra un fascio, e considerando effettivamente i 9 fasci definiti in tal guisa (n° 5 β)). In altre parole: accoppiando nei 9 modi possibili due rette, scelte risp. in due terne di rette di una stessa quadrica Q, appartenenti a sistemi diversi.

Giacciono inoltre nel complesso f 9 congruenze lineari, le cui coppie di assi (sghembi) sono coppie di rette polari rispetto alla quadrica Q. Si possono ottenere tutti gli assi delle congruenze stesse, congiungendo i centri dei fasci di rette doppie, che non stanno sopra una stessa retta della Q, ovvero con procedimento duale.

38. — I 9 fasci della γ si dispongono secondo 6 terne $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$; $A_2\alpha_2, ..$; $A_3\alpha_3, ..$; $A_1\alpha_1$, $A_2\alpha_2$, $A_3\alpha_3$; $B_1\beta_1, ..$; $C_1\gamma_1, ..$ (*), ognuna costituita da fasci non in uno stesso complesso lineare. I centri ed i piani dei fasci di una stessa terna costituiscono rispettivamente un triangolo ed un triedro prospettivi.

Corrispondentemente si avranno nel complesso 6 sistemi ∞^2 di serie rigate, dello stesso tipo.

Si potranno essi definire secondo le *a*), *b*) (n° 30), purchè si assumano in modo conveniente (ovvio, definita la γ) gli elementi dati, individuanti il complesso. Ecc.

Si può considerare f come il *complesso generico del fascio determinato da due terne di complessi lineari, ottenuti assumendo due terne di rette di una stessa quadrica, appartenenti a sistemi diversi, congiungendo poscia mediante complessi lineari ciascuna delle due terne colle tre coppie di rette che si possono assumere nell'altra.*

(*) Ove si ponga (come al n° 33): $A_1\alpha_1 \equiv (m\,m')$, $B_1\beta_1 \equiv (n\,n')$, $C_1\gamma_1 \equiv (o\,o')$, $A_2\alpha_2 \equiv (o\,n')$, $B_2\beta_2 \equiv (m\,o')$, $C_2\gamma_2 \equiv (n\,m')$, $A_3\alpha_3 \equiv (n\,o')$, $B_3\beta_3 \equiv (o\,m')$, $C_3\gamma_3 \equiv (m\,n')$ — con $(m\,m')$, ... indicando i fasci determinati dalle coppie di rette incidenti m, m'; ... —

39. — Il complesso f', polare di f, avrà 9 coppie di rette doppie distinte: conterrà inoltre 9 congruenze lineari spezzate ognuna in una stella di raggi ed in un piano rigato coi sostegni incidenti. Costituiscono i centri delle 9 stelle i 9 punti comuni a due terne $(m, n, o;\ m', n', o')$ di rette di una stessa quadrica (Q), appartenenti a sistemi diversi; i sostegni dei 9 piani rigati son costituiti dai piani tangenti in quei punti alla quadrica stessa. I 6 sistemi di serie rigate del complesso saranno tutti della stessa natura. E facilmente se ne potranno enunciare le diverse generazioni.

Il complesso f' si può ritenere come il *complesso generico del fascio determinato da due terne di complessi lineari speciali, i cui assi costituiscano rispettivamente una terna di generatrici ed una terna di direttrici di una stessa quadrica.* Ecc.

40. — Allorchè la forma F — le cui 9 rette doppie giacciono su R — ha inoltre colla R un piano generico a comune, sarà la R stessa la M_4^2 tangente (polare) alla F in un punto P determinato del piano comune (v. n° 32, in fine). Le due forme F ed R avranno allora a comune altri 5 piani, uscenti dal punto P e giacenti nell'iperpiano tangente in P alle due forme. Ora, considerate tre rette a_1, b_1, c_1 della R, non in uno stesso S_4, esistono due soli piani della R (appartenenti a diversi sistemi) i quali ad esse si appoggiano. Se ne deduce che nel fascio di forme F determinato dalla configurazione Γ, le cui 9 rette giacciono sulla R, esistono *due* forme (tangenti alla R) ciascuna delle quali ha 6 piani a comune colla R: piani concorrenti in un unico punto e giacenti in uno stesso iperpiano.

Corrispondentemente: nel fascio di complessi f determinato dalla nota configurazione γ del n° 37 (v. pure n° 38, in fine) esistono due particolari complessi: ognuno di essi contiene, oltre alle 9 congruenze lineari della γ, tre stelle e tre piani rigati appartenenti ad uno stesso complesso lineare speciale: in altre parole tre stelle i cui centri stanno sopra una stessa retta e tre piani rigati i cui sostegni passano per la retta congiungente i 3 centri. — Tale retta risulterà evidentemente *doppia pel complesso.*

Per ognuno dei due complessi risultano perfettamente determinati mediante la γ le tre stelle di raggi ed i tre piani rigati. Nell'un complesso — conservando le notazioni precedenti

(v. nota (*) al n° 38) — i centri delle tre stelle sono i punti $\alpha_1\beta_1\gamma_1$; $\alpha_2\beta_2\gamma_2$, $\alpha_3\beta_3\gamma_3$ comuni ai piani delle 3 terne di fasci $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$; $A_2\alpha_2$,..; $A_3\alpha_3$,.., ed i sostegni dei piani rigati: i piani $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$ congiungenti i centri delle tre terne di fasci $A_1\alpha_1$, $A_2\alpha_2$, $A_3\alpha_3$; $B_1\beta_1$,..; $C_1\gamma_1$,... Nell'altro complesso si avranno le tre stelle di centri i punti $\alpha_1\alpha_2\alpha_3$, $\beta_1\beta_2\beta_3$, $\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ ed i tre piani rigati aventi quali sostegni i piani $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$ (*).

41. – Fissata nella configurazione γ, ad es., la terna di fasci $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$, e considerata inoltre la terna $A_2\alpha_2$, $B_2\beta_2$, $C_2\gamma_2$ (od indifferentemente la terna $A_3\alpha_3$, $B_3\beta_3$, $C_3\gamma_3$), i due complessi individuati nel modo detto al n° 34 dai tre fasci dati $A_1\alpha_1$, $B_1\beta_1$, $C_1\gamma_1$ e rispettivamente dalla stella di centro il punto $\alpha_2\beta_2\gamma_2$ o dal piano rigato avente qual sostegno il piano $A_2B_2C_2$, saranno i due complessi richiesti. Giaceranno in ognuno di essi 3 sistemi ∞^2 di serie rigate aventi la stessa definizione a) data al n° 34, i rimanenti tre si potranno definire secondo la a'). Sarà cioè possibile, assegnata la γ, costruire ognuno dei due complessi — mediante i semplici procedimenti dati al n° 35, — partendo da tre punti e da tre piani ben determinati e distinti.

Discende in virtù di tali costruzioni e da un'osservazione del numero precedente (in nota), che ad ognuno dei sistemi ∞^2 di serie rigate dell'un complesso è collegato un determinato sistema nell'altro, che da quello si può ottenere costruendo le ∞^2 serie rigate polari, rispetto alla quadrica Q, delle serie rigate che costituiscono il primo.

42. — Fra gli ∞^1 complessi f' del fascio definito al n° 39, sono a considerarsi due particolari complessi: polari rispettivamente dei due complessi f studiati nei numeri precedenti. Contiene ciascun d'essi, oltre alle 9 congruenze lineari della configurazione γ relativa, spezzata ognuna in una stella di raggi ed in un piano rigato coi sostegni incidenti (n° 39), le due terne

---

(*) I tre punti $\alpha_1\beta_1\gamma_1$, $\alpha_2\beta_2\gamma_2$, $\alpha_3\beta_3\gamma_3$ giacciono quindi sopra una stessa retta, per cui passano i piani $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$. Analogamente i tre punti $\alpha_1\alpha_2\alpha_3$, $\beta_1\beta_2\beta_3$, $\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ giacciono sopra una stessa retta, per cui passano i piani $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$. Ciò si verifica pure direttamente, in modo immediato. — Le due rette sono fra loro polari rispetto alla quadrica Q, toccata dai piani α_i, β_i, γ_i rispettivamente nei punti A_i, B_i, C_i.

rispettivamente di stelle di raggi e di piani rigati giacenti nel complesso f ad esso polare.

Ciascuno dei due complessi ha, all'infuori delle 9 coppie di rette doppie della γ, un'ulteriore retta doppia, su cui giacciono i centri delle 3 stelle e passano i sostegni dei 3 piani rigati sopradetti.

I 6 sistemi di serie rigate nei due complessi si potranno definire tutti, ad es. secondo la definizione data al n° 36, purchè si assumano per ognun d'essi i tre fasci di rette ed il centro della stella (P) (od il sostegno del piano rigato (π)) nel modo indicato al numero precedente. Ecc.

Si può osservare ora, in relazione all'ultima proposizione del n° 36, che, definito nel modo detto ivi, un sistema ∞^2 di quadriche, quando si assumano gli elementi dati nella particolar guisa indicata dal n° 41, la ∞^3 delle rette giacenti sulle quadriche del sistema giace in altri *cinque sistemi di quadriche, di cui due aventi la stessa definizione del primo, i tre rimanenti la definizione duale.*

I numeri razionali in Geometria.

Nota di S. KANTOR.

Nel vol. 41 dei " Math. Ann. ", pp. 591-596, il sig. Busche a Bergedorf pubblica un teorema molto interessante, a cui si può dare la forma che segue:

Sia dato in R_r un $(r+2)$-gono $P_1 P_2 P_3 \dots P_{r+2}$ e si costruiscano i punti d'intersezione delle rette

$$P_1 P_i \text{ e dello spazio } P_2 P_3 \dots P_{i-1} P_{i-1} \dots P_{r+2} \qquad (i = 3, \dots r+2)$$

che siano $T_3, \dots T_{r+2}$, — la retta $P_1 P_2$ sarà incontrata dai due spazi R_{r-1} $(P_3, \dots P_{r+2})$ e $(T_3, \dots T_{r+2})$ nei punti U_{12}, U'_{12}, il cui rapporto anarmonico con $P_1 P_2$ ha il valore $-r$, dunque

$$(P_1 P_2 U_{12} U'_{12}) = \frac{P_1 U_{12}}{P_2 U_{12}} : \frac{P_1 U'_{12}}{P_2 U'_{12}} = -r.$$

Il Busche dimostra la proposizione, calcolando effettivamente il valore servendosi delle coordinate Cartesiane. Il teorema è del resto come fatto per l'applicazione del calcolo baricentrico.

Ma in questo breve lavoro desidero dare una dimostrazione puramente geometrica e giungere ad una generalizzazione di questa proprietà, che manifestamente è l'analoga in R_r della proprietà armonica del quadrilatero; ed indicherò brevemente, come la proposizione generalizzata possa mettersi alla base di belle ricerche sulla teoria delle configurazioni. Credo d'aver trovato la vera ragione del teorema in quistione.

Un lemma sui sistemi lineari di M_{r-1}.

Se in un sistema lineare ∞^n di M_{r-1} in R_r esiste una M_{r-1}, la quale ha un punto l-plo in un punto P, le derivazioni (*) *$(l-1)$-sime per P relative a tutte le M_{r-1} del sistema formano un sistema lineare ∞^{n-1} invece che ∞^n.*

Se nel sistema esiste un sistema lineare ∞^{n_1}, le cui M_{r-1} hanno tutte P per punto l-plo, le derivazioni $(l-1)$-esime per P relative a tutte le M_{r-1} del sistema formano un sistema lineare ∞^{n-n_1-1} invece che ∞^n.

Questo lemma, il quale segue analiticamente dal divenire indeterminato di un sistema di soluzioni di date equazioni lineari, si dimostra geometricamente, servendosi dapprima del lemma, che la derivazione $(l-1)$-ima di un punto l-plo di M_{r-1} relativa a M_{r-1} svanisce identicamente, dappoi ricercando un fascio di M_{r-1}, una rete di M_{r-1}, ecc. che passano per quella data M_{r-1}, finchè si arriva alla derivazione relativa al sistema ∞^n.

Dimostrazione del teorema.

Per agevolare l'intendimento l'espongo dapprima per R_3. Le tre terne di piani.

1)	$P_1 P_3 P_4$,	$P_1 P_4 P_5$,	$P_2 P_3 P_5$
2)	$P_1 P_4 P_5$,	$P_1 P_5 P_3$,	$P_2 P_3 P_4$
3)	$P_1 P_5 P_3$,	$P_1 P_3 P_4$,	$P_2 P_4 P_5$

(*) Mi servo di questa espressione, invece della parola " polare ".

formano tre superficie cubiche, ognuna a punto triplo; questi tre punti sono

$$T_4,\ T_5,\ T_3$$

del teorema. Esse determinano una rete di M_2^3, che hanno in $P_3P_4P_5$ punti doppi, contengono P_1^2 e P_2 e passano perciò certamente pel trilatero $P_3P_4P_5$. Quelle M_2^3 del sistema ∞^2, che passano per U_{12}, devono dunque decomporsi nel piano di $(P_3P_4P_5)$ ed inoltre in un sistema ∞^1 $M_2^2\,(P_1^2P_3\,P_4\,P_5\,P_2)$, che passano dunque tutte per la retta P_1P_2; per conseguenza esiste nella rete un sistema ∞^1 di M_2^3 passanti per U_{12}^2. Secondo il nostro lemma U_{12} ha la stessa derivazione piana relativa a tutte le M_2^3 della rete. Essa passa, poichè nella rete esistono tre M_2^3 a punti tripli, per questi punti tripli T_3, T_4, T_5. Perciò $T_3\,T_4\,T_5$ è la derivazione piana di U_{12} relativa a tutte le M_2^3 della rete, ovvero:

U'_{12} è la derivazione lineare di U_{12} relativa a $P_1^2P_2$.

A partire da questa tappa la dimostrazione si sviluppa come nello R_r generale, e passerò dunque a questa dimostrazione generale.

Formo in R_r le seguenti r-uple di R_{r-1}:

$$1)\quad (P_1P_3P_4P_5\ldots P_{r+1})\,.\,(P_1P_3P_4\ldots P_rP_{r+2})\,.\ldots.\,(P_1P_3P_5\ldots P_{r+2})\,.\,(P_2P_4P_5\ldots P_{r+2})$$

$$2)\quad (P_1P_4P_3P_5\ldots P_{r+1})\,.\,(P_1P_4P_3P_5\ldots P_rP_{r+2})\,.\ldots.\,(P_1P_4P_5\ldots P_{r+2})\,.\,(P_2P_3P_5\ldots P_{r+2})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$r)\quad (P_1P_{r+2}P_3P_4\ldots P_r)\,.\,(P_1P_{r+2}P_3\ldots P_{r-1}P_{r+1})\,.\ldots.\,(P_1P_{r+2}P_4\ldots P_{r+1})\,.\,(P_2P_3P_4\ldots P_{r+1})$$

dove, per spiegare il quadro, ad ogni spazio R_{r-1}, che congiunge P_2 con uno R_{r-2} laterale di $(P_1\ldots P_{r+2})$, sono aggiunti i $r-1$ R_{r-1}, che congiungono P_1 cogli altri $r-1$ R_{r-2} — laterali di $(P_3\ldots P_{r-2})$.

Le r M_{r-1}^r scomposte determinano un sistema lineare ∞^{r-1} completo, che è definito da $P_3^{r-1}\ldots P_{r+2}^{r-1}\,P_1^{r-1}\,P_2$. In seguito a

tali molteplicità queste M^r_{r-1} passano per gli R_{r-2} laterali del r-gono $(P_3 \dots P_{r+2})$. Quelle M^r_{r-1} del sistema ∞^{r-1}, che contengono il punto U_{12}, devono decomporsi dunque nello spazio $R_{r-1}(P_3, .. P_{r+2})$ ed in una M^{r-1}_{r-1} del sistema ∞^{r-2} per $(P_1^{r-1} P_3^{r-2} P_4^{r-2} \dots P_{r+2}^{r-2} P_2)$. Queste M^{r-1}_{r-1} contengono, poichè esse hanno colla retta P_1P_2 r punti d'intersezioni, interamente la retta, passano dunque per U_{12}, ciò che esprime, che esiste nel sistema ∞^{r-1} un sistema ∞^{r-2} di M_{r-1}, che contengono U^2_{12}.

Ora applicando il lemma si conclude, che U_{12} ha relativamente a tutte le M^r_{r-1} del sistema ∞^{r-1} la stessa derivazione lineare. Ma ognuna delle M_{r-1} scritte qui sopra ha un punto r-plo, cioè uno dei punti suddefiniti $T_3, \dots T_{r+2}$; dunque la derivazione piana deve essere il piano $R_{r-1}(T_3, \dots T_{r+2})$. Ossia:

Il punto U'_{12} è la derivazione lineare di U_{12} per rapporto alla coppia $(P_1^{r-1} P_2)$, questa cioè presa come una r-pla compressa.

Per questa ragione si ha la nota equazione Newtoniana

$$\frac{1}{U_{12}U'_{12}} = \frac{1}{r}\left(\frac{r-1}{U_{12}P_1} + \frac{1}{U_{12}P_2}\right)$$

da cui si deriva successivamente

$$(r-1)U_{12}P_1 . U_{12}P_2 + U_{12}P_1 . U_{12}P_2 = (r-1)U_{12}P_2 . U_{12}U'_{12} + U_{12}P_1 . U_{12}U'_{12}$$

$$(r-1)U_{12}P_2 . U'_{12}P_1 = U_{12}P_1 . P_2U'_{12}$$

$$-(r-1) = \frac{U_{12}P_1 . U'_{12}P_2}{U_{12}P_2 . U'_{12}P_1}$$

$$\frac{P_1U_{12}}{P_2U_{12}} : \frac{P_1U'_{12}}{P_2U_{11}} = -(r-1), \quad \text{qu. e. d.}$$

Dinotando poi lo spazio $(T_3 \dots T_{r+2})$ con T_{12} e quello, che nasce dalla stessa costruzione, ma coi punti P_1P_2 permutati, con T_{21}, avremo subito l'altra conclusione:

I due spazi T_{12} e T_{21} segano lo $R_{r-1}(P_3 \dots P_{r+2})$ nello stesso R_{r-2}, il quale è la derivazione piana di U_{12} relativa al r-gono $(P_3 \dots P_{r+2})$.

Ora invece di procedere per la costruzione degli altri numeri razionali come il sig. Busche, preferisco di dare la seguente generalizzazione del teorema, che mi pare avere un valore anche indipendente da ciò.

Generalizzazione.

Sia dato in R_r un $(r+2)$-gono $P_1 \dots P_{r+2}$ e si costruiscano — dopo di aver ripartiti i punti $P_3, \dots P_{r+2}$ in tutte le maniere possibili in r_1 punti — notazione $(\Pi)_{r_1}$, ed in r_2 punti — notazione $(\Pi)_{r_2}$, essendo $r_1+r_2=r$ — per ogni partizione i due spazi

$$R_{r_1} \text{ per } (\Pi)_{r_1} P_1, \qquad R_{r_2} \text{ per } (\Pi)_{r_2} P_2;$$

questi si seghino ogni volta nel punto T_π, che esiste a cagione di $r_1+r_2=r$. Allora tutti i $(r)_{r_1}$ punti T_π sono contenuti in uno medesimo R_{r-1} e questo sega P_1P_2 in un punto U'_{12}, che con U_{12}, l'incontro di P_1P_2 con $R_{r-1}(P_3 \dots P_{r+2})$, determina il rapporto anarmonico

$$\frac{P_1U_{12}}{P_2U_{12}} : \frac{P_1U'_{12}}{P_2U'_{12}} = -\frac{r_1}{r_2}.$$

Dimostrazione della generalizzazione.

1) Formando questa volta cogli $r_1 R_{r-1}$, che congiungono P_1 a $(\Pi)_{r_2}$ e ad r_1-1 punti qualunque presi entro al gruppo complementare $(\Pi)_{r_1}$, e cogli $r_2 R_{r-1}$, che congiungono P_2 al detto $(\Pi)_{r_1}$ e ad r_2-1 punti qualunque del gruppo $(\Pi)_{r_2}$, una M^r_{r-1} scomposta in $r_1+r_2 R_{r-1}$, questa avrà nel punto T_π, dedotto nel modo anzidetto dalla partizione $(\Pi)_{r_1}(\Pi)_{r_2}$, un punto r-plo.

2) Le $(r)_{r_1} M^r_{r-1}$ formate così da tutte le partizioni definiscono un sistema lineare, la cui dimensione n noi non determiniamo, perchè non ci giova, ma che ci accorgiamo avere per tutte le sue M^r_{r-1} le molteplicità

$$P_1^{r_1}\, P_2^{r_2}\, P_3^{r-1} \dots P_{r+2}^{r-1}$$

dove gli esponenti delle parentesi dinotano la molteplicità di *tutti* i punti sottintesi nella parentesi. In seguito a tali molteplicità ogni M^r_{r-1} del sistema lineare passa per i $r_1+r_2=r$ spazi laterali del r-gono $P_3 \dots P_{r+2}$.

3) Così ogni M^r_{r-1} del sistema ∞^n, che contiene U_{12}, contiene per forza tutto lo spazio $R_{r-1}(P_3 \dots P_{r+2})$, dovrà perciò

scomporsi in questo ed in una M_{r-1}^{r-1} per $P_1^{r_1} P_2^{r_2} P_3^{r-2} \dots P_{r+2}^{-2}$, passare dunque per la retta $P_1 P_2$ e doppiamente pel punto U_{12}. Esiste, concludiamo, nel sistema ∞^n un sistema ∞^{n-1} di M_{r-1}, che hanno U_{12} per punto doppio.

4) Applichiamo adesso il nostro lemma, inferendo che U_{12} ha la stessa derivazione piana R_{r-1} relativa a tutte le M_{r-1} del sistema. Ma secondo 1) ci abbiamo nel sistema le $(r)_{r_1} M_{r-1}$ con punto r-plo T_π. Questi punti sono dunque sicuramente in un medesimo R_{r-1}, il quale è quella derivazione.

Lo spazio T_{12}, che contiene i $(r)_{r_1}$ punti T_π d'intersezione, sega $P_1 P_2$ in un punto U'_{12}, che è la derivazione lineare di U_{12} relativa a $P_1^{r_1} P_2^{r_2}$.

Ciò dà luogo all'equazione Newtoniana

$$\frac{1}{U_{12}U'_{12}} = \frac{1}{r}\left(\frac{r_1}{U_{12}P_1} + \frac{r_2}{U_{12}P_2}\right)$$

donde successivamente

$$r_1 . U_{12}P_1 . U_{12}P_2 + r_2 . U_{12}P_1 . U_{12}P_2 = r_1 . U_{12}U'_{12} . U_{12}P_2 + r_2 . U_{12}U'_{12} . U_{12}P_1$$

$$r_1 . U_{12}P_2 . U'_{12}P_1 = r_2 . U_{12}P_1 . P_2U'_{12}$$

$$\frac{P_1U_{12}}{P_2U_{12}} : \frac{P_1U'_{12}}{P_2U'_{12}} = -\frac{r_1}{r_2} .$$

Come le M_{r-1}^{r} contengono gli R_{r-2} dei $P_3 \dots P_{r+2}$ soltanto semplicemente, ci dà la precedente dimostrazione ancora la seguente conclusione, dove lo R_{r-1} risultante è designato con T_{r_1,r_2}.

Indipendentemente dai numeri $r_1, r_2 (r_1 + r_2 = r)$ tutti gli spazi T_{r_1,r_2}, che si determinano per un $(r+2)$-gono $P_1 \dots P_{r+2}$ partendo da P_1, P_2 passano per lo stesso spazio R_{r-2} dello R_{r-1} $(P_3 \dots P_{r+2})$, il quale spazio è la derivazione lineare di U_{12} relativa al r-gono $P_3 \dots P_{r+2}$.

Conclusioni.

1. Partiamo dal $(r+2)$-gono completo $P_1 \dots P_{r+2}$ e facciamo per ogni suo spigolo la prima delle costruzioni di sopra. Otterremo una configurazione di R_{r-1}. Questi $2(r+2)_2 R_{r-1}$

siano designati come i R_{r-1} diagonali di 1ª specie del $(r+2)$-gono. Premettiamo:

Se in un $(r+2)$-gono completo dello R_r ogni spigolo $P_i P_k$ è segato in un punto T_{ik} col $R_{r-1}(P_1 \dots P_{i+1} P_{i+1} \dots P_{k-1} P_{k+1} \dots P_{r+2})$ complementare, nascono $(r+2)_2$ punti, che presi r ad r determinano $(r+2)(r+1) R_{r-1}$, gli R_{r-1} diagonali di 1ª specie.

Ogni R_{r-1} diagonale è coordinato ad un determinato spigolo ed allo spazio laterale complementare R_{r-1}; *soltanto per* $r=2$, cioè nel piano, anche lo spazio laterale complementare è una retta, dunque la diagonale è coordinata a *due* spigoli, ciò che è la nota coordinazione delle tre diagonali alle tre paja di lati opposti nel quadrangolo completo. Inoltre ogni R_{r-1} diagonale è coordinato ad un punto diagonale, al punto d'intersezione cioè dei lati coordinati R_1, R_{r-1}, ma ad ogni punto diagonale sono coordinati due R_{r-1} diagonali. Per ogni punto diagonale passano $2r$ R_{r-1} diagonali.

I R_{r-1} diagonali di un $(r+2)$-gono completo in R_r segano lo R_{r-1} laterale rispettivo nello stesso R_{r-2}, cioè nella derivazione lineare del suo punto diagonale fatta relativamente al r-gono nel R_{r-1} laterale. Invece essi segano gli spigoli rispettivi ognuno in due punti diversi, cioè nelle derivazioni lineari del punto diagonale relative al prodotto dell'un vertice $(r-1)$-plamente contato e dell'altro semplicemente contato. L'intera configurazione dei $(r+2)_2$ punti diagonali e $2(r+2)_2$ spazi diagonali di 1ª specie può chiamarsi la prima configurazione diagonale del $(r+2)$-gono.

2. Se però eseguiamo la 2ª delle costruzioni di sopra per tutte le $P_i P_k$, otteniamo tutti i punti d'intersezione di due spazi laterali R_{r_1}, R_{r_2} complementari; nascono $\binom{r+2}{r_1+1}$ punti d'intersezione. Ma questi sono adesso a $(r)_{r_1}$ a $(r)_{r_1}$ in uno R_{r-1}. Così nascono $(r+2)(r+1)$ differenti R_{r-1} diagonali di r_1-ma specie.

Ogni tale R_{r-1} diagonale è in modo determinato ascritto ad uno spigolo ed al R_{r-1} complementare, perciò anche al punto diagonale, che è il loro punto d'intersezione. Invece appartengono al punto diagonale due R_{r-1} diagonali di r_1-ma specie. Così nasce la r_1-ma configurazione diagonale.

Gli R_{r-1} diagonali di r_1-ma specie di un $(r+2)$-gono completo in R_r segano gli R_{r-1} laterali rispettivi nelle medesime derivazioni lineari dei punti diagonali relative al r-gono situato

nello spazio R_{r-1} laterale, ma lo spigolo rispettivo in due punti differenti, cioè nelle derivazioni lineari del punto diagonale fatta pel prodotto dell' un vertice r_1-plamente contato e dell' altro (r^2-r_1)-plamente contato.

3. Se però $r = 2r_1$, nasce una configurazione di R_{r-1} diagonali di $(r:2)$-ma specie e si ha:

Ogni R_{r-1} diagonale della $(r:2)$-ma specie sega sullo spigolo rispettivo del $(r+2)$-gono il punto armonico al rispettivo punto diagonale per rapporto al pajo di vertici situati in quello spigolo.

La configurazione diagonale $(r:2)$-ma contiene soltanto $(r+2)_2 R_{r-1}$ e $(r+2)_2$ punti.

Prendendo in R_r $r+1$ punti P per origini di coordinate, lo $(r+2)$-mo come il punto $x_1 = \ldots = x_{r+1}$, si ottengono per gli $(r+2)_2 R_{r-1}$ le equazioni

$$rx_i - 2 \sum_{1\ldots r+1} x_k = 0 \qquad k \neq i\,;\ i = 1, \ldots r+1$$

$$rx_i + rx_k - 2 \sum_{1\ldots r+1} x_l = 0 \qquad l \neq i, k;\ i, k = 1, \ldots r+1.$$

La forma di queste equazioni suggerisce l'idea che la configurazione $(r:2)$-ma non è ancora completa; ci saranno ancora altri ordinamenti di punti situati in spazi R_{r-1}.

Venezia, marzo 1901.

Relazione sulla Memoria del Prof. Luigi Sabbatani: *Funzione biologica del calcio.*

Il Prof. Sabbatani, seguitando nello studio chimico e biologico dell'acido citrico, pel quale presentò già agli Atti di codesta Accademia tre note (nelle adunanze del 1° genn. 1899, 8 apr. e 18 nov. 1900), cerca nella presente Memoria di stabilire il meccanismo intimo per cui il citrato trisodico riesce altamente tossico, quando viene injettato direttamente nelle vene degli animali.

Dimostra che fra il citrato trisodico ed il calcio esiste un'azione antagonistica bilaterale, generale, che si manifesta tanto per injezioni endovenose quanto per applicazione diretta su organi isolati (corteccia cerebrale, midollo, nervi, muscoli); ammette però che il citrato trisodico riesca tossico in quanto immobilizza quelle minime quantità di calcio sciolto, chimicamente attivo (*jone*), che trovansi normalmente in tutti gli organi e tessuti dell'organismo animale. Questa ipotesi trova appoggio in considerazioni chimiche e fisiologiche che l'Autore ha esposto in una precedente pubblicazione " Calcio e Citrato trisodico nella coagulazione del sangue, della linfa e del latte „; confrontando poi la tossicità dei varî acidi della serie grassa, fra tutti si dimostrano altamente tossici (allo stato di sale sodico) il citrato, l'ossalato ed i saponi alcalini; precisamente quelli che, precipitandolo o no, hanno il potere d'immobilizzare chimicamente il calcio, e però sono anche atti ad impedire la coagulazione enzimatica del sangue a minime dosi.

Da questo studio appare che una determinata quantità di calcio attivo è indispensabile alla normale funzione degli organi e che in generale aumentando questa quantità di calcio si ha diminuzione, e diminuendola si ha aumento dell'attività cellulare. Il Prof. Sabbatani ritiene che il calcio-jone dei tessuti abbia una funzione biologica permanente, moderatrice dell'attività cellulare.

In questo lavoro si vede chiaramente l'importanza che hanno gli studi chimici in questioni biologiche; ed il Prof. Sabbatani dimostra appunto in questo e nei precedenti lavori una cultura chimica soda. Egli ha cominciato collo studiare l'acido citrico dal lato delle trasformazioni che subisce per l'azione di agenti ossidanti e catalitici, poi ne riconosce l'importanza che può avere nell'organismo e di qui passa allo studio dei sali di calcio in rapporto col citrato sodico. È una serie di lavori ben concatenati e ben condotti. Inoltre l'Autore promette che queste ricerche saranno continuate. L'importanza di questo studio per sè e per le ricerche successive cui può dare luogo è manifesta, e perciò i sottoscritti propongono che la Memoria del Prof. Sabbatani sia letta alla Classe ed inserita nel volume delle Memorie.

A. Mosso.

I. Guareschi, *Relatore.*

L'Accademico Segretario
Enrico D'Ovidio.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 9 Giugno 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Vice Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Pizzi, Savio e Renier Segretario. — I Soci Carle e Cipolla scusano l'assenza.

È approvato l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 19 maggio 1901.

Il Presidente annuncia alla Classe la perdita dolorosa, ieri seguìta, del Socio Cognetti de Martiis e ne rammenta le benemerenze con affettuose parole. Crede d'interpretare i sentimenti della Classe pregando il Socio Carle di dettarne una commemorazione.

Comunica quindi il Presidente medesimo:

1°, i telegrammi del Prefetto della Provincia partecipanti la nascita della Principessa Jolanda Margherita di Savoia, non che il dispaccio con cui l'Accademia ha inviato alle LL. MM. le sue felicitazioni ed i suoi augurî;

2°, il R. Decreto 18 aprile 1901, col quale fu concessa al Socio Brusa la pensione accademica;

3°, un programma di concorso pubblicato dalla R. Accademia economo-agraria dei Georgofili di Firenze.

Da parte del Socio Carle sono presentati i seguenti due volumi:

1°, *Vocabolario amarico-italiano,* Roma, 1901, del Socio corrispondente Ignazio Guidi;

2°, *Sull'indice (Syntagma) degli autori e dei libri che servirono alla compilazione delle Pandette,* Pisa, 1901, del Socio corrispondente Francesco Buonamici.

Il Socio Ferrero, Direttore della Classe, fa omaggio dell' opuscolo del prof. Guido Bigoni, *Una fonte per la storia del Regno di Sicilia (Il Carmen di Pietro da Eboli),* Genova, 1901.

Il Segretario presenta una nota del Socio Cipolla: *Nuove notizie sulle relazioni del p. Luigi Tosti col Piemonte.* È inserita negli *Atti.*

LETTURE

Nuove notizie sulle relazioni del p. Luigi Tosti col Piemonte.

Nota del Socio CARLO CIPOLLA.

Nella Seduta Accademica del 25 nov. 1900 ho ricordato il nome venerato del p. Luigi Tosti cassinese. Qualche ulteriore ricerca, ma sopratutto la gentilezza degli amici, mi pone ora in grado di aggiungere alcune notizie nuove, per completare quelle che allora diedi intorno alle relazioni del Tosti col Piemonte.

***

Antonio Rosmini risiedette lungamente in Stresa, e quivi morì. Stresa, sul Lago Maggiore, appartiene in qualche maniera al Piemonte, e questa circostanza mi permette di scrivere qui il nome del Rosmini, al quale il Tosti si rivolse quando pensava a fondare l'*Ateneo*.

Ho pubblicata una lettera del Tosti al Cibrario, in data 10 dicembre 1843, dalla quale apparisce com'egli desiderasse la collaborazione del Rosmini al futuro periodico; pregava in essa il Cibrario a cercare modo per raggiungere questo scopo. In una lettera del Tosti indirizzata al valoroso archeologo perugino G. B. Vermiglioli, datata da Monte Cassino, pure sotto il 10 dic. 1843 (1), si annovera il Rosmini fra i dotti " invitati „ dal Tosti, a collaborare nell'impresa. Ora il gentilissimo p. Rocca, dell'Istituto della Carità, mi procurò dall'Archivio Rosmini di Stresa la copia delle lettere che in tale occasione si scambia-

(1) Questa lettera indicatami cortesemente dal ch. prof. E. Ferrero, sta pubblicata nel volume *Della vita, degli studi e delle opere di G. B. Vermiglioli,* Perugia, 1855, *Appendice di documenti,* pp. LXXXVIII-IX.

rono il Tosti e il Rosmini. Mi par buona cosa pubblicare qui l'una e l'altra lettera (1).

Chiarissimo Signóre,

Non è terra incivilita in tutta Europa, in cui non sia giunto il nome suo, come quello d'illustre Filosofo, e di Scrittore di pure ed elettissime forme. Perciò non maraviglierà, che un oscuro monaco sappia di Lei, e confidando in quella generosità, cui sempre si meritano gl'ingegni veramente grandi, osi venirle innanzi con questa lettera, chiedendole un favore. Perdoni a me tanto ardimento, e non abbia a vile la preghiera ed il pregante.

Essendosi stabilita una Tipografia in questa Badia di Monte Cassino, per imprendere una periodica pubblicazione di quei Manoscritti, che ancora sono inediti in questo Archivio Cassinese, è sorto nella mente de' miei Confratelli un divisamento, che ora io sottopongo al suo giudizio autorevole. Pensiamo raccogliere le menti degli uomini più illustri di tutta Italia nella compilazione di un'opera periodica di Scienze, Lettere ed Arti in rapporto alla Religione: la quale opera sia come una solenne professione di Fede degli uomini, che gl'Italiani sono usi a riverire come grandi, onde le loro trattazioni scientifiche e letterarie condite del sapor religioso, educhino le menti a questo pensiero, come cioè la Religione sia unica fonte di progresso dell'umano sapere, e come gl'ingegni più elevati volontieri si sottomettano al giogo della Fede. Questa sarà opera santissima, e pel bene morale che frutterà ai popoli, e per la gloria che ne verrà a Iddio.

Abbiamo aperto il nostro divisamento a Silvio Pellico, al conte Cesare Balbo, al cav. Cibrario, a Carlo Troya, e questi lo hanno raffermato col loro suffragio, e volentieri entrano nella compilazione. Noi non saremo che raccoglitori ed editori delle scritture, che i personaggi più illustri del nostro paese ci manderanno. Aspettiamo risposta dal Manzoni, dal Galluppi e da altri, da noi pregati a venire in questa compilazione. In opera tanto santa, tanto decorosa all'Italia, e che deve rappresentare il nostro paese in faccia alle altre nazioni, potrà mancare il nome del Rosmini? Sebbene Ella intenda a gravissimi lavori, tuttavolta non le tornerebbe impossibile volgere gli occhi a noi, o meglio alla Chiesa ed all'Italia, cui intendiamo rendere servigio. Non ignoro

(1) Esse naturalmente mancano nell'*Epistolario di Antonio Rosmini-Serbati*, 2 volumi, Torino, 1857, che contiene soltanto le " lettere religioso-famigliari " del Rosmini. Nè trovai accenno alle nostre lettere, nelle posteriori pubblicazioni riguardanti il carteggio del Rosmini.

come siano alcuni, che nell'altezza delle sue meditazioni lo raggiungano con impronte polemiche, a turbarle la mente, ed a torcere gli spiriti dall'ammirazione ben giusta delle sue Teoriche (1). Nell'*Ateneo Italiano* (che potrebbe essere il titolo dell'anzidetta opera) Ella leverebbe autorevole la voce, e questa sarebbe meglio diffusa ed intesa, di quello che potrebbero pubblicarla i libri, che difficilmente vengono a mano di tutti.

Adunque ci volgiamo a Lei caldamente pregandola, a concederci poter segnare il suo nome tra i Compilatori, e donarci almeno una sua scrittura, che giustifichi la presenza del suo nome nell'Ateneo. Ella, maestro in sapienza, e veramente cattolico, pensando come questa impresa sia tutta di Dio, innanzi onorarci di una risposta, interroghi il suo cuore; e vado sicuro, che non falliranno le nostre speranze.

Con tutta venerazione e rispetto mi proffero a Lei, chiarissimo Signore,

Dalla Badia di Monte Cassino,
11 Dicembre 1843.

Umilis.mo Dev.mo Servo
Don Luigi Tosti, Cassinese.

Al Reverendissimo Padre D. Luigi Tosti Cassinese
nella Badia di
Monte Cassino
Regno di Napoli.

Molto Reverendo Padre,

Un'opera periodica volta a raccogliere le dottrine e le opinioni religiose di noi tutti italiani devoti all'unità cattolica e uscente dalla Badia di Monte Cassino è cosa che rallegra il cuore a solo sentirla proporre! Il Signore prosperi sì bella impresa! Escano da cotesto celeberrimo nido della religiosa osservanza, de' raggi di luce atti a illuminare la terra e a riscaldarla! Quanto a me, che sì gentilmente chiama a parte dell'opera, comincio dall'applaudire al generoso disegno, e vorrei poter dirLe d'aver forze e tempo per dargli una mano; ma aggravato, come sono, dal pesante fardello della direzione d'un religioso Istituto,

(1) Delle lotte alle quali il Tosti fa allusione con queste parole, parlò il p. Francesco Paoli, *Della vita di Antonio Rosmini-Serbati*, *Memorie*, Torino, 1880, p. 495 sgg. Il Paoli narra come nel 1843 Gregorio XVI ordinasse sia ai Rosminiani, sia agli avversari, perpetuo silenzio sulle ardenti controversie.

occupato negli offici dell'ecclesiastico ministero, obbligato a prestare assistenza alla stampa che si fa in Milano delle mie opere, cagionevole di salute e stretto oltracciò dal dovere di non essere scortese a molti, che scrivendomi hanno diritto di risposta, senza contare i pesi accessorii che sopravvengono all'impensata... Ella vorrà benignamente scusarmi se non oso prendere impegno di comunicare articoli da inserire in un'opera, della quale mi onorerei, se potessi, di dichiararmi collaboratore. Nulladimeno non voglio togliermi al tutto la speranza che possa giugnere un tempo, nel quale dia qualche prova di fatto della sincerità de' miei sentimenti.

Mi voglia raccomandare al Signore, a cui Ella e i suoi correligiosi innalzano tante devote laudi da cotesta sacra solitudine, ed aggradisca gli ossequii, coi quali sono

Stresa, sul Lago Maggiore,
il 6 del 1844.

Suo Umiliss. e Obbligatiss.
A. Rosmini.

***

Mi venne assicurato dal can. G. Frutaz, di Aosta, che il Tosti fu in relazione epistolare col can. Gal, pure di Aosta. Ma il Frutaz indarno cercò le lettere che quei due eruditi si sono scambiate.

***

A proposito delle relazioni fra il Tosti e Costanzo Gazzera, parlai degli studii che quest'ultimo faceva sui mss. Bobbiesi, e accennai ai " fogli di un ms. Bobbiese „ sui quali il Gazzera ebbe alcune spiegazioni dal Tosti. Non mi riuscì allora di identificare i fogli studiati dal Gazzera. Ma questa oscurità viene ora illuminata, mercè della squisita cortesia del cav. Francesco Carta, prefetto della Biblioteca Nazionale di Torino.

Infatti il Carta mi avvertì che il Gazzera alludeva senza alcun dubbio a sei fogli d'antico ms. (lo direi del sec. X-XI), che furono usati da quell'erudito, e da lui morendo abbandonati fra le sue carte all'Accademia delle Scienze. Nel 1894 quei fogli ritornarono alla Biblioteca Nazionale. Trascrivo i primi righi dell'Esposizione, per metterli a confronto col testo corri-

spondente, che il Tosti inviò al Gazzera, togliendolo da un codice Cassinese. I fogli bobbiesi leggono così: " Quia necesse est semper in omnibus codicibus prius prędici capitula necessarii operis, Yppocras, hodie ut magna nimis pater familias mei sermonis officio ad suae doctrinae epulas adunare festinans, et scientie (*sic*) mensam proponens, copiosas offert opes, ut quisquis quod desideraverit mente repleatur. In presenti igitur libro intentio est totius artis brevitate capitula disserere; magis hoc certius... „.

Il Carta potè constatare che questi sei fogli anteriormente facevano parte del codice Bobbiese, ora posseduto dalla Biblioteca Nazionale di Torino sotto la segnatura G. IV. 38.

***

Dal *Bollettino storico-bibliografico piemontese* VI [1901], p. 164, apprendo che il Tosti fu nei suoi ultimi anni in carteggio col prof. cav. Ferdinando Gabotto, sia per la recensione che questi fece della collezione delle *Opere* del Tosti, sia per un articolo uscito nel periodico *La Letteratura*, diretto dal Gabotto stesso.

L'Accademico Segretario
RODOLFO RENIER.

Torino, VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e de' RR. Principi.

N. Y. Academy
Of Sciences

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 16 Giugno 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA
PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Berruti, Naccari, Mosso, Spezia, Camerano, Segre, Peano, Jadanza, Foà, Guidi, Fileti, Parona, Mattirolo e D'Ovidio Segretario.

Letto ed approvato l'atto verbale dell'adunanza precedente, il Presidente comunica il telegramma col quale il Prefetto di Torino annunciava la nascita della principessa Jolanda Margherita di Savoia, e il telegramma di felicitazione inviato dalla Presidenza al Ministro della Real Casa, col telegramma di risposta. Dà inoltre partecipazione della morte del Socio prof. comm. Salvatore Cognetti de Martiis e della parte presa dall'Accademia alle onoranze del compianto Collega. E infine comunica il R. Decreto 19 maggio 1901, col quale fu approvata la nomina del Socio Salvadori a Direttore della Classe.

Vengono presentate in omaggio le seguenti pubblicazioni:

dal Socio nazionale non residente prof. Senatore Francesco Siacci, tre sue note intitolate: 1° *Sulla velocità minima* (Roma, 1901); 2° *Sulla integrazione di una equazione differenziale e sulla equazione di Riccati* (Napoli, 1901); 3° *Sur un problème de d'Alembert* (Paris, 1901);

dal Socio corrispondente prof. G. Zeuner, il 2° volume della sua *Technische Thermodynamik* (Lipsia, 1901);

dal Comitato per le onoranze a Francesco Brioschi il 1° volume delle *Opere matematiche* di esso (Milano, 1901);

dal prof. Piero Giacosa, per incarico avutone dal Ministero della Pubblica Istruzione, la sua opera *Magistri Salernitani nondum editi* (Torino, 1901), un volume con atlante;

dal Socio Peano il suo *Studio delle basi sociali della Cassa nazionale mutua cooperativa per le pensioni* (Torino, 1901);

dal Socio Spezia una nota del dott. L. Colomba, *Sopra alcune lave alterate di Vulcanello* (Roma, 1901);

dal Socio Camerano uno studio del prof. G. Sperino, *L'encefalo di Carlo Giacomini* (Torino, 1901).

La Classe ringrazia i donatori.

Sono ammessi all'inserzione negli *Atti*, i seguenti lavori:

Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1902, compilate nel R. Osservatorio astronomico dal dott. L. Volta, presentate dal Socio Jadanza;

Sopra alcuni punti singolari delle curve piane e gobbe, nota del prof. C. Burali-Forti, presentata dal Socio Peano;

Sui nervi del midollo delle ossa, nota del dott. D. Ottolenghi, presentata dal Socio Foà.

Il Presidente, esposti in rapido sunto i lavori compiuti dalla Classe e le variazioni in essa avvenute durante l'ultimo anno accademico, chiude le adunanze della Classe con un saluto ai Colleghi.

LETTURE

Sopra alcuni punti singolari delle curve piane e gobbe.

Nota di C. BURALI-FORTI
Prof. nell'Accademia Militare di Torino.

Sia $P(t)$ un *punto* funzione della variabile numerica t; indichiamo con P^r la derivata di ordine r, supposta esistente, di P per $t = t_0$; e indichiamo altresì con P e P_1, i punti $P(t_0)$ e $P(t_0 + h)$. Supponiamo esistenti le derivate di P che consideriamo.

Se esiste l'intero n minimo dei numeri r tali che $P^r \neq 0$, e chiamiamo *tangente in* P la posizione limite della retta PP_1 quando P_1 tende a P allora è noto (*) che PP^n è la tangente in P.

Se esiste inoltre l'intero m minimo dei numeri r maggiori di n tali che $P^n P^r \neq 0$ e chiamiamo *piano osculatore in* P la posizione limite del piano $PP^n P_1$ quando P_1 tende a P allora è pur noto che $PP^n P^m$ è il piano osculatore in P.

Se, infine, esiste anche l'intero p minimo dei numeri r maggiori di m, tali che $P^n P^m P^r \neq 0$, allora è noto che il modo di comportarsi della curva nei dintorni di $P(t_0)$ dipende dall'essere pari o dispari i numeri n, m, p. Per $n = 1$, $m = 2$, $p = 3$ si ha il *punto ordinario* della curva gobba, negli altri casi un *punto singolare*; però è da notarsi che questo per n, p dispari e m pari presenta forma analoga al punto ordinario.

Esistendo in $P(t_0)$ i numeri n, m, p sopra definiti si presentano *otto tipi* di punti. Per le curve piane basta considerare i numeri n, m e per queste si presentano *quattro tipi* di punti.

Noi vogliamo ora esaminare la singolarità in $P(t_0)$ anche rispetto al raggio di curvatura e di torsione in $P(t_0)$ per le curve gobbe; e la singolarità, rispetto al raggio di curvatura

(*) Per tutte le cose che affermiamo note si confronti G. Peano, *Lezioni di analisi infinitesimale*, vol. II.

per le curve piane: ammessa, si intende, l'esistenza dei numeri n, m, p per la curva gobba e n, m per la curva piana.

Dalla formola di Taylor si ha

$$(1) \qquad P_1 = P + \frac{h^n}{n!} P^n + \ldots + \frac{h^m}{m!} P^m + \ldots + \frac{h^p}{p!} P^p + \ldots$$

ed è noto che arrestandoci al termine $r+1$-esimo si può a P^r sostituire $P^r + \alpha$ ove α è un vettore infinitesimo con h.

Se d_1, d_2, d_3 sono le distanze di P_1, rispettivamente, da P, dalla tangente PP^n, dal piano osculatore PP^nP^m, si ha dalla (1)

$$(2) \qquad \left\{ \begin{aligned} d_1 &= \operatorname{mod}(P_1 - P) = \frac{h^n}{n!} \operatorname{mod}(P^n + \alpha) \\ d_2 &= \frac{2 \operatorname{mod} P_1 P P^n}{\operatorname{mod} P P^n} = \frac{h^m}{m!} \frac{\operatorname{mod} P^n (P^m + \beta)}{\operatorname{mod} P^n} \\ d_3 &= \frac{3 P_1 P P^n P^m}{\operatorname{mod} P P^n P^m} = -\frac{h^p}{p!} \frac{P^n P^m (P^p + \gamma)}{\operatorname{mod} P^n P^m} . \end{aligned} \right.$$

Chiameremo *raggio di curvatura* e *raggio di torsione* in $P(t_0)$, e li indicheremo, rispettivamente, con ρ, τ i numeri

$$\rho = \frac{1}{2} \lim_{h=0} \frac{d^2_1}{d_2} ; \qquad \tau = \frac{1}{3} \lim_{h=0} \frac{d_1 d_2}{d_3} \text{ (*)}.$$

(*) Nei punti ordinari, cioè per $P'P''P''' \neq 0$ questa definizione di ρ, τ coincide con l'usuale. Infatti

Se s è l'arco della curva si ha $ds = \operatorname{mod} dP$, poichè $P' \neq 0$. Se poniamo $T = \frac{dP}{ds}$, T è il vettore unità parallelo alla tangente in P: essendo O un punto fisso $O + T$ descrive l'*indicatrice sferica delle tangenti*, e poichè il suo elemento d'arco è $\operatorname{mod} dT$ si ha secondo l'ordinaria definizione

$$\frac{1}{\rho} = \operatorname{mod} \frac{dT}{ds}.$$

Detto N il vettore unità parallelo a $\frac{dT}{ds}$ e di egual verso (normale principale) e posto $B = | TN$ (binormale), $O + B$ descrive l'*indicatrice sferica delle binormali*; e poichè il suo elemento d'arco è $\operatorname{mod} dB$ si ha secondo la definizione ordinaria

$$\frac{1}{\tau} = \pm \operatorname{mod} \frac{dB}{ds} .$$

Da queste e dalle (2) si ha

$$\rho = \frac{m!}{2(n!)^2} \lim_{h=0} \frac{\operatorname{mod}(P^n+\alpha)\{^2 \operatorname{mod} P^n}{\operatorname{mod} P^n (P^m+\beta)} h^{2n-m}$$

$$\tau = -\frac{p!}{3.n!\,m!} \lim_{h=0} \frac{\operatorname{mod}(P^n+\alpha).\operatorname{mod} P^n(P^m+\beta).\operatorname{mod}.P^n P^m}{\operatorname{mod} P^n.\,P^n P^m (P^p+\gamma)} h^{n+m-p}.$$

Si hanno dunque i teoremi:

$$(3)\quad \begin{cases} \text{Se } m=2n \text{ allora } \rho = \dfrac{m!}{2(n!)^2}\dfrac{(\operatorname{mod} P^n)^3}{\operatorname{mod} P^n P^m} \text{ (finito e non nullo)} \\ \text{„ } m<2n \quad \text{„} \quad \rho=0 \\ \text{„ } m>2n \quad \text{„} \quad \rho=\infty. \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \text{Se } p=n+m \text{ allora } \tau = -\dfrac{p!}{3.n!\,m!}\dfrac{(P^n P^m)^2}{P^n P^m P^p} \text{ (finito e non nullo)} \\ \text{„ } p<n+m \quad \text{„} \quad \tau=0 \\ \text{„ } p>n+m \quad \text{„} \quad \tau=\infty. \end{cases}$$

Il segno di τ si fissa in modo che siano verificate le note formule di Frenet

$$\frac{dT}{ds} = \frac{1}{\rho} N, \quad \frac{dB}{ds} = \frac{1}{\tau} N, \quad \frac{dN}{ds} = -\frac{1}{\rho} T - \frac{1}{\tau} B.$$

Se ora poniamo $v = \operatorname{mod} P'$ si ha

$$P' = v\,T$$

e quindi derivando con le formule di Frenet

$$P'' = v'T + \frac{v^2}{\rho} N$$

$$P'' = v''T + \frac{vv'}{\rho} N + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)' N - \frac{v^2}{\rho^2} T - \frac{v^2}{\rho\tau} B$$

dalle quali si trae facilmente

$$T = \frac{P}{\operatorname{mod} P'}, \qquad B = \left| \frac{P'P''}{\operatorname{mod} P'P''}, \qquad N = \frac{P'P''}{\operatorname{mod} P'P''} \right| \frac{P'}{\operatorname{mod} P'}$$

$$\rho = \frac{(\operatorname{mod} P')^3}{\operatorname{mod} P'P''}, \qquad \tau = -\frac{(P'P'')^2}{P'P''P'''}$$

e questi ultimi sono appunto i valori dati dalle (3), (4) per $n=1$, $m=2$, $p=3$.

I numeri ρ, τ possono dunque avere un valore

(5) *finito e non nullo*, *nullo*, *infinito*:

i diversi casi che si possono presentare sono i seguenti.

Curve gobbe. 1° Se " n, p sono *dispari* e m è *pari* ", ovvero, " n, m, p sono tutti *pari* ", allora ρ, τ possono assumere tutti i valori (5) e tutte le combinazioni sono possibili (*diciotto tipi*).

2° Se " n, p sono *pari* e m è *dispari* ", ovvero " n, m, p sono tutti *dispari* ", allora ρ e τ non possono esser finiti e diversi da zero, ma però tutte le altre combinazioni sono possibili (*otto tipi*).

3° Se " n, m sono *dispari* e p è *pari* ", ovvero " n è *pari* e m, p sono *dispari* ", allora τ può prendere tutti i valori (5), ρ però è o nullo o è infinito, e con tali valori sono possibili tutte le combinazioni (*dodici tipi*).

4° Se " n, m sono *pari* e p è *dispari* ", ovvero, " n è *dispari* e m, p sono *pari* ", allora si ha il risultato precedente nel quale si cambi ρ in τ e τ in ρ (*dodici tipi*).

Si hanno in tutto *cinquanta tipi* di singolarità rispetto ai numeri n, m, p, ρ, τ.

Curve piane. — 1° Se " n è *dispari*, m è *pari*, *punti ordinari* o *simili agli ordinari* ", ovvero " n e m sono pari, *cuspidi di seconda specie* ", allora ρ può avere uno qualunque dei valori (5) (*sei tipi*).

2° Se " n è *pari* e m è *dispari*, *cuspidi di prima specie* ", ovvero " n e m sono *dispari*, *punti di flesso* ", allora ρ non può essere finito e non nullo, ma gli altri casi sono tutti possibili (*quattro tipi*).

Si hanno in tutto *dieci tipi* di singolarità rispetto ai numeri n, m, ρ.

Si possono effettivamente costruire curve aventi le singolarità ora considerate, valendosi del punto

$$P = O + t^n I + t^m J + t^p K$$

ovvero

$$P = O + (t^n + t^{p+1}) I + t^m J + t^p K$$

(nel caso n, m, p tutti pari) ove O è un punto fisso e I, J, K vettori non complanari: la singolarità si presenta per $t = 0$.

Torino, Giugno 1901.

Sui nervi del midollo delle ossa.

Nota del Dott. DONATO OTTOLENGHI.

(Con una Tavola).

Le prime ricerche sulla distribuzione dei nervi nel midollo delle ossa risalgono al 1846 e sono dovute a Gros (1). Naturalmente, esse, per l'insufficienza dei metodi d'indagini d'allora, non diedero che scarsi risultati, riuscendo solo a dimostrare che i nervi, penetrati nel midollo per il foro nutrizio dell'osso, seguono, fino alle diramazioni minori, i vasi. Dall'epoca del lavoro di Gros fino ad ora, non vi ha, che io mi sappia, sui nervi del midollo delle ossa, che solo un'altra serie di ricerche, dovuta a Variot e Rémy (2), la quale, benchè assai posteriore, non condusse a conclusioni molto più complete. Questi Autori si sono valsi, per il loro studio, del cloruro d'oro e dell'acido osmico, applicandoli all'esame del midollo delle ossa nell'uomo, nel cavallo, nel coniglio, nel maiale e nel piccione: riscontrarono nervi tanto nel canale midollare quanto nel tessuto spugnoso, i quali risultano così di fibre pallide, che paiono avere sovratutto l'ufficio d'innervare i vasi, come di fibre midollate, le quali invece sarebbero talora destinate al tessuto proprio del midollo. Del resto i nervi seguirebbero sopratutto la distribuzione dei vasi, presentandosi fino su quelli di 20 μ di calibro: ma nè nei vasi, nè nel tessuto midollare propriamente detto vi sarebbero terminazioni speciali. Infine non è fatto cenno, nel lavoro di Variot e Rémy, di alcun particolare rapporto o modo di distribuzione dei filamenti nervosi rispetto ai vasi, ma solo di un rapporto di contiguità più o meno intimo.

Di fronte a tale scarsezza di cognizioni, e per consiglio del mio compianto Maestro, il prof. Bizzozero, ho ripreso questo studio, col sussidio di metodi d'indagine più precisi e più delicati, quali il metodo di Golgi e quello all'azzurro di metilene

(1) " Comptes Rendus de l'Académie des Sciences „, 1846.
(2) " Journal de l'Anat. et de la Phys. „, 1880, p. 273.

secondo Ehrlich. Delle modalità di tecnica del primo, non occorre che io dica: basti accennare che, oltre al solito metodo rapido, fu ricorso anche ai varî processi di ringiovanimento, e che qualche discreto esito ebbi pure dall'uso, per l'indurimento dei pezzi, della miscela di bicromato potassico e formalina, proposta dal Lachi. Per ciò che riguarda la colorazione con l'azzurro di metilene, trovai che, nel caso mio, il modo più acconcio di applicarla è quello suggerito da Dogiel (1). Iniettavo perciò nell'animale vivo una soluzione al 0,5-0,2 %, in soluzione fisiologica di NaCl, di azzurro di metilene, di solito nell'aorta prima della biforcazione nelle iliache. Estraevo dopo qualche tempo, il midollo dall'osso; e lo dividevo tosto in piccoli frammenti, che ponevo a galleggiare su una soluzione diluitissima (circa al 0,1 ‰) di azzurro di metilene in soluzione fisiologica di NaCl, mantenendoli poi a 37° C. finchè la reazione fosse avvenuta. Per la conservazione dei preparati, mi sono valso o del picrato o del molibdato d'ammonio, seguendo i precetti di Dogiel, con successivo passaggio, nel primo caso, in glicerina con picrato di ammonio, nel secondo caso, in balsamo del Canadà o in dammar. Talora i pezzi fissati col molibdato d' ammonio furono, dopo l'indurimento nell'alcool, inclusi in paraffina, per ottenerne delle sezioni. Aggiungerò ancora che i pezzi dopo fissati furono spesso, e senza danno per la reazione, colorati con picrocarmino o con carmallume.

Le osservazioni vennero fatte su materiale d'uomo, di pecora, di cane, di cavia, ma particolarmente, e con maggiore larghezza ed insistenza, sul coniglio e sul pollo. Di midollo vennero esaminate le tre varietà: rosso, giallo e gelatinoso, in ispecie della tibia, ma i risultati migliori si ebbero nel midollo gelatinoso del coniglio e del pollo, ai quali due animali, che non offrirono d'altra parte differenze rilevanti tra loro per quanto riguarda i nervi, mi riferisco sopratutto, nell'esposizione dei reperti ottenuti.

I nervi, nel midollo delle ossa, si distribuiscono in gran copia ai vasi, fino ai più piccoli di essi. Si tratta di fibre midollate e pallide che costituiscono, entro il tessuto, un intricato sistema di plessi vasali, più ricco nei vasi maggiori, più sem-

(1) " Zeitschr. f. wiss. Zoologie ", Bd. 66, Heft 3.

plice e più delicato nei minori. Le grandi arterie come le grandi vene sono accompagnate da fasci robusti di fibre nervose, che si suddividono man mano nelle varie ramificazioni di quelle, decorrendo ora in linea retta, secondo l'asse del vaso, ora attorcigliandosi intorno ad esso con spire a larga voluta, ora irradiandosi sulla superficie del vaso stesso. Seguendo il decorso delle fibre midollate, si nota come molte di esse, dopo un tragitto più o meno lungo, perdano la guaina midollare, come altre presentino delle biforcazioni, e uno o tutt'e due i rami che ne risultano spesso diventino anch'essi nudi. Le fibre pallide, formate a questo modo, di solito procedono ancora per lungo tratto lungo il vaso, poi si ramificano e s'approfondano nell'avventizia.

Nella parte più profonda di questa, si osserva poi un plesso di fibre pallide, a maglie di differente ampiezza, costituite di filamenti, alcuni robusti, altri esili, semplici o variamente ramificati, rettilinei o tortuosi, provenienti dalle fibre pallide dei grossi fasci nervosi superficiali. Al disotto di tale plesso (fig. 1 e 2) e applicato strettamente alla tonaca muscolare, se ne scopre un altro di fibre pallide molto delicate, che formano una fitta rete, con maglie dirette in genere trasversalmente alla direzione del vaso, e con trabeccole ondulose che s'incrociano e si anastomizzano in tutti i sensi, circondando completamente la tonaca muscolare che traspare in un piano appena più profondo.

Nei punti d'incrocio delle fibre di questi plessi si notano dei nuclei ovali, o tondeggianti, o fusati; inoltre, qua e là, in rapporto più o meno stretto con le diramazioni nervose, compaiono numerose cellule globose, fornite di lunghi prolungamenti, spesso ramificati, evidentemente di natura connettiva, e sulle quali avremo a tornare più innanzi.

Infine dal plesso profondo, le cui fibre traggono origine da quelle del plesso descritto nell'avventizia e, a quanto pare, anche da quelle fibre nervose midollate perivasali che si sono spogliate della guaina mielinica, a cui già si è accennato, partono numerosi filamenti esilissimi. Alcuni di questi, dopo essersi ripetutamente ramificati, si esauriscono in un ciuffo di fibrille corte, o in eleganti arborizzazioni dicotomiche con estremità alquanto rigonfiate, costituendo a questo modo delle terminazioni destinate alla parte più profonda dell'avventizia. Molti altri invece s'approfondano nella tonaca muscolare, ove si dividono e

suddividono più volte: e di essi una parte si mette in rapporto con le fibro-cellule muscolari, sul corpo delle quali le ho viste talora terminare con un piccolo bottoncino, mentre un'altra parte, come si può rilevare sopratutto nelle sezioni in serie, riesce con decorso tortuoso fin sotto l'endotelio, col quale non ho potuto però stabilire come si comportino.

I particolari descritti per i vasi maggiori si possono applicare, senza evidenti variazioni, anche a quelli di minore calibro, salvo la minor robustezza dei fasci midollati e pallidi proprî della porzione più periferica dell'avventizia. All'incontro la disposizione dei nervi diviene più semplice nelle ultime ramificazioni vasali ancora provvedute di fibre muscolari liscie, prima del loro aprirsi nei capillari. Anche qui si trova qualche fibra midollata che decorre lungo il vaso, ma spesso può mancare, mentre permangono sempre le grosse fibre pallide, dalle quali partono delle esili fibrille, che s'attorcigliano intorno al vaso, si biforcano su di esso, ripetutamente, in modo da formare un plesso abbastanza semplice, accollato allo strato delle fibre liscie, e da cui partono tratto tratto dei ramuscoli collaterali finissimi, che ora paiono esaurirsi sul vaso stesso, approfondandosi alquanto, e forse mettendosi in rapporto con gli elementi muscolari, ora si portano ad un vaso vicino, ora percorrono indipendenti un gran tratto del tessuto, unici o biforcati, e poi si uniscono ad un plesso d'un vasellino lontano, ora infine si perdono nella polpa. Ne risulta così un intreccio fittissimo di fibrille pallide, in rapporto più o meno intimo con queste ramificazioni vasali, che percorre in ogni senso il tessuto del midollo e che dà delle figure eleganti, e nitidissime sopratutto nei midolli gelatinosi.

Per ciò che riguarda infine i capillari, essi sono provveduti di fibrille pallide, decorrenti prevalentemente lungo l'asse di quelli con anastomosi piuttosto lontane, trasversali e che inviano tratto dei ramuscoli collaterali destinati alla polpa, o a riunirsi ad altri plessi vasali.

Come si vede, l'innervazione dei vasi nel midollo delle ossa corrisponde fondamentalmente a quanto fu osservato da Kölliker, da Bietti, da Retzius e da altri per i vasi di altri organi: sopratutto simili ai risultati ottenuti da me, sono quelli avuti e

disegnati da Retzius (1) per i vasi della coroide del coniglio e da Smirnow (2) per quelli del rene.

Per quanto riguarda il tessuto proprio del midollo, i risultati ottenuti sono molto scarsi. A parte alcuni fascetti di fibre midollate o pallide che s'incontrano spesso lontano dai vasi; come già si disse, tanto dai plessi nervosi dei vasi ampî, quanto, e più particolarmente, da quelli dei vasi più piccoli e dei capillari, si vedono staccarsi numerose fibrille collaterali che s'addentrano nella polpa (fig. 3). Il loro ulteriore comportamento è vario. Non di rado esse procedono per lungo tratto, rettilinee e indivise, presentando solo a diversi intervalli dei nuclei fusati, e poi diventano ancor più esili e paiono esaurirsi con aspetti simili alle terminazioni nervose libere intraepidermiche della cute. Altre volte si dividono e si suddividono ripetutamente, si uniscono o si anastomizzano con altre provenienti da altra parte, in modo da dar luogo ad un plesso, di solito molto semplice, dal quale si staccano in varia direzione nuove fibrille di estrema finezza, che si portano più innanzi nel tessuto e terminano, anch'esse o assottigliandosi ancor più, o finendo in una serie di granuli disposti a coroncina o a grappoletto, e più grossi dell'ultimo tratto di fibrilla che li porta, o presentando al loro estremo un piccolo rigonfiamento, o un ciuffo di corte e finissime fibrille, senza rapporto intimo evidente con alcun elemento della polpa.

Ma non di rado ancora, è facile riconoscere che molti filamenti che si sono staccati da un plesso vasale per penetrare nella polpa dopo un tragitto spesso lunghissimo, vanno a fondersi col plesso di un vaso lontano: oppure, colorando opportunamente i preparati, si può rilevare che qualche filamento che sarebbe parso a tutta prima indipendente dai vasi, decorre invece lungo qualche ramificazione capillare messa in evidenza dalla colorazione di contrasto dei preparati, ottenuti con l'azzurro di metilene, per mezzo del picrocarmino. E però sembra naturale dubitare che anche tutte le altre fini fibrille nervose che compaiono nella polpa (fig. 4) e che, dall'esame di sezioni in serie di pezzi inclusi in paraffina e ottenuti con la colora-

(1) " Biolog. Untersuchungen ", Bd. 3, 1892.
(2) " Anatom. Anzeiger ", Bd. 19, 1901, p. 347.

zione vitale o di pezzi impregnati con il metodo di Golgi, e che per lunghi tratti risultano effettivamente indipendenti da ogni vaso, siano nondimeno solo dei filamenti di connessione fra plessi vasali distanti fra loro. E così pure per quelle figure di terminazioni libere o a bottoncino o a cespuglio, ecc., alle quali si accennò sopra, non è forse improbabile che si tratti di semplici apparenze, dovute a ciò che così il metodo di Golgi come quello di Ehrlich non ci assicurano di mettere in evidenza le fibrille nervose in tutto il loro decorso. Onde, quantunque in numerose esperienze fatte, sovratutto coll'azzurro di metilene, sul coniglio e sul pollo, abbia sempre, e anche nei casi in cui la reazione appariva finissima e completa, ottenuto di tali figure, parmi nondimeno che la questione dei nervi nel midollo, per ciò che riguarda la loro distribuzione nella polpa, debba considerarsi ancora insoluta.

Accennerò infine, come ad un particolare di qualche interesse, alla presenza, nel midollo, di speciali cellule che vengono messe molto bene in evidenza, sovratutto con il metodo di Golgi (fig. 5 e 6).

Sono elementi costituiti di un corpo tondeggiante o piriforme, dal quale partono numerosi prolungamenti in varia direzione; i quali, o tutti o in parte, sono molto delicati, ondulosi e interrotti di tanto in tanto da piccole varicosità regolari. Alcuni di questi prolungamenti assumono per ciò l'aspetto di prolungamenti di cellule nervose, o di tenui fibrille nervose, tanto da assomigliare del tutto ai nervi che compaiono, per caso, nella stessa sezione. Non v'ha dubbio tuttavia che si tratti qui di cellule connettive, molto simili specialmente a quelle osservate da Dogiel (1) nel tessuto adiposo del pericardio e nelle pareti di alcuni vasi. Ho trovato numerose queste cellule specialmente nel coniglio e nel cane; e, mentre nel coniglio si trovano tanto nelle pareti dei vasi quanto nel resto del parenchima e particolarmente fra le cellule adipose, nel cane invece non le trovai che nella polpa propriamente detta o intorno ai vasi minori e specialmente ai capillari, con i quali si mettono in rapporto con alcuno dei loro prolungamenti. In quest'ultimo animale, negli spazi compresi fra i vasi, si vedono spessissimo

(1) " Arch. f. mik. Anat. „, 1898, Bd. 52, p. 44.

dei ciuffi di filamenti d'aspetto nervoso: ma, anche nei casi in cui fra essi non si riesce a vedere un corpo cellulare, inclino a credere che, almeno per la massima parte di essi, si abbia a che fare con un ciuffo di prolungamenti di una di tali cellule connettive, di cui il corpo non compare nella sezione o non è ben impregnato dalla reazione cromo-argentica.

Nel pollo, le cellule in discorso si trovano nelle pareti dei vasi, di solito tra l'avventizia e la muscolare, sulla quale si protendono con i loro lunghi prolungamenti. In questo animale poi, e particolarmente nella polpa dei midolli gelatinosi, vi sono numerose cellule con corpo globoso, contenente spesso qualche gocciolina di grasso, e con molti e fini prolungamenti, spesso ramificati, certamente identiche alle cellule descritte da prima da Bizzozero (1), nel midollo di polli affamati, le quali, quando si carichino di grasso tornano alla forma di cellule adipose, e possono essere messe in evidenza con i soliti mezzi di tecnica.

Tanto nel coniglio, quanto nel cane, restano spesso impregnate con il metodo di Golgi alcune delle comuni cellule connettive, anch'esse provvedute di prolungamenti, ma più irregolari e più rigidi e più grossolani, che nelle altre cellule a cui fu accennato finora.

I risultati ottenuti dalle ricerche che venni esponendo, parmi pertanto possano venire raccolti in queste conclusioni:

1° il midollo delle ossa, negli animali esaminati, è riccamente provveduto di nervi midollati e pallidi;

2° i nervi costituiscono dei plessi vasali con struttura corrispondente a quella che si osserva nei vasi di altri organi;

3° nella polpa del midollo delle ossa, compaiono fibre nervose midollate e pallide, e poi numerose fibrille esilissime pallide, provenienti, almeno per la massima parte, dai plessi vasali;

4° è ancora insoluto il problema di speciali terminazioni nervose nel tessuto proprio del midollo delle ossa.

Istituto di Patologia generale
della R. Università di Torino.

---

(1) " Moleschott's Untersuch. z. Naturlehre d. Mesch. „, Bd. XII, H. 5/6.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Le figure furono disegnate per mezzo della camera lucida e del tavolino da disegno di Zeiss. — Microscopio Koristka; lungh. del tubo mm. 160.

I nuclei applicati sulle fibre nervose furono, per maggior chiarezza, tinti in rosso.

Fig. 1. — Coniglio, midollo di tibia — Vena — Rapporti del plesso di fibre pallide (A) dell'avventizia con quello (B) applicato strettamente alla muscolare, dal quale partono alcuni ramuscoli destinati alle parti più profonde — Metodo Ehrlich — Obb. 5, oc. 2 (i contorni della tonaca muscolare sono segnati in rosso).

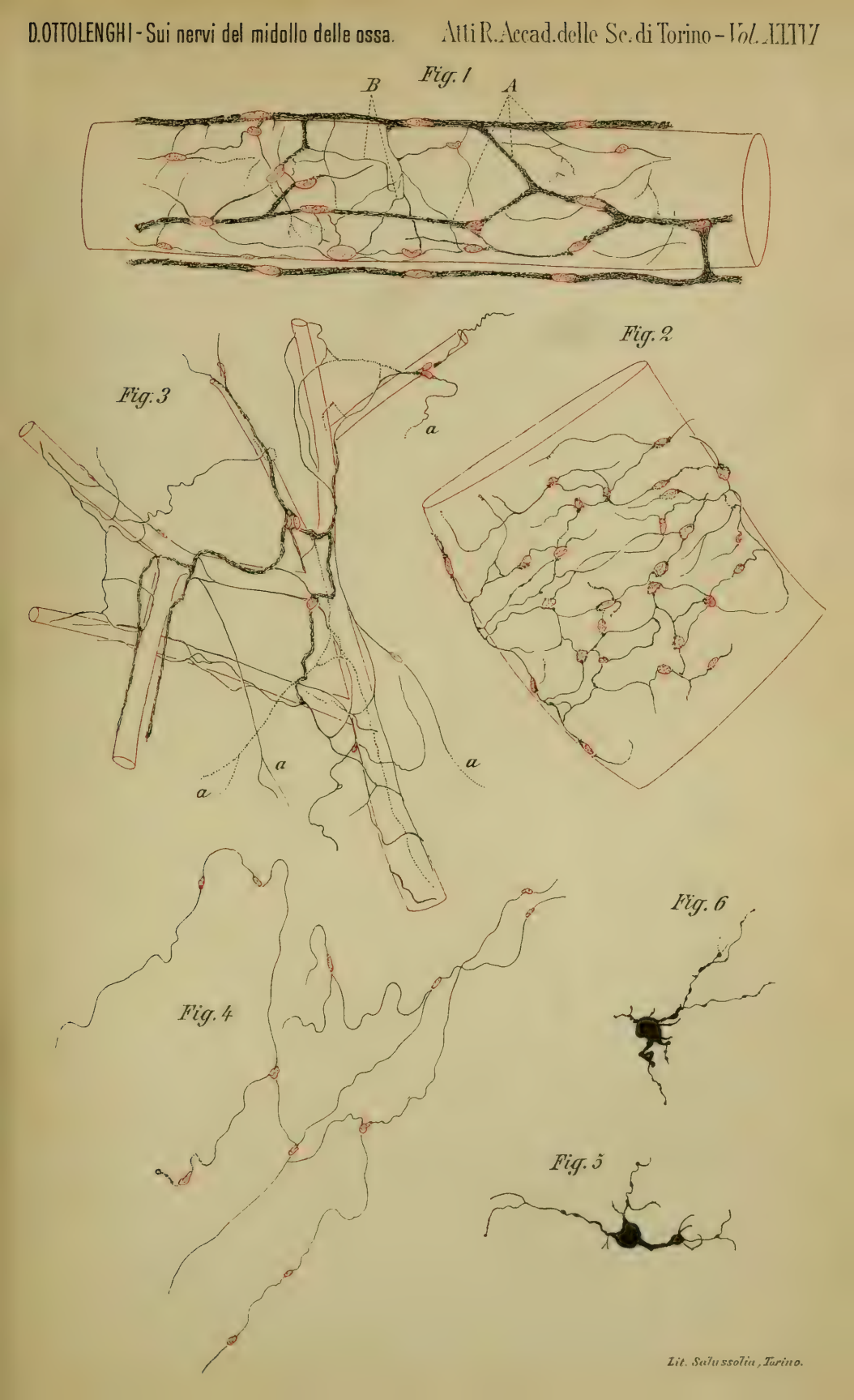
Fig. 2. — Coniglio, midollo di tibia — Arteria — Porzione del plesso di fibre pallide applicato alla muscolare — Metodo Ehrlich — Obb. 5, oc. 2.

Fig. 3. — Pollo, midollo di tibia — Plesso di fibre pallide su arteriole, dal quale si spiccano delle fibrille (*a*) che penetrano nella polpa — Metodo Ehrlich — Obb. 5, oc. 2 (i contorni delle tonache muscolari sono segnati in rosso).

Fig. 4. — Pollo, midollo di tibia — Alcuni filamenti della polpa, indipendenti da vasi — Metodo Ehrlich — Obb. 5, oc. 2.

Fig. 5. — Coniglio, midollo di femore — Cellula connettiva — Metodo Golgi — Obb. 7*, oc. 2.

Fig. 6. — Cane, midollo di femore — Cellula connettiva — Metodo Golgi — Obb. 7*, oc. 2.



Lit. Salussolia, Torino.

EFFEMERIDI

del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1902

calcolate dal Dottore LUIGI VOLTA
Assistente all'Osservatorio Astronomico della R. Università

Avvertenza

Queste effemeridi furono calcolate valendosi dei dati della *Connaissance des Temps* di Parigi, del *Nautical Almanac* di Greenwich e del *Berliner Astronomisches Jahrbuch:* delle norme contenute nelle *Istruzioni e tavole numeriche per la compilazione del calendario* del Dott. Michele Rajna (Milano, Hoepli, 1887): e finalmente delle tavole ausiliarie contenute nelle *Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1889* del Prof. Francesco Porro (Torino, Loescher, 1888).

Le ore, i minuti ed i secondi sono espressi in tempo medio civile del meridiano di 15° all'Est di quello passante per Greenwich, cioè in *tempo medio civile dell'Europa centrale.*

Posizione Geografica del R. Osservatorio Astronomico di Torino.

Latitudine boreale	45° 4′ 7″.9			
Longitudine da Greenwich	7° 41′ 48″.2	Est	= 0^h 30^m $47^s.21$	E
„ da Berlino	5° 41′ 54″.9	Ovest	= 0^h 22^m $47^s.66$	W
„ da Parigi	5° 21′ 33″.1	Est	= 0^h 21^m $26^s.21$	E
„ da Roma (Coll. Romano)	4° 47′ 5″.3	Ovest	= 0^h 19^m $8^s.35$	W
„ da Milano	1° 29′ 41″.1	Ovest	= 0^h 5^m $58^s.74$	W
„ dal meridiano dell'Europa centrale . . .	7° 18′ 11″.8	Ovest	= 0^h 29^m $12^s.79$	W

Altitudine sul livello del mare (al pozzetto del barometro) $276^m,4$.

PRINCIPALI ARTICOLI DEL CALENDARIO
PER L'ANNO COMUNE 1902

Relazioni cronologiche.

L'anno 1902 del calendario Gregoriano, stabilito nell'Ottobre 1582, incomincia in Mercoledì: corrisponde agli anni:

6615 del periodo Giuliano;

2678 delle olimpiadi, cioè 2° anno della 670ª olimpiade, che incomincia nel Luglio 1902, fissando l'èra delle olimpiadi 775 $^1/_2$ anni avanti Gesù Cristo, ossia verso il 1° Luglio dell'anno 3938 del periodo Giuliano;

2655 della fondazione di Roma (secondo Varrone);
1902 del calendario russo (Giuliano), il quale anno incomincia però il 14 Gennaio del calendario Gregoriano;
5662 dell'êra israelitica, il quale anno incomincia Sabato, 14 Settembre 1901; l'anno 5663 incomincia Giovedì, 2 ottobre 1902;
1319 dell'êra maomettana (Egira), il quale anno incomincia il 20 Aprile 1901 e finisce il 9 Aprile 1902.

Computo Ecclesiastico.

Numero d'Oro	3
Epatta	XXI
Ciclo Solare	7
Lettera Domenicale	E
Indizione Romana	15
Lettera del Martirologio	B

Quattro Tempora.

Di primavera . . .	19, 21 e 22 Febbraio
D'estate	21, 23 e 24 Maggio
D'autunno	17, 19 e 20 Settembre
D'inverno	17, 19 e 20 Dicembre

Feste Mobili.

Settuagesima	26 Gennaio
Le Ceneri	12 Febbraio
Pasqua di Risurrezione . .	30 Marzo
Rogazioni	5, 6 e 7 Maggio
Ascensione	8 Maggio
Pentecoste	18 Maggio
SS. Trinità	25 Maggio
Corpus Domini	29 Maggio
1ª Domenica dell'Avvento .	30 Novembre

Principio delle Quattro Stagioni.

Primavera . . .	21 Marzo	ore	14,	min.	16
Estate	22 Giugno	„	10	„	15
Autunno . . .	24 Settembre	„	0	„	55
Inverno	22 Dicembre	„	19	„	36

ECLISSI

Nell'anno 1902 hanno luogo cinque Eclissi; tre di Sole e due di Luna.

I. *Eclisse parziale di* Sole: *8 Aprile 1902 invisibile a Torino.*

Massima grandezza dell'eclisse: 0,07, essendo *uno* il diametro solare.

L'eclisse sarà visibile soltanto nelle regioni circumpolari artiche.

II. *Eclisse totale di* Luna: *22 Aprile 1902 parzialmente visibile a Torino.*

Grandezza dell'eclisse: 1,34, assumendo come *uno* il diametro lunare.

L'eclisse sarà visibile nella metà occidentale dell'Oceano Pacifico, in Australia, Asia, Europa, Africa, nella metà orientale dell'Oceano Atlantico, e nella parte orientale dell'estrema Sud-America.

Primo contatto colla penombra	16^h 50^m
„ „ coll'ombra (principio dell'eclisse).	18 0
Principio della fase totale	19 10
Istante medio	19 53
Fine della fase totale	20 35
Ultimo contatto coll'ombra (fine dell'eclisse) . .	21 45
Ultimo contatto colla penombra	22 55

Il 22 Aprile a Torino la Luna nasce a 19^h 18^m, epperò nasce già eclissata.

Rispetto all'orizzonte di Torino si ha:

	Azimut della Luna da S. verso E.	Altezza apparente della Luna
Istante medio dell'eclisse . . .	66°	6°
Fine della fase totale	58	12
Fine dell'eclisse	44	21
Ultimo contatto colla penombra .	27	28

L'emersione dall'ombra avviene a 30° dal punto più alto del disco lunare verso destra (imagine diritta).

III. *Eclisse parziale di* Sole: *7 Maggio 1902 invisibile a Torino.*

Massima grandezza dell'eclisse: 0,86, assumendo eguale ad *uno* il diametro del Sole.

L'eclisse sarà visibile nella Nuova Zelanda e nella parte meridionale dell'Oceano Pacifico.

IV. *Eclisse totale di* Luna: *17 Ottobre 1902 parzialmente visibile a Torino.*

Grandezza dell'eclisse: 1,46, assumendosi eguale ad *uno* il diametro lunare.

L'eclisse sarà visibile nell'Europa e nell'Africa occidentali, nell'Oceano Atlantico, in America, nell'Oceano Pacifico, nell'estremo orientale dell'Australia, ed in quello Nord-Est dell'Asia.

Primo contatto colla penombra	4^h	18^m
„ „ coll'ombra (principio dell'eclisse).	5	17
Principio della fase totale	6	19
Istante medio	7	3
Fine della fase totale	7	48
Ultimo contatto coll'ombra (fine dell'eclisse) . .	8	50
„ „ colla penombra	9	49

Il 17 Ottobre a Torino la Luna tramonta a $6^h\ 49^m$, epperò tramonta eclissata, mezz'ora dopo il principio della fase totale, ed avanti all'istante medio dell'eclisse.

Rispetto all'orizzonte di Torino si ha:

	Azimut della Luna da S. verso W.	Altezza apparente della Luna.
Primo contatto colla penombra . .	76°	26°
Principio dell'eclisse	87	16
Principio della fase totale . .	97	5

L'immersione nell'ombra avviene a 41° dal punto più alto del disco lunare, verso sinistra.

V. *Eclisse parziale di* Sole: *31 Ottobre 1902 invisibile a Torino.*

Massima grandezza dell'eclisse: 0,70, assumendo eguale ad *uno* il diametro solare.

L'eclisse sarà visibile nell'Europa centrale, settentrionale ed orientale, e nell'interno dell'Asia, incluse le coste settentrionali e sud-orientali di questa parte del mondo. Visibile a Berlino, parzialmente visibile a Parigi ed a Greenwich; in Italia sarà visibile solo in piccolissima parte nel Veneto orientale.

Gennaio 1902.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE								Età della Luna
dell'Anno	del Mese	della Settimana	Il SOLE				La LUNA				
			nasce	passa al meridiano		tramonta	nasce	passa al meridiano		tramonta	
			h m	h m	s	h m	h m	h m		h m	
1	1	M	8 10	12 32	37,28	16 56	0 8	6 1,9		11 47	22
2	2	G	10	33	5,72	57	1 9	6 45,7		12 15	23
3	3	V	10	33	33,83	58	2 10	7 29,6		12 44	24
4	4	S	9	34	1,61	59	3 9	8 14,2		13 15	25
5	5	**D**	9	34	29,01	17 0	4 6	9 0,1		13 50	26
6	6	L	9	34	56,00	1	5 1	9 47,2		14 31	27
7	7	M	9	35	22,54	2	5 53	10 35,6		15 17	28
8	8	M	9	35	48,61	3	6 42	11 24,5		16 8	29
9	9	G	9	36	14,18	4	7 25	12 13,8		17 5	30
10	10	V	8	36	39,22	6	8 5	13 3,2		18 6	1
11	11	S	8	37	3,70	7	8 40	13 51,4		19 9	2
12	12	**D**	7	37	27,60	8	9 12	14 39,3		20 15	3
13	13	L	7	37	50,88	9	9 41	15 26,8		21 21	4
14	14	M	6	38	13,52	10	10 10	16 14,5		22 28	5
15	15	M	6	38	35,50	12	10 39	17 2,9		23 36	6
16	16	G	5	38	56,79	13	11 10	17 53,0		——	7
17	17	V	5	39	17,38	14	11 43	18 45,4		0 47	8
18	18	S	4	39	37,24	16	12 22	19 40,7		1 58	9
19	19	**D**	3	39	56,38	17	13 7	20 38,6		3 8	10
20	20	L	3	40	14,77	18	13 59	21 38,5		4 16	11
21	21	M	2	40	32,38	20	14 59	22 39,0		5 19	12
22	22	M	1	40	49,23	21	16 6	23 38,4		6 15	13
23	23	G	0	41	5,29	22	17 17	——		7 4	14
24	24	V	7 59	41	20,58	24	18 26	0 35,3		7 45	15
25	25	S	58	41	35,09	25	19 38	1 29,2		8 21	16
26	26	**D**	57	41	48,81	27	20 46	2 19,9		8 52	17
27	27	L	57	42	1,72	28	21 51	3 8,1		9 21	18
28	28	M	56	42	13,85	29	22 54	3 54,3		9 49	19
29	29	M	54	42	25,18	31	23 56	4 39,3		10 17	20
30	30	G	53	42	35,70	32	——	5 23,9		10 45	21
31	31	V	52	42	45,43	34	0 56	6 8,8		11 16	22

Fasi della Luna.

1 Ultimo quarto alle 17^h 8^m
9 Luna nuova „ 22^h 15^m
17 Primo quarto „ 7^h 38^m
24 Luna piena „ 1^h 6^m
31 Ultimo quarto „ 14^h 9^m

Il giorno nel mese cresce di 0^h 56^m

5 La Luna è in Apogeo alle 5^h
21 Id. Perigeo „ 7^h

Il Sole entra nel segno *Acquario* il giorno 21 alle ore 0 min. 11.

Febbraio 1902.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
32	1	S	7 51	12 42 54,35	17 35	1 55	6 54,4	11 50		23
33	2	**D**	50	43 2,47	37	2 51	7 40,9	12 28		24
34	3	L	49	43 9,77	38	3 44	8 28,6	13 12		25
35	4	M	47	43 16,28	39	4 34	9 17,2	14 1		26
36	5	M	46	43 21.99	41	5 20	10 6,2	14 55		27
37	6	G	45	43 26,88	42	6 1	10 55,6	15 54		28
38	7	V	44	43 30,98	44	6 39	11 44,8	16 57		29
39	8	S	42	43 34.29	45	7 12	12 33.9	18 3		30
40	9	**D**	41	43 36,79	47	7 44	13 22,5	19 10		1
41	10	L	39	43 38,49	48	8 14	14 11,3	20 18		2
42	11	M	38	43 39,40	49	8 44	15 0,4	21 27		3
43	12	M	37	43 39,51	51	9 14	15 50,8	22 37		4
44	13	G	35	43 38,87	52	9 47	16 42,8	23 48		5
45	14	V	33	43 37,45	54	10 24	17 36,7	——		6
46	15	S	32	43 35,26	55	11 6	18 32,9	0 58		7
47	16	**D**	30	43 32,30	57	11 55	19 30,6	2 7		8
48	17	L	29	43 28,61	58	12 50	20 29,1	3 10		9
49	18	M	27	43 24,19	59	13 53	21 27,0	4 7		10
50	19	M	26	43 19,06	18 1	14 59	22 23,2	4 56		11
51	20	G	24	43 13,23	2	16 8	23 17,2	5 39		12
52	21	V	22	43 6,73	4	17 17	——	6 17		13
53	22	S	21	42 59,56	5	18 25	0 8,6	6 49		14
54	23	**D**	19	42 51,75	7	19 33	0 57,8	7 20		15
55	24	L	17	42 43,33	8	20 37	1 45,0	7 49		16
56	25	M	15	42 34,30	10	21 40	2 31,1	8 16		17
57	26	M	14	42 24,70	11	22 42	3 16,5	8 46		18
58	27	G	12	42 14,53	12	23 42	4 1,9	9 16		19
59	28	V	10	42 3,82	14	——	4 47,6	9 49		20

Fasi della Luna.

8 Luna nuova alle $14^h\ 22^m$
15 Primo quarto „ $15^h\ 57^m$
22 Luna piena „ $14^h\ 3^m$

Il giorno nel mese cresce di $1^h\ 22^m$

2 La Luna è in Apogeo alle 1^h
16 Id. Perigeo „ 19^h

Il Sole entra nel segno *Pesci* il giorno 19 alle ore 14 min. 40.

Marzo 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
60	1	S	7 9	12 41 52,60	18 15	0 39	5 33,9	10 25	21
61	2	**D**	7	41 40,86	17	1 34	6 21,1	11 6	22
62	3	L	5	41 28,64	18	2 25	7 8,9	11 53	23
63	4	M	3	41 15,95	19	3 12	7 57,3	12 44	24
64	5	M	1	40 2,81	21	3 55	8 46,1	13 41	25
65	6	G	0	40 49,23	22	4 34	9 35,0	14 41	26
66	7	V	6 58	40 35,25	23	5 9	10 24,0	15 45	27
67	8	S	56	40 20,87	24	5 42	11 12,9	16 52	28
68	9	**D**	54	40 6,11	26	6 13	12 2,3	18 0	29
69	10	L	52	39 50,98	27	6 44	12 52,4	19 10	1
70	11	M	51	39 35,49	28	7 16	13 43,7	20 23	2
71	12	M	49	39 19,68	30	7 48	14 36,6	21 36	3
72	13	G	47	39 3,55	31	8 25	15 31,4	22 47	4
73	14	V	45	38 47,11	32	9 6	16 28,1	23 57	5
74	15	S	43	38 30,39	34	9 53	17 26,1	——	6
75	16	**D**	41	38 13,41	35	10 47	18 24,4	1 3	7
76	17	L	39	37 56,16	36	11 47	19 21,9	2 2	8
77	18	M	37	37 38,70	38	12 50	20 17,6	2 53	9
78	19	M	36	37 21,03	39	13 57	21 11,2	3 38	10
79	20	G	34	37 3,18	40	15 5	22 2,1	4 16	11
80	21	V	32	36 45,18	41	16 12	22 51,1	4 49	12
81	22	S	30	36 27,03	43	17 18	23 38,2	5 20	13
82	23	**D**	29	36 8,77	44	18 22	——	5 50	14
83	24	L	26	35 50,42	45	19 26	0 24,2	6 17	15
84	25	M	24	35 32,01	46	20 28	1 9,7	6 46	16
85	26	M	22	35 13,56	48	21 29	1 55,2	7 16	17
86	27	G	21	34 55,10	49	22 28	2 41,0	7 48	18
87	28	V	19	34 36,64	50	23 23	3 27,3	8 23	19
88	29	S	17	34 18,21	52	——	4 14,2	9 3	20
89	30	**D**	15	33 59,83	53	0 15	5 1,7	9 46	21
90	31	L	13	33 41,53	54	1 4	5 49,5	10 35	22

Fasi della Luna.

2 Ultimo quarto alle 11^h 39^m
10 Luna nuova „ 3^h 50^m
16 Primo quarto „ 23^h 13^m
24 Luna piena „ 4^h 21^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 37^m

1 La Luna è in Apogeo alle 22^h
13 Id. Perigeo „ 22^h
29 Id. Apogeo „ 17^h

Il Sole entra nel segno *Ariete* il giorno 21 alle ore 14 min. 16.

Aprile 1902.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
91	1	M	6 11	12 33 23,31	18 55	1 49	6 37,5	11 29		23
92	2	M	9	33 5,21	57	2 28	7 25,5	12 27		24
93	3	G	7	32 47,23	58	3 5	8 13,5	13 28		25
94	4	V	6	32 29,41	59	3 38	9 1,6	14 32		26
95	5	S	4	32 11,75	19 0	4 10	9 50,2	15 39		27
96	6	D	2	31 54,27	2	4 41	10 39,6	16 48		28
97	7	L	0	31 37,00	3	5 11	11 30,6	18 0		29
98	8	M	5 58	31 19,93	4	5 44	12 23,6	19 14		30
99	9	M	56	31 3,10	6	6 20	13 19,1	20 28		1
100	10	G	55	30 46,50	7	7 1	14 16,8	21 42		2
101	11	V	53	30 30,16	8	7 48	15 16,5	22 51		3
102	12	S	51	30 14.07	9	8 40	16 16,7	23 55		4
103	13	D	49	29 58,25	11	9 40	17 16,1	——		5
104	14	L	47	29 42,74	12	10 44	18 13,5	0 50		6
105	15	M	46	29 27,53	13	11 50	19 8,0	1 37		7
106	16	M	44	29 12,63	14	12 58	19 59,5	2 17		8
107	17	G	42	28 58,09	16	14 4	20 48,4	2 52		9
108	18	V	41	28 43,89	17	15 9	21 35,3	3 23		10
109	19	S	39	28 30,07	18	16 13	22 20,9	3 52		11
110	20	D	37	28 17,63	19	17 16	23 5,9	4 20		12
111	21	L	35	28 3,60	21	18 18	23 50,8	4 48		13
112	22	M	34	27 51,99	22	19 18	——	5 17		14
113	23	M	32	27 38,83	23	20 18	0 36,2	5 48		15
114	24	G	31	27 27,12	24	21 15	1 22,2	6 22		16
115	25	V	29	27 15,87	26	22 9	2 9,0	6 59		17
116	26	S	27	27 5,11	27	22 59	2 56,3	7 42		18
117	27	D	26	26 54,85	28	23 45	3 44,0	8 29		19
118	28	L	24	26 45,11	29	——	4 31,6	9 21		20
119	29	M	23	26 35,88	30	0 26	5 19,1	10 17		21
120	30	M	21	26 27,18	32	1 2	6 6,2	11 15		22

Fasi della Luna.

1 Ultimo quarto alle 7^h 24^m
8 Luna nuova „ 14^h 50^m
15 Primo quarto „ 6^h 26^m
22 Luna piena „ 19^h 50^m
30 Ultimo quarto „ 23^h 58^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 30^m

10 La Luna è in Perigeo alle 14^h
26 Id. Apogeo „ 8^h

Il Sole entra nel segno *Toro* il giorno 21 alle ore 2 min. 5.

Maggio 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
121	1	G	5 20	12 26 19,03	19 33	1 36	6 53,1	12 17	23
122	2	V	18	26 11,43	34	2 8	7 40,1	13 20	24
123	3	S	17	26 4,38	35	2 38	8 27,9	14 26	25
124	4	**D**	15	25 57,91	37	3 8	9 16,8	15 35	26
125	5	L	14	25 52,90	38	3 40	10 8,1	16 48	27
126	6	M	12	25 46,66	39	4 13	11 1,9	18 2	28
127	7	M	11	25 41,90	40	4 51	11 59,0	19 17	29
128	8	G	10	25 37,69	42	5 36	12 59,1	20 30	1
129	9	V	9	25 34,06	43	6 27	14 1,0	21 39	2
130	10	S	7	25 30,99	44	7 25	15 3,2	22 40	3
131	11	**D**	6	25 28,48	45	8 30	16 3,7	23 32	4
132	12	L	5	25 26,53	46	9 39	17 1,3	——	5
133	13	M	3	25 25,12	48	10 47	17 55,3	0 16	6
134	14	M	2	25 24,28	49	11 56	18 45,9	0 54	7
135	15	G	1	25 24,00	50	13 2	19 33,8	1 27	8
136	16	V	0	25 24,26	51	14 7	20 19,7	1 56	9
137	17	S	4 59	25 25,07	52	15 9	21 4,5	2 24	10
138	18	**D**	58	25 26,42	53	16 11	21 49,1	2 52	11
139	19	L	57	25 28,33	54	17 11	22 33,8	3 20	12
140	20	M	56	25 30,78	55	18 11	23 19,2	3 49	13
141	21	M	55	25 33,77	56	19 9	——	4 22	14
142	22	G	54	25 37,30	58	20 4	0 5,5	4 59	15
143	23	V	53	25 41,36	59	20 55	0 52,6	5 39	16
144	24	S	52	25 45,96	20 0	21 42	1 40,3	6 25	17
145	25	**D**	51	25 51,07	1	22 25	2 28,0	7 15	18
146	26	L	51	25 56,69	2	23 4	3 15,5	8 9	19
147	27	M	50	26 2,83	3	23 38	4 2,5	9 6	20
148	28	M	49	26 9,46	3	——	4 48,9	10 6	21
149	29	G	49	26 16,58	4	0 10	5 34,9	11 8	22
150	30	V	48	26 24,19	5	0 39	6 21,1	12 12	23
151	31	S	47	26 32,25	6	1 8	7 8,0	13 18	24

Fasi della Luna.

7 Luna nuova alle 23^h 45^m
14 Primo quarto „ 14^h 40^m
22 Luna piena „ 11^h 46^m
30 Ultimo quarto „ 13^h 0^m

Il giorno nel mese cresce di 1^h 8^m

8 La Luna è in Perigeo alle 20^h
23 Id. Apogeo „ 16^h

Il Sole entra nel segno *Gemelli* il giorno 22 ad ore 1 min. 54.

Giugno 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
152	1	D	4 47	12 26 40,76	20 7	1 37	7 56,5	14 26	25
153	2	L	46	26 49,71	8	2 9	8 47,4	15 36	26
154	3	M	46	26 57,08	9	2 44	9 41,5	16 49	27
155	4	M	45	27 8,73	9	3 24	10 39,1	18 4	28
156	5	G	45	27 18,96	10	4 11	11 40,1	19 15	29
157	6	V	44	27 29,43	11	5 6	12 43,0	20 21	1
158	7	S	44	27 40,23	11	6 9	13 46,2	21 20	2
159	8	D	44	27 52,33	12	7 18	14 47,2	22 10	3
160	9	L	43	28 2,70	13	8 29	15 44,9	22 52	4
161	10	M	43	28 14,33	13	9 40	16 38,9	23 27	5
162	11	M	43	28 26,17	14	10 49	17 29,3	23 59	6
163	12	G	43	28 38,22	14	11 57	18 17,0	——	7
164	13	V	43	28 50,46	15	13 1	19 2,8	0 29	8
165	14	S	43	29 2,84	15	14 3	19 47,7	0 56	9
166	15	D	43	29 15,37	16	15 5	20 32,3	1 25	10
167	16	L	43	29 28,02	16	16 5	21 17,4	1 54	11
168	17	M	43	29 40,77	17	17 3	22 3,2	2 25	12
169	18	M	43	29 53,59	17	17 58	22 49,8	3 0	13
170	19	G	43	30 6,46	17	18 51	23 37,3	3 39	14
171	20	V	43	30 19,37	18	19 40	——	4 22	15
172	21	S	43	30 32,30	18	20 25	0 25,1	5 10	16
173	22	D	44	30 45,22	18	21 4	1 12,9	6 3	17
174	23	L	44	30 58,12	18	21 40	2 0,3	7 0	18
175	24	M	44	31 10,98	18	22 12	2 47,0	7 59	19
176	25	M	44	31 23,77	18	22 42	3 33,1	9 0	20
177	26	G	45	31 36,47	18	23 12	4 18,9	10 2	21
178	27	V	45	31 49,06	18	23 40	5 4,7	11 7	22
179	28	S	46	32 1,54	18	——	5 51,4	12 12	23
180	29	D	46	32 13,85	18	0 10	6 39,7	13 19	24
181	30	L	47	32 25,99	18	0 42	7 30,6	14 30	25

Fasi della Luna.

6 Luna nuova alle $7^h\ 11^m$
13 Primo quarto „ $0^h\ 54^m$
21 Luna piena „ $3^h\ 17^m$
28 Ultimo quarto „ $22^h\ 52^m$

Il giorno nel mese cresce di $0^h\ 12^m$

6 La Luna è in Perigeo alle 6^h
19 Id. Apogeo „ 18^h

Il Sole entra nel segno *Cancro* il giorno 22 ad ore 10 min. 16.

Luglio 1902.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
182	1	M	4 47	12 32 37,95	20 18	1 17	8 24,6	15 41		26
183	2	M	48	32 49,69	18	2 0	9 22,1	16 52		27
184	3	G	48	33 1,19	17	2 50	10 22,9	18 1		28
185	4	V	49	33 12,40	17	3 47	11 25,4	19 3		29
186	5	S	50	33 23,33	17	4 53	12 27,8	19 57		30
187	6	**D**	50	33 33,95	16	6 4	13 8,1	20 44		1
188	7	L	51	33 44,21	16	7 17	14 25,4	21 24		2
189	8	M	52	33 54,10	16	8 30	15 19,0	21 59		3
190	9	M	52	34 3,60	15	9 40	16 9,5	22 29		4
191	10	G	53	34 12,68	15	10 47	16 57,4	22 59		5
192	11	V	54	34 21,34	14	11 53	17 43,7	23 25		6
193	12	S	55	34 29,54	13	12 55	18 29,2	23 57		7
194	13	**D**	56	34 37,28	13	13 56	19 14,5	——		8
195	14	L	57	34 44,54	12	14 55	20 0,2	0 27		9
196	15	M	58	34 51,30	11	15 52	20 46,6	1 1		10
197	16	M	59	34 57,55	11	16 46	21 33,7	1 38		11
198	17	G	59	35 3,29	10	17 36	22 21,4	2 20		12
199	18	V	5 0	35 8,51	9	18 23	23 9,4	3 6		13
200	19	S	1	35 13,20	8	19 5	23 57,2	3 58		14
201	20	**D**	2	35 17,33	7	19 42	——	4 54		15
202	21	L	3	35 20,92	6	20 16	0 44,0	5 52		16
203	22	M	4	35 23,96	5	20 47	1 31,4	6 53		17
204	23	M	5	35 26,43	4	21 17	2 17,7	7 55		18
205	24	G	6	35 28,36	3	21 46	3 3,7	8 59		19
206	25	V	8	35 29,70	2	22 14	3 50,1	10 4		20
207	26	S	9	35 30,48	1	22 45	4 37,4	11 10		21
208	27	**D**	10	35 30,68	0	23 18	5 26,4	12 18		22
209	28	L	11	35 30,31	19 59	23 56	6 17,9	13 27		23
210	29	M	12	35 29,37	58	——	7 12,2	14 36		24
211	30	M	13	35 27,84	57	0 42	8 9,5	15 43		25
212	31	G	14	35 25,72	55	1 34	9 9,3	16 47		26

Fasi della Luna.

5 Luna nuova alle $13^h\ 59^m$
12 Primo quarto „ $13^h\ 47^m$
20 Luna piena „ $17^h\ 45^m$
28 Ultimo quarto „ $6^h\ 15^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $0^h\ 50^m$.

4 La Luna è in Perigeo alle 15^h
17 Id. Apogeo „ 2^h

Il Sole entra nel segno *Leone* il giorno 23 alle ore 21 min. 10.

Agosto 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
213	1	V	5 15	12 35 23,03	19 54	2 34	10 10,2	17 43	27
214	2	S	16	35 19,73	53	3 41	11 10,5	18 33	28
215	3	**D**	17	35 15,84	52	4 52	12 9,1	19 17	29
216	4	L	18	35 11,34	50	6 5	13 4,7	19 54	1
217	5	M	20	35 6,25	49	7 17	13 57,5	20 28	2
218	6	M	21	35 0,54	48	8 27	14 47,6	20 59	3
219	7	G	22	34 54,22	46	9 35	15 35,9	21 28	4
220	8	V	23	34 47,30	45	10 40	16 22,7	21 58	5
221	9	S	25	34 39,78	43	11 43	17 9,0	22 28	6
222	10	**D**	26	34 31,65	42	12 44	17 55,2	23 1	7
223	11	L	27	34 22,93	40	13 43	18 41,7	23 38	8
224	12	M	28	34 13,63	39	14 37	19 28,7	——	9
225	13	M	29	34 3,75	37	15 30	20 16,2	0 18	10
226	14	G	31	33 53,29	36	16 18	21 4,0	1 2	11
227	15	V	32	33 42,27	34	17 1	21 51.9	1 51	12
228	16	S	33	33 30,70	32	17 41	22 39,6	2 45	13
229	17	**D**	34	33 18,60	31	18 17	23 26,9	3 43	14
230	18	L	35	33 5,99	29	18 50	——	4 44	15
231	19	M	37	32 52,86	28	19 20	0 14,0	5 46	16
232	20	M	38	32 39,23	26	19 49	1 0,8	6 50	17
233	21	G	39	32 25,12	24	20 18	1 47,8	7 55	18
234	22	V	40	32 10,55	22	20 49	2 35,5	9 1	19
235	23	S	41	31 55,54	21	21 22	3 24,4	10 10	20
236	24	**D**	43	31 40,09	19	21 59	4 15,2	11 18	21
237	25	L	44	31 24,23	17	22 40	5 8,2	12 27	22
238	26	M	45	31 7,97	16	23 28	6 3,6	13 33	23
239	27	M	46	30 51,33	14	——	7 1,2	14 36	24
240	28	G	47	30 34,32	12	0 24	7 59,7	15 34	25
241	29	V	49	30 16,96	10	1 26	8 58,6	16 25	26
242	30	S	50	29 59,24	8	2 34	9 56,1	17 10	27
243	31	**D**	51	29 41,21	6	3 44	10 51,7	17 49	28

Fasi della Luna.

3 Luna nuova alle 21^h 17^m
11 Primo quarto „ 5^h 24^m
19 Luna piena „ 7^h 3^m
26 Ultimo quarto „ 12^h 4^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 26^m.

1 La Luna è in Perigeo alle 19^h
13 Id. Apogeo „ 17^h
29 Id. Perigeo „ 9^h

Il Sole entra nel segno *Vergine* il giorno 24 alle ore 3 min. 53.

Settembre 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
244	1	L	5 52	12 29 22,86	19 5	4 56	11 45,1	18 25	29
245	2	M	53	29 4,20	3	6 6	12 36,2	18 56	1
246	3	M	55	28 45,25	1	7 15	13 25,5	19 27	2
247	4	G	56	28 26,01	18 59	8 22	14 13,6	19 57	3
248	5	V	57	28 6,52	57	9 27	15 0,8	20 28	4
249	6	S	58	27 46,76	55	10 30	15 46,8	21 0	5
250	7	**D**	59	27 26,78	54	11 30	16 34,8	21 36	6
251	8	L	6 1	27 6,57	52	12 27	17 22,0	22 14	7
252	9	M	2	26 46,18	50	13 21	18 9,5	22 57	8
253	10	M	3	26 25,59	48	14 11	18 57,1	23 44	9
254	11	G	4	26 4,84	46	14 55	19 44,7	——	10
255	12	V	5	25 43,94	44	15 36	20 32,2	0 35	11
256	13	S	6	25 22,92	42	16 14	21 19,5	1 31	12
257	14	**D**	8	25 1,79	40	16 48	22 6,6	2 30	13
258	15	L	9	24 40,58	39	17 19	22 53,8	3 32	14
259	16	M	10	24 19,32	37	17 50	23 41,3	4 36	15
260	17	M	11	23 58,02	35	18 20	——	5 41	16
261	18	G	12	23 36,70	33	18 51	0 39,6	6 48	17
262	19	V	14	23 15,39	31	19 23	1 19,1	7 58	18
263	20	S	15	22 54,12	29	20 0	2 10,4	9 7	19
264	21	**D**	16	22 32,91	27	20 40	3 3,8	10 18	20
265	22	L	17	22 11,79	25	21 27	3 59,3	11 26	21
266	23	M	19	21 50,78	23	22 21	4 56,6	12 30	22
267	24	M	20	21 29,88	21	23 19	5 54,8	13 29	23
268	25	G	21	21 9,15	19	——	6 52,7	14 22	24
269	26	V	22	20 48,59	18	0 24	7 49,4	15 8	25
270	27	S	23	20 28,21	16	1 32	8 44,4	15 47	26
271	28	**D**	25	20 8,05	14	2 42	9 37,0	16 23	27
272	29	L	26	19 48,10	12	3 50	10 27,7	16 55	28
273	30	M	27	19 28,41	10	4 58	11 16,9	17 26	29

Fasi della Luna.

2 Luna nuova alle $6^h\ 19^m$

9 Primo quarto „ $23^h\ 15^m$

17 Luna piena „ $19^h\ 23^m$

24 Ultimo quarto „ $17^h\ 32^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $1^h\ 32^m$.

10 La Luna è in Apogeo alle 12^h
23 Id. Perigeo „ 14^h

Il Sole entra nel segno *Libra* il giorno 24 alle ore 0 min. 55.

Ottobre 1902.

GIORNO			TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE							Età della Luna
			Il SOLE			La LUNA				
dell'Anno	del Mese	della Settimana	nasce	passa al meridiano	tramonta	nasce	passa al meridiano	tramonta		
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m		
274	1	M	6 28	12 19 8,97	18 8	6 5	12 4,9	17 56		30
275	2	G	30	18 49,81	6	7 10	12 52,3	18 27		1
276	3	V	31	18 30,94	4	8 14	13 39,5	18 58		2
277	4	S	32	18 12,37	2	9 16	14 26,9	19 33		3
278	5	**D**	33	17 54,14	1	10 15	15 14,4	20 11		4
279	6	L	35	17 36,25	17 59	11 11	16 2,1	20 52		5
280	7	M	36	17 18,71	57	12 2	16 49,8	21 37		6
281	8	M	37	17 1,56	55	12 49	17 37,3	22 27		7
282	9	G	38	16 44,81	53	13 32	18 24,4	23 21		8
283	10	V	40	16 28,47	52	14 10	19 11,2	——		9
284	11	S	41	16 12,58	50	14 45	19 57,8	0 17		10
285	12	**D**	42	15 57,13	48	15 17	20 34,3	1 17		11
286	13	L	44	15 42,16	46	15 47	21 31,1	2 19		12
287	14	M	45	15 27,69	44	16 18	22 19,0	3 23		13
288	15	M	46	15 13,73	43	16 50	23 8,2	4 30		14
289	16	G	47	15 0,32	41	17 20	23 59,6	5 38		15
290	17	V	49	14 47,47	39	17 56	——	6 49		16
291	18	S	50	14 35,20	38	18 36	0 53,4	8 1		17
292	19	**D**	52	14 23,52	36	19 21	1 49,8	9 12		18
293	20	L	53	14 12,48	34	20 14	2 48,3	10 21		19
294	21	M	54	14 2,09	32	21 14	3 47,9	11 23		20
295	22	M	56	13 52,46	31	22 18	4 47,3	12 19		21
296	23	G	57	13 43,31	29	23 25	5 45,2	13 7		22
297	24	V	58	13 34,96	27	——	6 40,7	13 48		23
298	25	S	7 0	13 27,34	26	0 33	7 33,6	14 25		24
299	26	**D**	1	13 20,43	24	1 41	8 24,0	14 58		25
300	27	L	2	13 14,27	23	2 48	9 12,6	15 28		26
301	28	M	4	13 8,86	21	3 54	10 0,0	15 58		27
302	29	M	5	13 4,20	20	4 58	10 46,7	16 27		28
303	30	G	7	13 0,31	18	6 2	11 33,4	16 58		29
304	31	V	8	12 57,20	17	7 4	12 20,3	17 31		1

Fasi della Luna.

1 Luna nuova alle 18^h 9^m
9 Primo quarto „ 18^h 21^m
17 Luna piena „ 7^h 1^m
23 Ultimo quarto „ 23^h 58^m
31 Luna nuova „ 9^h 14^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 34^m.

8 La Luna è in Apogeo alle 7^h
20 Id. Perigeo „ 3^h

Il Sole entra nel segno *Scorpione* il giorno 24 alle ore 9 min. 36.

Novembre 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
305	1	S	7 9	12 12 54,87	17 16	8 4	13 7,7	18 7	2
306	2	**D**	11	12 53,32	14	9 1	13 55,4	18 46	3
307	3	L	12	12 52,58	13	9 54	14 43,3	19 31	4
308	4	M	13	12 52,63	11	10 44	15 30,9	20 19	5
309	5	M	15	12 53,48	10	11 27	16 18,1	21 11	6
310	6	G	16	12 55,15	9	12 7	17 4,7	22 6	7
311	7	V	18	12 57,63	7	12 43	17 50,6	23 3	8
312	8	S	19	13 0,93	6	13 15	18 36,1	——	9
313	9	**D**	20	13 5,04	5	13 45	19 21,7	0 3	10
314	10	L	22	13 9,99	4	14 16	20 7,9	1 5	11
315	11	M	23	13 15,78	3	14 45	20 55,4	2 9	12
316	12	M	25	13 22,38	1	15 16	21 44,9	3 15	13
317	13	G	26	13 29,82	0	15 49	22 37,3	4 25	14
318	14	V	27	13 38,10	16 59	16 27	23 33,0	5 36	15
319	15	S	29	13 47,23	58	17 10	——	6 48	16
320	16	**D**	30	13 57,19	57	18 1	0 31,7	8 0	17
321	17	L	31	14 8,00	56	19 0	1 33,0	9 8	18
322	18	M	33	14 19,66	56	20 4	2 35,0	10 9	19
323	19	M	34	14 32,16	55	21 12	3 35,9	11 3	20
324	20	G	35	14 45,52	54	22 23	4 34,4	11 48	21
325	21	V	37	14 59,71	53	23 33	5 29,6	12 27	22
326	22	S	38	15 14,73	52	——	6 21,6	13 1	23
327	23	**D**	39	15 30,57	52	0 40	7 11,0	13 32	24
328	24	L	41	15 47,23	51	1 46	7 58,4	14 2	25
329	25	M	42	16 4,67	50	2 51	8 44,8	14 30	26
330	26	M	43	16 22,89	50	3 54	9 30,7	15 1	27
331	27	G	44	16 41,89	49	4 56	10 16,9	15 32	28
332	28	V	46	17 1,61	49	5 56	11 3,5	16 7	29
333	29	S	47	17 22,06	48	6 53	11 50,8	16 45	30
334	30	**D**	48	17 43,22	48	7 48	12 38,5	17 27	1

Fasi della Luna.

8 Primo quarto alle 13^h 30^m

15 Luna piena „ 18^h 6^m

22 Ultimo quarto „ 8^h 47^m

30 Luna nuova „ 3^h 4^m

Il giorno nel mese diminuisce di 1^h 9^m.

5 La Luna è in Apogeo alle 3^h

17 Id. Perigeo „ 4^h

Il Sole entra nel segno *Sagittario* il giorno 23 ad ore 6 min. 35.

Dicembre 1902.

GIORNO dell'Anno	del Mese	della Settimana	TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE — Il SOLE nasce	Il SOLE passa al meridiano	Il SOLE tramonta	La LUNA nasce	La LUNA passa al meridiano	La LUNA tramonta	Età della Luna
			h m	h m s	h m	h m	h m	h m	
335	1	L	7 49	12 18 5,05	16 47	8 39	13 26,3	18 13	2
336	2	M	50	18 27,53	47	9 25	14 13,8	19 3	3
337	3	M	51	18 50,65	47	10 7	15 0,6	19 57	4
338	4	G	52	19 15,37	46	10 43	15 46,6	20 54	5
339	5	V	53	19 38,66	46	11 17	16 32,7	21 53	6
340	6	S	55	20 3,51	46	11 47	17 16,4	22 53	7
341	7	**D**	56	20 28,88	46	12 16	18 1,1	23 53	8
342	8	L	57	20 54,74	46	12 45	18 46,5	——	9
343	9	M	58	21 21,08	46	13 13	19 33,4	0 57	10
344	10	M	59	21 47,85	46	13 44	20 22,6	2 2	11
345	11	G	59	22 15,04	46	14 19	21 15,0	3 10	12
346	12	V	8 0	22 42,62	46	14 58	22 11,2	4 21	13
347	13	S	1	23 10,55	46	15 44	23 11,0	5 33	14
348	14	**D**	2	23 38,81	46	16 39	——	6 44	15
349	15	L	3	24 7,38	46	17 42	0 13,4	7 50	16
350	16	M	3	24 36,22	46	18 51	1 16,8	8 50	17
351	17	M	4	25 5,27	47	20 3	2 18,9	9 41	18
352	18	G	5	25 34,64	47	21 16	3 18,2	10 24	19
353	19	V	5	26 4,16	47	22 27	4 13,8	11 1	20
354	20	S	6	26 33,83	48	23 36	5 6,1	11 35	21
355	21	**D**	6	27 3,65	48	——	5 55,6	12 6	22
356	22	L	7	27 33,56	49	0 43	6 43,1	12 34	23
357	23	M	7	28 3,53	49	1 47	7 29,4	13 5	24
358	24	M	8	28 33,53	50	2 49	8 15,4	13 35	25
359	25	G	8	29 3,51	50	3 50	9 1,6	14 8	26
360	26	V	9	29 33,45	51	4 48	9 58,2	14 45	27
361	27	S	9	30 3,30	51	5 44	10 35,4	15 26	28
362	28	**D**	9	30 33,05	52	6 36	11 23,0	16 10	29
363	29	L	9	31 2,62	53	7 23	12 10,6	16 59	30
364	30	M	9	31 31,99	54	8 6	12 57,8	17 52	1
365	31	M	9	32 1,14	55	8 45	13 44,2	18 48	2

Fasi della Luna.

8 Primo quarto alle $7^h\ 26^m$

15 Luna piena „ $4^h\ 47^m$

21 Ultimo quarto „ $21^h\ 0^m$

29 Luna nuova „ $22^h\ 25^m$

Il giorno nel mese diminuisce di $0^h\ 14^m$.

2 La Luna è in Apogeo alle 17^h
15 Id. Perigeo „ 15^h
29 Id. Apogeo „ 20^h

Il Sole entra nel segno *Capricorno* il giorno 22 alle ore 19 min. 36.

Effemeridi c
calcolate per l'orizzonte di Torino in tem

dal dr. VITTORIO BAL

GIORNO		Mercurio ☿			Venere ♀			Marte ♂		
		Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta
		h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h
Gennaio . . .	1	8 19	12 31	16 44	10 27	15 33	20 40	9 26	13 56	18
	11	8 41	13 3	17 26	9 54	15 15	20 37	9 10	13 50	18
	21	8 50	13 34	18 19	9 10	14 44	20 19	8 52	13 42	18
Febbraio . . .	1	8 39	13 54	19 10	8 12	13 54	19 36	8 28	13 31	18
	11	7 57	13 31	19 7	7 11	12 54	18 37	8 9	13 24	18
	21	6 51	12 17	17 42	6 15	11 52	17 29	7 47	13 14	18
Marzo	1	6 14	11 26	16 38	5 37	11 9	16 40	7 29	13 6	18
	11	5 53	10 59	16 5	5 5	10 30	15 55	7 7	12 56	18
	21	5 44	10 58	16 12	4 43	10 5	15 27	6 47	12 45	18
Aprile	1	5 37	11 10	16 44	4 25	9 49	15 13	6 14	12 30	18
	11	5 32	11 30	17 29	4 11	9 41	15 11	5 53	12 21	18
	21	5 29	11 59	18 31	3 56	9 37	15 19	5 30	12 10	18
Maggio . . .	1	5 30	12 38	19 49	3 45	9 35	15 25	5 6	11 59	18
	11	5 41	13 22	21 5	3 31	9 34	15 40	4 45	11 48	18
	21	5 59	13 56	21 53	3 17	9 35	15 54	4 24	11 38	18
Giugno . . .	1	6 11	14 4	21 57	3 1	9 37	16 13	4 3	11 27	18
	11	5 59	13 40	21 0	2 50	9 41	16 33	3 45	11 17	18
	21	5 18	12 46	20 13	2 39	9 46	16 54	3 28	11 7	18
Luglio	1	4 23	11 45	19 7	2 33	9 54	17 16	3 14	10 58	18
	11	3 43	11 11	18 39	2 31	10 3	17 35	3 1	10 48	18
	21	3 34	11 12	18 50	2 39	10 14	17 49	2 49	10 38	18
Agosto	1	4 12	11 50	19 27	2 46	10 27	18 8	2 39	10 27	18
	11	5 20	12 36	19 50	3 2	10 40	18 18	2 30	10 16	18
	21	6 26	13 11	19 54	3 22	10 51	18 19	2 23	10 5	17
Settembre . .	1	7 26	13 36	19 45	3 49	11 3	18 16	2 15	9 52	17
	11	8 11	13 49	19 25	4 15	11 12	18 8	2 9	9 39	17
	21	8 43	13 54	19 10	4 51	11 20	17 48	2 2	9 25	16
Ottobre . . .	1	8 49	13 48	18 47	5 9	11 27	17 44	1 55	9 10	16
	11	8 16	13 13	18 11	5 33	11 33	17 32	1 48	8 55	16
	21	6 37	11 59	17 23	6 0	11 40	17 21	1 42	8 39	15
Novembre . .	1	5 29	11 7	16 45	6 29	11 48	17 7	1 32	8 20	15
	11	5 48	11 10	16 31	6 56	11 57	16 57	1 21	8 1	14
	21	6 31	11 28	16 24	7 25	12 8	16 51	1 10	7 42	14
Dicembre . . .	1	7 17	11 52	16 26	7 52	12 20	16 49	0 58	7 22	13
	11	8 2	12 19	16 36	8 14	12 35	16 56	0 45	7 1	13
	21	8 39	12 49	16 59	8 34	12 51	17 8	0 29	6 39	12

ianeti principali
iedio dell' Europa centrale, per l'anno 1902.
stronomo aggiunto.

Giove ♃			Saturno ♄			Urano ♅			Nettuno ♆		
Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta	Nasce	Passa al meridiano	Tramonta
h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
8 54	13 21	17 48	8 38	13 5	17 32	6 32	10 58	15 20	16 6	23 46	7 30
8 23	12 52	17 21	8 4	12 31	16 58	6 0	10 22	14 44	15 25	23 5	6 50
7 52	12 23	17 54	7 29	11 57	16 25	5 23	9 45	14 7	14 45	22 25	6 9
7 16	11 50	16 24	7 50	11 19	15 48	4 42	9 4	13 26	14 1	21 41	5 25
6 44	11 20	15 56	6 14	10 44	15 14	4 5	8 26	12 47	13 21	21 1	4 45
6 11	10 50	15 29	5 39	10 9	14 39	3 27	7 48	12 9	12 41	20 21	4 5
5 46	10 26	15 6	5 10	9 41	14 12	2 56	7 17	11 38	12 9	19 49	3 33
5 12	9 55	14 38	4 34	9 6	13 38	2 18	6 39	11 0	11 30	19 10	2 54
4 39	9 24	14 9	3 58	8 30	13 2	1 39	6 0	10 21	10 50	18 30	2 14
4 1	8 49	13 37	3 16	7 49	12 22	0 56	5 17	9 38	10 8	17 48	1 31
3 27	8 16	13 5	2 38	7 12	11 46	0 16	4 37	8 58	9 29	17 9	0 53
2 51	7 42	12 33	2 0	6 34	11 8	23 29	3 57	8 18	8 50	16 30	0 14
2 15	7 8	12 1	1 21	5 56	10 31	22 48	3 17	7 38	8 12	15 52	23 32
1 38	6 32	11 26	0 43	5 17	9 41	22 11	2 36	6 57	7 34	15 14	22 54
1 1	5 55	10 49	0 2	4 37	9 11	21 30	1 55	6 16	6 56	14 36	22 16
0 19	5 14	10 9	23 13	3 52	8 26	20 45	1 10	5 31	6 14	13 54	21 34
23 36	4 35	9 20	22 33	3 11	7 44	20 4	0 29	4 51	5 37	13 17	20 57
22 56	3 54	8 48	21 52	2 29	7 2	19 22	23 44	4 10	4 59	12 39	20 19
22 14	3 12	8 5	21 10	1 47	6 19	18 41	23 3	3 29	4 18	11 58	19 38
21 33	2 30	7 22	20 29	1 5	5 36	18 0	22 22	2 48	3 44	11 24	19 4
20 51	1 46	6 36	19 48	0 23	4 53	17 20	21 42	2 8	3 6	10 46	18 26
20 5	0 57	5 45	19 2	23 32	4 5	16 34	20 57	1 24	2 24	10 4	17 44
19 21	0 13	4 59	18 21	22 50	3 23	15 54	20 17	0 44	1 46	9 26	17 6
18 40	23 24	4 12	17 40	22 8	2 41	15 14	19 37	0 5	1 8	8 48	16 28
17 53	22 36	4 23	16 55	21 23	1 55	14 31	18 54	23 17	0 26	8 6	15 46
17 11	21 53	2 39	16 15	20 42	1 13	13 52	18 15	22 38	23 43	7 27	15 7
16 30	21 11	1 57	15 35	20 2	0 34	13 14	17 37	22 0	23 4	6 48	14 28
15 50	20 31	1 16	14 56	19 23	23 50	12 36	16 58	21 20	22 25	6 9	13 49
15 11	19 52	0 37	14 17	18 44	23 11	11 58	16 20	20 42	21 46	5 30	13 10
14 32	19 14	23 56	13 39	18 6	22 33	11 21	15 43	20 5	21 6	4 50	12 30
13 51	18 34	23 17	12 57	17 25	21 53	10 32	14 54	19 16	20 24	4 7	11 47
13 15	17 59	22 43	12 21	16 49	21 17	10 3	14 25	18 47	19 43	3 27	11 7
12 40	17 25	22 10	11 44	16 13	20 42	9 27	13 48	18 9	19 3	2 46	10 26
12 4	16 52	21 40	11 7	15 37	20 7	8 50	13 11	17 32	18 22	2 6	9 46
11 30	16 20	21 10	10 32	15 2	19 32	8 13	12 34	16 55	17 42	1 26	9 6
10 55	15 48	20 41	9 56	14 27	18 58	7 37	11 58	16 19	17 1	0 45	8 25

L'Accademico Segretario: Enrico D'Ovidio.

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Adunanza del 23 Giugno 1901.

PRESIDENZA DEL SOCIO PROF. ALFONSO COSSA

PRESIDENTE DELL'ACCADEMIA

Sono presenti i Soci: Peyron, Vice Presidente dell'Accademia, Ferrero, Direttore della Classe, Rossi, Bollati di Saint Pierre, Graf, Cipolla, Brusa, Pizzi, Savio e Renier Segretario.

Approvasi l'atto verbale dell'adunanza antecedente, 9 giugno 1901.

Avendo il Socio Carle manifestato il desiderio d'essere esonerato dall'incarico avuto di commemorare il rimpianto Socio Cognetti de Martiis, il Presidente, col consenso unanime della Classe, incarica della commemorazione il Socio Chironi.

Il Presidente, quindi, comunica:

1°, il telegramma del Ministero della R. Casa in risposta a quello di felicitazione inviato dall'Accademia in occasione della nascita della Principessa Jolanda Margherita;

2°, l'elenco delle condoglianze pervenute all'Accademia per la morte del Socio Cognetti de Martiis;

3°, l'invito all'Accademia di farsi rappresentare al 23° Congresso dell'Associazione letteraria e artistica internazionale, che si terrà in Vevey (Svizzera) dal 7 al 13 agosto 1901.

Il Segretario segnala con soddisfazione l'importante cambio, che si è recentemente combinato, fra le nostre pubblicazioni

accademiche e quelle della Facoltà di Lettere di Bordeaux, ed accenna al particolare valore di queste pubblicazioni.

Tra i libri inviati in dono, il Presidente rileva due opuscoli del Socio corrispondente Vittorio Poggi: 1° *Miscellanea di storia e di archeologia,* Spezia, 1900; 2° *Catalogo descrittivo della Pinacoteca civica di Savona,* Savona, 1901.

Il Socio Rossi fa omaggio della 2ª edizione della sua *Grammatica egizia nelle tre scritture geroglifica, demotica e copta,* Torino, Paravia, 1901. — Il Vice Presidente Peyron esprime all'autore particolar riconoscenza per questo dono, di cui rileva l'importanza, essendo la nuova grammatica del Socio Rossi informata a tutti i più recenti progressi della scienza e contenendo, rispetto alla prima edizione, una parte interamente nuova, quella riguardante il demotico. — Il Direttore di Classe Ferrero, antico allievo del Socio Rossi, aggiunge parole di felicitazione e di ringraziamento, rilevando i vantaggi che da questa pubblicazione deriveranno alla scuola egittologica.

Il Socio Ferrero, Direttore della Classe, legge la commemorazione del rimpianto Socio Senatore Ariodante Fabretti, di cui la Presidenza dell'Accademia gli diede incarico. La commemorazione, accolta con gratitudine dalla Classe, di cui il Presidente si rende interprete ringraziando il Socio Ferrero, sarà inserita nelle *Memorie* accademiche.

Il Socio Renier legge la relazione, di cui ebbe incarico insieme col Socio Cipolla, sulla prima memoria del padre prof. Giuseppe Boffito intorno all'autenticità del trattato *De aqua et terra* assegnato a Dante. Questa prima memoria tratta *Della controversia intorno all'acqua ed alla terra prima e dopo di Dante.* La relazione, che è inserita negli *Atti*, è approvata a voti unanimi. — Letta la memoria, essa è con votazione segreta unanimamente accolta nelle *Memorie* accademiche.

Il Socio Cipolla presenta per gli *Atti* una nota del dr. Carlo Salsotto, *Per l'epistolario di Carlo Botta.*

Al Socio Brusa sta a cuore di scusare particolarmente la sua assenza nell'adunanza del 9 giugno, in cui fu comunicato il doloroso caso della morte del Socio Cognetti de Martiis. Gravi ragioni gli impedirono di assistere a quella seduta, come avrebbe desiderato, ed egli ne esprime ora il suo dispiacere.

Il Presidente riepiloga i lavori della Classe e gli avvenimenti principali occorsi durante l'anno accademico che ora si chiude, augurando felici le ferie a tutti i colleghi.

LETTURE

Per l'epistolario di Carlo Botta.

Nota del dott. CARLO SALSOTTO.

La bibliografia intorno alla vita di Carlo Botta non è molto ricca, e la vita dell'illustre storico piemontese presenta ancora varî punti oscuri. Oltre ad una larga esplorazione archivistica, bisognerebbe ricorrere per illustrarla ad una fonte importantissima che è l'epistolario, il quale ci svelerebbe la vita intima del Botta e il suo pensiero politico, e ci fornirebbe notizie sicure intorno alla composizione ed alla pubblicazione delle sue opere storiche, intorno alle fonti di cui egli si serviva, ed alle condizioni materiali ed intellettuali in cui le componeva, ci manifesterebbe chiaramente il concetto ch'egli aveva della storia, e ci porgerebbe dati sicuri riguardo ai suoi gusti letterari ed alle sue opinioni intorno alla lingua italiana. Ma l' epistolario del Botta non fu ancora raccolto. Molte lettere di lui furono pubblicate, è vero, in tempi diversi; ma molte di esse si trovano sparse in un numero troppo grande di libri, di riviste e di semplici giornali, oltre a quelle che sono in vere raccolte, per cui riescirebbe difficilissimo ad uno studioso il potersene servire. Da altra parte dobbiamo notare che ne esistono ancora molte inedite, le più finora ignote ad ogni studioso.

Di questo materiale edito e delle lettere inedite che ho potuto rintracciare io cercherò di dare notizia (1).

(1) Tale lavoro si proponeva già molti anni or sono il Prof. G. Flechia, come prova una sua lettera a Carlo Dionisotti, il biografo del Botta (Vedi autografo in miscellanea ms. segnata *Direzione, VE, piano 7°, N° 6*, in *Biblioteca Civica di Torino*).

Nell'accingermi alla ricerca dell'epistolario edito del Botta mi fu di grande giovamento la *Notizia bibliografica* premessa dal Pavesio alla sua raccolta di lettere del Botta (1), dove si trova un buon numero di notizie intorno alle lettere di lui, edite prima del 1875. Ma l'elenco non è completo; e d'altra parte negli anni seguenti vennero alla luce molte altre lettere.

Ecco quindi l'elenco delle raccolte finora fatte delle lettere del Botta e l'elenco delle lettere che ho rinvenute pubblicate sparsamente (2).

Lettere di Carlo Botta ad un suo amico intorno la lingua e lo stile ch'egli ha usato nella Storia della guerra dell'indipendenza degli Stati Uniti d'America. Milano, Ferrario, 1820 (in " Biblioteca Ambrosiana „ di Milano, *miscellanea* segnata S. N. u. IX. 55).

Sono due lettere, l'una del 20 novembre 1810 e l'altra del 30 marzo 1811: entrambe sono importanti, ma specialmente la

---

(1) Paolo Pavesio, *Lettere inedite di C. B.*, Faenza, Conti, 1875, pp. xxix-xli.

(2) È degno di nota che il Botta non permise mai che, lui vivente, si pubblicasse niuna raccolta delle sue lettere, per cui le poche, venute alla luce in varie occasioni prima della sua morte, non furono pubblicate con lo scopo di farne raccolta, ma quasi tutte in momenti in cui l'autore aveva interesse a pubblicarle. Il Pavesio (l. c.) trovò tale diniego del Botta in parecchie lettere inedite di lui; inoltre egli cita una lettera (Parigi, 26 aprile 1833) all'ab. Gallo (Viani, *Lettere di C. B.*, Torino, Magnaghi, 1841, pag. 18), nella quale il B. fra l'altro dice: *il permettere che si stampino le mie lettere in mio vivente sarebbe andare contro il mio dogma, non avendo mai voluto dare il mio assenso malgrado delle istanze fattemene da molti, affinchè si stampassero. Quando sarò morto, se da taluno sarà creduto che le mie baie sieno degne di vita, si potrà alzare il sipario.* La medesima dichiarazione io trovai in una lettera a Stanislao Marchisio (Parigi, 2 giugno 1825) che si trova fra le molte inedite, di cui darò notizie in seguito. Però si noti che il Botta stesso lavorava a preparare ai posteri questa raccolta.

Il Pavesio dice infatti di aver tratte quelle del suo volume da un ms., specie di copia-lettere, che in parte è di mano del Botta. Ma una testimonianza esplicita dello storico io ho trovata in una lettera inedita al Marchisio (Parigi, 28 gennaio 1831), nella quale il Botta autorizzava il Marchisio a farsi consegnare dagli eredi del Grassi, che era morto da poco e gli era stato amicissimo, le lettere da lui scrittegli, perchè il Marchisio le serbasse per poi pubblicarle, dopo la sua morte, insieme con quelle scritte a lui medesimo.

prima, perchè in essa il B. parla più estesamente dello stato della lingua italiana a' suoi tempi, e dei rimedî ch'egli riteneva necessarî per giovare ad essa. Secondo il Dionisotti (1) tali lettere sarebbero state pubblicate in fine al quarto ed ultimo volume della Storia Americana, nell' edizione appunto di Milano, del Ferrario, nel 1819. Ma varie copie di tale edizione, da me consultate, non le contengono. La cosa può però facilmente spiegarsi, pensando che il Dionisotti probabilmente ebbe fra le mani una copia a cui erano state aggiunte le poche pagine suddette, che sono appunto del medesimo editore, e di formato identico a quello della storia.

Journal des Débats. — 1° ottobre 1824.

Vi è una lettera in cui lo storico si difende da accuse mossegli intorno alla composizione della Storia d'Italia dal 1789 al 1814. Ne trovai notizia in: Trinchera, *Lettere inedite e rare di C. B.*, Vercelli, Guglielmoni, 1858, p. 51.

Le Moniteur universel, n° 78. — 19 mars 1825.

Contiene una lettera del Botta al redattore in capo del giornale (Parigi, 16 marzo 1825) per respingere l'accusa di calunniatore, mossagli nello stesso giornale dai figli del conte Castellengo, nominato nella Storia d'Italia dal 1789 al 1814.

Osservazioni e giudizî sulla Storia d'Italia di Carlo Botta. Modena, Vincenzi e C., 1825.

È una raccolta di scritti intorno alla storia del B., pubblicati in diversi periodici italiani, e uscita a puntate negli anni 1825-26; in fine al volume si trovano due lettere del B., l'una del 13 gennaio 1826, e l'altra del 24 febbraio dello stesso anno; nella prima, lunghissima, egli si difende dall'accusa di infedeltà storica mossagli dal conte Paradisi e dal marchese Lucchesini; la seconda, più breve, fu scritta per autorizzare la pubblicazione della prima. Esse furono ristampate in:

---

(1) Carlo Dionisotti, *Vita di C. B.*, Torino, Favale e C., 1867, pag. 147.

Storia dei popoli italiani di Carlo Botta, tradotta dall'originale francese in italiano da un accademico corrispondente della Crusca. Tomo quinto -- a cui si è aggiunto un *opuscolo dell'Autore sul carattere degli storici italiani*, e la sua *risposta a Paradisi e Lucchesini*. Pisa, Nistri e Capurro, 1827.

Le medesime ricomparvero più tardi nella raccolta del Viani (Viani, *Lettere di C. B.* Torino, Magnaghi, 1841, p. 159 e segg.), dove la censura soppresse un punto della prima, e poi in: Dionisotti, *Scritti minori di C. B.* Biella, Amosso, 1860, p. 113 e segg.

Antologia - 1826. Fir., Pezzati, 1826. Tomo XXI, nº 62, pp. 144-46, e Tomo XXII, nº 64, pp. 73-81.

Nel primo di questi due fascicoli si trovano due lettere, l'una del 16, e l'altra del 26 gennaio 1826, scritte entrambe al Conte Tommaso Littardi, il quale si era assunto l'incarico di raccogliere la sottoscrizione per la continuazione del Guicciardini, e riguardano appunto le condizioni della sottoscrizione. L'altro fascicolo contiene una lettera del 19 settembre 1816 all'Abate Ludovico di Breme; essa è importantissima, perchè tratta estesamente della dottrina dei romantici, e mostra l'avversione del Botta a tale scuola.

Antidoto pei giovani studiosi contro le novità in opera di lingua italiana scritto da Antonio Cesari dell'Oratorio. Forlì, presso Matteo Casali, 1829, pp. xxvi-37.

In una specie di prefazione a quest'opera postuma del Cesari il Manuzzi inserì una lettera che il Botta dirigeva al Cesari stesso (Parigi, 26 settembre 1813), per ringraziarlo del dialogo *Le Grazie* inviatogli, e per mostrargli la propria ammirazione. Il Pavesio (op. cit., p. xxxiv) citò questa edizione con la data del 1828, perchè o egli non la vide direttamente, o essa uscì sulla fine di tale anno ma con la data di quello seguente.

Il Camillo o Veio conquistata di Carlo Botta. 2ª ed. corretta ed arricchita di note dell'autore, con gli argomenti a ciascun canto del Prof. C. Baggiolini. Torino, Pomba, 1833.

Contiene due lettere del Botta (Parigi, 4 e 28 gennaio 1833) all'Ab. Don Giuseppe Gallo che aveva curata questa edizione del poema.

Queste sono le sole undici lettere del Botta, edite lui vivente, che siano venute a mia cognizione. Io credo che non se ne sia pubblicata alcun'altra, appunto per quella riluttanza con la quale egli si oppose sempre a che venissero stampate. E non può dirsi che esse contraddicano al " *dogma* „ del Botta, perchè riguardano per lo più questioni urgenti e dovevano pubblicarsi subito, e talune poi furono da lui stesso dirette a giornali. Solo quella all'Ab. L. di Breme (Parigi, 19 settembre 1816), pubblicata nell'*Antologia* di Firenze (aprile 1826), potrebbe dar luogo a discussione, perchè il Botta in una lettera inedita a Giuseppe Grassi (Parigi, 15 ottobre 1828) si rammarica con lui che una propria lettera contro i romantici sia divenuta pubblica. Si può pensare quindi che questa sola lettera sia stata edita suo malgrado.

Subito dopo la morte del Botta in:

L'Annotatore Piemontese, ossia giornale della lingua e letteratura italiana. Vol. VI, p. 357 (anno 1837)

veniva pubblicata una lettera di lui a Stanislao Marchisio (Parigi, 14 maggio 1826), piena di elevati e delicati pensieri verso la città di Torino, e di espressioni di gratitudine verso i molti Torinesi sottoscrittori per la continuazione del Guicciardini. Essa è preceduta da una lettera del Marchisio, il quale dichiara di pubblicare quella del Botta per aderire al desiderio da lui espressovi, ch'essa fosse pubblicata dopo la sua morte in segno di riconoscenza verso i sottoscrittori Torinesi. La medesima lettera del B. fu ristampata nella raccolta del Viani (p. 119) ma con la data 14 maggio 1832, e in Dionisotti, *Vita di C. B.* (p. 189) con la data esatta (14 maggio 1826), come mostra l'autografo, che si conserva nella Biblioteca di S. M. in Torino.

Cominciano poi tosto a farsi le vere raccolte:

[Viani Prospero]. *Lettere di Carlo Botta.* Torino, Magnaghi, 1841, pp. xix-192.

Contiene 96 lettere del Botta, degli anni 1794-1837, non disposte cronologicamente, ma rispetto alle persone a cui furono scritte. Cinque di esse erano già edite: due nelle *Osservazioni e giudizi*, ecc. cit., altre due nell'edizione torinese del *Camillo* cit.,

e la quinta nell'*Annotatore Piemontese*, ora cit. Le lettere pubblicate per la prima volta in tale raccolta sono quindi 91.

Ecco il numero delle lettere di ciascun anno in ordine cronologico:

1794: 1 — 1812: 2 — 1813: 1 — 1817: 2 — 1821: 1 — 1825: 2 — 1826: 3 — 1827: 2 — 1828: 4 — 1829: 1 — 1830: 4 — 1831: 6 — 1832: 10 — 1833: 14 — 1834: 16 — 1835: 4 — 1836: 13 — 1837: 4 — Senza data certa: 1 — Totale: 91.

Di queste lettere sei non hanno indicazione certa di data. Esse sono:

La 60ª, che fu ristampata da Nicomede Bianchi (*Rivista Contemporanea*, vol. 28°, anno 1862, p. 335) con la data *30 agosto 1831;*

La 77ª, che da altre lettere della stessa raccolta appare essere probabilmente del principio del 1836, al quale anno noi l'abbiamo ascritta;

La 79ª, che per le stesse ragioni può ascriversi al 1836;

La 86ª, la quale, poichè contiene la traduzione dell'epitaffio per il Marchese di S. Tommaso, morto nel 1834, può ritenersi di tale anno;

La 91ª, che può considerarsi della fine del 1833, o per lo meno non anteriore a tale anno, perchè parla dell'edizione torinese del *Camillo*. Noi l'abbiamo unita a quelle del 1833;

La 94ª infine, che è un frammento di lettera intorno a qualche parola nuova introdottasi nella lingua italiana, e che non porge argomenti atti a stabilirne l'anno della data.

Questa raccolta fu fatta con uno scopo letterario, come si scorge dalla prefazione stessa. Molte delle lettere contenutevi si aggirano intorno ad argomenti letterari, come quella notevolissima al Cibrario (Parigi, 17 novembre 1826) intorno alla *Storia delle repubbliche italiane* del Sismondi, le undici lettere degli anni 1831-36 al conte Nomis di Cossilla, archivista e consigliere di S. M. a Torino, che si aggirano intorno a questioni letterarie, linguistiche e storiche, e dalle quali si rilevano le sollecitazioni fatte al Botta perchè nella sua storia inserisse la notizia che la Casa di Savoia ebbe origine italiana, notizia ch'egli non volle accogliere, dicendo che non gliene venivano fornite prove sufficienti, e come ancora parecchie lettere del 1833 all'Ab. Giuseppe Gallo intorno alla nuova edizione del *Camillo*.

In generale poi le lettere di questa raccolta hanno un carattere intimo e famigliare, che si nota specialmente in quelle scritte all'Ab. Gallo (1825-34), e in quelle più numerose al Dottor G. Giordano a Torino (1827-37).

Lettere d'illustri italiani del secolo XVIII e XIX ai loro amici. Reggio-Emilia, Torreggiani e C., 1841-43, voll. 10.

Quelle del Botta sono quattro; tre nel vol. 1°, che si trovano pure nella raccolta del Viani (6 aprile 1813, al Rosini a Pisa; 29 marzo 1833 all'Ab. Gallo; e maggio 1836 al Cibrario), ed una nel vol. 4°, scritta al barone Vincenzo Mortillaro a Palermo (Parigi, 8 dicembre 1832).

Viaggio intorno al globo, principalmente alla California ed alle isole Sandwich negli anni 1826, 1827, 1828, 1829 di A. Duhaut-Cilly, capitano di lungo corso, cav. della Legion d'onore, ecc., con l'aggiunta delle osservazioni sugli abitanti di quei paesi, di Paolo Emilio Botta. *Traduzione dal francese nell' italiano di* Carlo Botta. Voll. 2. Torino, Fontana, 1841.

Vi si trovano due lettere del Botta, entrambe del marzo 1837, di cui la prima è come una dedica dell'opera al figlio Scipione, e la 2ª è diretta al marchese Roberto d'Azeglio, che sollecitò poi il Re Carlo Alberto a provvedere alla stampa dell'opera.

[Paravia Pier Alessandro]. *Lettere di Pietro Metastasio e di Carlo Botta* (nozze Treves di Bonfil-Todros). Venezia, Antonelli, 1844.

Sono dieci lettere dello storico, tutte scritte nel triennio 1818-20 da Rouen al Prof. Antonio Maria Robiola, il quale, d'accordo col B., aveva allora intrapresa a Milano la ristampa della *Storia della guerra dell'indipendenza degli Stati Uniti d'America*. Quasi tutte queste lettere quindi si aggirano intorno agli emendamenti da farsi rispetto alla lingua nella nuova edizione dell'opera. Le medesime furono poi comprese tutte nella raccolta del Trinchera (*Lettere inedite e rare di C. B.*, Vercelli, Guglielmoni, 1858).

Lettere inedite d'illustri italiani. Foligno, Campitelli, 1845.

Le lettere del B. sono due sole, dirette al conte Giovanni Marchetti. Ne ebbi notizia in: *Bibliografia italiana*, nuova serie, anno II. Milano, Stella, 1846. Quivi è detto che le medesime erano già state inserite nella raccolta del Viani, dove infatti (pp. 94-95) si trovano due lettere del 1828 e 1830, dirette al conte G. Marchetti a Bologna, per ringraziarlo di due volumi di suoi versi inviatigli.

[Milanesi Carlo]. *Lettere inedite di Carlo Botta a G. W. Greene, console generale degli Stati Uniti presso la Santa Sede, con alcuni cenni biografici intorno al Botta, scritti dal Greene medesimo.* In: *Archivio storico italiano.* Nuova serie, tomo 1°, parte 2ª, pp. 57-73. Firenze, 1855.

Sono 11 lettere degli anni 1834-37 (1834: 1 lettera; 1835: 2; 1836: 6; 1837: 2), che contengono notizie intorno alla vita del nostro storico, notizie ch'egli stesso comunicava al Greene, il quale raccoglieva i dati per una biografia di lui. In parecchie di esse poi il Botta parla dei proprî gusti musicali.

[Gussalli Antonio]. *Epistolario di Pietro Giordani.* Milano, Borroni e Scotti, 1855, voll. 7.

È inserta una lettera (Parigi, 28 agosto 1816) al Cav. Maggi, governatore di Piacenza, in cui il Botta fa un elogio del Giordani (vol. 5°, p. 364, nota) (1).

[C. D.]. *Lettere di Carlo Botta* (nozze Tarchetti-Perla). Vercelli, De Gaudenzi, 1856, pp. 10.

Sono quattro sole, scritte al Dott. Rizzetti di Torino. Tre sono degli anni 1798, 1808 e 1809; ed una, la seconda, ha la sola data: Paris, 7 février. In quella del 1809 (Parigi, 19 agosto) il Botta si rammarica delle pressioni fatte da qualche suo nemico, perchè il suo nome fosse cancellato dall'elenco dei membri ordinarî dell'Accademia delle Scienze di Torino.

---

(1) L'autografo di questa lettera si trova nella Biblioteca Braidense di Milano (FA. XIII. 4-5. vetrina E).

[Trinchera Francesco]. *Lettere inedite e rare di Carlo Botta*, con appendice. Pubblicazione del *Paese*, giornale della città e divisione di Vercelli. Vercelli, Guglielmoni, 1858.

Contiene 34 lettere degli anni 1796-1835, disposte in ordine cronologico. Diciannove di esse si trovano già in pubblicazioni precedenti; esse sono: le 4 dell'opuscolo precedente, le 10 della raccolta del Paravia, quella del *Journal des Débats* del 1824, le tre dell'*Antologia* del 1826, e quella del *Moniteur Universel*, del 1825. Quindici erano ancora inedite: 1796: 1 — 1800: 2 — 1808: 2 — 1817: 1 — 1824: 1 — 1831: 1 — 1832: 1 — 1833: 1 — 1834: 1 — 1835: 3.

La lettera rimanente, scritta, come altre due, ad A. F. Rossi a Borghetto, non ha la data, ma può facilmente ritenersi della fine del 1810 o del principio del 1811, perchè nel P. S. di essa il Botta dice che la Storia Americana (pubblicata sulla fine del 1809) era uscita alla luce da più di un anno. E il Trinchera stesso colloca questa lettera dopo quelle del 1809 al dott. Rizzetti.

Non è facile ridurre ad unità o a gruppi gli argomenti trattati in queste lettere, che sono i più svariati.

[Dionisotti Carlo]. *Scritti minori di Carlo Botta*. Biella, Amosso, 1860.

Vi si trovano parecchie lettere e brani di lettere, già edite però tutte nelle raccolte del Viani (*Lettere di C. B.*), del Milanesi (*Arch. st. it.*, n. s., tomo 1°, pp. 57-93) e del Ferrario (*Lettere di C. B.*, Milano, Ferrario, 1820).

Cibrario Luigi. *Lettere inedite di santi, papi, principi, illustri guerrieri e letterati*. Torino, Eredi Botta, 1861.

Reca una lettera del Botta (Parigi, 20 dicembre 1829) all'avv. Luigi Colla a Torino, intorno ai proprî gusti musicali.

Riccomanni Cesare. *Miscellanea letteraria* (nozze Riccomanni-Landi). Torino, Vercellino, 1861.

Vi si trova la più antica lettera del Botta, che io abbia rinvenuta fra quelle edite ed inedite (Torino, 20 aprile 1793), nella quale il giovane repubblicano parla con una certa animazione dei fatti della Francia in quel torno di tempo.

Bianchi Nicomede. *Carlo Botta e Carlo Alberto. Lettere inedite.* In: *Rivista contemporanea*, vol. 28°, anno 10°. Torino, Unione tip. ed., 1862.

Sono otto lettere degli anni 1824-37, delle quali però una (30 agosto 1831, al conte Nomis di Cossilla) si trova già nella raccolta del Viani (p. 97). Le inedite erano quindi sette, cioè: una per ciascuno degli anni 1824, 1825, 1826, 1832, 1837, e 2 per il 1831 (1).

Queste lettere riguardano i favori di Carlo Alberto, Principe e poi Re, verso lo storico. Le prime tre si riferiscono alla pensione annua di lire mille, somministratagli segretamente dal Principe per tre anni, e ad altra pensione e ad altri favori del Re si riferiscono le altre.

Le tre prime e quella del 29 giugno 1831 a Carlo Alberto furono ripubblicate dal Bianchi stesso in *Curiosità e ricerche di storia subalpina*, vol 2°, p. 95 e segg. Torino, Bocca, 1876.

[Ferrato Pietro]. *Lettere di celebri scrittori moderni non mai stampate. — I. Pindemonte, P. Giordani, L. Carrer, C. Botta.* Adria, Vianello, 1864.

Contiene una lettera del Botta (Parigi, 24 giugno 1829) al Conte Tommaso Soranzo, veneziano, nella quale lo storico mostra, come in molti altri luoghi, un affetto vivissimo per Venezia, e si scaglia contro i suoi detrattori e specialmente contro Napoleone, che ebbe la parte principale nella sua caduta.

Campori Giuseppe. *Dodici lettere di Carlo Botta.* Bologna, Romagnoli, 1867.

Esse appartengono agli anni 1804-1831, una per ciascuno degli anni 1804, 1816, 1826, 1827, 1832; 2 per il 1828 e 1830, e 3 per il 1829 (2).

---

(1) L'autografo di una lettera del 1831, al Conte Della Torre, Ministro degli Esteri a Torino (Parigi, 25 Dicembre), si trova nel R° Archivio di Stato di Torino.

(2) Della lettera 21 maggio 1828 trovai l'autografo nella collezione lasciata dal Cav. Damiano Muoni, già Archivista nel R° Archivio di Stato di Milano, e che è tuttora conservata dalla sua famiglia. Io debbo render grazie al figlio di lui, Guido, che gentilmente mise a mia disposizione questa ed altre tre lettere, pure autografe, del Botta, cioè quanto del nostro storico si trova nella collezione del suo defunto padre.

Le ultime dieci, scritte da Parigi ad Antonio Disperati di Livorno, che fu tra i sottoscrittori per la continuazione del Guicciardini, e che si era adoperato per trovare altri sottoscrittori in Toscana, si aggirano tutte intorno alla composizione della Storia, di cui ogni lettera annunzia il compimento di un volume. In alcune poi si scorgono le relazioni che il Botta ebbe, per intermezzo del Disperati, col principe di Canosa, ex-ministro di polizia napoletana, che gli offriva notizie intorno ai casi di Napoli da aggiungere alla Storia d'Italia dal 1789 al 1814, e per i tempi posteriori.

Dionisotti Carlo. *Vita di Carlo Botta.* Torino, Favale e C., 1867.

L'A. trasse profitto naturalmente dalle lettere edite; a quelle ne aggiunse 12 non ancora pubblicate fino allora, appartenenti agli anni 1795-1832, e che trattano argomenti svariati, e si riferiscono per lo più a casi particolari della vita del Botta. Fra le altre è importante un brano di lettera del 1814, in cui egli riconosce i mutamenti del proprio pensiero politico. Se ne hanno una per ciascuno degli anni 1795, 1797, 1814, 1824, 1832; 2 per gli anni 1800, 1802, e 3 per il 1799.

Bisogna notare che il Dionisotti non riporta quasi mai per intero le lettere che riferisce, nè ci dice donde traesse le inedite che presenta. Di queste 12 solo 3 sono complete.

Il Propugnatore, studî filologici, storici e bibliografici. Vol. I, p. 364 e segg. Bologna, Romagnoli, 1868.

Contiene una lettera del Botta (Knutwiel, Lucerna, 28 febbraio 1796), scritta probabilmente all' amico Luigi Rigoletti a Torino, nella quale il povero esule ricorda con tenerezza gli anni passati a Torino con gli amici. Essa fu riprodotta in: Pavesio, *Lett. in. di C. B.* Faenza, Conti, 1875, p. 189 e segg., e Dionisotti, *C. B. a Corfù, scritti ined.* Torino, Favale, 1875, p. 70 e segg.

Lettere di Carlo Botta al conte Tommaso Littardi. Genova, Tip. del R° Istituto dei Sordo-Muti, 1873.

Contiene 78 lettere degli anni 1817-37, di cui una (Parigi, 16 gennaio 1826) già edita nell'*Antologia* di Firenze (febbr. 1826), e riprodotta nella raccolta del Trinchera (pp. 58-60). Le ine-

dite sono 77, così distribuite: 1817: 1 — 1818: 3 — 1819: 4 — 1820: 5 — 1821: 1 — 1822: 4 — 1823: 7 — 1824: 5 — 1825: 7 — 1826: 11 — 1827: 6 — 1828: 2 — 1829: 2 — 1830: 1 — 1831: 3 — 1832: 5 — 1833: 6 — 1834: 1 — 1835: 1 — 1837: 2.

L'importanza di tali lettere è grandissima, perchè esse, come dice il Pavesio, " oltre al farci conoscere quali fossero i " casi della vita del Botta in quegli anni, in certa guisa ci fanno " assistere alla genesi delle due storie d' Italia, specialmente " della prima, quella dal 1789 al 1814, mostrandoci con quale " animo l' autore vi si accingesse, come sentisse e giudicasse " della sostanza e critica del racconto, e come della forma e della " lingua usata „ (1). È noto infatti che il Conte Littardi appunto promosse la sottoscrizione per la continuazione del Guicciardini. Due lettere di questa raccolta però non sono scritte al Littardi, ma al Conte Corvetto, suo congiunto, che fu ministro delle Finanze del Regno di Francia dal 1815 al 1818. Esse sono l'8ª e la 10ª, nelle quali il Botta parla pure della storia, oltre ad accennare a casi particolari della propria vita in quegli anni 1819 e 1820, ai quali esse appartengono.

È da notarsi poi che in tale raccolta non si trovano tutte le lettere scritte dal Botta al Littardi, ma solo una " *eletta parte* „ di esse, come si scorge dall'avvertenza premessavi (2).

Il Baretti, giornale scolastico-letterario, diretto dal Dott. G. S. Perosino. Anno VI, nº 41 (24 settembre 1874) e nⁱ 42-43 (8 ottobre 1874).

Due lettere del Botta all'Ab. Gays, arciprete di S. Giorgio Canavese (Parigi, 15 marzo 1809, e 6 aprile 1822) si trovano l'una nel primo e l'altra nel secondo di questi due numeri del giornale, e parlano entrambe di sventure domestiche dello storico. Il secondo numero poi reca una lettera (Parigi, 13 marzo 1833) al Bianchi-Giovini di Capolago, già pubblicata dal Viani (pag. 140).

Altre lettere poi comparvero nel *Baretti* nel 1877, come vedremo.

---

(1) Pavesio, *Lettere inedite di C. B.*, pag. xxxvi.
(2) Pag. 6.

PAVESIO PAOLO. *Carlo Botta e le sue opere storiche, con appendice di lettere inedite.* In: *Rivista Europea.* Firenze, 1874.

Vi si trovano 15 lettere del Botta, dal 1798 al 1823, ricche di notizie particolari sulla sua vita: 1798: 1 — 1799: 7 — 1815: 3 — 1816: 1 — 1817: 2 — 1823: 1.

Quelle dell'anno 1799, scritte quasi tutte dalla Francia, dove egli si trovava fuoruscito, durante l'occupazione austro-russa del Piemonte, hanno una speciale importanza per la storia di quel tempo, e di più portano una luce nuova nella biografia del Botta, perchè fino allora erano rarissime le lettere edite, che si riferissero ai primi anni della vita di lui.

PAVESIO PAOLO. *Lettere inedite di Carlo Botta.* Faenza, Conti, 1875.

La raccolta comprende 134 lettere del Botta, tra cui quella (Knutwiel, 28 febbraio 1796) pubblicata già nel *Propugnatore* di Bologna nel 1868 (vol. 1°, p. 364), due altre (Corfù, 25 novembre 1797, e Parigi, 7 agosto 1799) edite già in: DIONISOTTI, *Vita di C. B.*, pp. 57 e 85 (1), e sette di quelle già edite l'anno prima dal Pavesio stesso, cioè quella del 1798 (28 settembre) e sei di quelle del 1799 (27 giugno, 1° luglio, 16 agosto, 10 ottobre, 16 ottobre, 1° novembre).

Ma, oltre alle lettere della raccolta propriamente detta, si trovano, nella *Notizia biografica* e nella *Notizia bibliografica* premessevi, tre brani di lettere diverse, pure inedite, che hanno rispettivamente la data: Parigi, 25 ottobre 1812 (pag. XXIV), 17 ottobre 1816 (pag. XXV) e 21 giugno 1817 (pag. XXIX).

Le lettere inedite contenute in questo volume sono dunque 127, così distribuite: 1796: 2 — 1797: 15 — 1798: 60 — 1799: 47, e inoltre una per ciascuno degli anni 1812, 1816, 1817.

Questa raccolta è importantissima, perchè tali lettere, numerose per certi anni, si aggirano spesso intorno agli avvenimenti di quel tempo, e mostrano quanto il Botta vi pigliasse parte, e come ne giudicasse, e giovano anche alla storia, specialmente per ciò che riguarda i Piemontesi rifugiati in Francia durante l'occupazione austro-russa della loro patria, e le loro

(1) Di quest'ultima nel Dionisotti si ha solo un brano con la data: 2 agosto 1799.

relazioni con la Francia stessa, che li trattava in modo ben diverso da quello usato verso i Cisalpini.

È da notarsi ancora che 20 di queste lettere videro contemporaneamente la luce nella raccolta del Dionisotti, che citerò subito dopo questa. Esse portano la data: Padova, 19 luglio, 21 agosto, 28 agosto, 29 agosto; Corfù, 25 novembre, 11 dicembre 1797, 2 gennaio (sono due), 3 gennaio, 4 gennaio (al Balbis a Milano), 6 gennaio, 8 gennaio, 30 gennaio, 12 febbraio (due), 13 febbraio e 11 marzo 1798; una poi ha la sola data: Milano, anno 7, e può ritenersi dei primi di novembre 1798; infine: Sondrio, 24 novembre e 27 novembre 1798 (al Prof. Perendoli a Pavia), oltre a quella già dal Pavesio tolta dal *Propugnatore* del 1868 (Knutwiel, 28 febbraio 1796).

Dionisotti Carlo. *Carlo Botta a Corfù, scritti inediti.* Torino, Favale e C., 1875.

Vi si trovano 50 lettere del Botta, delle quali 14 nel testo della raccolta, e le altre 36 sparse nelle note copiosissime. Esse appartengono agli anni 1796-1834. Abbiamo visto che nella raccolta precedente si trovano 21 lettere riprodotte in questa dal Dionisotti. Fra di esse sono comprese le 14 suddette, di cui 13 scritte da Corfù e l'ultima da Milano. Rimangono adunque 29 lettere da registrare, una per ciascuno degli anni 1796, 1801, 1802, 1805, 1832, 1834; 2 per il 1815; 3 per il 1833; 8 per il 1800 e 10 per il 1799.

Queste lettere riguardano specialmente la biografia del Botta. Quelle degli anni 1799 e 1800, che sono le più numerose, sono del tempo dell'esilio in Francia durante l'occupazione austro-russa del Piemonte; le prime (1799) sono importanti perchè parlano spesso delle condizioni del B. e degli altri fuorusciti piemontesi, ne rispecchiano il pensiero politico, e, unite a quelle delle due raccolte precedenti, chiariscono questo punto importante dell'emigrazione in Francia. Le seconde (1800) riguardano più strettamente il B. perchè si aggirano per lo più intorno al matrimonio da lui contratto allora a Chambéry; anche in esse però si trovano accenni al pensiero politico. Le lettere degli anni successivi poi si riferiscono in generale ad interessi privati.

Bisogna notare infine che anche qui il Dionisotti spesso non dà che brani di lettere, e non indica mai donde traesse le inedite.

BIANCHI NICOMEDE. *La verità trovata e documentata sull'arresto e prigionia di Carlo Botta verso la fine del sec. XVIII, e le sue relazioni con Carlo Alberto Principe di Carignano, poi Re di Sardegna. Documenti inediti:* In: *Curiosità e ricerche di Storia Subalpina*, pubblicate da una Società di studiosi di patrie memorie. Vol. II, p. 95 e segg. Torino, Bocca, 1876.

Contiene 9 lettere del B. dal 1796 al 1832, delle quali 5 inedite, una per ciascuno degli anni 1796, 1812, '16, '31, '32. Le altre quattro erano già state pubblicate dal Bianchi stesso, come abbiamo veduto, in *Rivista Contemporanea*, anno X, vol. 28°, e spettano rispettivamente agli anni 1824, '25, '26, '31.

Il Baretti, giornale ecc. (citato). Anno IX, n° 17 (5 aprile 1877).

Reca due lettere del Botta al barone Antonio Manno, l'una del 23 aprile 1836, già edita nella raccolta del Viani (p. 43), l'altra inedita del 29 ottobre dello stesso anno, breve e commendatizia.

MANNO ANTONIO. *Lettere di Carlo Botta a Giambattista Balbis.* In: *L'Augurio.* Strenna per il capo d'anno 1878. Torino, Eredi Botta, 1878.

Sono tre lettere, di cui due del 1824 ed una del 1825, contenenti calde espressioni di amicizia, e piene di vivacità. La 2ª di esse parla anche di un sussidio di 200 lire, procurato dal Balbis allo storico, e delle cinque edizioni italiane della *Storia d'Italia dal 1789 al 1814,* fattesi tosto in Italia dopo l'edizione di Parigi. Il Manno stesso dice di aver tralasciate in esse " *certe frasèrelle scherzevoli* ".

A queste, pubblicate dal Manno, un altro studioso ne aggiunse altre 4, scritte da Corfù nei primi giorni del 1798, ma pubblicate già dal Pavesio (*Lettere inedite di C. B.*, pp. 38, 41, 47, 50) e contemporaneamente dal Dionisotti (*Carlo Botta a Corfù, scritti ined.*, pp. 45, 48, 52, 55). Nelle poche pagine poi che precedono le lettere si trovano 28 brani staccati, consistenti talora in una sola espressione, di lettere pure inedite, e dirette tutte al Balbis. Appartengono agli anni 1823-30, cioè: 1823: 2; 1824: 7; 1825: 8; 1827: 5; 1828: 1; 1829: 4; 1830: 1, e trattano argomenti svariati. Il Manno dice di aver tolte tutte queste

lettere dello storico da una raccolta di lettere del Botta e di altri al Balbis, fornitagli dal cav. Vincenzo Promis.

Berti Domenico. *Lettere di C. Botta, G. B. Niccolini e G. Leopardi a G. Grassi.* In: *Atti della R. Accademia della Crusca.* Adunanza pubblica del 16 di settembre 1878. Firenze, Cellini, 1879.

Il Berti pubblicò tali lettere come *appendice* alla sua *lezione* sopra " *I Piemontesi e la Crusca* ". Le lettere del B. sono 4, una del 1828 e le altre del 1829: tutte riguardano le opinioni di lui intorno alla lingua italiana. Il Berti stesso dice di averle tolte da una raccolta della Biblioteca di Sua Maestà in Torino, contenente 54 lettere del Botta al Grassi.

Manno Antonio. *Spicilegio nel regno di Carlo Alberto.* In: *Curiosità e ricerche,* ecc. Vol. III, pp. 205-6. Torino, Bocca, 1879.

La prima parte di questo lavoro contiene una lettera del Botta al Re Carlo Alberto (21 dicembre 1831) per ringraziare la M. del Re delle insegne mandategli del nuovo ordine per il Merito Civile di Savoia. Nel medesimo volume trovasi il facsimile della lettera.

Carraresi Alessandro. *Lettere di Gino Capponi e di altri a lui.* Firenze, Successori Le Monnier, 1882, voll. 6.

Nel vol. 1° si trovano due lettere del B. al Capponi, l'una del 1827 (pp. 211-13) e l'altra del 1828 (pp. 262-63), entrambe per ringraziarlo di notizie mandategli per la storia che stava scrivendo e della promessa fattagli di mandargliene altre, quindi per chiedergli parecchie notizie sopra la storia di Firenze, e in fine per pregarlo di salutare il Giordani, esortandolo a scrivere.

Manno Antonio. *Una scorsa nel mio portafogli. Notizie e carte sparse sopra i monumenti torinesi, il Re Carlo Alberto, Carlo Botta ed altri illustri.* In: *Curiosità,* ecc. Vol. V, pag. 242 e segg. Torino, Bocca, 1883.

Le lettere inedite del Botta qui contenute sono 9 dal 1832 al 1837; cioè due per gli anni 1832, 1833, 1834, 1837, ed una per il 1836.

Oltre ad esse si trova pure quella del 1831 al Re Carlo Alberto, già pubblicata due volte dal Bianchi, e ripubblicata qui dal Manno per darne la lezione esatta, mutandone la data *29 giugno* in quella del *26 giugno 1831*.

Tutte queste lettere sono dirette al Re Carlo Alberto, largo di favori verso il Botta. In esse si nota un' intimità sempre crescente. È da notarsi poi che ogni anno se ne trova una di augurio alla fine di dicembre. Fra queste ha speciale importanza quella del 24 dicembre 1833, nella quale, oltre ai soliti auguri, il Botta accenna alle turbolenze di tale anno, e parla velatamente delle riforme che si attendevano dal Re.

Bianchini Domenico. *Lettere inedite di Carlo Botta*. In: *La scuola romana*, Anno II. Roma, Forzani e C., 1884.

Sono 5 lettere: una del 1813 (pag. 141, fasc. di aprile 1884), che si crede diretta a Davide Bertolotti; due del 1816 ed una del 1819 (pp. 199-200, fasc. di giugno); ed una quinta del 1824 (p. 248, fasc. di agosto), dirette tutte al Monti.

Nella 1ª il B. ringrazia il Bertolotti (?) di avergli procurata l'amicizia del Monti, che aveva giudicata favorevolmente la lingua della sua storia americana, notando però qualche difetto nell'uso di certi vocaboli; e di qui piglia occasione per censurare la critica fatta alla sua storia dal Rosini di Pisa. Lo ringrazia poi della speranza datagli di essere eletto membro corrispondente di un *Istituto italiano*, ed accenna al proposito di scrivere un trattato di lingua italiana. Le altre quattro, dirette al Monti, sono brevi lettere, che non parlano quasi d'altro che dell'amicizia del poeta verso il B., il quale se ne teneva molto onorato. In una di quelle del 1816 egli pregava il Monti di parlare del suo poema " *Il Camillo* ", perchè non rimanesse sconosciuto.

Neri Achille. *Spigolature fra gli autografi*. In: *Gazzetta letteraria*, Anno IX, n. 39. Torino, 1885.

Contiene due lettere del Botta, l'una al conte Cicognara, senza data, ma probabilmente dell'aprile 1818, perchè in essa dice che da cinque mesi si trovava a Rouen, rettore dell'Università, carica che assunse alla fine di novembre del 1817. Questa lettera parla di libri fornitigli dal Cicognara per la storia

de' suoi tempi, che stava scrivendo. L'altra è un breve biglietto del 1827, diretto al marchese Capponi, per presentargli la moglie e il figlio del Villetard, da lui ricordato nella Storia d'Italia, parlando di Venezia.

Le medesime furono ristampate in:

Neri Achille. *Un mazzetto di curiosità.* In: *Giornale ligustico di Archeologia, Storia e Letteratura*, Anno XV. Genova, Tip. del R. Ist. dei Sordo-muti, 1888.

Gozzi Gaspare. *Lettere d'illustri italiani ad Antonio Papadopoli.* Venezia, Antonelli, 1886.

Quelle del B. sono 30, degli anni 1828-35, cioè: 3 per gli anni 1828, '29, '30 e '34; 8 per il 1831; 4 per il 1832; 5 per il 1833; ed una per il 1835. Tre di esse (1ª, 10ª e 13ª), l'una del 1828 e le altre del 1831, si trovavano già nella raccolta del Viani, dove la 1ª (p. 85) e la 2ª (p. 88), che ha la data 25 genn. 1831, mentre qui si legge 24 genn., sono monche in due punti. Quest' ultima però nella presente raccolta manca di un punto, che si trova in quella del Viani. La 3ª poi nella raccolta del Viani (p. 91) è completa, mentre in questa è priva della prima parte. Le lettere inedite di questa raccolta sono dunque 27.

L'argomento principale di tutte queste lettere è l' amore vivissimo dello storico per Venezia, a cui si collegano le lunghe rampogne ch'egli fa allo storico napoleonico Daru, avverso alla repubblica veneta. Sono frequenti anche i biasimi contro i romantici, e le allusioni alle condizioni politiche dei suoi tempi, specialmente all'Inghilterra ed alla Francia, con accenni ai rivolgimenti della Polonia e della Grecia. In alcuni luoghi parla della composizione e della stampa della storia in continuazione del Guicciardini. Notevoli poi sono le lettere in cui, richiesto dal Papadopoli, parla degli storici italiani ed inglesi.

Neri Achille. *Una lettera apologetica di Carlo Botta.* In: *Archivio storico italiano.* Serie Vª, tomo 9°. Firenze, 1892.

Si tratta di una curiosa lettera (Parigi, 10 maggio 1810) al conte Fontanes, Ministro della Pubblica Istruzione in Francia, per difendersi dalle calunnie che qualche suo nemico aveva sparse sul suo conto, e nella quale egli va enumerando le cose

da lui medesimo fatte in vantaggio della propria patria come uomo politico. In una nota poi si trova un'altra lettera inedita del Botta (Parigi, 8 settembre 1808) ad uno dei suoi fratelli, probabilmente il Giuseppe, morto l'anno dopo.

ROBERTI GIUSEPPE. *Lettere inedite di C. Botta, U. Foscolo, V. Cuoco.* In: *Giornale storico della letteratura italiana.* Vol. 23°, anno 1894.

Le lettere del Botta sono 5, di cui la prima (Parigi, 24 novembre 1799) già edita (DIONISOTTI, *C. B. a Corfù, scritti inediti*, p. 121), ma ristampata qui per darne la lezione esatta. Delle quattro inedite 2 sono del 1800 e 2 del 1802.

La seconda di esse (Torino, 26 settembre 1800) è una petizione dei cittadini Botta, Robert e Cavalli al Governo piemontese per ottenere il pagamento di una parte dell'indennità loro dovuta per la loro residenza a Parigi. Il Roberti dice che essa è di pugno del Botta.

Gazzetta del Popolo della Domenica. Anno XVI, n° 46 (13 novembre 1898). Torino, Tip. della Gazzetta del Popolo, 1898.

Contiene una breve lettera del Botta (Parigi, 21 gennaio 1812) all'architetto Claudio Boggio di San Giorgio Canavese, a cui parla delle sue ristrettezze finanziarie.

SALSOTTO CARLO. *Una notizia inedita su Carlo Botta.* Torino, Vinciguerra, 1901.

Contiene tre lettere del B., una del 1810 (incompleta) e due del 1811, riguardanti una traduzione di un trattato di storia naturale del Duméril, da lui fatta per conto del Governo del Regno d'Italia nel 1809.

Queste sono le lettere edite più recentemente, per quanto ci fu dato trovare. Dobbiamo però notare che in un volume miscellaneo della Biblioteca Civica di Torino, contenente molte copie di lettere del Botta, parecchie delle quali inedite, si conservano dei brani staccati di giornali, che recano stampate tre lettere del nostro storico. Esse sono: due lettere (Rouen, 28 maggio 1820 e Parigi, 8 gennaio 1823) a Carlo Preverino, che aveva provveduto all'educazione di due figli del Botta, rimasti

in Piemonte dopo la morte della madre loro; ed una (S. Giorgio Canavese, 23 ottobre 1832) al Padre Manara, per respingere cortesemente la preghiera fattagli di compilare una regola per l'ammaestramento dei giovani. La prima è stata pubblicata in due giornali differenti, di cui sono conservati nella raccolta i brani contenenti le lettere, senza che appaia il nome del giornale. La seconda è in uno di questi due brani con la 1ª; e la 3ª è in un brano del *Saggiatore*.

Il Pavesio nella sua *Notizia bibliografica* dice che qualche lettera del Botta fu pubblicata nei giornali *Il Baretti* ed *Il Canavese*. Di quelle del *Baretti* parlai a loro luogo; e del *Canavese* potrebbero essere le lettere, ora citate, al Preverino, giacchè da una nota si rileva che si tratta di un giornale d'Ivrea, dove appunto si stampava il *Canavese*. Ma io non ebbi occasione di verificare la cosa.

Dopo questa rassegna dell'epistolario edito del Botta è necessario raccoglierne le sparse membra e ordinarle cronologicamente.

Ecco quindi l'elenco cronologico delle lettere edite:

1793: 1 — 1794: 1 — 1795: 1 — 1796: 6 — 1797: 16 — 1798: 62 — 1799: 67 — 1800: 14 — 1801: 1 — 1802: 5 — 1804: 1 — 1805: 1 — 1808: 4 — 1809: 2 — 1810: 3 — 1811: 4 — 1812: 5 — 1813: 3 — 1814: 1 — 1815: 5 — 1816: 8 — 1817: 7 — 1818: 8 — 1819: 10 — 1820: 7 — 1821: 2 — 1822: 5 — 1823: 9 — 1824: 12 — 1825: 12 — 1826: 21 — 1827: 11 — 1828: 12 — 1829: 14 — 1830: 10 — 1831: 21 — 1832: 28 — 1833: 33 — 1834: 25 — 1835: 11 — 1836: 21 — 1837: 13 — Di data incerta: 2 — Totale: 505.

Come si vede da questa nota, l'epistolario edito del Botta non illustra la vita dello storico in tutti i suoi punti. Gli anni meglio illustrati sono il 1798 e il 1799, perchè a tale epoca si riferiscono le raccolte del Pavesio ed in parte il volume di scritti inediti pubblicato dal Dionisotti. Ma dopo questo periodo le lettere si fanno rarissime, specialmente per il tempo in cui il Botta stette a Parigi come membro del Corpo Legislativo (1804-1814), perchè intorno a questo tempo non abbiamo nè raccolte di lettere, nè studi parziali che ne contengano. Più numerose, benchè

scarse ancora, sono quelle dal 1814 al 1822. Di poi se ne trova ogni anno un numero discreto, perchè degli anni posteriori al 1822 appaiono numerose nelle raccolte del Viani, delle sig.e Littardi, del Milanesi, del Bianchi, del Manno e del Campori.

Ora darò notizia dei depositi di lettere inedite che ho potuto trovare, e delle lettere che vi sono contenute.

Nella Biblioteca Civica di Torino vi è un volume miscellaneo legato, che comprende qualche autografo del Botta, molte copie recenti di lettere sue, copie di sue opere letterarie, fra cui una novella inedita, e infine qualche brano di giornale contenente altre lettere del B. stesso. Di tutti questi scritti trovasi l'indice in principio del volume, che porta sul dorso della legatura il nome Botta e la segnatura (*Direzione*, *VE*, *piano 7°*, *n° 6*).

Le lettere contenute in esso sono 50, delle quali 21 già edite nella raccolta citata del Pavesio e in quella del Dionisotti intitolata: *C. B. a Corfù*, *scritti inediti*. Altre tre si trovano in brani staccati di giornali (1). Le inedite sono quindi 26, degli anni 1799-1835, cioè: 1799: 11 (2) — 1800: 9 (3) — 1831: 1 — 1832: 2 — 1835: 3.

Le prime 20, degli anni 1799 e 1800, appartengono tutte al tempo dell'esilio, e, scritte tutte ad amici, fuorusciti anche essi in Francia, ad eccezione di quella al citt. Byron, svelano, come molte delle edite, le tristi condizioni dei poveri repubblicani in quel tempo, e mostrano che il B., risiedendo a Grenoble, ebbe l'incarico di distribuire i miseri soccorsi loro destinati (4). Delle ultime 6 una (Parigi, 5 aprile 1835) è scritta al figlio Scipione, le altre formano un gruppo di lettere all' amico Filli di S. Giorgio Canavese, e riguardano affari privati.

---

(1) Vedi a pag. 987 del presente lavoro.

(2) Una di tali lettere (a Luigi Paroletti) non ha la data; ma si può supporla del dicembre 1799, perchè si collega con altre dello stesso tempo riguardo ad un pagamento di mille lire fatto dal Botta al Paroletti.

(3) Anche qui troviamo una lettera senza data (al citt. Byron, ispettore generale di sanità a Parigi). Essa è indubbiamente dei primi mesi del 1800, perchè parla di recenti studii, dal Botta stampati appunto allora.

(4) I patriotti amici del B., ai quali egli indirizzava queste lettere, sono: Bellocco, Capriata, Castagneri, Cavalli, Giulio, Giraud, Greppi, Paroletti Luigi, Pico, Robert, Saroldi e Valli.

Molte lettere si conservano nella Biblioteca di Sua Maestà il Re in Torino. Quivi esistono due raccolte di autografi del Botta, riuniti in due volumi di formato identico, rilegati in mezza pelle. L'uno di essi (n° 265) è intitolato: Botta, *Lettere a Grassi. M. S. 1802-1830 VE.* Esso contiene i soli autografi, in numero di 54, ordinati cronologicamente, eccetto in due punti, poichè la lettera 22ª si trova dopo la 23ª, e la 44ª (2 agosto 1824) si trova fra quelle del 1829, mentre dovrebbe occupare il 37° posto.

Questa raccolta fu già accennata da Domenico Berti nell'adunanza dell' Accademia della Crusca del 16 settembre 1878 (Vedi: *Atti dell'Accad. della Cr., adunanza pubblica 16 settembre 1878.* Firenze, Cellini, 1879); e da essa egli tolse quattro lettere ivi pubblicate (Parigi, 19 agosto 1828, e 24 maggio, 6 agosto e 23 novembre 1829).

Le lettere inedite di tale raccolta sono quindi 50; e, se da esse togliamo anche quella (Parigi, 22 aprile 1812) pubblicata in parte dal Viani (*Lettere di C. B.*, p. 6), e già computata fra le edite, esse si ridurranno a 49. Sono: una per ciascuno degli anni 1802, 1804, 1805, 1806, 1807, 1809, 1810, 1811, 1812, 1819, 1823, 1824, 1829; due, per gli anni 1820, 1821, 1828; 3 per gli anni 1813 e 1826; 4 per gli anni 1816, 1818, 1822; 5 per il 1817, e 7 per il 1830 (1).

La maggior frequenza delle lettere nel 1830 è dovuta al fatto che il B. chiedeva al Grassi notizie intorno all' episodio dell'Assietta, ed uno schizzo del forte della Brunetta, per servirsene nella composizione della sua storia (2).

Le lettere di questa raccolta si aggirano in generale intorno ad opere letterarie del Grassi e intorno alle opere del

---

(1) Una delle lettere del 1816 (la 15ª della raccolta) non ha indicazione di data; ma poichè si trova fra quelle del 1816, e non vi è argomento che la faccia ritenere di altra epoca, lasciamo ad essa il posto che occupa nella raccolta.

(2) Giuseppe Grassi torinese (1779-1831) è noto per studii filologici. Si hanno di lui: *Elogio storico del conte G. A. Saluzzo; Dizionario militare; Parallelo dei tre vocabolarii, italiano, inglese, spagnuolo*, per la *Proposta* del Monti; *Saggio intorno ai sinonimi della lingua italiana*, ed altre opere minori.

Botta, trattando per lo più questioni linguistiche. Quelle del primo decennio poi riguardano anche interessi particolari della vita del Grassi.

Una lettera del 1813 (26 gennaio) si riferisce alla nota aspirazione del B. ad un posto nell'Università di Torino; ed in un'altra del 1828 (15 ottobre) egli si rammarica che una sua lettera contro i romantici sia divenuta pubblica e sia male interpretata: accenna probabilmente a quella all'Ab. di Breme (Parigi, 19 settembre 1816) pubblicata nell'*Antologia* di Firenze (aprile 1826).

L'altra raccolta della Biblioteca di S. M. in Torino, col n° 264, è intolata: Botta, *Lettere a Marchisio, M. S. 1821-1837 VE.* Qui abbiamo 168 lettere numerate e disposte in ordine cronologico. I numeri però vanno dall'1 al 169, e manca la lettera che dovrebbe portare il n° 144; inoltre l'ordine numerico è turbato nel punto in cui manca questa lettera, giacchè si trovano successivamente i numeri 143, 146, 145, 147,... Anche le lettere di questa raccolta sono autografe, ad eccezione di tre (n^i 23, 100, 143), che sono copie probabilmente di mano del Marchisio, poichè ciascuna lettera della raccolta porta a tergo la data del giorno in cui vi fu risposto, scritta dalla medesima mano che scrisse le tre copie, e inoltre di tale mano sono ancora due note apposte alle lettere n^i 23 e 100, la seconda delle quali firmata S[tanislao] M[archisio], per ricordare che gli autografi furono tolti dalla raccolta per essere donati ad altri (1).

Di queste 168 lettere, degli anni 1821-1837, una sola (14 maggio 1826) fu pubblicata già dal Marchisio stesso nell'*Annotatore Piemontese* del 1837 (vol. VI, p. 357), donde passò nella raccolta del Viani (p. 119) con la data inesatta del 14 maggio 1832, e nella *Vita di C. B.* del Dionisotti (p. 189). Le inedite sono dunque 167.

1821: 1 — 1822: 6 — 1823: 9 — 1824: 19 — 1825: 13 — 1826: 13 — 1827: 14 — 1828: 10 — 1829: 8 — 1830: 9

(1) Stanislao Marchisio (1773-1859), amico di varii letterati, come Foscolo, Pellico, Ugoni, Grassi, Botta, fu scrittore non spregevole di commedie; tentò anche la tragedia, ma senza successo.

(*Opere teatrali di Stanislao Marchisio*, Milano, Batelli e Fanfani, 1820, voll. 4).

— 1831: 11 — 1832: 12 — 1833: 11 — 1834: 13 — 1835: 9 — 1836: 7 — 1837: 2.

Fra tutte le lettere del Botta queste al Marchisio sono quelle che hanno carattere più spiccatamente famigliare. Si vede che il Marchisio era l'amico più intimo del B., quello al quale egli apriva liberamente il proprio cuore, senza alcuno scrupolo, senza reticenze. Qui poi si manifesta, più che in ogni altro luogo, l'umore schietto e faceto del Botta.

Queste lettere non si possono riunire in gruppi, a seconda degli argomenti che trattano, perchè per lo più ciascuna ne tratta parecchi. Può dirsi tuttavia che un gruppo sia formato da quelle degli anni 1821-24, le quali si aggirano per lo più intorno alla stampa della *Storia d'Italia dal 1789 al 1814*, mentre le ultime del 1824 parlano della *Storia dei popoli italiani*, scritta appunto allora, per bisogno di denaro, in soli tre mesi, ed accennano al desiderio del B. di scrivere la continuazione del Guicciardini.

Molte lettere di questa raccolta si occupano dei fatti politici, che agitavano allora la Francia. Esse sono importanti per i giudizî che il Botta dava intorno alla vita politica della Francia stessa durante la monarchia legittimista dei Borboni, e nel sorgere della monarchia borghese di Luigi Filippo.

Un numero considerevole tratta argomenti letterarî. Vi si parla spesso di opere del Marchisio, vi si trovano notizie intorno alla composizione della *Storia d'Italia in continuazione del Guicciardini,* ed altre intorno alle opinioni letterarie del B. Così sono notevoli varie lettere, in cui egli condanna il romanticismo, sopratutto quando parla del romanzo del Manzoni, ch'egli giudica " *un immenso talento speso in sciocchezze e falsità* „ e contro il quale usa talvolta espressioni non troppo convenienti, e, paragonati *I Promessi Sposi* con *La Monaca di Monza* del Rosini, nota che quest'ultimo romanzo contiene " *qualche cosa di più generoso* „ di quello del Manzoni.

In altre parla delle proprie opinioni intorno alla storia ed al modo di scriverla; ed a queste può collegarsi la lettera (13 febbraio 1835) che contiene il suo giudizio intorno alla Storia del Colletta.

Altre lettere infine interessano la storia dell'epistolario del Botta stesso. In quella del 2 giugno 1825 egli accenna alle varie proposte fattegli perchè pubblicasse le proprie lettere; proposte

ch'egli respinse sempre. In quella poi del 28 gennaio 1831 autorizzava il Marchisio a ritirare le lettere scritte al Grassi, morto poco prima, per poi pubblicarle con quelle che scriveva a lui stesso; e in quella del 21 febbraio dello stesso anno vietava che tali lettere venissero stampate lui vivente (1).

Un terzo fondo di lettere inedite del Botta è nel R. Archivio di Stato di Milano, dove si trova una cartella (*Sezione Storica*, *Manoscritti*, *Botta Carlo*) contenente documenti e appunti intorno alla vita del Botta, cioè un certo numero di autografi, appunti ms. intorno alla sua vita ed alle sue opere, raccolti da Cesare Cantù, copie ms. di lettere, e brani di parecchi numeri del giornale il *Baretti*, che ne contengono qualcuna. Delle lettere stampate nel *Baretti* ho data già notizia (2).

Le lettere manoscritte che si trovano fra queste carte sono 10, degli anni 1801-1835, cioè: 1801: 1 — 1802: 2 — 1810: 2 (3) — 1811: 4 — 1835: 1 (4). Ma tre di queste furono da me pubblicate recentemente: esse sono, una del 1810 e due del 1811 (5). Le inedite di questo fondo sono dunque 7.

Le prime tre sono lettere d'ufficio, anzi la prima è solo firmata dal Botta, le altre due sono autografe. Le due del 1810 sono copie: l'una (Parigi, 15 gennaio) è solo una parte di una lettera scritta a Luigi Bossi a Milano, e da questo trascritta al Ministro degli Interni del Regno d'Italia, per chiarire un affare riguardante il Botta, che aveva tradotto in italiano per conto del Governo il *Traité élémentaire d'Histoire Naturelle* del Duméril. Quelle del 1811 sono quattro autografi riguardanti appunto tale traduzione; e quella del 1835 in fine è una copia di una breve lettera commendatizia per il figlio Paolo Emilio.

---

(1) Vedi a pag. 972 (nota 2ª) del presente lavoro.

(2) Vedi a pag. 982 e 985 del presente lavoro.

(3) La seconda (al Ginguené), il cui autografo trovasi nella raccolta Muoni, ha la sola data: *27 dicembre;* ma può ritenersi del 1810 perchè in essa il B. prega il Ginguené di parlare nel *Mercure* di un nuovo giornale letterario di Torino, e in quella del 25 febbraio 1811 al Grassi lo avverte che il Ginguené appunto ha parlato del giornale nel *Mercure*.

(4) Neanche questa lettera, il cui autografo trovasi pure nella raccolta Muoni, reca la data dell'anno; ma l'autografo porta sul lato dell'indirizzo il bollo postale con la data: 27 octobre 1835.

(5) Salsotto Carlo, *Una notizia inedita su Carlo Botta*. Torino, Vinciguerra, 1901.

Quattro lettere autografe si trovano nella collezione Muoni, già citata. Di tre di esse ho parlato a loro luogo (1), l'ultima è un breve biglietto scritto al sig. Roggeri a Parigi per dargli appuntamento per il giorno dopo. Esso ha la sola data: *19 maggio.*

Di altri depositi di lettere del Botta io ebbi notizie, fornitemi gentilmente dal sig. Vincenzo Armando, assistente alla Segreteria ed alla Biblioteca della R. Accademia delle Scienze di Torino:

15 lettere si trovano nella R. Accademia suddetta, delle quali una in copia e le altre 14 autografe. Esse appartengono agli anni 1803-1836, e sono dirette a diversi. Io credo che siano tutte quante inedite.

Il Comm. Senatore Leone Fontana di Torino possiede una specie di copia-lettere, in parte autografo, che ne contiene oltre 50, ma nel quale furono fatti molti tagli. Sono quasi tutte scritte da Grenoble, e vanno dall'11 novembre 1799 al 22 giugno 1800. Non avendo potuto consultare tale deposito, io non posso dire se tali lettere siano inedite, o se si tratti invece di quelle medesime pubblicate già dal Pavesio e dal Dionisotti.

Il medesimo Comm. Senatore Fontana possiede 3 lettere autografe: una del 20 fruttidoro, a. 13 (7 settembre 1805) ad un cugino (si tratta indubbiamente di quella pubblicata in parte in: Dionisotti, *C. B. a Corfù, scritti inediti*, p. 67); la 2ª alla cognata (28 nov. 1825), e la 3ª all'amico Filli (14 genn. 1830), che io credo entrambe inedite.

L'ingegnere Camillo Boggio di S. Giorgio Canavese poi ne conserva pure due autografe, che si credono inedite.

Io ho parlato così anche delle lettere inedite che ho potuto rinvenire. Ne esistono però ancora altri depositi. Infatti Stanislao Marchisio, nella lettera, con cui accompagnò quella del

(1) Vedi a pag. 980 (nota) e le note 3ª e 4ª della pag. 993.

Botta, pubblicata nell'*Annotatore Piemontese* nel 1837, diceva di possedere più di 300 lettere inedite del B., fra le quali 170 scritte a lui medesimo, e 53 a Giuseppe Grassi, e inoltre 76 lettere scritte a Modesto Paroletti ed altre ad altri. Non v'ha dubbio che quelle delle due raccolte della Biblioteca di S. M. in Torino siano appunto le prime di cui parla il Marchisio. Ma io non potei trovare nè quelle dirette al Paroletti nè le altre.

Già prima che trovassi nella Biblioteca di S. M. le due raccolte, di cui ho parlato più sopra, io mi ero rivolto agli eredi dell'illustre Professore Flechia per avere notizie di tutte queste lettere del Botta, le quali, secondo il Dionisotti, erano passate dal Marchisio al Flechia stesso, che, come ho notato in principio, si era proposto di pubblicare l' epistolario dello storico canavesano. Ma l'egregio Dottore Prof. G. B. Laura, genero del compianto Prof. Flechia, e morto recentemente, mi rispondeva che fra le carte del suo illustre suocero non si era rinvenuta neppure una traccia di tali lettere. Avute poi più tardi fra le mani le lettere della Biblioteca di S. M., e non trovando fra di esse le 76 al Paroletti e le altre di cui ancora parla il Marchisio, io mi rivolsi all'Avv. Cesare Paroletti di Torino, che apparteneva alla famiglia dell' amico del Botta. Egli mi promise di fare opportune ricerche, quando una morte immatura lo rapiva a soli 39 anni nei primi giorni dell'anno corrente (1).

D'altra parte occorre ricordare che il Pavesio in una nota alla pag. 1 della sua *Notizia biografica*, premessa alle lettere del B. da lui pubblicate nel 1875, dice ch'egli potè consultare molte lettere famigliari del nostro storico, ancora inedite, le quali vanno dal dicembre del 1811 al settembre del 1826. Tali lettere sono tuttora conservate dal Pavesio stesso, e, stando a quanto egli avrebbe detto, sono tutte in lingua francese.

Oltre a ciò bisogna ancora tener conto del fatto che le lettere contenute nella raccolta di *Lettere di Carlo Botta al conte Tommaso Littardi* non sono tutte quelle scritte dal B. al conte

---

(1) Devo alla gentilezza del Prof. Rodolfo Renier di Torino una notizia intorno alle lettere del nostro storico raccolte dal Flechia, che già fin dal 1853 era in trattative con Felice Le Monnier per stamparle. Esse furono rinvenute dal suo nipote Dott. Giuseppe Flechia, il quale ha ora intenzione di darle alla luce: sono più di mille, buona parte autografe.

stesso, poichè di esse fu pubblicata solo " *una eletta parte* ", come si legge nell'avvertenza premessa alla raccolta. Altre lettere dunque del nostro storico al Conte Littardi, tuttora inedite, devono trovarsi ancora presso gli eredi del Littardi stesso.

In fine noterò che il Manno nel pubblicare nel 1878 tre lettere inedite del B. accennava ad una raccolta di lettere di lui e di altri al Balbis, fornitagli dal Cav. Vincenzo Promis (1), e che il Prof. Roberti in un suo recente e breve studio sul Botta parla di lettere del nostro storico, che si trovano negli archivi e biblioteche di Torino (2).

Da questi fatti, che io son venuto accennando, appare dunque manifesto che la ricerca delle lettere del Botta non è affatto completa. Eppure l'importanza dell'epistolario del Botta sarebbe tale da incoraggiare nuovi studî.

Relazione sulla prima memoria di Giuseppe Boffito: *Intorno alla " Quaestio de aqua et terra " attribuita a Dante.*

È noto ai cultori di storia letteraria che in questi ultimi anni si fece sempre più animata la discussione sull'autenticità del trattatello *De aqua et terra*, di cui non si conserva alcun codice, di cui nessuno scrittore antico ha notizia, ma che nel 1508 fu stampato la prima volta in Venezia dal padre Benedetto Moncetti, col nome di Dante Alighieri.

A definire in modo pieno ed adeguato il quesito dell'autencità della *Quaestio* occorrono nella persona del critico cognizioni ed attitudini che di rado si trovano appaiate, vale a dire piena competenza nelle indagini storico-letterarie e famigliarità con le dottrine cosmografiche. Il connubio si effettua felicemente nel padre prof. Giuseppe Boffito, il quale pertanto è il primo che,

(1) Manno Antonio, *Lettere di Carlo Botta a Giambattista Balbis.* In: *L'Augurio*, strenna per il capo d'anno 1878. Torino, Eredi Botta, 1878.

(2) Roberti Giuseppe, *Un anno della vita di Carlo Botta.* In: *Nuova Antologia*, fasc. 16 febbraio 1901.

dopo tanto battagliare di critici, osservi il problema da tutti i lati e indaghi la storia della celebre controversia cosmologica.

Infatti sino ad ora i critici si limitarono a discutere, con argomenti intrinseci ed estrinseci, se Dante potesse o no scrivere quel trattatello, o se per avventura potesse averlo contraffatto il Moncetti, suo primo editore; ma nessuno neppure tentò di vedere qual posto abbia veramente il problema nella storia delle dottrine cosmografiche, e quindi se Dante e i suoi contemporanei vi avessero particolare interesse e se la soluzione proposta nella *Quaestio* sia o no originale. Ciò fa appunto il Boffito nella prima memoria che ora presenta, la quale tratta *La controversia dell'acqua e della terra prima e dopo di Dante.* In una seconda memoria, che il Boffito si propone di presentare in seguito, saranno indagate le fonti particolari della *Quaestio.*

Notevoli sono già i risultamenti della prima memoria, nella quale il Boffito ha con grande diligenza indagato e con lucida sobrietà riassunto le dottrine intorno all'acqua ed alla terra nei filosofi e scienziati antichi, a principiare da Aristotele, e quindi nei Padri e Dottori della Chiesa, nei filosofi arabi ed ebrei, negli scolastici, negli enciclopedisti dei secoli XII e XIII, nei cosmografi e teologi dei secoli XIV a XVI.

Come è risaputo, nella *Quaestio*, dopo lungo dibattito, si viene alla conclusione che la superficie della terra scoperta è superiore di livello alla superficie dell'acqua, e, confutato coi principî della fisica antica l'argomento principale che si poteva accampare in contrario, cioè l'eccentricità totale o parziale dell'acqua, si ricorre, per spiegare il fatto del sollevamento, all'ipotesi d'una enorme gibbosità terrestre, che ha fatto emergere la terra nel nostro emisfero boreale per via dell'attrazione magnetica esercitata dalle stelle tra 0° e 67° di latitudine nord, ovvero per influsso stellare di vapori sotterranei.

Ora l'indagine scrupolosa del Boffito dimostra che codesto singolare rigonfiamento parziale della terra, dovuto alla virtù degli astri, che la *Quaestio* sostiene, è solo ammesso dalla scuola teologica degli Agostiniani, avente a suo fondatore Egidio Colonna; mentre tutti gli altri cosmografi (ad eccezione forse del Campano) tengono diversa sentenza. Infatti: 1° i Tomisti, strettamente riattaccandosi ad Aristotele, ricorrono generalmente al principio dell'evaporazione per ispiegarsi l'emersione dei conti-

nenti; 2° gli Scotisti ammettono una parziale eccentricità dell'acqua, dovuta all'attrazione lunare; 3° alcuni esegeti scritturali, come Paolo Burgense, e alcuni cosmografi, come Pietro d'Ailly, sostengono l'eccentricità totale dell'acqua. La soluzione proposta nella *Quaestio* non è quella di Aristotele, non quella di Averroè, non quella di Alberto Magno e di S. Tommaso d'Aquino, e neppur quella dei cosmografi dei secoli XIII e XIV; ma è quella dei teologi agostiniani.

Autore della *Quaestio* è, quindi, con ogni probabilità, un agostiniano del XIV o del XV secolo, quando non si voglia dire che fu addirittura il Moncetti, primo editore dell' opuscolo e agostiniano egli pure, a cui tutte le colpe si possono attribuire, fuorchè quella dell'ignoranza che taluno vorrebbe addebitargli. Al Boffito si presenta con qualche insistenza alla mente il nome dell'agostiniano Paolo Veneto, che secondo le indagini fatte sarebbe il primo ad attribuire alle stelle una virtù elevante della terra. Nulla d'improbabile che questo Paolo Veneto stesso, allorchè fervevano le discussioni su quel soggetto, avendo speciale famigliarità con l'Alighieri (poichè si dice che fosse autore d'una *Explicatio Dantis*), attribuisse la *Quaestio* al sommo poeta per ribadire con l' autorità del nome di lui la teoria ch' egli reputava vera.

Comunque sia di ciò, sta il fatto che le nostre cognizioni sull'arduo soggetto s'avvantaggiano assai per la egregia memoria del Boffito, sicchè noi ne proponiamo la lettura alla Classe, facendo voti affinchè essa sia accolta nelle *Memorie* accademiche.

C. Cipolla,
R. Renier, *relatore*.

L'Accademico Segretario
Rodolfo Renier.

INDICE

DEL VOLUME XXXVI

Elenco degli Accademici residenti, Nazionali non residenti, Stranieri e Corrispondenti al 18 Novembre 1900 . . . . *Pag.* III

Adesione della Classe di scienze morali, storiche e filologiche al Comitato per le onoranze a Vincenzo Gioberti . . . „ 425
Adesione dell'intera Accademia alle onoranze che si tributeranno a Vincenzo Gioberti . . . . . „ 660
Avviso di presentare i lavori per gli *Atti* e le *Memorie* anche sospendendo l'adunanza della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, per causa dell'avvenuta morte del Socio G. Bizzozero „ 682
Comunicazione dei telegrammi con cui S. E. il Ministro dell'I. P. on. Gallo prende commiato dalle autorità scolastiche e S. E. il Ministro dell'I. P. on. Nasi annunzia di aver assunto il portafoglio dell'Istruzione Pubblica . . . . . „ 433
Comunicazione di un programma di un Comitato costituitosi in Firenze per una medaglia d'oro che commemori la felice spedizione di S. A. R. il Duca degli Abruzzi . . . . . „ 434
Comunicazione di un programma di concorso bandito dall'*Académie de Stanislas* per lavori di storia . . . . . „ 736
Comunicazione di un programma di concorso bandito dalla R. Accademia economico-agraria dei Georgofili 629, 926
Comunicazione di un programma di concorso bandito dalla Società d'incoraggiamento per l'agricoltura e l'industria in Padova „ 835
Disposizioni prese dalla Classe per la morte del Socio Senatore Giulio Bizzozero . . . . . „ 682
Elezioni a cariche accademiche:
Nomina della Commissione per il premio di fondazione Gautieri (Storia) 1898-1900 . . . . . „ 282
Elezione del Presidente dell'Accademia 324, 433
Elezione del Segretario della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali 426, 500
Nomina della Commissione per il premio di fondazione Vallauri „ 426
Nomina di delegati delle Classi presso il Consiglio Amministrativo dell'Accademia . . . . . „ 442, 502

Nomina di un rappresentante l'Accademia presso la Commissione Amministrativa del Consorzio Universitario . . . *Pag.* 735
Nomina di un membro della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali per la 1ª Giunta pel XII premio Bressa . „ 442
Elezione del Vice Presidente dell'Accademia . . . 501, 659
Elezioni del Direttore della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali 630, 836
Elezione del Socio Tesoriere dell'Accademia . . . 660, 771
Nomina della 2ª Giunta per il XII premio Bressa, quadriennio 1897-1900 . . . . . „ 660
Elezione del Direttore della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 664
Nomina di un membro della Giunta per il premio di fondazione Vallauri . . . . . „ 836
Elezioni di Soci della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali „ 576
Indirizzo spedito a S. M. il Re Vittorio Emanuele III nell'occasione della sua assunzione al Trono . . . . . „ 2
Invito da parte del Prof. Francesco L. Pullé di aderire al Comitato internazionale per costituire un fondo per le scoperte archeologiche dell'India . . . . . „ 113
Invito da parte del prof. Ettore Pais di aderire al Congresso internazionale di Scienze storiche . . . . . „ 114
Indirizzo gratulatorio inviato a S. A. R. il Principe Luigi Amedeo di Savoia, e lettera di ringraziamento in risposta . . „ 198
Invito del Comitato per le onoranze a Francesco Brioschi a farsi rappresentare all'inaugurazione del monumento . . 200, 202
Invito del Sindaco di Torino perchè l'Accademia intervenga all'adunanza del Comitato per le onoranze a Vincenzo Gioberti „ 425
Invito dell'Università di Glasgow di intervenire alla celebrazione del nono centenario della sua fondazione . . . . . „ 501
Invito del Comitato del Congresso di Fisiologia che si terrà in Torino „ 629
Invito a prendere parte al Congresso archeologico che si terrà in Agen ed in Auch . . . . . „ 736
Invito all'Accademia di farsi rappresentare al 23° Congresso dell'Associazione letteraria e artistica internazionale . . „ 966
Lettera del Presidente dell'Accademia Reale dei Lincei, che invita l'Accademia a rappresentarla alle onoranze che si renderanno a Vincenzo Gioberti in Torino . . . . . „ 659
Missione archeologica di Creta. Copia della seconda e terza relazione 113, 280
Onoranze tributate il 30 marzo 1901 al Socio nazionale non residente Graziadio Isaia Ascoli . . . . . „ 659
Onoranze da tributarsi a Vincenzo Gioberti in occasione del 1° centenario della sua nascita 425, 659, 834
Onoranze al Socio corrispondente Maurizio Cantor in occasione del cinquantesimo anniversario della sua laurea dottorale . „ 771

Premio Bressa:
Programma per il XIII premio Bressa . . . . . *Pag.* 413
Nomina di un membro della 1ª Giunta pel XII premio Bressa, della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali . „ 442
Comunicazione della relazione della 1ª Giunta pel XII premio Bressa (quadriennio 1897-900) . . . . . „ 660
Nomina della 2ª Giunta pel XII premio Bressa . . . . „ 660
Premio di Fondazione Gautieri:
Relazione della Commissione per il conferimento del premio di Filosofia pel triennio 1897-1899 . . . . . „ 252
Osservazioni alla Relazione del Socio E. Brusa membro della Commissione . . . . . „ 262
Nomina della Commissione per il premio di Fondazione Gautieri (Storia), 1898-1900 . . . . . „ 282
Sulla divisione del premio 262, 323
Conferimento del premio di Filosofia Gautieri . . . . „ 323
Programma pel premio di Storia . . . . . „ 414
Premio Vallauri:
Nomina della Commissione per il conferimento del premio Vallauri . . . . . „ 426
Nomina di un membro della Commissione per il conferimento del premio Vallauri . . . . . „ 836
Pubblicazioni ricevute dalla R. Accademia delle Scienze di Torino durante l'Anno accademico 1900-1901 XXXIII
Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali . . . . . „ 4, 185, 202, 263, 325, 415, 426, 441, 575, 629, 681, 771, 835, 885, 933.
Sunti degli Atti verbali delle Adunanze della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 113, 201, 221, 280, 382, 425, 433, 502, 617, 661, 736, 834, 884, 926, 966.
Sunti degli Atti verbali delle Classi Unite 1, 198, 251, 323, 500, 659, 734

Agliardi (Luigi) — V. Pastore (Annibale) e Agliardi (Luigi).
Aimonetti (Cesare) — Determinazione della gravità relativa a Genova, Savona, Albenga e San Remo . . . . . „ 875
Allievo (Giuseppe), Peyron (Bernardino), Brusa (Emilio) — Relazione per il conferimento del premio di Fondazione Gautieri. Filosofia, 1897-99 . . . . . „ 252
Artom (Alessandro) — V. Cossa (Alfonso).
Ascoli (Graziadio Isaia) — V. Onoranze.
— Ringrazia per gli auguri inviatigli per il suo quarantesimo anno d'insegnamento . . . . . „ 734
Baldi (Vittorio) — Effemeridi dei pianeti principali calcolate per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1902 . . . . . „ 964
Battelli (Angelo) e Magri (Luigi) — V. Naccari (Andrea).

Bellatalla (Archimede) — Sulle varietà razionali normali composte di ∞^1 spazi lineari . . . . . *Pag.* 803

Berruti (Giacinto) — Ringrazia a nome dei Colleghi il Presidente Carle per la premura e il senno con cui ha guidato l'opera dell'Accademia . . . . . „ 324

— Nominato delegato della Classe presso il Consiglio Amministrativo dell'Accademia . . . . . „ 442

Bianchi (Romolo) — L'Etica e la Psicologia sociale . . . . „ 503

Bizzozero (Giulio) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche uno scritto del Dott. Donato Ottolenghi: *Contributo alla istologia della ghiandola mammaria funzionante* „ 5

— e Foà (Pio) — Relazione sul lavoro presentato dal dott. Donato Ottolenghi: *Contributo alla istologia della ghiandola mammaria funzionante* . . . . . „ 196

— Eletto alla carica triennale di Direttore di Classe . . „ 630

— V. Cossa (Alfonso).

Boggio (Tommaso) — V. D'Ovidio (Enrico).

Brambilla (Erminia) — Ringrazia per le condoglianze inviate nell'occasione della morte del marito Senatore Giulio Bizzozero „ 734

Brioschi (Francesco) — V. Cossa (Alfonso).

Brusa (Emilio) — Muove alcune osservazioni alla Relazione della Commissione per il conferimento del premio di fondazione Gautieri (Filosofia), 1897-1899 . . . . . „ 262

— Espone i motivi per cui non potè intervenire all'adunanza del 9 giugno . . . . . „ 968

— V. Allievo (Giuseppe), Peyron (Bernardino) e Brusa (Emilio).

Burali-Forti (Cesare) — Sopra alcuni punti singolari delle curve piane e gobbe . . . . . „ 935

Calligaris (Giuseppe) — Sul significato della parola " romanus „ in Paolo Diacono . . . . . „ 283

Camerano (Lorenzo) — Notifica il dono fatto da S. A. R. il Principe Luigi Amedeo di Savoia delle raccolte zoologiche, botaniche e mineralogiche . . . . . „ 200

— Michele Edmondo barone di Selys Longchamps. Brevi parole di commemorazione . . . . . „ 327

— Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di mancanza, di correlazione e di asimmetria . . . . . „ 639

— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* il seguente suo lavoro: *Ricerche intorno alle Renne delle isole Spitzberghe* „ 773

Campetti (Adolfo) — Sulla polarizzazione del magnesio in soluzioni alcaline . . . . . „ 427

Cantor (Maurizio) — Con lettera ringrazia l'Accademia dell'indirizzo inviatogli in occasione del suo giubileo dottorale . . „ 835

Carle (Giuseppe) — Annunzia la morte avvenuta in Oxford del Socio straniero Prof. Massimiliano Müller . . . . . „ 201

Carle (Giuseppe) — Parole pronunziate presentando il primo volume dell'opera del Prof. Francesco Ruffini: *La libertà religiosa. Storia dell'idea* . . . . . *Pag.* 221
— Comunica che giusta la deliberazione presa il Socio Cossa si recò a Milano a rappresentare l'Accademia all'inaugurazione del monumento al Prof. F. Brioschi . . . . . „ 251
— V. Invito di intervenire all'inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi.
— Ringrazia l'Accademia per il favore dimostratogli nel sessennio della sua presidenza . . . . . „ 324
— Nominato delegato della Classe presso il Consiglio di Amministrazione dell'Accademia . . . . . „ 502
— Alcune lettere inedite di Vincenzo Gioberti . . . . . „ 737
Castelnuovo (Guido) — Le trasformazioni generatrici del gruppo cremoniano nel piano . . . . . „ 861
Cesaris Demel (Antonio) — Sulla sostanza cromatofila endoglobulare in alcuni eritrociti . . . . . „ 351
Cipolla (Carlo) — Il P. Luigi Tosti e le sue relazioni col Piemonte „ 116
— Sunto della Memoria: *Un amico di Cangrande I Della Scala e la sua famiglia* . . . . . „ 250
— Un litigio tra Venezia e Savoia nel 1324 . . . . . „ 388
— Nuove notizie sulle relazioni del p. Luigi Tosti col Piemonte „ 928
Cognetti de Martiis (Salvatore) — Ringrazia i colleghi per le ripetute manifestazioni di benevolenza usategli durante la sua malattia . . . . . „ 113
— V. Cossa (Alfonso).
Cossa (Alfonso) — Rammenta la morte di S. M. il Re Umberto I, e comunica i telegrammi di condoglianza inviati a nome dell'Accademia . . . . . „ 1
— Propone di inviare un indirizzo a S. A. R. il Duca degli Abruzzi per la sua spedizione nelle regioni polari . . . . . „ 3
— Partecipa che l'Accademia fu rappresentata alle feste pel 50° anniversario della fondazione dell'I. R. Istituto geologico di Vienna dal Socio corrispondente Tschermak . . . . „ 4
— Notifica che l'Ing. Alessandro Artom consegnò un piego suggellato per prendere data . . . . . „ 4
— Comunica che il sig. Emilio Guarini inviò da Bruxelles due note manoscritte che trattano della *Telegrafia senza fili* . . . „ 4
— Incaricato di rappresentare l'Accademia all'inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi . . . . . „ 200
— Rende conto come adempì l'ufficio di rappresentare l'Accademia all'inaugurazione del monumento a Francesco Brioschi . „ 202
— Eletto alla carica triennale di Presidente dell'Accademia . „ 324
— Partecipa la morte del Socio corrispondente Prof. Matteo Fiorini e del Socio straniero Carlo Hermite . . . . . „ 415
— Comunica il R. Decreto che approva la sua elezione a Presidente 433, 441

Cossa (Alfonso) — Partecipa la morte del Senatore Angelo Messedaglia, Presidente della R. Accademia dei Lincei e di aver inviate condoglianze a nome dell'Accademia che fu rappresentata ai funerali . . . . . *Pag.* 681
— Comunica il R. Decreto che approva la nomina del Prof. Oreste Mattirolo a Socio dell'Accademia . . . . . „ 681
— Partecipando la morte del Socio Senatore Giulio Bizzozero, pronunzia brevi parole di commemorazione . . . . . „ 682
— Comunica il R. Decreto col quale fu accettata la rinuncia da Socio Tesoriere del Prof. Enrico D'Ovidio . . . . „ 682
— Comunica l'approvazione dell'elezione del Socio Nicodemo Jadanza a Tesoriere dell'Accademia. . . . . „ 771
— Comunica la sospensione della firma del R. Decreto che doveva approvare l'elezione del Socio Giulio Bizzozero a Direttore della Classe . . . . . „ 771
— Comunica il R. Decreto che approva la nomina del Socio Nicodemo Jadanza a Tesoriere accademico e del Socio Ermanno Ferrero a Direttore della Classe di scienze morali, storiche e filologiche . . . . . „ 834
— Partecipa la morte avvenuta del Socio Salvatore Cognetti de Martiis . . . . . „ 926
— Comunica il telegramma del Prefetto della Provincia partecipante la nascita della Principessa Jolanda Margherita di Savoia, e quello inviato dall'Accademia alle LL. MM. per felicitazioni e auguri . . . . . „ 926
— Comunica il R. Decreto che conferisce al Socio Emilio Brusa la pensione accademica . . . . . „ 926
— Fa un breve sunto dei lavori compiuti dalla Classe e delle variazioni in essa avvenute 934, 968
Daniele (Ermenegildo) — Sulla deformazione infinitesima delle superficie di 2° grado . . . . . „ 837
Da Re (Gaetano) — Un ignoto Scaligero . . . . . „ 180
De Gregorio (Giacomo) — V. Pezzi (Domenico).
De Selys Longchamps (Walter) — V. Naccari (Andrea).
— V. Camerano (Lorenzo).
Di Saint-Pierre (Emanuele) — Cenno storico intorno ad Amedeo VI „ 435
D'Ovidio (Enrico) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Dr. Tommaso Boggio, intitolato: *Sulle funzioni di Green d'ordine qualunque e la loro applicazione all'integrazione di alcune equazioni differenziali* . . . . . „ 326
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* uno scritto del Dott. Francesco Severi, intitolato: *Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio* . . . . . „ 264
— Carlo Hermite. Commemorazione . . . . . „ 419
— Eletto Segretario della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali 426, 500
— Si dimette dalla carica di Tesoriere dell'Accademia . . „ 500

D'Ovidio (Enrico) — Comunica la Relazione della 1ª Giunta pel XII premio Bressa (quadr. 1897-1900) . . . . . *Pag.* 660
— Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche . . . . . „ 685
— Esposizione finanziaria per il passato esercizio dell'anno 1900 e bilancio preventivo per l'anno in corso . . . . . „ 734
— Comunicazioni delle gestioni delle eredità Bressa, Gautieri e Vallauri . . . . . „ 735
— Nominato rappresentante dell'Accademia presso la Commissione Amministrativa del Consorzio Universitario . . . . „ 735
— V. Cossa (Alfonso).
— V. Segre (Corrado) e D'Ovidio (Enrico).
Fano (Gino) — Sopra alcune particolari congruenze di rette del 3° ordine . . . . . „ 366
— V. Segre (Corrado); V. Segre (Corrado) e D'Ovidio (Enrico).
Ferrero (Ermanno) — Eletto alla carica triennale di Direttore di Classe . . . . . „ 664
— Si congratula col Socio Francesco Rossi e rileva i vantaggi della pubblicazione fatta della *Grammatica egizia nelle tre scritture geroglifica, demotica e copta* . . . . . „ 967
— Legge la commemorazione del rimpianto Socio Ariodante Fabretti, che sarà inserita nel vol. 51° delle *Memorie* . . „ 967
Fileti (Michele) — Porge al Presidente i rallegramenti della Classe per la sua nomina . . . . . „ 441
— Nominato delegato della Classe presso il Consiglio Amministrativo dell'Accademia . . . . . „ 442
Foà (Pio) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro intitolato: *Contribuzione anatomica e sperimentale alla fisiologia patologica delle capsule surrenali* . . . . „ 5
— Giulio Bizzozero. Commemorazione . . . . . „ 774
— V. Bizzozero (Giulio) e Foà (Pio).
Gabotto (Ferdinando) — La questione dei fuorusciti di Chieri (1337-1354) . . . . . „ 225
Gambèra (Pietro) — Cronografia del mistico viaggio di Dante . „ 552
Garbasso (Antonio) — Sopra il valore massimo della funzione T_{me} di Maxwell . . . . . „ 489
Gentile (Giovanni) — Gli è conferito il premio di Filosofia di Fondazione Gautieri . . . . . „ 323
— Ringrazia . . . . . „ 382
Gerini (Gio. Battista) — V. Rossi (Francesco).
Giambelli (G. Zeno) — V. Palatini (Francesco) e Giambelli (G. Zeno).
Grandis (Valentino) — Azione fisiologica del campo magnetico „ 577
Guareschi (Icilio) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro intitolato: *Sintesi di composti piridinici e trimetilenpirrolici* . . . . . „ 5

Guareschi (Icilio) — Acidi ββdialchilglutarici e β alchil γ cianvinilacetici. Nota I . . . . . *Pag.* 443
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Luigi Sabbatani, intitolato: *Funzione biologica del calcio.* Parte I: *Azione antagonistica fra citrato trisodico e calcio* „ 836
— e Mosso (Angelo) — Relazione sulla Memoria del Prof. Luigi Sabbatani, intitolata: *Funzione biologica del calcio.* Parte I: *Azione antagonistica fra citrato trisodico e calcio* . . „ 924
Guarini (Emilio) — V. Cossa (Alfonso).
Guidi (Camillo) — Presenta un suo lavoro intitolato: *Esperienze sull'elasticità e resistenza di conglomerati di cemento semplici ed armati,* da inserirsi nei volumi delle *Memorie* accademiche „ 186
Hesselgren (Federico) — Circa ad una Nota su argomento musicale presentata in esame . . . . . „ 264
Jadanza (Nicodemo) — Matteo Fiorini. Brevi parole di commemorazione . . . . . „ 416
— Eletto alla carica triennale di Tesoriere accademico . . „ 660
— Nominato a far parte della Giunta per il premio Vallauri, in sostituzione del defunto socio Bizzozero . . . . „ 836
— Sul calcolo della convergenza dei meridiani . . . „ 887
Issel (Raffaele) — Saggio sulla fauna termale italiana. Nota I e II 53, 264
Kantor (S.) — I numeri razionali in Geometria . . . „ 916
Kelwin (Guglielmo Thomson Lord) — Incaricato di rappresentare l'Accademia alla celebrazione del nono centenario della fondazione della Università di Glasgow 501, 884
— Accetta l'incarico di rappresentare l'Accademia alla celebrazione del nono centenario di fondazione dell'Università di Glasgow „ 885
Levi (Attilio) — Gradazione analogica . . . . . „ 157
Magri (Luigi) — V. Naccari (Andrea).
Marre (Aristide) — Madagascar et les Philippines. Vocabulaire comparatif à la langue malgache et à la langue tagalog . „ 145
Martel (Edoardo) — V. Mattirolo (Oreste) e Parona (Carlo Fabrizio).
Mathis (Agostino Maria) — Vicende di 'Pollentia' (ora Pollenzo) colonia romana in Piemonte . . . . . „ 525
— V. Parona (Carlo Fabrizio).
Mattirolo (Oreste) — Eletto Socio residente 576, 681
— Ringrazia per la sua nomina a Socio residente dell'Accademia „ 681
Mattirolo (Oreste) e Parona (Carlo Fabrizio) — Relazione sulla Memoria del prof. Edoardo Martel: *Intorno all' unità anatomica e morfologica del fiore delle Crociflore* . . . . . „ 881
Mattirolo (Oreste) — V. Parona (Carlo Fabrizio).
Messedaglia (Angelo) — V. Cossa (Alfonso).
Morandi (Egidio) e Sisto (Pietro) — Contributo allo studio delle ghiandole emolinfatiche nell'uomo ed in alcuni mammiferi . „ 652
Morandi (Egidio) — V. Sisto (Pietro) e Morandi (Egidio).
Mosso (Angelo) — Nominato a far parte della I^a Giunta del XII premio Bressa . . . . . „ 442
— V. Guareschi (Icilio) e Mosso (Angelo).

Müller (Massimiliano) — V. Carle (Giuseppe). V. Pizzi (Italo).
Naccari (Andrea) — Comunica una lettera del sig. Walter De Selys Longchamps che ringrazia per le condoglianze inviate per la morte di suo padre Socio corrispondente . . . . *Pag.* 415
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche uno scritto del prof. Angelo Battelli e del Dr. Luigi Magri, intitolato: *Scariche oscillatorie* . . . . . „ 576
— Intorno alla polarizzazione dell'alluminio . . . . . „ 790
Ottolenghi (Donato) — V. Bizzozero (Giulio); V. Bizzozero (Giulio) e Foà (Pio).
— Sui nervi del midollo delle ossa . . . . . „ 939
Pais (Ettore) — V. Invito.
Palatini (Francesco) e Giambelli (G. Zeno) — Prodotto di due condizioni caratteristiche relative ai piani di un iperspazio . „ 459
Panetti (Modesto) — Sul calcolo delle vibrazioni trasversali di una trave elastica urtata . . . . . „ 6
Parona (Carlo Fabrizio) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un suo lavoro, intitolato: *Le Rudiste e le Camacee di S. Polo Matese raccolte da Francesco Bassani* . . . . „ 5
— Presenta, a nome del Socio Oreste Mattirolo per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Edoardo Martel intitolato: *Intorno all'unità anatomica e morfologica del fiore delle Crociflore* . . . . . „ 773
— V. Mattirolo (Oreste) e Parona (Carlo Fabrizio).
Pastore (Annibale) — Saggio sopra l'esperienza mediata . . . „ 391
Pastore (Annibale) e Agliardi (Luigi) — Sulle oscillazioni delle sensazioni di deformazione cutanea . . . . . „ 583
Patetta (Federico) — Della congetturata provenienza del palinsesto Torinese del codice Teodosiano della Biblioteca di Bobbio „ 618
Patrucco (Carlo E.) — Una iscrizione inedita di Brunengo vescovo di Asti . . . . . „ 164
Peano (Edoardo) — Alcuni derivati del dietilchetone . . . „ 187
Perazzo (Umberto) — Sopra una forma cubica con 9 rette doppie dello spazio a cinque dimensioni e i corrispondenti complessi cubici . . . . . „ 891
Pesce (Ambrogio) — V. Savio (Fedele).
Peyron (Bernardino) — Comunica il consenso della Commissione esaminatrice al Dr. Vittore Domenico Valla di ritirare, per introdurvi modificazioni, la sua Memoria: *Note cronologiche sul Collegio Puteano in Pisa*, ecc. . . . . „ 425
— A nome della Classe saluta il nuovo Presidente e ringrazia il Socio Carle per l'assiduità e il senno con cui diresse i lavori accademici . . . . . „ 433
— Eletto Vice-Presidente dell'Accademia 501, 659
— Esprime riconoscenza per il dono fatto all'Accademia dal Socio Francesco Rossi della sua *Grammatica egizia nelle tre scritture geroglifica, demotica e copta* . . . . . „ 967

Peyron (Bernardino) — V. Allievo (Giuseppe), Peyron (B.) e Brusa (Emilio).
Pezzi (Domenico) — Presentando il 2° volume degli *Studi glottologici italiani* diretti dal marchese Dott. Giacomo De Gregorio, nota l'importanza dei lavori ivi contenuti . . . . *Pag.* 661
Picard (Émile) — Sur les systèmes linéaires de genre zéro (Extrait d'une lettre adressée a Mr Segre) . . . . . „ 684
Pieri (Mario) — Sui principî che reggono la Geometria delle rette „ 335
Pizzi (Italo) — Massimiliano Müller. Brevi parole di commemorazione . . . . . „ 384
Ponzio (Giacomo) — Azione dell'acido nitrico sui composti alifatici contenenti il gruppo CH(OH) . . . . . „ 721
Pullé (Francesco L.) — V. Invito.
Renier (Rodolfo) — V. Indirizzo a S. M. il Re Vittorio Emanuele III.
— Segnala gli scambi fatti delle pubblicazioni accademiche, con quelle della Biblioteca Apostolica Vaticana e dell' Istituto di esercitazioni di scienze giuridico-politiche della R. Università di Torino . . . . . „ 5
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* un lavoro del Prof. Giuseppe Boffito intitolato: *Sul trattato 'De aqua et terra' attribuito a Dante* . . . . . „ 884
— e Cipolla (Carlo) — Relazione intorno alla Memoria del Padre Giuseppe Boffito: *Sul trattato 'De aqua et terra' attribuito a Dante* „ 996
— Segnala l'importante scambio delle pubblicazioni accademiche con quelle della Facoltà di Lettere dell'Università di Bordeaux „ 966
Rossi (Francesco) — Presenta a nome dell'autore Prof. G. B. Gerini un volume *Gli scrittori pedagogici del secolo XVII*, e tributa lode all'opera . . . . . „ 280
Ruffini (Francesco) — V. Carle (Giuseppe).
Sabbatani (Luigi) — Calcio e citrato trisodico nella coagulazione del sangue, della linfa e del latte . . . . . „ 27
— V. Guareschi (Icilio) e Mosso (Angelo).
Sacco (Federico) — Osservazioni geologiche comparative sui Pirenei „ 203
Salvadori (Tomaso) — Eletto alla carica triennale di Direttore di Classe . . . . . „ 836
Salsotto (Carlo) — Per l'epistolario di Carlo Botta . . . . „ 969
Savio (Fedele) — Gandolfo vescovo d'Alba nel secolo XII . . . „ 438
— Presentando un lavoro stampato del sig. Ambrogio Pesce, ne loda la diligenza . . . . . „ 663
— Pietro suddiacono napoletano agiografo del secolo X . . . „ 665
Scorza (Gaetano) — Aggiunta alla nota sulle corrispondenze (p, p) nelle curve di genere p . . . . . „ 610
Segre (Arturo) — Lodovico Sforza, Duca di Milano, e l'assunzione al trono sabaudo di Filippo II, il Senzaterra (1496) . . . „ 308
Segre (Corrado) — Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche uno scritto del Prof. Gino Fano, intitolato: *Nuove*

ricerche sulle congruenze di rette del 3° ordine prive di linea singolare . . . . . *Pag.* 202
SEGRE (Corrado) e D'OVIDIO (Enrico) — Relazione sulla Memoria del Prof. Gino FANO, intitolata: *Nuove ricerche sulle congruenze di rette del 3° ordine prive di linea singolare* . . . . . „ 278
— — Relazione sulla Memoria del Dr. Francesco SEVERI: *Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio* . . . . „ 380
— Presenta per l'inserzione nei volumi delle *Memorie* accademiche uno scritto del Prof. Emilio VENERONI, intitolato: *Sui connessi bilineari fra punti e rette nello spazio ordinario* . . . „ 442
— e D'OVIDIO (Enrico) — Relazione sulla Memoria del Prof. Emilio VENERONI: *Sui connessi bilineari fra punti e rette nello spazio ordinario* . . . . . „ 615
— Un'osservazione relativa alla riducibilità delle trasformazioni Cremoniane e dei sistemi lineari di curve piane per mezzo di trasformazioni quadratiche . . . . . „ 645
SELYS LONGCHAMPS (Michele Edm. bar. di) — V. DE SELYS LONGCHAMPS.
SEVERI (Francesco) — Sopra le coniche che toccano e secano una o più curve gobbe . . . . . „ 74
— V. D'OVIDIO (Enrico); SEGRE (Corrado) e D'OVIDIO (Enrico).
SEVERINI (Carlo) — Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali di variabile reale . . . . . „ 480
SISTO (Pietro) e MORANDI (Egidio) — Contributo allo studio del reticolo delle linfoglandule . . . . . „ 94
— V. MORANDI (Egidio) e SISTO (Pietro).
SPEZIA (Giorgio) — Contribuzioni di Geologia chimica. Solubilità del quarzo nelle soluzioni di tetraborato sodico . . . . „ 631
THOMSON (Guglielmo Lord KELWIN) — V. KELWIN (Gugl. Thomson Lord).
TSCHERMACH (Gustavo) — V. COSSA (Alfonso).
VACCARO (Antonio) — Integrazione di sistemi di equazioni differenziali „ 708
VALLA (Vittore Domenico) — Chiede l'inserzione nei volumi delle *Memorie* di un suo lavoro intitolato: *Note cronologiche sul Collegio Puteano in Pisa, precedute da una biografia del Fondatore* „ 115
— V. PEYRON (Bernardino).
VENERONI (Emilio) — V. SEGRE (Corrado) e D'OVIDIO (Enrico).
VILLA (Guido) — Gli è conferito il premio di Filosofia di fondazione Gautieri . . . . . „ 323
— Ringrazia 425, 434
VOLTA (Luigi) — Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1902 . . . . . „ 947
VOLTERRA (Vito) — Comunica con una sua lettera la sua destinazione di Professore nella R. Università di Roma e prende commiato dai Colleghi . . . . . „ 263
— In conseguenza della dichiarazione da lui fatta, l'Accademia lo inscrive fra i Soci nazionali non residenti . . . . „ 263

Torino — VINCENZO BONA, Tipografo di S. M. e Reali Principi.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

R. ACADEMY OF SCIENCES

Vol. XXXVI, Disp. 1ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

LE S

SOMMARIO

Classi unite.

ADUNANZA del 18 Novembre 1900 . . . . . *Pag.* 1

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 18 Novembre 1900 . . . . . *Pag.* 4

PANETTI — Sul calcolo delle vibrazioni trasversali di una trave elastica urtata . . . . . „ 6

SABBATANI — Calcio e citrato trisodico nella coagulazione del sangue, della linfa e del latte . . . . . „ 27

ISSEL — Saggio sulla fauna termale italiana . . . . . „ 53

SEVERI — Sopra le coniche che toccano e secano una o più curve gobbe . . . . . „ 74

SISTO e MORANDI — Contributo allo studio del reticolo delle linfoglandule . . . . . „ 94

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 25 Novembre 1900 . . . . . *Pag.* 113

CIPOLLA — Il P. Luigi Tosti e le sue relazioni col Piemonte . „ 116

MARRE — Madagascar et les Philippines . . . . . „ 145

LEVI — Gradazione analogica . . . . . „ 157

PATRUCCO — Una iscrizione inedita di Brunengo vescovo di Asti „ 164

DA RE — Uno Scaligero ignoto . . . . . „ 180

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXVI, DISP. 2ª E 3ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 2 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 185
PEANO — Alcuni derivati del dietilchetone . . . . . „ 187
BIZZOZERO — Relazione sul lavoro presentato dal dott. Donato OTTOLENGHI: " Contributo alla istologia della ghiandola mammaria funzionante „ . . . . . „ 196

Classi unite.

ADUNANZA del 9 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 198

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 9 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 201

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 16 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 202
SACCO — Osservazioni geologiche comparative sui Pirenei . . „ 203

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 23 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 221
GABOTTO — La questione dei fuorusciti di Chieri (1337-1354) . „ 225
CIPOLLA — Sunto della memoria: " Un antico di Cangrande I Della Scala e la sua famiglia „ . . . . . „ 250

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXVI, Disp. 4ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES

SOMMARIO

Classi unite.

ADUNANZA del 30 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 251

Relazione della Commissione pel conferimento del Premio Gautieri pel triennio 1897-99 . . . . . „ 252

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 30 Dicembre 1900 . . . . . *Pag.* 263

Issel — Saggio sulla fauna termale italiana . . . . . „ 265

Segre — Relazione sulla memoria del prof. Gino Fano, intitolata: " Nuove ricerche sulle congruenze di rette del 3° ordine prive di linea singolare „ . . . . . „ 278

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 6 Gennaio 1901 . . . . . *Pag.* 280

Calligaris — Sul significato della parola " romanus „ in Paolo Diacono „ 283

Segre — Lodovico Sforza, Duca di Milano, e l'assunzione al trono sabaudo di Filippo II, il Senzaterra (1496) . . . . „ 308

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

N. Y. ACADEMY OF SCIENCES

Vol. XXXVI, Disp. 5ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classi unite.

ADUNANZA del 13 Gennaio 1901 . . . . . *Pag.* 323

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 13 Gennaio 1901 . . . . . *Pag.* 325

Camerano — Commemorazione di Michele Edmondo barone di Selys Longchamps . . . . . „ 327
Pieri — Sui principî che reggono la Geometria delle rette . „ 335
Cesaris Demel — Sulla sostanza cromatofila endoglobulare in alcuni eritrociti . . . . . „ 351
Fano — Sopra alcune particolari congruenze di rette del 3° ordine „ 366
Segre — Relazione sulla Memoria del Dott. Francesco Severi: " Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio „ . . . „ 380

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 20 Gennaio 1901 . . . . . *Pag.* 382

Pizzi — Commemorazione di Massimiliano Müller . . . . „ 384
Cipolla — Un litigio tra Venezia e Savona nel 1324 . . . „ 388
Pastore — Saggio sopra l'esperienza mediata . . . . . „ 391
Programma per il XIII premio Bressa . . . . . „ 413
Premii di Fondazione Gautieri . . . . . „ 414

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXVI, DISP. 6ª E 7ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 27 Gennaio 1901 . . . . . *Pag.* 415
JADANZA — Commemorazione di Matteo FIORINI . . . . . „ 416
D'OVIDIO — Commemorazione di Carlo HERMITE . . . . . „ 419

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 3 Febbraio 1901 . . . . . *Pag.* 425

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 10 Febbraio 1901 . . . . . *Pag.* 426
CAMPETTI — Sulla polarizzazione del magnesio in soluzioni alcaline „ 427

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 17 Febbraio 1901 . . . . . *Pag.* 433
DI SAINT-PIERRE — Cenno storico intorno ad Amedeo VI . . . „ 435
SAVIO — Gandolfo vescovo d'Alba nel secolo XII . . . . . „ 438

Tip. Vincenzo Bona - Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXVI, DISP. 8ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 24 Febbraio 1901 . . . . . *Pag.* 441

GUARESCHI — Acidi ββ dialchilglutarici e β alchil γ cianvinilacetici. Nota I . . . . . „ 443

PALATINI e GIAMBELLI — Prodotto di due condizioni caratteristiche relative ai piani di un iperspazio . . . . . „ 459

SEVERINI — Sulla rappresentazione analitica delle funzioni reali di variabile reale . . . . . „ 480

GARBASSO — Sopra il valore massimo della funzione T_{mc} di Maxwell „ 489

Classi unite.

ADUNANZA del 3 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 500

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 3 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 502

BIANCHI — L'Etica e la Psicologia sociale . . . . . „ 503

MATHIS — Vicende di 'Pollentia' (ora Pollenzo) colonia romana in Piemonte . . . . . „ 525

GAMBÈRA — Cronografia del mistico viaggio di Dante . . . „ 552

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXVI, DISP. 9ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 10 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 575

GRANDIS — Azione fisiologica del campo magnetico . . . „ 577

PASTORE e AGLIARDI — Sulle oscillazioni delle sensazioni di deformazione cutanea . . . . . „ 583

SCORZA — Aggiunta alla nota sulle corrispondenze (p, p) di genere p „ 610

SEGRE — Relazione sulla memoria del prof. Emilio VENERONI, " Sui connessi bilineari fra punti e rette nello spazio ordinario „ „ 615

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 17 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 617

PATETTA — Della congetturata provenienza del palinsesto Torinese del codice Teodosiano dalla Biblioteca di Bobbio . . „ 618

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXVI, Disp. 10ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 24 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 629
SPEZIA — Contribuzioni di Geologia chimica . . . . „ 631
CAMERANO — Lo studio quantitativo degli organismi e gli indici di mancanza, di correlazione e di asimmetria . . . . „ 639
SEGRE — Un'osservazione relativa alla riducibilità delle trasformazioni Cremoniane e dei sistemi lineari di curve piane per mezzo di trasformazioni quadratiche . . . . . „ 645
MORANDI e SISTO — Contributo allo studio delle ghiandole emolinfatiche nell'uomo ed in alcuni mammiferi . . . . . „ 652

Classi unite.

ADUNANZA del 31 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 659

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 31 Marzo 1901 . . . . . *Pag.* 661
SAVIO — Pietro suddiacono napoletano agiografo del secolo X „ 665

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXVI, DISP. 11ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 14 Aprile 1901 . . . . . *Pag.* 681
PICARD — Sur les systèmes linéaires de genre zéro . . . . „ 684
D'OVIDIO — Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche . . . . . „ 685
VACCARO — Integrazione di sistemi di equazioni differenziali . „ 708
PONZIO — Azione dell'acido nitrico sui composti alifatici contenenti il gruppo CH(OH) . . . . . „ 721

Classi unite.

ADUNANZA del 21 Aprile 1901 . . . . . *Pag.* 734

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 21 Aprile 1901 . . . . . *Pag.* 736
CARLE — Alcune lettere inedite di Vincenzo Gioberti . . „ 737

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

VOL. XXXVI, DISP. 12ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 28 Aprile 1901 . . . . . *Pag.* 771
FOÀ — Commemorazione del Socio GIULIO BIZZOZERO . . . . „ 774
NACCARI — Intorno alla polarizzazione dell'alluminio . . . . „ 790
BELLATALLA — Sulle varietà razionali normali composte di ∞^1 spazi lineari . . . . . „ 803

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 5 Maggio 1901 . . . . . *Pag.* 834

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXVI, Disp. 13ª; 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 12 Maggio 1901 . . . . . *Pag.* 835

DANIELE — Sulla deformazione infinitesima delle superficie di 2° grado „ 837

CASTELNUOVO — Le trasformazioni generatrici del gruppo cremoniano nel piano . . . . . „ 861

AIMONETTI — Determinazione della Gravità relativa a Genova, Savona, Albenga e San Remo . . . . . „ 875

MATTIROLO — Relazione sulla Memoria presentata dal Prof. Edoardo MARTEL: " Intorno all'unità anatomica e morfologica del fiore delle Crociflore . . . . . „ 881

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 19 Maggio 1901 . . . . . *Pag.* 884

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXVI, Disp. 14ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 26 Maggio 1901 . . . . . *Pag.* 885

JADANZA — Sul calcolo della convergenza dei meridiani . . . „ 887

PERAZZO — Sopra una forma cubica con 9 rette doppie dello spazio a cinque dimensioni, ecc. . . . . „ 891

KANTOR — I numeri razionali in Geometria . . . . . „ 916

GUARESCHI — Relazione sulla Memoria del Prof. Luigi SABBATANI, intitolata: " Funzione biologica del calcio „ . . . . . „ 924

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 9 Giugno 1901 . . . . . *Pag.* 926

CIPOLLA — Nuove notizie sulle relazioni del p. Luigi Tosti col Piemonte . . . . . „ 928

Tip. Vincenzo Bona — Torino

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI DELLE DUE CLASSI

Vol. XXXVI, Disp. 15ª, 1900-901

TORINO

CARLO CLAUSEN

Libraio della R. Accademia delle Scienze

1901

SOMMARIO

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

ADUNANZA del 16 Giugno 1901 . . . . . *Pag.* 933

BURALI-FORTI — Sopra alcuni punti singolari delle curve piane e gobbe . . . . . „ 935

OTTOLENGHI — Sui nervi del midollo delle ossa . . . . . „ 939

VOLTA — Effemeridi del Sole e della Luna per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1902 . . . . . „ 947

BALBI — Effemeridi dei Pianeti principali per l'orizzonte di Torino e per l'anno 1902 . . . . . „ 964

Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche.

ADUNANZA del 23 Giugno 1901 . . . . . *Pag.* 966

SALSOTTO — Per l'epistolario di Carlo Botta . . . . . „ 969

RENIER — Relazione sulla prima memoria di Giuseppe BOFFITO: " Intorno alla *Quaestio de aqua et terra* attribuita a Dante „ „ 996

INDICE . . . . . „ 999

Tip. Vincenzo Bona — Torino

AMNH LIBRARY
100125260